SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

FÜNF UND FÜNFZIGSTER BAND.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1867.

SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

LV. BAND. II. ABTHEILUNG.

JAHRGANG 1867. — HEFT I BIS V.

(Mit 18 Tafeln, 1 Tabelle und einer Beilage.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1867.



INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LV. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

1.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

I. SITZUNG VOM 3. JÄNNER 1867.

Der Secretär legt folgende Einläufe vor:

Eine Concurrenzschrift für die am 28. December 1865 ausgeschriebene Preisaufgabe aus dem Gebiete der Mineralogie, mit dem Motto: „*Nunquam otiosus*“.

Eine Bewerbungsschrift für die am 30. Mai 1864 ausgeschriebene Preisfrage aus der Geologie, mit dem Motto:

„Nie war Natur und ihr lebendiges Fließen
Auf Tag und Nacht und Stunden angewiesen;
Sie bildet regelnd jegliche Gestalt,
Und selbst im Großen ist es nicht Gewalt.“
Göthe.

Ein Dankschreiben des Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder für die ihm gewährte Subvention von 300 fl.

Ein Dankschreiben des Herrn Prof. Dr. R. Maly in Olmütz für die ihm bewilligte Subvention von 250 fl.

Eine Abhandlung: „Über Quercitrin“ nebst einer für den Anzeiger bestimmten vorläufigen Notiz von Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder.

„Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium in Innsbruck“ von Herrn Prof. Dr. H. Hlasiwetz.

Einen „Nachtrag zu den krystallographischen Mittheilungen im 43. und 52. Bande der Sitzungsberichte“ von Herrn Prof. Dr. V. Ritter v. Zepharovich in Prag.

Eine Abhandlung: „Über das Verhalten von Zink und Zinkoxyd“ von Herrn A. Siersch, Magister der Pharmacie und Stipendisten für Chemie an der k. k. Universität zu Lemberg.

Endlich eine Abhandlung: „Zur Entwickelungsgeschichte und Reproductionsfähigkeit der Orthopteren“ von Herrn Vitus Graber, stud. phil. zu Innsbruck“.

Herr Prof. Dr. R. Kner legt eine Abhandlung: „Über die als *Xenacanthus Dechenii* Beyr. bekannte fossile Fischgattung“ vor.

Derselbe überreicht ferner eine Abhandlung: „Über einige Fische aus dem Fitzroy-Flusse bei Rockhampton in Ost-Australien“, von Herrn Dr. Fr. Steindachner.

Herr Prof. Dr. J. Redtenbacher übergibt die „Chemische Analyse des Mineralwassers in Mödling bei Wien“ von Herrn Dr. Ed. Schwarz.

Herr Dr. S. Stricker legt eine Abhandlung des Herrn Dr. A. Lipsky aus Kiew vor, betitelt: „Beiträge zur Kenntniß des feineren Baues des Darmkanals“.

Herr F. Unferdinger legt folgende vier Abhandlungen vor:

1. „Die Summe der harmonischen und Arcustangens-Reihe mit alternirenden Zeichengruppen“.

2. „Über einige mit dem Laplace'schen verwandte bestimmte Integrale“.

3. Die Grenze des Ausdruckes $\frac{1}{m+1}+\frac{1}{m+2}+\ldots+\frac{1}{2m}$ für $m=\infty$“.

4. „Beweis der Divergenz der unendlichen Reihe $\frac{1}{s_1}+\frac{1}{2s_2}+\frac{1}{3s_3}\ldots$ wenn $s_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}$“.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. August 1866. Berlin; 8°.

— — Königl. Bayer., zu München: Sitzungsberichte. 1866. I. Heft 4; 1866. II. Heft 1. München; 8°.

— Königl. gemeinnütziger Wissenschaften zu Erfurt: Jahrbücher. Neue Folge. Heft IV—V. Erfurt, 1866; 8°.

Annalen der Chemie u. Pharmacie von Wöhler, Liebig u. Kopp. N. R. Band LXIV. Heft 1—2. Leipzig & Heidelberg, 1866; 8°.

Annales des mines. VI[e] Série. Tome IX., 1[re] Livraison de 1866. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 4. Jahrg. 1866. Nr. 24; 5. Jahrg. 1867. Nr. 1. Wien; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1620 – 1621. Altona, 1866; 4°.

Breslau, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1865/6. 4° & 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIII. Nrs. 23—24. Paris, 1866; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVe Année, 4e Volume, 24e—26e. Livraisons. Paris, 1866; 8°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. I. Band. Wien, 1866; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXVII. Jahrg. Nr. 51 bis 53. Wien, 1866; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von Vorwerk. Band XXVI, Heft 3—4. Speyer, 1866; 8°.

Jahrbücher der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Von C. Jelinek und C. Fritsch. Neue Folge, I. Band. Jahrgang 1864. (der ganzen Reihe IX. Band.) Wien, 1866; 4°.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie von H. Will. Für 1865. 2. Heft. Giessen, 1866; 8°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. XVI. Jahrg. Nr. 36. Wien, 1866; 4°.

Leseverein, Akademischer, an der k. k. Universität in Wien: V. Jahresbericht. 1865—66. Wien; 8°.

Marburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1865/6. 4° & 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1866. XI. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 240e Livraison. Tome VIIIe, Année 1866. Paris; 4°.

Prym, Friedrich, Zur Theorie der Functionen in einer zweiblättrigen Fläche. (Denkschr. der Schweiz. Naturf. Ges. 22. Bd.) Zurich, 1866; 4°.

Reader. Nrs. 207—209, Vol. VII. London, 1866; Folio.

Reichsforstverein, österr.: Monatsschrift für Forstwesen. XVI. Band, Jahrg. 1866. October-Heft. Wien; 8°.

Société des Sciences naturelles de Neuchatel: Bulletin. Tome VII. 2e Cahier. Neuchatel, 1866; 8°.

— Linnéenne de Bordeaux: Actes. Tome XXV. (3e Série: Tome V.) Paris & Bordeaux, 1864; gr. 8°.

Society, The Chemical: Journal. Ser. 2, Vol. IV. July-September 1866. London; 8°.

Verein, naturhist.-medizinischer, zu Heidelberg: Verhandlungen. Band IV. 3; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVI. Jahrg. 1866. Nr. 101—104. XVII. Jahrg. 1867. Nr. 1. Wien; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XV. Jahrg. Nr. 30. Gratz, 1866; 4°.

Würzburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1865/6. 4° & 8°.

Zeitschrift für Chemie etc. von Beilstein, Fittig und Hübner. IX. Jahrg. Neue Folge. II. Band. 18.—23. Heft. Leipzig, 1866; 8°.

Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium in Innsbruck.

Von dem w. M. H. Hlasiwetz.

I. Über einige Gerbsäuren.

Die Pflanzenphysiologen haben wiederholt die Ansicht ausgesprochen, daß die Harze in den Pflanzen aus einer Umsetzung der Cellulose hervorgehen.

Das Zwischenglied dieser Umsetzung soll Gerbstoff, das Endglied derselben das Harz sein, welches dann als ein Auswurfsstoff zu betrachten ist, dem im Leben des Organismus keine weitere Rolle mehr zukommt.

Karsten, Wigand und Hartig haben durch ihre mikroskopischen Beobachtungen diese Umwandlung zu verfolgen gesucht. Wiesner besonders, der sie in der letzten Zeit wieder aufgenommen, weiter ausgedehnt und bestätigt hat [1]), ist sogar geneigt, diese Art der Harzbildung als die, bei weitem häufigste anzusprechen, so lange diejenige durch Oxydation sogenannter „ätherischer Öle" nicht experimentell bewiesen ist.

In einer früheren Untersuchung über die Harze ist nun durch eine Synthese gezeigt, daß die Entstehung von Harzen aus „ätherischen Ölen" — vorausgesetzt, daß man unter diesem vagen Ausdruck nicht blos Kohlenwasserstoffe oder sogenannte Terpene begreift — allerdings möglich ist, und wahrscheinlich viele Harze aus diesen entstehen; allein die Ansicht der Botaniker bleibt darum doch aller Beachtung werth, und fordert nur um so mehr auf, chemischerseits auch dafür Beweise beizubringen.

Bevor man sich aber darauf einläßt, eine Bildung der Harze aus Gerbstoffen zu versuchen, wird es nöthig sein, sich über die Natur dieser Gerbstoffe selbst näher zu unterrichten, denn bekannt-

---

1) Sitzungsberichte der Wiener Akademie Bd. 51, S. 16 im Auszug. Centralblatt 1865. S. 756.

lich ist vorläufig ein „Gerbstoff“ chemisch genommen etwas eben so Unbestimmtes wie ein Harz oder ein ätherisches Öl; von den meisten derselben kennt man wenig mehr als ihre empirischen Formeln und einige Zersetzungsproducte, deren Charakter noch zu ermitteln ist.

In diesem Sinne habe ich auch eine Untersuchung der Gerbsäuren begonnen, und aus mehreren Gründen zuerst die

Kaffeegerbsäure

gewählt. Ich versuchte zunächst, ob durch das Verfahren, welches mich bei den Harzen zu einigen Aufschlüßen über ihre näheren Bestandtheile geführt hat — durch die Behandlung mit ätzenden Alkalien — nicht auch hier zu charakteristischen Zersetzungsproducten zu gelangen wäre.

Man erinnert sich, daß es besonders die Protocatechusäure ist, der man unter diesen Umständen so häufig begegnet. Ein Grund, bei der Kaffeegerbsäure ihre Entstehung zu vermuthen, lag schon in der empirischen Formel derselben ($C_{14}H_8O_7$), in ihrer grünen Eisenreaction, in der Beobachtung endlich, daß sie bei der trockenen Destillation Oxyphensäure und Carbolsäure liefert (Rochleder).

Es ist nun in der That nichts leichter, als aus Kaffeegerbsäure **Protocatechusäure** in größter Menge zu gewinnen. Man braucht sie mit Kalihydrat (1 : 3) blos bis zur Wasserstoffentwicklung zu erhitzen, die Masse in Wasser zu lösen, mit Schwefelsäure abzusättigen, und mit Äther auszuschütteln.

Das Rohproduct in der, früher oft beschriebenen Weise gereinigt, lieferte fast farblose Krystalle von allen dieser Säure zukommenden Eigenschaften.

Ihre Zusammensetzung war:

0·3606 Grm. lufttrockener Substanz verloren bei 100° 0·0377 Grm. Wasser.
0·3229 „ getrockneter „ gaben 0·6428 Grm. Kohlensäure und 0·1165 „ Wasser.

	$C_7H_6O_4$		Gefunden
C —	54·5	—	54·3
H —	3·9	—	4·0

	Berechnet		Gefunden
$C_7H_6O_4$ —	—	—	—
H_2O —	10·5	—	10·5

Meine, zur Untersuchung verwandte Kaffeegerbsäure war so dargestellt, daß der erste, in einem Kaffeedecoct durch Bleizucker

entstehende, etwas mißfarbige Niederschlag abfiltrirt und entfernt, das Filtrat dann völlig mit Bleizucker ausgefällt, der Niederschlag lange mit Wasser ausgewaschen, mit Schwefelwasserstoff zersetzt, und die vom Schwefelblei getrennte Flüssigkeit in gelinder Wärme bis zur Extractconsistenz eingedampft wurde.

Die, durch Behandlung der Kaffeegerbsäure mit Kalihydrat erhaltene Protocatechusäure ist übrigens das Endproduct einer Zersetzung, welche, angemessen geleitet, zu zwei Zwischengliedern führt, die im Folgenden näher beschrieben werden sollen.

Kaffeesäure. Erhält man eine Lösung von einem Theil Kaffeegerbsäure in etwa fünf Theilen Kalilauge von 1·25 sp. G. $^3/_4$ Stunden lang in einem Kolben, der mit einem umgekehrt gestellten Kühler verbunden ist, im Sieden, leert dann die Flüssigkeit schnell in eine Schale und übersättigt sie sogleich mit verdünnter Schwefelsäure, so scheidet sich während des Auskühlens und Umrührens ziemlich schnell eine reichliche Krystallisation einer Substanz aus, aus schmutzig gelben Blättchen und Prismen bestehend, die die Flüssigkeit breiig erfüllen.

Man trennt die Krystalle durch ein Leinwandfilter, und gewinnt den Rest der, noch in der Flüssigkeit gelösten Substanz durch Ausschütteln mit Äther.

Zur Reinigung wird die rohe Krystallmasse mit kaltem Wasser abgespült, ausgepreßt, in siedendem Wasser gelöst, Thierkohle zugesetzt, damit etwa 10 Minuten lang gekocht, dann durch ein warm gehaltenes Filter filtrirt, und die Kohle mit heißem Wasser nachgewaschen.

Die Flüssigkeit lauft schwach gelb gefärbt ab, und aus ihr scheiden sich bald wieder strohgelbe, glänzende, prismen- und blättchenförmige Krystalle aus, die, wenn sie sich nicht mehr vermehren, auf ein Filter geworfen und mit etwas kaltem Wasser abgewaschen werden.

Wiederholt man das Umkrystallisiren noch einmal, so kann man sie als rein betrachten.

Diese Substanz ist eine Säure, die ich **Kaffeesäure** nenne [1]. Eine gelbliche Farbe ist ihr eigenthümlich. Ihre Formen sind die

[1] Der Name ist zwar schon einmal von Mulder für eine Säure (?) des Kaffee's gebraucht worden, allein ich habe ihn doch gewählt, weil die Säure Mulder's offenbar nichts anderes ist, als Kaffeegerbsäure.

des monoklinoëdrischen Systems. Aus Alkohol, in dem sie sehr löslich ist, krystallisirt sie in warzigen festen Drusen und Krusten.

Sie ist stark sauer, und zersetzt kohlensaure Salze mit Leichtigkeit. Ihre wässrige, noch sehr verdünnte Lösung gibt mit Eisenchlorid eine intensiv grasgrüne Färbung, die auf Zusatz von Soda dunkelroth wird.

Sie reducirt Trommer'sche Kupferlösung nicht, wohl aber die des salpetersauren Silbers beim Erwärmen.

Fixe ätzende Alkalien geben gelbe, an der Luft sich bräunende Lösungen; die ammoniakalische Lösung dagegen ist kaum gefärbt, und dunkelt an der Luft nicht nach. Concentrirte Schwefelsäure löst mit gelber, beim Erwärmen rothbraun werdender Farbe.

Salpetersäure oxydirt sie rasch bis zu Oxalsäure.

Bromwasser bewirkt in der Lösung der Kaffeesäure zuerst eine dunkelbraune Färbung, weiterhin einen braunen flockigen Niederschlag.

Essigsaures Bleioyxd gibt einen citrongelben, salpetersaures Quecksilberoxydul einen fahlgelben, grünlich werdenden Niederschlag. Ohne Wirkung ist Quecksilberchlorid und Kupfervitriollösung.

Die Analysen gaben:

0·3105 Grm. lufttr. Substanz verloren bei 100° 0·0149 Grm. Wasser,
0·2948 „ getr. Subst. gab. 0·6471 Grm. Kohlens. u. 0·1229 Grm. Wasser,
0·2608 „ „ „ „ 0·5736 „ „ „ 0·104 „ „

Daraus ergibt sich die, durch die Zusammensetzung der Salze der Kaffeesäure bestätigte Formel $C_9H_8O_4$.

$C_9H_8O_4$				
C 60·0	—	59·9	—	60·0
H 4·4	—	4·6	—	4·4

		Berechnet		Gefunden
$C_9H_8O_4$	—	—	—	—
$\frac{1}{2}H_2O$	—	4·8	—	4·8

Barytsalz. Durch Absättigen einer siedenden Lösung der Säure mit kohlensaurem Baryt erhalten. Das lichtgelbe Filtrat wurde im Vacuo verdunstet. (An der Luft färbt es sich bald dunkel.)

Es entstanden einzelne Krystallwarzen, welche sich vergrößerten, ohne daß sich die Flüssigkeit an anderen Punkten mit Krystallen erfüllte.

Die Warzen bestanden aus concentrisch gruppirten bernsteingelben Prismen von etwa 2—3 Millim. Länge, die zerrieben ein fahlgelbes Pulver gaben.

0·3547 Grm. lufttr. Substanz verloren bei 115° 0·0453 Grm. Wasser,
0·2710 „ getr. Subst. gab. 0·428 Grm. Kohlens. u. 0·078 Grm. Wasser.
0·3064 „ „ „ „ 0·1442 „ schwefels. Baryt.

	$Є_9H_7BaΘ_4$ [1]	
C	43·6	43·1
H	2·9	3·2
Ba	27·7	27·7

	Berechnet	Gefunden
$Є_9H_7BaΘ_4$	—	—
$2H_2Θ$	12·7	12·8

Strontiumsalz. Dargestellt wie das Baryumsalz. Gelbliche Krystallkrusten.

0·3173 Grm. lufttr. Subst. verl. bei 115° 0·045 Grm. Wasser,
0·2803 „ getr. „ gab. 0·4950 Grm. Kohlens. u. 0·089 Grm. Wass.,
0·2603 „ „ „ „ 0·1060 „ schwefels. Strontian.

	$Є_9H_7SrΘ_4$ [2]	
C	48·4	48·1
H	3·1	3·2
Sr	19·7	19·5

	Berechnet	Gefunden
$Є_9H_7SrΘ_4$	—	—
$2H_2Θ$	13·9	14·1

Calciumsalz. Wie die vorigen Salze dargestellt. Die Lösung trocknete an den Rändern gummiartig ein. In der concentrirten Lauge entstanden allmälig drusige, schwach gefärbte Krystallgruppen.

0·3781 Grm. Subst. verloren bei 115° 0·040 Grm. Wasser
0·3381 „ getrockn. Subst. gaben 0·1131 „ schwefels. Kalk.

	$Є_9H_7CaΘ_4$	
Ca	10·1	9·84

	Berechnet	Gefunden
$Є_9H_7CaΘ_4$	—	—
$1\frac{1}{2}H_2Θ$	11·9	10·6

---

[1] Ba = 68·5. Der Einfachheit wegen sind bei den empirischen Formeln der Salze die sogenannten Äquivalente der Metalle gebraucht.

[2] Sr = 43·8.

Basisches Baryumsalz. Entsteht in derselben Weise wie der basisch salicylsaure Baryt (Piria), wenn man zu einer concentrirten Lösung des einbasischen Salzes eine concentrirte klare Lösung von Ätzbaryt setzt und erhitzt. Das Salz scheidet sich sofort in der Form sattgelber glänzender Blättchen aus, und ist so schwer löslich, daß es auf einem bedeckten Filter mit kaltem Wasser abgespült werden kann.

Es verändert sich sehr rasch an der Luft, wird dunkler, mißfarbig, endlich grün, und muß darum sehr schnell zwischen Papier gepreßt und zum Trocknen unter die Luftpumpe über Schwefelsäure gebracht werden.

0·2937 Grm. im Vacuo getr. Subst. verl. bei 140° 0·0514 Grm. Wasser,
0·2423 „ trock. Subst. gab. 0·249 Grm. Kohlens. u. 0·037 Grm. Wasser,
0·2473 „ „ „ „ 0·2222 „ schwefels. Baryt.

	$C_9H_5Ba_3O_4$		
C	— 28·3	—	28·0
H	— 1·3	—	1·7
Ba	— 53·7	—	53·0

	Berechnet		Gefunden
$C_9H_5Ba_3O_4$	— —	—	—
$4\frac{1}{2}H_2O$	— 17·5	—	17·5

Basisches Calciumsalz. Entsteht ganz in derselben Weise wie das vorige Baryumsalz aus einer Lösung des einbasischen Calciumsalzes und einer Lösung von Ätzkalk in Zuckerwasser. Beim Erhitzen der gelbwerdenden Mischung scheiden sich citrongelbe krystallinische Flocken aus, die außerordentlich rasch schmutzig grün werden.

Basisches Bleisalz. Ist der schön citrongelbe amorphe Niederschlag, den Bleizuckerlösung in einer Lösung der Kaffeesäure hervorbringt.

Er scheint sich beim langen Auswaschen etwas zu zersetzen. Beim Trocknen bekommt er einen Stich ins Grüne.

0·3128 Gr. bei 120° getr. Subst. gab. 0·251 Gr. Kohlens. u. 0·040 Gr. Wass.
0·3415 „ „ „ „ „ „ 0·223 „ Bleioxyd.

	$C_9H_5Pb_3O_4 . H_2O$ [1]		
C	— 21·4	—	21·9
H	— 1·4	—	1·4
Pb	— 61·3	—	60·6

[1]) Pb = 103.

Kaffeesaures Caffeïn. Eine Lösung von äquivalenten Mengen Kaffeesäure und Caffeïn in siedendem Wasser gibt beim Auskühlen sehr hübsche, feine, zu Sternen und Häufchen verwachsene kurze farblose Nadeln dieser Verbindung.

0.3105 Grm. lufttr. Subst. verl. bei 100° 0·0270 Grm. Wasser,
0·2835 „ getr. „ gab. 0·571 Grm. Kohlens. u. 0·130 Grm. Wasser.

$\left.\begin{matrix} C_8H_{10}N_4O_2 \\ C_9H_8O_4 \end{matrix}\right\}$		
C	54·5	54·9
H	4·8	5·1

	Berechnet	Gefunden
$C_{17}H_{18}N_4O_6$	— —	— —
$2H_2O$	8·8	8·7

Für die Beurtheilung der Constitution der Kaffeesäure sind einige ihrer Zersetzungsweisen von Belang, die noch untersucht wurden.

Vor Allem war zu erwarten, daß die Protocatechusäure, die man so reichlich beim Schmelzen der Kaffeegerbsäure mit Kalihydrat erhält, auf Rechnung der Kaffeesäure zu schreiben sei.

Der directe Versuch zeigte, daß sie wirklich bei dieser Operation gänzlich in **Protocatechusäure** und **Essigsäure** zerfällt.

Bei der trockenen Destillation entsteht aus der Kaffeesäure **Brenzkatechin.** Zunächst erscheint dieses als gelbes, schnell krystallisirendes Öl, aus welchem man durch Pressen und Umdestilliren ein farbloses Präparat erhält. (Die Analyse gab C 65·0; H 5·5; statt C 65·4; H 5·5.)

In der Retorte bleibt eine ziemliche Menge eines dicken theerigen Rückstandes.

Die Angabe Rochleder's, daß bei der trockenen Destillation der Kaffeegerbsäure Brenzkatechin entsteht, der Graham, Stenhouse und Campbell widersprechen, ist also gewiß richtig [1]).

Erhitzt man Kaffeesäure mit rauchender Jodwasserstoffsäure mehrere Stunden lang in einem Apparat, der ein Zurückfließen der verdampfenden Flüssigkeit gestattet, so verändert sich ein Theil in eine harzige dunkle Masse, die beim Auskühlen Klumpen bildet, und aus der eine reine Verbindung nicht erhalten werden konnte. Die davon abgegossene Flüssigkeit, die viel freies Jod enthielt, wurde mit

[1]) Jahresbericht d. Chemie 1856. S. 815.

einem Überschuß von wässriger schwefliger Säure versetzt, filtrirt, und dann mit Äther ausgezogen.

Der Äther hinterließ eine nicht krystallisirende dickliche Lauge, die die Reactionen des Brenzkatechins zeigte, und überhaupt jenem, dem Brenzkatechin isomeren Öl ähnlich war, welches H. Müller beschrieben hat [1])

Es scheint, daß sich bei diesem Vorgang gleichfalls zuerst Protocatechusäure bildet, die in derselben Weise wie Gräbe von der Carbohydrochinonsäure nachgewiesen hat [2]) mit Jodwasserstoff zerfällt.

Die letztere gibt beim Erwärmen mit wässrigen Mineralsäuren Brenzkatechin.

Die Kaffeesäure ist dreiatomig.

Sie ist das dritte Glied der Reihe:

$C_9H_7\Theta \,.\, H\Theta$ Zimmtsäure.
$C_9H_6\Theta \,.\, 2H\Theta$ Cumarsäure (Paracumarsäure).
$C_0H_5\Theta \,.\, 3H\Theta$ Kaffeesäure.

Dieser parallel ist folgende:

$C_7H_5\Theta \,.\, H\Theta$ Benzoësäure.
$C_7H_4\Theta \,.\, 2H\Theta$ Salicylsäure (Paraoxybenzoësäure).
$C_7H_3\Theta \,.\, 3H\Theta$ Protocatechusäure.

Die Säuren der ersten Reihe verwandeln sich in die der zweiten durch Oxydation mit schmelzendem Kali, wobei gleichzeitig Essigsäure gebildet wird.

$$\underbrace{C_9H_8\Theta_2}_{\text{Zimmtsäure.}} + \underbrace{2KH\Theta}_{} = \underbrace{C_2H_3K\Theta_2}_{\text{Essigs. Kali.}} + \underbrace{C_7H_5K\Theta_2}_{\text{Benzoës. Kali.}} + \underbrace{H_2}_{}$$

$$\underbrace{C_9H_8\Theta_3}_{\text{Cumarsäure (Paracumarsäure).}} + \underbrace{2KH\Theta}_{} = \underbrace{C_2H_3K\Theta_2}_{\text{Essigs. Kali}} + \underbrace{C_7H_5K\Theta_3}_{\text{Salicyls. Kali. (Paraoxybenzoës. Kali).}} + H_2$$

$$\underbrace{C_9H_8\Theta_4}_{\text{Kaffeesäure}} + \underbrace{2KH\Theta}_{} = \underbrace{C_2H_3K\Theta_2}_{\text{Essigs. Kali}} + \underbrace{C_7H_5K\Theta_4}_{\text{Protocatechus. Kali.}} + H_2$$

Die Kaffeesäure ist isomer mit fünf anderen bereits bekannten Säuren: mit der aus der Oxydation des Cumols durch das Zwischenglied der Xylylsäure hervorgehenden Insolinsäure, mit der bei der

[1]) Zeitschrift für Chemie 1864. S. 704.
[2]) Annal. d. Ch. Bd. 139, S. 145.

Oxydation des Äthylxylols von Glinzer beobachteten Säure (Homoterephtalsäure?), mit der Camphrensäure Schwanert's, mit der Uvitinsäure Finkh's, und der, von mir und Barth aus dem Gummigutt dargestellten Isuvitinsäure. Ich behalte mir vor, ihre weiteren Beziehungen und Abkömmlinge zu untersuchen.

Neben der Kaffeesäure entsteht beim Kochen der Kaffeegerbsäure mit Kalilauge eine Zuckerart.

Das Verfahren, sie zu isoliren, bestand darin, daß die Flüssigkeit, aus der die Kaffeesäure auskrystallisirt war, von dem Rest derselben durch Schütteln mit Äther befreit, nach dem Verjagen des Äthers der kleine Überschuß der Schwefelsäure mit Potasche abgesättigt, das Ganze zur Trockene gebracht und die erhaltene braun gefärbte Salzmasse mit Alkohol ausgezogen wurde. Der Auszug wurde verdunstet, der braune Rest in Wasser gelöst, mit basisch essigsaurem Blei das Fällbare entfernt, das Filtrat mit Schwefelwasserstoff entbleit und im Vacuo eingedampft.

Es hinterblieb ein honiggelber Syrup, der jedoch noch viel Aschenbestandtheile enthielt.

Der größte Theil derselben ließ sich durch Vermischen mit absolutem Alkohol entfernen. Dadurch entstand eine flockige Fällung, die abfiltrirt wurde. Als das Filtrat wie vorhin verdunstet, mit dem Rückstand die Behandlung mit Alkohol wiederholt wurde, erschien der Zucker als unkrystallisirbarer Syrup von bitterlich fadem Geschmack und den bekannten Reactionen. Er enthielt inzwischen immer noch eine kleine Menge Asche, die bei der Verbrennung in Abzug gebracht wurde. Beim Trocknen im Wasserbade bräunte er sich, und verlor dabei fortwährend an Gewicht. Für die Analyse wurde daher bloß bei 60—65° getrocknet.

Substanzen von zwei Bereitungen gaben dabei folgende Zahlen:

C	—	49·5	—	50·1
H	—	7·2	—	7·5

Den ersteren entspricht ziemlich die Formel $\Theta_6H_{10}\Theta_4$ (berechnet C 49·3; H 6·9), welche um den Minderbetrag von $H_2\Theta$ von der des Mannitan's verschieden wäre.

Die genaue Ermittlung der Natur der, durch Zersetzung von Verbindungen wie die Kaffeegerbsäure erhaltenen zuckerartigen Substanzen, hat, wenn diese nicht krystallisirbar sind, immer etwas

mißliches, da man nicht entscheiden kann, ob man es nicht schon mit Zersetzungsproducten, wie sie aus krystallisirten Zuckern mit Alkalien und Säuren so leicht entstehen, oder mit Gemischen von diesem und dem Zucker selbst, zu thun hat.

Indessen scheint mir für den Augenblick dieses Verhältniß von untergeordneter Bedeutung; die Hauptsache ist, daß die Kaffeegerbsäure ein Glukosid ist, und insoweit einer, in den Pflanzen äußerst verbreiteten Classe von Verbindungen zugehört.

Daß ihre Formel demgemäß geändert werden muß, ist gewiß; allein da eine quantitative Bestimmung des abgeschiedenen Zuckers auf Schwierigkeiten stieß, die noch nicht zu beseitigen waren, läßt sich nicht verbürgen, daß die nächste die sich ergibt, wenn man annimmt, daß die constituirenden Bestandtheile zu gleichen Molekülen bei der Zersetzung austreten, auch die richtige ist. Es ist jedoch nicht zu übersehen, daß die, für die Verbindungen der Kaffeegerbsäure gefundenen Zahlen sich der Formel $C_{15}H_{18}O_{8}$, — deren Zerfallen durch

$$C_{15}H_{18}O_{8} + H_{2}O = C_{9}H_{8}O_{4} + C_{6}H_{12}O_{6}$$

ausgedrückt wäre — doch so weit nähern, als bei ihrer amorphen Beschaffenheit erwartet werden kann, wie dies der nachstehende Vergleich lehrt, bei dem ich mich vornehmlich auf die schätzbaren Abhandlungen Rochleder's beziehe [1]).

Wie in diesen notire ich die Formeln in der dualistischen Schreibweise, und nehme C = 6.

Barytverbindung.

$C_{30}H_{17}O_{15}\cdot BaO$				Gefunden
C	—	46·0	—	46·3
H	—	4·4	—	4·6
BaO	—	18·5	—	18·5

Bleioxydverbindungen.

I.

$C_{30}H_{16}O_{14}\cdot 2PbO$				Gefunden
C	—	34·0	—	35·3
H	—	2·9	—	—
PbO	—	41·9	—	40·2 [2])

[1]) Annal. d. Ch. LIX. 300; LXVI. 35;

[2]) Bei der Analyse hatte ein Verlust an Bleioxyd stattgefunden.

II. $C_{30}H_{15}O_{12}.3PbO$

			I.	II.
C	—	28·5	— 29·9	— 28·3
H	—	2·4	— 2·4	— 2·6
PbO	—	52·7	— 51·5	— 50·7 [1])

III. $C_{30}H_{14}O_{12} + 4PbO$

			I.	II.	III.
C	—	25·3	— 23·2	— 25·0	— 24·7
H	—	2·3	— 2·2	— 2·3	— 2·4
PbO	—	58·7	— 59·7	— 55·9	— 57·4 [2])

Bei den Analysen der freien Kaffeegerbsäure müßte man die Annahme machen, daß sie durch das Trocknen bei 100° etwas Wasser verloren habe, und sie sich insoferne ähnlich verhält, wie die aus ihr abscheidbare Zuckerart, die, wie erwähnt, bei dieser Temperatur auch fortwährend an Gewicht abnimmt.

$C_{30}H_{18}O_{16}$ verlangt C 54·9 H 5·5.

Mit 3 ($C_{30}H_{18}O_{16}$) — H_2O_2 vergleicht sich Rechnung und Versuch folgendermaßen:

		Berechnet		Gefunden
C	—	56·2	—	56·5
H	—	5·4	—	5·5 [3])

Rochleder hat beobachtet, daß eine, mit Ammoniak versetzte Lösung der Kaffeegerbsäure beim Stehen an der Luft blaugrün wird (Viridinsäure); weiterhin geht diese Farbe in Braun über.

Die grüne Flüssigkeit gibt auf Zusatz von Alkohol schwarze Flocken, die sich in Essigsäure mit brauner Farbe lösen.

In dieser braunen Lösung entsteht mit Bleizucker eine blaue Fällung.

Diese Erscheinungen dürften sich auf ein ähnliches Verhalten der Kaffeesäure zurückführen lassen. Versetzt man eine alkoholische Lösung dieser mit alkoholischer Kalilösung, so trübt sich die Flüssigkeit in Folge der Ausscheidung eines sehr wenig haltbaren Kalisalzes, und wird gelb.

Bald darauf bekommt die, in einer Schale der Luft ausgesetzte Mischung grüne Streifen und Ränder, und nach einiger Zeit ist die

[1]) II war durch heiße Fällung erhalten; I scheint in der Kälte dargestellt zu sein.

[2]) I ist das Mittel von vier Analysen. Ann. LIX. 308. I u. II ist kalte, III heiße Fällung.

[3]) Mittel der Analysen.

Flüssigkeit dunkelgrasgrün geworden. Weiterhin wird sie wieder braun.

Weniger gut zeigt diese Erscheinung eine wässerige Lösung der Kaffeegerbsäure, die auf den Kalizusatz durch die Nuancen des Gelbroth hiedurch braun wird. Auch andere Salze der Kaffeesäure, namentlich die mehrbasischen, haben im hohen Grade die Eigenschaft sich an der Luft zu oxydiren, und grün und braun zu werden.

Diese Umwandlung der Kaffeesäure näher zu verfolgen, gebrach es mir diesmal an Material.

Mulder und Vlaanderen gaben an, sechs Säuren aus dem Kaffee isolirt zu haben.

Kaffeesäure . . .	$C_{14}H_8O_7$	α Cörulinsäure . . .	$C_{14}H_8O_8$
a) Kaffeansäure .	$C_{14}H_8O_8$	β Cörulinsäure . . .	$C_{14}H_7O_8$
b) Kaffeansäure .	$C_{14}H_8O_8$	Kaffeelsäure	$C_{14}H_8O_{12}$

Ihre in den „Scheikundigen Verhandelingen en Onderzöckingen" niedergelegte Untersuchung kenne ich nur aus dem Auszug des Jahresberichtes von Kopp und Will 1858, S. 261.

Diese Säuren gehen weiße, gelbe, grüne und blaue Bleiniederschläge, und diese allein sind zur Aufstellung der Formeln benützt worden. Bei einer Revision dieser Untersuchung mit Berücksichtigung der oben beschriebenen Thatsachen und des, von Zwenger und Siebert nachgewiesenen Gehaltes der Kaffeebohnen an Chinasäure wird sich die Zahl dieser Verbindungen wahrscheinlich wesentlich verringern.

Versuche über die physiologische Wirkung der Kaffeesäure (und Kaffeegerbsäure) anzustellen, lag vorläufig zu weit von der Aufgabe ab, die ich mir gestellt hatte.

Allein sie wären ein wissenswerther Beitrag zur Beurtheilung des Kaffee's als Getränk.

Ich habe mich überzeugt, daß man aus nicht allzu braun gebrannten Bohnen, wie sie zuletzt auch v. Liebig zur Bereitung des Kaffee's empfiehlt (Centralblatt 1866, 575) noch erhebliche Mengen Kaffeesäure (2—2·5 Grm. aus dem Pfund) gewinnen kann.

Den Herren G. Malin und Dr. Barth, die mich in dem analytischen Theil dieser Untersuchung wesentlich unterstützt haben, drücke ich hiemit meinen besten Dank aus.

II. Über die Bestandtheile des Thee's.

Die Versuche, die ich hier mittheile, habe ich in Gemeinschaft mit Herrn G. Malin ausgeführt.

Sie ergänzen die früheren Arbeiten von Peligot, Mulder und Rochleder.

Es enthält der Thee, diesen Chemikern zufolge, außer den allgemein verbreiteten Pflanzenstoffen, dem Caffëin und dem Körper, dem er sein Arom verdankt, vornehmlich Eichengerbsäure (Mulder) und Boheasäure (Rochleder).

Das Verfahren, diese Säuren zu trennen, besteht nach Rochleder darin, einen heißen Theeauszug zuerst mit neutralem essigsaurem Blei, und dann die von dem graubraunen Niederschlag *(a)* abfiltrirte lichtgelbe Flüssigkeit mit basisch essigsaurem Blei (oder einer ammoniakalisch gemachten Bleizuckerlösung) zu fällen.

Der letztere Niederschlag *(b)* ist gelb; er soll die Boheasäure, der erstere die Gerbsäure enthalten.

Diese so dargestellten beiden Bleiverbindungen dienten auch uns zum Ausgangspunkt der Versuche.

Beide wurden unter heißem Wasser mit Schwefelwasserstoff zersetzt, und die erhaltenen, vom Schwefelblei abfiltrirten Flüssigkeiten in ganz gelinder Wärme concentrirt.

Es sei die erste mit *A*, die zweite mit *B* bezeichnet.

A war stark rothbraun gefärbt, und gab beim Stehen einen schwarzbraunen harzigen Absatz, von dem abfiltrirt wurde. Sie enthält in der That reichlich Gerbsäure, und Leimlösung bringt in ihr den bekannten Niederschlag hervor.

Ein Theil der Flüssigkeit wurde so mit Leim ausgefällt, der Niederschlag mit verdünnter Schwefelsäure eine Stunde lang gekocht, und dann die Flüssigkeit mit Äther ausgeschüttelt.

Der Äther hinterließ beim Abdestilliren einen bald krystallisirenden Rückstand. Die Krystalle, sorgfältig gereinigt, erwiesen sich als Gallussäure.

Man findet aber auch Gallussäure, und zwar in nicht unbeträchtlicher Menge, wenn man *A* ohne weiteres mit Äther ausschüttelt.

Die Krystalle derselben, die nach dem Abdestilliren des Äthers hinterblieben, waren durchsetzt, mit glashellen, säulenartigen Krystallen eines zweiten Körpers, die zum Theil mit der Pincette mechanisch ausgelesen werden konnten. Es war nicht schwer, sie als Oxalsäure zu erkennen. Eine genauere Trennung wurde durch Absättigung der Lösung des Krystallgemisches mit Kalkwasser vorgenommen. Nachdem die saure Reaction verschwunden war, wurden zu dem, sich bläuenden Niederschlag der dadurch entstand, einige Tropfen Essigsäure gesetzt, wodurch er sich wieder entfärbte und löste, von dem oxalsauren Kalk abfiltrirt, und das Filtrat wieder mit Äther ausgezogen. Der Äther hinterließ die Gallussäure, die nach dem Entfärben mit Thierkohle analysirt wurde.

0·380 Gr. luftr. Subst. verl. bei 120° 0·0369 Gr. Wasser
0·2945 „ getr. „ gab. 0·534 Gr. Kohlens. u. 0·100 Gr. Wasser.

	$C_7H_6O_5$	Gefunden
C	49·4	49·4
H	3·5	3·7

	Berechnet	Gefunden
$C_7H_6O_5$	—	—
H_2O	9·5	9·5

Kocht man die, mit Äther ausgeschüttelte Flüssigkeit *A* mit verdünnter Schwefelsäure und behandelt sie (nachdem man von einer kleinen Menge ausgeschiedener harziger Materie abfiltrirt hat), noch einmal in derselben Weise mit Äther, so erhält man neue Mengen Gallussäure und Oxalsäure, diesmal aber noch vermischt mit Spuren eines dritten Körpers, der in Wasser fast unlöslich, flockig, und gelb von Farbe ist, und dadurch getrennt werden kann.

In größerer Menge ist derselbe in dem Bleisalz *b* enthalten, und wir kommen sogleich auf ihn zurück.

Die, mit Schwefelsäure behandelte, mit Äther ausgezogene Flüssigkeit *A* enthält nun vornehmlich noch Zucker. Die Schwefelsäure wurde mit kohlensaurem Baryt entfernt, das Filtrat mit Blei-

essig versetzt, der Niederschlag abfiltrirt, die Flüssigkeit mit Schwefelwasserstoff entbleit und dann verdunstet.

Es hinterblieb eine ziemliche Quantität eines honiggelben Syrups, der alle Zuckerrectionen gab, und von derselben Beschaffenheit war, wie alle diese, aus solchen Behandlungen hervorgehenden amorphen zuckerartigen Substanzen.

Der, in einem Theeabsud mit Bleizuckerlösung fallende Niederschlag verdankt also seine Entstehung im Wesentlichen der Gerbsäure, Gallussäure und Oxalsäure.

Die, aus der Zersetzung des gelben Bleiniederschlages *b* mit Schwefelwasserstoff hervorgegangene Flüssigkeit *B* wurde nun auch zunächst mit Äther mehrmals ausgezogen.

Der Erfolg war derselbe wie bei der Flüssigkeit *A*.

Der Äther hinterließ Gallussäure, Oxalsäure und Spuren jenes vorhin erwähnten gelben flockigen Körpers. Die Menge der ersteren beiden Säuren war nur noch beträchtlicher. Im Ganzen erhielten wir nach diesem Verfahren aus 6 Pfund schwarzen Thee etwa 3 Gramm reine Gallussäure, die nicht als Gerbsäurebestandtheil, sondern frei vorhanden war.

Nach dieser vorläufigen Behandlung mit Äther wurde nun *B* mit verdünnter Schwefelsäure eine Stunde lang gekocht, und nach dem Auskühlen neuerdings mit Äther ausgeschüttelt.

Nunmehr hinterließ der ätherische Auszug einen gelben, syrupösen, mit Krystallen durchsetzten Rückstand.

Mit warmen Wasser zusammengebracht, schieden sich reichlich citronengelbe Flocken aus, die leicht als dieselbe Substanz zu erkennen waren, welche *A* nur in sehr kleiner Menge geliefert hatte.

Sie lösten sich in Wasser fast gar nicht, und konnten auf einem Filter ausgewaschen werden.

In der abgelaufenen Flüssigkeit fand sich wie früher etwas Gallussäure.

Der gelbe Körper seines theils ließ sich aus verdünntem Alkoho umkrystallisiren, und bestand nach dieser Reinigung aus mikroskopischen Nädelchen.

Er war nichts anderes als Quercetin.

Es genügt zu sagen, daß alle seine Reactionen sorgfältig mit denen des Quercetins verglichen wurden, und darnach an seiner Identität mit diesem kein Zweifel blieb.

Die Analyse der bei 140° getrockneten Substanz gab:

0·2437 Gr. Subst. gaben 0·540 Gr. Kohlens. und 0·080 Gr. Wasser.

		$C_{27}H_{18}O_{13}$		Gefunden
C	—	60·7	—	60·4
H	—	3·4	—	3·6

Dem Quercetin verdankt die Bleifällung *b* ihre gelbe Farbe, und aus seinem Vorkommen unter den Theebestandtheilen erklärt es sich, daß, wenn man *B* zum Extract eindampft und dann mit schmelzendem Kali oxydirt, man etwas Protocatechusäure und Phloroglucin erhält.

Das Quercetin kann übrigens nur zum kleinsten Theil im Thee als solches enthalten sein, sonst hätte es sich aus *B* schon beim Ausziehen mit Äther in größerer Menge gewinnen lassen müssen.

Daß es aber dort nur spurenweise, seiner Hauptmenge nach dagegen erst erhalten wurde, nachdem *B* mit Schwefelsäure gekocht war, beweist, daß es als eine Verbindung, wahrscheinlich als Quercitrin vorhanden ist.

Aus der, mit Schwefelsäure und Äther behandelten Flüssigkeit wurde noch nach der bei *A* angegebenen Weise eine nicht unbeträchtliche Menge einer amorphen zuckerartigen Substanz von derselben Beschaffenheit, wie die frühere, dargestellt.

Das Bleisalz *b* diente Rochleder zur Abscheidung seiner Boheasäure [1]).

Da jedoch nach den eben dargelegten Erfahrungen dieses Bleisalz ein Gemisch ist von gallussauren, gerbsauren, oxalsauren und Quercitrinverbindungen des Blei's, so erscheint die Darstellungsart der Boheasäure für die Gewinnung einer reinen Verbindung nicht ausreichend.

Eine partielle Fällung von *B*, die vorgenommen wurde, lieferte drei Bleiniederschläge, die mit Schwefelwasserstoff zersetzt Flüssigkeiten gaben, welche zu amorphen Massen eintrockneten. Jede derselben aber ließ sich durch Kochen mit verdünnter Schwefelsäure in Zucker und kleine Mengen der genannten krystallisirten Körper zerlegen, die durch Äther ausziehbar waren.

---

1) Vergl. Annalen d. Ch. LXIII. 204.

III. Über die Basicität der Gallussäure.

In den, von einander ableitbaren Reihen:

$C_9H_7\Theta \cdot H\Theta$	Zimmtsäure	$C_7H_5\Theta \cdot H\Theta$	Benzoesäure,
$C_9H_6\Theta \cdot (H\Theta)_2$	Cumarsäure	$C_7H_4\Theta \cdot (H\Theta)_2$	Salicylsäure,
$C_9H_5\Theta \cdot (H\Theta)_3$	Kaffeesäure	$C_7H_3\Theta \cdot (H\Theta)_3$	Protocatechusäure,
$C_9H_4\Theta \cdot (H\Theta)_4$	?	$C_7H_2\Theta \cdot (H\Theta)_4$	Gallussäure,

muß die Basicität der correspondirenden Glieder gleich groß sein; sie richtet sich nach der in den Formeln angenommenen Menge $H\Theta$.

Die zweite Reihe hat schon Strecker unter einen ähnlichen Gesichtspunkt gebracht, ohne jedoch die Folgerung zu ziehen, daß die Protocatechusäure dreibasisch, die Gallussäure vierbasisch ist.

In seiner Abhandlung „über die Spaltung der Piperinsäure durch Kalihydrat" (Annal. CXVIII. 288) sagt er:

„Die Protocatechusäure läßt sich noch in einer anderen Weise „mit bekannten Säuren vergleichen, nämlich mit solchen, welche die- „selbe Anzahl von Kohlenstoff und Wasserstoffäquivalenten ent- „halten."

Benzoësäure $C_{14}H_6O_4$ (einbasisch),
Salicylsäure $C_{14}H_6O_6$ (zweibasisch)
Protocatechusäure $C_{14}H_6O_8$ (zweibasisch),
Gallussäure $C_{14}H_6O_{10}$ (dreibasisch).

„Man sieht hier deutlich, wie mit der Menge des Sauerstoffs in „der Verbindung auch die Anzahl der, durch Metalle vertretbaren „Wasserstoffäquivalente zunimmt." —

Die Protocatechusäure kann nun nach dem, was Dr. Barth in der folgenden Abhandlung darüber mittheilt, nicht länger als zweibasisch betrachtet werden, und was die Gallussäure betrifft, so läßt sich zeigen, daß man schon mehrere vierbasische Salze derselben kennt, denen ich noch eines, das vierbasische Barymsalz hinzufügen kann.

Es entsteht, wenn man die, durch Absättigen der Säure mit kohlensaurem Baryt erhaltene Lösung des sauren Salzes mit klarem Barytwasser versetzt.

Der weiße, sehr rasch dunkelblau werdende Niederschlag, ist schon von **Pelouze** beobachtet, aber wegen seiner großen Zersetzlichkeit nicht analysirt worden.

Unter besonderen Vorsichtsmaßregeln läßt sich die Verbindung rein genug erhalten, um ihre Zusammensetzung ermitteln zu können.

Ich brachte die Lösung des vorigen Salzes in einen Ballon mit drei Tubulaturen; durch die erste seitliche Tubulatur führte ich Wasserstoffgas ein, welches die Luft verdrängte, und außerdem ging durch sie eine Röhre, welche mit einem Gefäß verbunden war, aus dem man destillirtes ausgekochtes Wasser in den Ballon fließen lassen konnte.

Durch die zweite obere Tubulatur ging ein Abzugsrohr für das Gas, und zugleich die Spitze einer Hahnbürette, die das Barytwasser enthielt.

In der dritten, der ersten entgegenstehenden Tubulatur, war ein Heberrohr befestigt, welches das Waschwasser abführte.

Alle diese Theile des Apparates waren mit Hähnen verschließbar. Nachdem nun die Luft völlig verdrängt war, wurde das Barytwasser zugelassen, und der weiße Niederschlag, der sich ziemlich gut absetzt, ausgewaschen.

Die überstehende Flüssigkeit konnte durch den Heber abgezogen werden, und als das letzte Waschwasser durch tieferes Einsenken des Hebers möglichst entfernt war, wurde der ganze Brei so schnell als möglich in einer Schale unter die bereit gehaltene Glocke der Luftpumpe gebracht, und über Schwefelsäure ausgetrocknet. Die oberste Schichte war zwar blau gefärbt, konnte aber, nachdem das Ganze trocken war, von der unteren grauweißen mechanisch abgetrennt werden. Im trockenen Zustande ist die Verbindung nicht weiter veränderlich.

Herr **Malin** hat sie mit folgendem Resultat analysirt:

0·358 Grm. Subst. verloren bei 150° 0·060 Grm. Wasser,
0·299 „ trock. Subst. gab. 0·200 Grm. Kohlens. u. 0·023 Grm. Wasser.
0·325 „ gaben 0·344 Grm. schwefels. Baryt.

		$\underbrace{C_7H_2\breve{B}a_2O_5}$		$\underbrace{\text{Gefunden}}$
C	—	19·1	—	18·3
H	—	0·5	—	0·8
Ba	—	62·3	—	62·2

	Berechnet	Gefunden
$Ͼ_7H_2Ba_2Θ_5$	— —	— —
$5H_2Θ$	— 17·0	— 16·7

Von einer, dieser Baryumverbindung entsprechenden Zusammensetzung ist ein krystallisirtes vierbasisches Bleisalz, welches entsteht, wenn man wäßrige Gallussäure in überschüßige, kochende Bleizuckerlösung tropft.

v. Liebig, Büchner und Strecker haben dasselbe untersucht, und v. Liebig hat dafür die Formel $Ͼ_7H_2Pb_2Θ_5$ berechnet [1]).

Ein. von Büchner dargestelltes und analysirtes Zinksalz, welches bei Gmelin [2]) die Formel $C_{14}H_4Zn_2O_{10}+2ZnO$, bei Kolbe [3]) $ZnO.C_{14}(H_2Zn_2)O_8+2HO$ hat, läßt sich ohne Zweifel mit demselben Recht als $Ͼ_7H_2\ddot{Z}n_2Θ_5+H_2Θ$ betrachten. (Bei 100° getrocknet.) Es entsteht gleich dem Bleisalz aus Gallussäure und einer Lösung von essigsaurem Zink.

Dasselbe gilt von der, mit Zinnchlorür dargestellten Zinnverbindung von Büchner (bei Gmelin $C_{14}H_4Sn_2O_{10}+2SnO$), welche man besser als $Ͼ_7H_2\overset{IV}{Sn}Θ_5+H_2Θ$ bezeichnen würde.

Ebenso ist dann auch die Kobaltverbindung Büchner's, die Gmelin [4]) „überbasisch" nennt, und der er die Formel $3C_{14}H_3Co_3O_{10}.CoO+11aq.$ gibt, wahrscheinlich ein nicht ganz reines vierbasisches Kobaltsalz gewesen.

Endlich kann man diesen Salzen auch wohl noch die Tetraacetylgallussäure von Nachbaur [5]) $Ͼ_7H_2(Ͼ_2H_3Θ)_4Θ_5$ an die Seite stellen.

Diese Verbindungen dürften genügen, um die Gallussäure in demselben Sinne eine vierbasische Säure zu nennen, wie man die Weinsäure als vierbasisch, die Citronensäure als fünfbasisch bezeichnet [6]).

Allein man hat bekanntlich neuerdings den Begriff der Basicität etwas eingeschränkt, und unterscheidet je nach der verschiedenen

---

1) Gmelin's Handbuch VI. 321.
2) Handbuch VI. 320.
3) Lehrbuch II. 295.
4) Handbuch VI. 322.
5) Sitzungsber. der Wiener Akademie 1857. Aprilheft.
6) Vergl. auch Schiff, Zeitschrift für Chemie 1863. 264.

Stellung in der man sich die Wasserstoffatome der Verbindung denkt, zwischen Basicität und „Atomicität.“

Nach dieser Unterscheidung würde die Gallussäure einbasisch und vieratomig sein, und Kolbe erklärt sie ausdrücklich für eine einbasische Säure [1]).

Seine Formel, die mit der zuletzt von Kekulé, in dessen geistvollen „Untersuchungen über aromatische Verbindungen“ [2]) aufgestellten, fast ganz übereinkommt, sucht dieses Verhältniß zu veranschaulichen.

$$\underbrace{HO.C_{12}\left\{\begin{matrix}H_2\\(HO_2)_3\end{matrix}\right\}[C_2O_2]O.}_{\text{nach Kolbe.}} \qquad \underbrace{Є_6H_2.(ΘH)_3.ЄΘ_2H}_{\text{nach Kekulé.}}$$

Die Basicität ist in diesen Formeln durch das Wasserstoffatom bezeichnet, welche sich Kolbe mit O, Kekulé mit $ЄΘ_2$ verbunden denkt.

Nach keiner dieser rationellen Formeln aber lassen sich die vierbasischen Verbindungen ausdrücken, wenn man den mehratomigen Metallen die Symbole beläßt, die ihrem Atomwerth entsprechen ($\ddot{Ba}$, $\ddot{Pb}$, $\overset{IV}{Sn}$ . . .), und schon aus diesem Grunde möchte es zweckmäßiger sein, die Gallussäure $Є_6H_2.ЄΘ.(HΘ)_4$ zu schreiben. — Man hat dann folgende Gruppen der gallussauren Salze [3]):

Einbasische.	Zweibasische.
$\underbrace{Є_6H_2.ЄΘ\left.\begin{matrix}NH_4\\H_3\end{matrix}\right\}Θ_4}$ Saures galluss. Ammoniak.	$\underbrace{Є_6H_2.ЄΘ\left.\begin{matrix}\ddot{Mg}\\H_2\end{matrix}\right\}Θ_4}$ Halbgalluss. Bittererde.
$\underbrace{Є_6H_2.ЄΘ\left.\begin{matrix}Na\\H_3\end{matrix}\right\}Θ_4}$ Galluss. Natron.	$\underbrace{Є_6H_2.ЄΘ\left.\begin{matrix}\ddot{Pb}\\H_2\end{matrix}\right\}Θ_4}$ Halb. b. galluss. Bleioxyd.
	$\underbrace{Є_6H_2.ЄΘ\left.\begin{matrix}\ddot{Co}\\H_2\end{matrix}\right\}Θ_4}$ Halb. b. galluss. Cobaltoxydul.

---

[1]) Lehrbuch II. 292.

[2]) Annal. d. Ch. CXXXVII. 149.

[3]) Nach deren Zusammenstellung bei Gmelin VI. 316. Die Namen sind die dort gebrauchten; das durch Trocknen entfernbare Wasser ist weggelassen.

Dreibasische.

$\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}\left.\begin{matrix}\dddot{Bi}\\H\end{matrix}\right\}\Theta_4$

Galluss. Wismuthoxyd [1].

Vierbasische.

$\text{Є}_6H_2\ \text{ЄΘ}.\ddot{Ba}_2\}\Theta_4$

Vierbasisch galluss. Baryum.

$\text{Є}_6H_2\ \text{ЄΘ}.\ddot{Pb}_2\}\Theta_4$

Basisch galluss. Bleioxyd.

$\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}.\ddot{Zn}_2\}\Theta_4$

Galluss. Zinkoxyd.

$\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}.\ddot{Co}_2\}\Theta_4$

Überbasisch galls. Cobaltoxydul (?)

$\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}\ \overset{IV}{Sn}\}\Theta_4$

Galluss. Zinnoxydul.

Mit den sogenannten Erdmetallen gibt die Gallussäure Salze, die man als „saure" oder Doppelverbindungen von der allgemeinen Formel $\left.\begin{matrix}\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}\left.\begin{matrix}\ddot{M}\\H_2\end{matrix}\right\}\Theta_4\\ \text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}.H_4\Theta_4\end{matrix}\right\}$ auffassen kann, worin $\ddot{M}$ ersetzt ist durch $\ddot{Ba}$, $\ddot{Sr}$, $\ddot{Ca}$. Eine ähnliche Verbindung ist auch das gallussaure Kali von der Formel $\left.\begin{matrix}2(\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}\left.\begin{matrix}K\\H_2\end{matrix}\right\}\Theta_4)\\ \text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}.H_4\Theta_4\end{matrix}\right\}$.

Ferner sind noch einige basische Doppelsalze gekannt, wie

$\left.\begin{matrix}\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}.\dot{Ni}_2\}\Theta_4\\ 2(\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}.\left.\begin{matrix}\dot{Ni}\\H_2\end{matrix}\right\}\Theta_4)\end{matrix}\right\}$

Basisch galluss. Nickeloxydul,

$\left.\begin{matrix}\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}.\dot{Mg}_2\}\Theta_4\\ \text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}\left.\begin{matrix}\dot{Mg}\\H_2\end{matrix}\right\}\Theta_4\end{matrix}\right\}$

Drittelgalluss. Bittererde,

$\left.\begin{matrix}\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}.\dot{Mg}_2\}\Theta_4\\ 2(\text{Є}_6H_2.\text{ЄΘ}\left.\begin{matrix}\dot{Mg}\\H_2\end{matrix}\right\}\Theta_4)\end{matrix}\right\}$

Salz e bei Gmelin.

---

[1] Bei Gmelin $= C_{14}H_5O_9.BiO_3 + 7Aq$. Der Formel liegt nur eine Wismuthoxydbestimmung zu Grunde (Bley fand 51·4 Pct.), welche auch $C_{14}H_3BiO_{10} + 9Aq$. zuläßt.

Man kann die, nach sehr wohlerwogenen Gründen getroffene Unterscheidung von Basicität und Atomicität der Säuren völlig anerkennen, doch aber einwenden, daß man häufig auf ein Moment einen zu großen Werth legt, welches man zur Beurtheilung dieses Verhältnisses zu Hilfe nimmt, indem man sagt, daß sich die, die „Basicität" bestimmenden Wasserstoffatome mit größerer „Leichtigkeit" durch Metalle ersetzen lassen als die anderen, welche mit dem ersteren zusammen die „Atomicität" repräsentiren.

Gewiß ist das bei vielen Säuren der Fall, bei eben so vielen aber nicht. Für diese Leichtigkeit oder Schwierigkeit fehlt Maaß und Grenze, denn eine Menge mehrbasischer Salze einbasischer und mehratomiger Säuren bilden sich gerade so leicht als die einbasischen; die Gallussäure ist statt vieler ein Beispiel dafür.

Mit kohlensauren Salzen der Metalle abgesättigt, gibt sie mehrere einbasische oder saure Salze, mit essigsaurem Blei, essigsaurem Zink, mit Zinnchlorür entstehen vierbasische, durch bloßes Zusammenbringen der Lösungen.

Die Schwierigkeit ist nicht größer als etwa bei den Salzen der gewöhnlichen Phosphorsäure, die man doch allgemein als eine dreibasische Säure betrachtet. — Aus dieser Definition ist dann die Bezeichnung der „normalen" Salze mehratomiger Säuren hervorgegangen, die, wenn sie sagen soll, daß alle anderen Salze im Gegensatz dazu „abnorm" sind, gewiß nicht richtig ist.

So nennt auch Kekulé [1]) z. B. die einbasischen Salze der Milchsäure „normale." Daß er aber für die anderen nicht das Wort „abnorme" gebraucht, sondern sie vorsichtiger als „Salze mit zwei Atomen Metall" beschreibt, spricht nicht für die Sicherheit der zu Grunde liegenden Ansicht.

In ganz entgegengesetztem Sinne führt dagegen Rammelsberg [2]) die dreibasischen Salze der Phosphorsäure als „normale" auf, und Kolbe [3]) von einem ähnlichen Gesichtspunkt ausgehend, unterscheidet „Metallsalze" und „Metalloxydsalze" der Gallussäure.

---

[1]) Lehrbuch I. 249.

[2]) Grundriß der anorgan. Chemie. Berlin 1867, S, 93.

[3]) Lehrbuch II. 294.

Er nennt „gallussauren Kalk" die Verbindung $CaO.C_{14}H_5O_9$ dagegen „Magnesium-gallussaure Magnesia" das, von ihm durch $MgO.C_{14}(H_4Mg)O_9$ ausgedrückte Salz. Die eigentliche gallussaure Magnesia, so wie das gallussaure Zinkoxyd, Cobaltoxydul, Nickeloxydul u. s. w. sind nach ihm noch gar nicht dargestellt. —

Bei so abweichenden Ansichten über ein, im Grunde doch sehr einfaches Verhältniß, wäre es wünschenswerth, eine Bezeichnungsweise einzuführen, die nur die Thatsache der Vertretbarkeit des Wasserstoffes durch Metalle in solchen und ähnlichen Verbindungen wiedergibt, und die Hypothesen über die rationelle Constitution derselben ganz unberücksichtigt läßt.

Die von Rammelsberg [1]) gebrauchten Ausdrücke: mono — di — tri . . . polyhydrische Verbindungen (Säuren, Basen, Alkohole) scheinen mir für diesen Zweck am besten gewählt zu sein.

---

1) L. c. S. 23.

IV. Über die Protocatechusäure.

Von L. Barth.

Durch die, im Folgenden beschriebenen Versuche habe ich vornehmlich die Frage zu beantworten gesucht, ob die Protocatechusäure eine zwei- oder eine dreibasische Säure ist, und ob sich ihre Beziehung zur Gallussäure auch durch eine künstliche Überführung in diese beweisen läßt.

Was den ersteren Punkt betrifft, so erinnere ich daran, daß Strecker schon das dreibasische Bleisalz der Protocatechusäure dargestellt und untersucht hat (Annal. d. Ch. CXVIII. 284).

Es ist nach seiner Analyse bei 100° getrocknet $= C_{14}H_5Pb_3O_{10}$, und verliert bei 130° ein Äquivalent Wasser (HO). Wahrscheinlich würde es bei noch höherer Temperatur unter Verlust eines Moleküls Wasser in das wasserfreie Salz $C_{14}H_3Pb_3O_8$ übergehen.

Von analoger Zusammensetzung ist das

Basische Baryumsalz, welches ich durch Vermischen einer concentrirten Lösung des einbasischen Salzes mit gesättigtem Barytwasser erhalten habe. In einem gut verschloßenen Gefäß sich selbst überlassen, setzte sich dasselbe nach einigem Stehen in krustenförmig verwachsenen Warzen an, die zerrieben mit kaltem Wasser abgewaschen wurden.

Es enthielt bei 130° getrocknet 57·1 Pct. Baryum, entsprechend der Formel $C_{14}H_3Ba_3O_8 = \Theta_{14}H_6\ddot{B}a_3\Theta_8$, welche 57·7 Proc. verlangt.

0·3083 Grm. Substanz gaben 0·2990 Grm. schwefelsaures Baryum.

Um die Protocatechusäure in Gallussäure umzuwandeln, habe ich mir zuerst die

Bromprotocatechusäure dargestellt. — Sie ist leicht durch bloßes Zusammenreiben der Säure mit Brom zu erhalten. Die Masse nimmt anfangs eine halbflüssige Form an, und unter Entwicklung großer Mengen von Bromwasserstoff wird sie bei fortgesetztem Reiben zu einem backenden Pulver.

Verjagt man dann im Wasserbade den Rest des Bromwasserstoffes und löst in heißem Wasser, so krystallisirt ziemlich schnell das neue Product in Gruppen feiner rhombischer Nadeln.

Sie sind wasserfrei und geben den, von der Formel $Θ_7H_5BrΘ_4$ verlangten Gehalt an Brom.

0·3317 Grm. Subst. gaben 0·2642 Grm. Bromsilber = 33·9 Pct. Brom.

Berechnet ist 34·3 Pct.

Nach der Gleichung

$$\underbrace{Θ_7H_5BrΘ_4} + KHΘ = \underbrace{Θ_7H_6Θ_5} + KBr$$

sollte sich nun aus der Bromprotocatechusäure Gallussäure bilden, und in der That habe ich dadurch, daß ich einen Theil derselben mit einer sehr concentrirten Lösung von 4 Theilen Ätzkali in einer Silberschale bis zur breiigen Consistenz eindampfte, dann das Ganze in Wasser löste, mit Schwefelsäure übersättigte und mit Äther ausschüttelte, nach dem Verdunsten des Äthers eine noch stark gefärbte Krystallmasse erhalten, die mit Thierkohle entfärbt die Form feiner Nadeln des rhombischen Systems annahm.

Ein Vergleich der qualitativen Reactionen und der Krystallform mit denen der Gallussäure ließ eine Identität vermuthen, die die Analyse in so weit bestätigte, als sich die erhaltenen Zahlen denen von der Formel der Gallussäure geforderten näherten.

0·3056 Grm. lufttr. Subst. verloren bei 110° 0·0299 Grm. Wasser.
0·2757 „ „ „ gaben 0·4860 Grm. Kohlens. u. 0·0798 Grm. Wasser

		$Θ_7H_6Θ_5$		Gefunden
C	—	49·4	—	48·1
H	—	3·5	—	3·2
$Θ_7H_6O_5$	—	—	—	—
H_2O	—	9·6	—	9·8

Bei seinen wichtigen Versuchen, die Gallussäure aus der Bijodsalicylsäure darzustellen, fand Lautemann für sein Product auch nur annähernde Zahlen, dieselben beinahe, die ich gefunden habe [1]). Ich habe keinen Zweifel, daß mein Versuch Gallussäure geliefert hat, allein es gelang mir nicht durch bloßes Umkrystallisiren der, ohnehin geringen Menge Substanz eine Verunreinigung zu entfernen, die das Resultat der Analyse beeinträchtigt haben mußte.

Bei der Sublimation erhielt ich eine, wenn auch nicht zur Analyse, so doch zu allen qualitativen Reactionen ausreichende Menge einer krystallisirten Substanz, die vollständig das Verhalten der Pyrogallussäure zeigte.

---

[1]) Annal. d. Ch. CXX. 320.

So derivirt denn in letzter Linie die Gallussäure von der Sålicylsäure sowohl, wie von der isomeren Paraoxybenzoësäure.

Da aber die Zwischenglieder: die Oxysalicylsäure und die Protocatechusäure nur isomer und nicht identisch sind, so hat es etwas Befremdendes, daß sich die Endglieder wieder vollständig gleichen.

Salicylsäure	$C_7H_6O_3$	Paraoxybenzoësäure,
Oxysalicylsäure	$C_7H_6O_4$	Protocatechusäure,
Gallussäure	$C_7H_6H_5$	Gallussäure.

Es kann übrigens sein, daß dennoch im ersten Moment aus der Dijodsalicylsäure und der Bromprotocatechusäure nur isomere Verbindungen entstehen, diese aber durch die Einwirkung des Alkali's in einander übergehen.

Lautemann hält einen solchen Übergang auch von der Oxysalicylsäure zur Carbohydrochinonsäure und von dem Hydrochinon zur Oxyphensäure für möglich [1]).

Über die Identität oder Verschiedenheit der Carbohydrochinonsäure sind die Meinungen noch nicht geeinigt.

Ich kann jedoch anführen, daß Carbohydrochinonsäure, die durch Schmelzen der Chinasäure mit Ätzkali [2]) gewonnen war, sich nach Reactionen, Schmelzpunkt und Krystallform in nichts von Protocatechusäure unterschied, zu deren Bereitung einmal Piperinsäure ein andermal Nelkenöl gedient hatte.

Es verlief ferner die Reaction des Jodwasserstoff's auf Protocatechusäure in zugeschmolzenem Rohr bei 140° unter Bildung desselben Productes, welches Gräbe [3]) aus der Carbohydrochinonsäure beim Erhitzen derselben mit Mineralsäuren erhalten hat.

Neben viel Kohlensäure war ein, durch Äther ausziehbares durch Destillation für sich rectificirbares, krystallinisch erstarrendes Öl von dem C und H-gehalt, der der Formel $C_6H_6O_2$ entspricht, entstanden, welches nach Schmelzpunkt und Eisenreaction ein Gemisch von Hydrochinon und Oxyphensäure gewesen sein mußte.

0·2625 Gr. Subst. gaben 0·6276 Gr. Kohlens. u. 0·1323 Gr. Wasser.

	$C_6H_6O_2$	
C	65·5	65·2
H	5·5	5·6

1) Annal. d. Ch. CXX. 316.

2) Vergl. Gräbe's Untersuchung. Ann. d. Ch. CXXXVIII. 203.

3) Annal. d. Ch. CXXXIX. 145.

V. Über die Bromderivate der Gallussäure, Pyrogallussäure und Oxyphensäure.

Von H. Hlasiwetz.

Die genannten drei Säuren bromiren sich gleich der Protocatechusäure sehr schnell und leicht durch einfaches Zusammenreiben mit Brom in einer Reibschale.

Nachdem man einen kleinen Überschuß an Brom hinzugebracht hat, erwärmt man die Schale auf dem Wasserbade, und hat, nachdem alles Flüchtige verjagt ist, etwas gefärbte, zu Pulver zerreibliche Massen, die blos umkrystallisirt zu werden brauchen, um völlig rein zu sein.

Hierzu genügt bei der Bromgallussäure und Brompyrogallussäure siedendes Wasser; für die Bromoxyphensäure muß verdünnter Alkohol angewendet werden.

Die **Bromgallussäure** $\Theta_7H_4Br_2\Theta_5$

schießt in monoklinoëdrischen Krystallen von den, beim Gyps oft beobachteten Formen an. Sie haben einen Stich ins Bräunliche, und lösen sich in kaltem Wasser schwer, in heißem sehr leicht. Die Lösung wird auf Zusatz von Eisenchlorid prächtig violettblau, mit Ammoniak feuerroth, später braun.

Mit Barytwasser entsteht ein Niederschlag, der sich beim Schütteln schön indigoblau färbt.

Bei einem Versuch, die Bromgallussäure durch Kali in eine Oxysäure überzuführen, erhielt ich in Folge jener sonderbaren Rücksubstitution des Broms durch Wasserstoff, die Lautemann auch bei der Dijodsalicylsäure beobachtet hat [1]), wieder eine gewisse Menge Gallussäure, und es muß darum die Reaction unter anderen Bedingungen wiederholt werden.

Brompyrogallussäure $\Theta_6H_3Br_3\Theta_3$

bildet glänzende flache Nadeln des rhombischen Systems von lichter Lederfarbe, die sich etwas schwerer als die Bromgallussäure, aber doch vollständig in heißem Wasser lösen, und sofort wieder beim Ausküh-

---

[1]) Annal. d. Ch. CXX. 319.

len anschießen. Ihre Reactionen gegen die genannten Reagentien sind fast genau dieselben wie die der vorigen Verbindung.

Die Brompyrogallussäure enthält dieselbe Menge Brom wie das Bromphloroglucin, und ich beabsichtige eine Reihe vergleichender Versuche über die Zersetzungen der beiden isomeren Körper vorzunehmen.

Die **Bromoxyphensäure** ist $C_6H_2Br_4O_2$.

Sie ist in Wasser unlöslich, aus verdünntem Weingeist sehr krystallisationsfähig, und erscheint in lichtröthlich bräunlichen Nadeln des rhombischen Systems. Ihre Lösung gibt mit Eisenchlorid eine dunkelblaue Färbung, mit Ätzkali wird sie goldgelb, mit Barytwasser entsteht eine gelbliche gelatinöse Fällung.

Aus der Einwirkung des Kali's auf die Bromoxyphensäure wäre eine Säure von der Formel der Akonitsäure $C_6H_6O_6$ zu erwarten gewesen.

Wahrscheinlich in Folge einer tiefer greifenden Spaltung erhielt ich jedoch Essigsäure und Oxalsäure.

Ich hoffe diese vorläufige Mittheilung bald vervollständigen zu können.

Chemische Analyse des Mineralwassers in Mödling bei Wien.

Von Dr. **Eduard Schwarz.**

(Ausgeführt im chemischen Laboratorium des Prof. **Redtenbacher.**)

Im Orte Mödling, welcher etwa zwei Meilen von Wien entfernt ist, befindet sich am Fusse des Lichtensteines das seit 1816 errichtete Badehaus mit dem 13 Klafter tiefen Brunnen, welchem das Wasser zur vorliegenden Analyse entnommen wurde.

Der Markt Mödling steht auf tertiärem Boden, und sind es die oberen Lagen der mittleren Tertiärformation (Miocän), welche hier ihre Vertreter finden.

Während von der Neudorfer und Laxenburger Ebene die Sand- und Schottermassen des Diluviums gegen das Gebirge hin sich ausbreiten, keilt sich in den unteren Theil von Mödliug, als schmaler Streifen zu Tage tretend, ein blauer Lehm, der sogenannte Süßwassertegel des Wiener Beckens darunter aus.

Er wird in den Brunnen des der Eisenbahn näher liegenden Ortes als oberstes Niveau erteuft, er ist es, welcher in den Mödlinger Ziegeleien am Eichkogel und an der Guntramsdorfer Straße ausgebeutet wird.

Die Schichten aber, die den eigentlichen Untergrund von Mödling bilden, gehören der nächstälteren Zone, der sarmatischen Stufe an. Es sind zumeist Sand, gelber Lehm und versteinerungsreife lockere Kalksteine, die zum größten Theile eine reine Meeresbildung, der Absatz aus saurem Wasser sind. Es ist dieselbe Bildung, welche in den zahlreichen Steinbrüchen der Türkenschanze, in den Einschnitten der Verbindungsbahn, in den Brüchen bei Mauer, Liesing und Brunn zu Tage tritt, und welche in Mödling ihre Forsetzung findet.

Diese Schichten fallen alle unter den erwähnten Süßwassertegel ein. Ganz nahe an das Gebirge herantretend, gelangt man an Bänke noch härteren Kalksteins mit Versteinerungen, die sich wesentlich

von jenen der sarmatischen Stufe unterscheiden, namentlich enthalten sie die dort gänzlich fehlenden Schalen von Austern, Kammmuscheln u. s. w., diese Bänke befinden sich schon in einem ziemlich hohen Niveau; wir finden sie sehr schön erschloßen in einem Steinbruche außerhalb des Neusidlerthores gegen den Maaberg, in ihnen ist zum größten Theil der tiefe Brunnen der Villa Neuberg getrieben. Sie fallen ihrerseits wieder unter die sarmatischen Schichten und gehören den unter den allgemein bekannten Namen Leithakalk bezeichneten Uferbildungen an. An manchen Punkten, wie rechts vom Eingange des Priesnitzthales und links gegen den Eichkogel zu erscheinen sie als grobe Conglomerate. Das eigentliche Gebirge, das einstige Ufer des großen Binnensees, der das Wiener Becken erfüllte, besteht aber aus älterem sogenanntem Alpenkalk der zum Theile dolomitischer Natur ist, und in welcher sich kaum Gelegenheit findet Versteinerungen auszubeuten. Daß er aber meist auch Milliarden organischer Wesen zur Begräbnißstätte diente, beweist sein stechender bituminöser Geruch, den er beim Reiben oder Schlagen verbreitet.

Der Kalenderberg mit der Ruine Lichtenstein, die ganze Klause mit ihrer romantischen Bergform, der größte Theil des sogenannten kleinen Anningers besteht aus solchem dolomitischem Kalkstein, der in den großen Steinbrüchen außerhalb des Neusiedlerthores gegen das Priesnitzthal, sowie bei Gumpoldskirchen zu Straßenschotter ausgebeutet wird. Verläßt man die Klause und geht in dem sich nun sehr verbreitenden Thale der Brühl entlang, so wird der Blick durch die zahlreichen der Gegend an Ausdruck industriellen Schaffens aufdrückenden Kalköfen gefesselt. Hier sind es nicht dolomitische Massen die in Verwenduug kommen, denn diese würden sich nur schlecht zur Kalkerzeugung eignen, sondern es sind reinere magnesiaärmere Kalksteine, die zum Theil verschiedenen Formationen angehören.

Während nämlich zur rechten Seite des Wanderers in den großen Brücken z. B. am Hundskogel die mittlere Etage der Triasformation, der Guttensteinerkalk es ist, welcher durch dunkle mit weißen Kalkspathadern durchzogene Gesteine sich auszeichnet, finden sich in den Brüchen zur linken Seite lichte gelbliche Kalksteine, welche der obersten Trias dem Hallstätterkalk angehören, da darin die bezeichnenden Versteinerungen wie *Ammonites Aon* u. s. f. vorkommen. Aber nicht allein Kalk zum Brennen, auch Gypse werden hier bergmännisch gewonnen.

Kaum ahnt der vorbeieilende Spaziergänger, daß an dieser Stelle der feste Boden unter ihm von labyrintischen Gängen durchzogen ist, und es lohnt sich wohl der Mühe, diesem so nahe der Residenz gelegenen Bergbau einige Minuten der Beachtung zu schenken.

Dieser Gyps zieht sich übrigens weit und breit unter dem Kalk, einem grünen und rothen Schiefer eingelagert fort, wir finden ihn am Gießhübel, ferner am Füllenberg bei Heiligenkreuz, bei Greinsfeld dortselbst und zwar in ansehnlichen Tagbrüchen ausgebeutet.

Diese an der Oberfläche grell-rothen Schiefer, welche die Ursache der rothen Färbung der Erde in den Weinbergen der Brühl sind, und in welchen die Fahrstraße nach Weißenbach eingeschnitten ist, bezeichnet man als Werfner Schiefer, sie sind das unterste Glied der Triasformation, in den Alpen als bunter Sandstein bekannt, und demselben zum Verwechseln ähnlich.

Mitten aber zwischen den Bergen der Brühl und den Gehängen des Geißberg zieht sich von Perchtolsdorf ein langer breiter Rücken hinauf, auf dem das Dorf Gießhübel liegt. Die Bildung desselben fällt in die Kreideformation, seine blauen Sandsteine und Conglomerate zählen zu den Ablagerungen, die in der Gosau bei Ischl so wundervoll schön und außerordentlich versteinerungsreich entwickelt sind, und man bezeichnet sie als Gosau-Sandstein.

Um dies flüchtige Bild der geologischen Verhältnisse der Umgebung Mödlings vollständig abzuschließen, muß noch eines interessanten Punktes Erwähnung geschehen. Es ist der Eichkogel, der eines der schönsten Panoramen dieser Gegend bietet. Frei schweift der Blick von den Wänden des Schneeberges, der hohen Wand, des Wechsels über die meilenweite fruchtbare Ebene hin an das Leithagebirge, die Hainburger Höhen, an die Visoka und an den Rochsturn der kleinen Karpathen, wo ganz andere, unserer Gegend fremde krystallinische und plutonische Felsmassen das Interesse wach halten.

Die Spitze aber des 1146 Fuß hohen Kegels auf dem man sich dem Naturgenusse hingegeben, besteht aus einem bisher nicht erwähnten Gesteine, es ist Süßwasserkalk, voll von Versteinerung, von Land- und Süßwasserschnecken, es ist eines der jüngsten Bildungen unserer miocänen Ablagerungen, zugleich aber auch der höchste Punkt, zu dem sie im Wiener Becken sich erheben.

Diese geologische Skizze verdanke ich der freundlichen Mittheilung des Herrn Felix Karrer.

Das Wasser wird durch eine von einem Pferde getriebene ziemlich primitive Pumpvorrichtung aus dem Brunnen gefördert, und durch eine metallene Röhrenleitung in die Badewannen geleitet. Frisch geschöpft ist das Wasser ganz klar, farb- und geruchlos von fadem Geschmacke, der einen ziemlich bedeutenden Gehalt von Salzen der alkalischen Erdmetalle erkennen läßt. Bei langem Stehen in offenen Gefäßen entsteht anfangs in spärlichen Flocken ein rostbrauner Absatz, beim Kochen erscheint sofort reichlich ein bedeutend lichter gefärbter Niederschlag. Sowohl im frisch geschöpften Zustande, als auch nach dem Kochen zeigt das Wasser keine sichtbare Reaction auf Lakmuspapier. Verdampft man das Wasser im Dampfbade zum Trocknen, so bleibt eine gelblichweiße Salzmasse zurück, welche beim Glühen sich schwach bräunt, indem die geringe Menge in Wasser gelösten organischen Stoffes verkohlt. Die Temperaturbestimmung des Wassers wurde mit einem Kapeller'schen Thermoter vorgenommen, sie ergab 11·5° C. bei einer Lufttemperatur von 24° C.

Die qualitative Analyse wies an gelösten Bestandtheilen nach:

Kohlensäure,	Thonerde,
Stickstoff,	Kalk,
Kieselsäure,	Strontian,
Schwefelsäure,	Magnesia,
Phosphorsäure,	Kali,
Chlor,	Natron,
Eisenoxyd,	Lithion.

Von diesen Bestandtheilen konnten Strontian und Lithion nur durch ihre charakteristischen Linien im Spectralapparate qualitativ nachgewiesen werden, die übrigen wurden sämmtlich quantitativ bestimmt.

Zur quantitativen Ermittlung der Gesammtkohlensäure wurde dieselbe durch ammoniakalische Chlorbariumlösung an Baryt gebunden, indem man an der Quelle eine Pipette von bekanntem Inhalte mit dem Wasser füllte und in gut verschließbare Gefäße ausfließen ließ, welche die Lösung enthielten.

Die Flüßigkeit sammt dem Niederschlage wurde im Laboratorium erwärmt, nach dem Absetzen unter möglichster Vermeidung des Luftzutrittes sehr gut ausgewaschen, abfiltrirt und im Kohlensäureapparate die Kohlensäure bestimmt.

Schwefelsäure und Chlor wurden aus separaten Wassermengen bestimmt, zur Ermittlung der esteren konnte das Wasser direct angewendet werden, während zur Chlorbestimmung dasselbe durch Eindampfen concentrirt werden mußte. Eine größere Wasserquantität wurde zur Bestimmung der Kieselsäure, des Eisenoxydes, des Kalkes, der Magnesia, des Kali und Natron verwendet; dieselbe wurde auf dem Wasserbade im Platingefäße unter Zusatz von Chlorwasserstoffsäure zur staubigen Trockne verdampft, die trockene Masse in verdünnter Chlorwasserstoffsäure aufgelöst, die abgeschiedene Kieselsäure abfiltrirt und gut gewaschen, das Filtrat wurde nach Zusatz von Salmiak mit Ammoniak gefällt, der Niederschlag abfiltrirt in Chlorwasserstoffsäure gelöst und durch Ammoniak nochmals gefällt; er enthält Eisenoxyd, Thonerde und Phosphorsäure, nach dem Filtriren und Auswaschen wurde er in Chlorwasserstoffsäure gelöst, die Lösung mit Jodkalium versetzt, und unter Beobachtung der nöthigen Vorsicht das abgeschiedene Jod durch unterschwefligsaures Natron ermittelt. Das Filtrat von dem durch Ammoniak enstandenen Niederschlag wurde auf dem Wasserbade eingeengt, mit Oxalsäure und Ammoniak der Kalk gefällt, nach vollständiger Abscheidung der oxalsaure Kalk filtrirt, der Niederschlag in Chlorwasserstoffsäure gelöst unter Zusatz von oxalsaurem Ammoniak mit Ammoniak wieder gefällt, filtrirt, und nun die vereinigten Filtrate zur Trockne abgedampft, und durch Glühen die ammoniakalischen Salze vollständig entfernt. Aus der rückständigen Masse wurde die Magnesia durch Barytwasser abgeschieden, aus ihrer Lösung in Schwefelsäure mit phosphorsaurem Natron und Ammoniak gefällt. Die Lösung der Alkalien nach Abscheidung des überschüßigen Baryts durch kohlensaures Ammoniak durch Zusatz von Chlorwasserstoffsäure in Chloride verwandelt, abgedampft, gewogen und hierauf das Kali durch Platinchlorid getrennt.

Zur Bestimmung der in kleinerer Menge im Wasser enthaltenen Stoffe als Eisenoxyd, Phosphorsäure, Thonerde, Strontian, Lithion diente der in einer Silberschale dargestellte Abdampfrückstand von fünfzehn Litre Wasser. Nachdem die Kieselsäure entfernt war, wurde mit Salmiak und Ammoniak gefällt, der Niederschlag gelöst, und nochmals gefällt, filtrirt, er war rothbraun gefärbt, enthielt neben dem Eisenoxyd und der Thonerde alle Phosphorsäure, seine Lösung in Chlorwasserstoffsäure wurde in einem Kolben mit Weinsteinsäure versetzt, mit Ammoniak neutralisirt und mit Schwefelammonium gefällt,

der Kolben gut verschloßen, nach 24 Stunden das Schwefeleisen abfiltrirt und als solches durch Glühen (nach Rose) bestimmt, die abfiltrirte Flüßigkeit mit kohlensaurem und salpetersaurem Natron versetzt, eingedampft und geglüht, der Rückstand in verdünnter Chlorwasserstoffsäure gelöst, die Lösung mit Ammoniak gefällt, gab einen weißen flockigen Niederschlag von phosphorsaurer Thonerde; im Filtrate brachte schwefelsaure Magnesia einen eben noch merkbaren krystallinischen Niederschlag von phosphorsaurer Ammoniak-Magnesia hervor, der zwar abfiltrirt und gewogen, aber wegen seines geringen Gewichtes von 0·0005 Grm. nicht in Rechnung genommen wurde. Das Filtrat von dem vereinigten Niederschlage des Eisenoxydes, der Thonerde und der Phosphorsäure ergab beim Prüfen auf Mangan ein negatives Resultat, es wurde daher aus demselben sofort durch Ammoniak und kohlensaures Ammoniak der Kalk mit etwa vorhandenem Baryt und Storntian gefällt, nach 12stündigem Stehen der Niederschlag der kohlensauren Erden abfiltrirt, und zur Prüfung auf Baryt und Strontian verwendet; es zeigten sich im Spectralapparate nur die Strontiumlinien, eine Gewichtsbestimmung war der kleinen Menge wegen nicht gut ausführbar. Das Filtrat von Kalkniederschlag abgedampft, zur Vertreibung der Ammorsalze geglüht, lieferte nach dem Kochen des Glührückstandes mit reiner Kalkmilch und der dadurch erfolgten Abscheidung der Magnesia das Materiale zur Lithionprüfung, es wurde jede Spur von Kalk aufs sorgfältigste durch kohlensaures Ammoniak getrennt, die gesammten Chloralkalien mit einer Mischung von Alkohol und Äther ausgezogen, der Auszug verdampft, und der spärliche Rückstand, der zu einer quantitativen Bestim[illegible] nicht zureichte vor dem Spektroskope geprüft, es zeigt[illegible] prachtvoll die Lithionlinien.

Die Prüfung auf Ammoniak wurde nach der Methode [illegible] singault vorgenommen, hiezu in zwei Versuchen je [illegible] Wassers verwendet; es ließ sich in beiden Versuch[illegible] kein Ammoniak nachweisen.

Die ungelösten nicht flüchtigen Stoffe wu[illegible] Weise bestimmt:

Je ein Litre des Wassers wurde für einen [illegible] saurem Natron bis zur alkalischen Reaction ve[illegible] bade (vor Staub geschützt) auf ein kleine[illegible] entstandene Niederschlag durch Filtration [illegible]

gewogenen Platintiegel zur Trockne verdampft, bei 140° C. getrocknet. gewogen, durch Glühen die organische Substanz entfernt, und nach dem Glühen gewogen. Endlich wurden noch, um die Richtigkeit der ganzen Analyse zu controlliren, gewogene Wassermengen eingedampft. und das Gewicht des bei 160° C. ausgesetzten Rückstandes bestimmt, hierauf durch Behandeln mit einem Überschuße von Schwefelsäure die vorhandenen Basen in Sulfate umgewandelt, die überschüßige Schwefelsäure verdampft, und das Gewicht neuerdings bestimmt, durch Vergleichung dieser Resultate mit den durch Rechnung aus den Einzelbestimmungen erhaltenen, läßt sich die Richtigkeit der Analyse constatiren.

Entwicklung von Gasblasen findet im Brunnenschacht nicht statt, die im Wasser gelösten Gase wurden durch Auskochen nach der üblichen Methode erhalten. Ihre Analyse ergab: Kohlensäure und Stickgas als Bestandtheile.

Im Jahre 1848 wurde im Laboratorium des Herrn Professors Schrötter durch v. Semianovsky das Mödlinger Wasser analysirt, ich lasse zum Vergleiche in den Tabellen eine Zusammenstellung dieser Analyse mit den von mir gewonnenen Resultaten folgen.

Specifisches Gewicht.

Gewicht des leeren Pikn[illegible] meter[illegible]	Gewicht des [illegible]knometers [illegible]llt mit de[illegible] [illegible]em Wasser	Gewicht des Piknometers mit Mineralwasser gefüllt	Specifisches Gewicht	Mittel
[illegible]	[illegible]·3735	[illegible]·440	1·00122	1·00126
[illegible]	[illegible]8·3735	[illegible]444	1·0013	

[illegible]-Kohlensäure.

[illegible]	[illegible]re	Entspricht für 10000 Theile	Im Mittel
[illegible]	[illegible]1	3·723	3·759
[illegible]	[illegible]3	3·796	

Kieselsäure.

Wassermenge in Grm.	Liefert Kieselsäure	Für 10000 Theile	Im Mittel
3103·9	0·110	0·354	0·358
3144	0·114	0·362	

Schwefelsäure.

Wassermenge in Grm.	Liefert schwefelsauren Baryt	Entspricht Schwefelsäure	Für 10000 Theile	Im Mittel
1001·3	0·829	0·2846	2·842	2·859
1001·3	0·839	0·2881	2·877	

Chlor.

Wassermenge in Grm.	Liefert Chlorsilber	Entspricht Chlor	Für 10000 Theile	Im Mittel
2002·5	0·055	0·0136	0·068	0·069
2002·5	0·058	0·0143	0·071	

Phosphorsäure und Thonerde.

Wassermenge in Grm.	Phosphorsaure Thonerde	Für 10000 Theile	Phosphorsäure	Thonerde
15018·9	0·010	0·007	0·004	0·003

Eisen.

Wassermenge in Grm.	Liefert Schwefeleisen	Entspricht Eisenoxyd	Für 10000 Theile	Im Mittel
15018·9	0·019	0·0173	0·012	0·013
6198		0·008	0·013	

Gesammt-Kalk.

Wassermenge in Grm.	Liefert kohlensauren Kalk	Entspricht Kalk	Für 10000 Theile	Im Mittel
3144	1·105	0·6188	1·968	1·968
3053·8	1·073	0·6009	1·967	

Kalk,

der beim Kochen des Wassers gelöst bleibt.

Wassermenge in Grm.	Kalk	Für 10000 Theile	Mittel
200·25	0·008	0·399	0·393
400·50	0·0155	0·387	

Magnesia.

Wassermenge in Grm.	Liefert pyrophosphorsaure Magnesia	Entspricht Magnesia	Für 10000 Theile	Im Mittel
3053·8	1·045	0·3766	1·233	1·224
3144	1·059	0·3816	1·214	

Kali und Natron.

Wassermenge in Grm.	Liefert		Entspricht		Für 10000 Theile		Mittel	
	KCl + NaCl	KPtCl3	KCl	NaCl	Kali	Natron	Kali	Natron
3103·9	0·5915	0.203	0·0619	0·2296	0·126	0·392	0·126	0·393
3053·8	0·288	0·201	0·061	0·227	0·125	0·394		

Organische Substanz.

Wassermenge in Grm.	Glühverlust des bei 140° C. getr. Rückstandes	für 10000 Theile	Im Mittel
1001·3	0·009	0·090	0·090
1001·3	0·009	0·090	

Summe der fixen Bestandtheile.

Wassermenge in Grm.	Abdampfrückstand bei 160° C. getrocknet	Abdampfrückstand in Sulfate verwandelt	Für 10000 Theile	
			Abdampfrückstand	Sulfate
250·3	0·223	0·247	8·92	9·868

Zusammenstellung der Mittelwerthe für 10000 Theile des Wassers.

	Analyse 1866	Analyse von Semianovsky 1848
Kohlensäure	3·759	2·4
Schwefelsäure	2·859	2·7457
Kieselsäure	0·358	0·094
Phosphorsäure	0·004	...
Chlor	0·069	0·0744
Eisenoxyd	0·013	0·040
Thonerde	0·003	...
Kalk	1·968	1·6392
Strontian	Spuren	...
Magnesia	1·224	1·0803
Kali	0·126	...
Natron	0·393	0·3255
Lithion	Spuren	...
Organ. Substanz	0·090	...
Summe der fixen Bestandtheile	8·92	8·1198
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate	9·868	...

Fügt man die einzelnen Bestandtheile zu Salzverbindungen zusammen, indem man die näheren Verwandtschaften und den beim Kochen des Wassers sich abscheidenden kohlensauren Kalk als Grundlagen dafür nimmt, so erhält man die in der folgenden Tabelle enthaltenen Salze als Bestandtheile des Mödlinger Wassers.

Bestandtheile	Für 10000 Theile	Für ein Wiener Pfund = 7680 Grane.
Schwefelsaures Kali	0·233	0·1789
Schwefelsaures Natron	0·900	0·6912
Schwefelsaures Lithion	Spuren	Spuren
Schwefelsaures Strontian	Spuren	Spuren
Schwefelsaurer Kalk	0·954	0·7327
Schwefelsaure Magnesia	2·526	1·9400
Chlor-Magnesium	0·092	0·0707
Kohlensaures Eisenoxydul . . .	0·019	0·0146
Kohlensaurer Kalk	2·812	2·1596
Kohlensaure Magnesia	0·975	0·7485
Phosphorsaure Thonerde	0·007	0·0053
Kieselsäure	0·358	0·2649
Organische Substanz	0·090	0·0691
Kohlensäure, halbgebunden . . .	1·875	1·4400
Kohlensäure, frei	0·009	0·0069
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	8·960	6·8813
Summe der fixen Bestandtheile gefunden	8·920	6·8506
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate berechnet	9·962	7·5508
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate gefunden	9·868	7·5786

Analyse der aus dem Wasser durch Auskochen gewonnenen Gase.

(Die Volumina sind auf 0 Grad und 1 Meter Druck reducirt.)

Nach der Gasfüllung 31·7

Nach Absorption mit Kalihydrat 13·2 entspricht:

13·2 Volum Stickstoff, und

18·5 „ Kohlensäure

für 100 Theile.

Kohlensäure . . . 58·4

Stickstoff . . . . 41·6

Über Quercitrin.

Von dem w. M. **Dr. Friedrich Rochleder.**

In einer Notiz: Über das Vorkommen des Quercitrin als Blüthenfarbstoff, welche in dem XXXIII. Bande, pag. 565, des Jahrganges 1858 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kais. Akademie sich abgedruckt findet, habe ich angegeben, daß die völlig entwickelten Blätter von *Aesculus Hippocastanum* eine nicht sehr bedeutende Quantität von Quercitrin enthalten, daß dieses nicht in den jungen Blättern enthalten ist, wenn sie aus den Knospen hervorbrechen. Ich theile hier die Analysen von Quercitrin und daraus dargestelltem Quercetin mit, die Herr A. Kavalier ausgeführt hat. Da durch fractionirte Ausfällung mit Bleiessig und Abscheidung aus den Bleisalzen das Material gewonnen wurde, welches zu den verschiedenen Analysen diente, ist durch diese Analysen zugleich der Beweis geliefert, daß kein dem Quercetin homologer Körper neben dem Quercitrin vorhanden ist. Die Substanz, deren unter dem Namen Queraescitrin in der Abhandlung über Quercitrin von Herrn Prof. Hlasiwetz Erwähnung geschieht, ist hier nicht weiter berücksichtigt. Da das Quercitrin bei 100° C. im Vacuo getrocknet zu den Analysen verwendet wurde, bei dieser Temperatur aber das Wasser nur sehr langsam und stets unvollständig entweicht, so ist der Gehalt an Wasser in den verschiedenen Analysen ein verschiedener.

0·234 Quercitrin gaben 0·4615 Kohlensäure und 0·1012 Wasser. Diesen Zahlen entspricht die Formel $C_{66}H_{34}O_{38} = C_{66}H_{30}O_{34} + 4HO$.

			Berechnet		Gefunden
C_{66}	= 396	—	53·95	—	53·79
H_{34}	= 34	—	4·63	—	4·81
O_{38}	= 304	—	41·42	—	41·40
	734	—	100·00	—	100·00

0·2238 Quercitrin gaben 0·4309 Kohlensäure und 0·0983 Wasser, was der Formel $C_{66}H_{36}O_{40} = C_{66}H_{30}O_{34} + 6HO$ entspricht.

		Berechnet		Gefunden
$C_{66} = 396$	—	52·66	—	52·51
$H_{36} = 36$	—	4·79	—	4·88
$O_{40} = 320$	—	42·55	—	42·61
752	—	100·00	—	100·00

0·2392 Quercitrin gaben 0·4655 Kohlensäure und 0·1057 Wasser, was der Formel $C_{66}H_{35}O_{39} = C_{66}H_{30}O_{34} + 5HO$ entspricht.

		Berechnet		Gefunden
$C_{66} = 396$	—	53·30	—	53·12
$H_{35} = 35$	—	4·71	—	4·91
$O_{39} = 312$	—	41·99	—	41·97
743	—	100·00	—	100·00

0·1471 Quercitrin gaben 0·2978 Kohlensäure und 0·0598 Wasser, entsprechend der Formel $C_{66}H_{32}O_{36} = C_{66}H_{30}O_{34} + 2HO$.

		Berechnet		Gefunden
$C_{66} = 396$	—	55·31	—	55·21
$H_{32} = 32$	—	4·47	—	4·51
$O_{36} = 288$	—	40·22	—	40·28
716	—	100·00	—	100·00

Das aus dem Quercitrin dargestellte Quercetin gab folgende Zahlen bei der Analyse:

0·1834 gaben 0·3953 Kohlensäure and 0·0635 Wasser, entsprechend der Formel $C_{54}H_{18}O_{24} + 2HO$.

		Berechnet		Gefunden
$C_{54} = 324$	—	58·70	—	58·78
$H_{20} = 20$	—	3·62	—	3·85
$O_{26} = 208$	—	37·68	—	37·37
552	—	100·00	—	100·00

In der oben erwähnten Notiz findet sich angegeben, daß die Blüthen der Roßkastanie sowohl Quercitrin als Quercetin enthalten. In den Cotyledonen der Roßkastanien ist ein gelber Farbstoff enthalten, aus dem ich Quercetin darstellen konnte, den Farbstoff selbst habe ich nicht krystallisirt erhalten können.

Die Bildung des Quercitrin findet bei der Roßkastanie in den Blättern statt, aus Bestandtheilen, die wir in der Rinde finden, die in die Tegmina der Knospen übergehen, und von da in die jungen Blätter gelangen. Da das Aesculin dieselbe Zusammensetzung (procentisch) hat wie das Quercetin, so ließe sich die Entstehung des Quercetin aus Aesculetin leicht erklären. Daß aber auch das Fraxin zur Bildung von Quercetin verwendbar sei, ergibt sich aus dem Umstande, daß in der Rinde von *Fraxinus excelsior* Fraxin enthalten ist, und wie Herr Gintl gefunden hat auch Fraxetin. In den Blättern von *Fraxinus excelsior* hat Herr Gintl im Sommer eine krystallisirte, blaßgelbe Substanz entdeckt, die mit Salzsäure in wässeriger Lösung erhitzt, Quercetin gab. Die Rinde und die Blätter von *Fraxinus excelsior* enthalten kein Äsculin und keinen Kastaniengerbstoff, das Fraxin ist der gemeinsame Bestandtheil. Die Untersuchung des Apfelbaumes scheint mir die Bildung von Quercetin aus dem Kastaniengerbstoff sehr wahrscheinlich zu machen, ebenso die Zusammensetzung der Blätter von *Rhododendron*, *Ledum* und *Calluna*. Die Resultate dieser Untersuchungen werde ich alsbald vorzulegen im Stande sein.

Über die Wirkung des Physostigmins auf die Amphibien.

Beobachtungen von M. Vintschgau.

(Vorgelegt in der Sitzung am 2. November 1866.)

In meiner vorläufigen Mittheilung über die Wirkung der Calabarbohne wird bei Besprechung ihrer Wirkung auf die Vögeln einfach bemerkt, daß die Thiere zuletzt von heftigen tetanischen Krämpfen befallen werden [1]).

Vicentini und Pasqualigo äußern sich in den Inaugural-Dissertationen nach Anführung von zwei bei Vögeln angestellten Versuchen und nach einigen Betrachtungen über dieselben in Hinsicht auf die beobachteten tetanischen Krämpfe folgendermaßen [2]): „mit Berücksichtigung der vielen von anderen Beobachtern angestellten Versuche, deren in dem geschichtlichen Theil [3]) Erwähnung geschah, wollen wir durchaus nicht behaupten, daß die tetanischen Krämpfe für die Vergiftung durch die Calabarbohne charakteristisch sind, um so mehr als wir keine Versuche an Säugethieren angestellt und die kaltblütigen uns diese Erscheinungen nicht gezeigt haben. Vielleicht sind die Krämpfe eine Erscheinung, die man blos bei Vögeln beobachtet.“ Man hätte jedoch auch hinzusetzen können, daß diese tetanischen Krämpfe wahrscheinlich keine anderen seien als jene, welche in vielen Fällen dem Tode vorausgehen.

Die ungefähr vor zwei Jahren an Amphibien angestellten Versuche haben gezeigt, daß die Frösche eine große Quantität des Extractes [4]) der Calabarbohne vertragen und daher erachtete ich es als nothwendig, auch einige Versuche mit dem Physostigmin, welches

---

1) M. Vintschgau, Risultamenti di alcune esperienze imprese colla fava del Calabar. Atti dell' Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Serie III, Vol. IX.

2) P. Pasqualigo, La fava del Calabar — Esperimenti fisiologici — Dissertazione inaugurale, Padova 1865, pag. 10.

3) G. Vicentini, La fava del Calabar — Cenni storici — Dissertazione inaugurale — Padova 1865.

4) Das Calabarbohnen-Extract wurde durch Herrn Dr. Lamatsch in Wien aus London bezogen.

nach der Methode von Jobst und Hesse [1]) dargestellt wurde, vorzunehmen. Zu dem Zweck ersuchte ich Herrn Merk in Darmstadt, mir eine kleine Menge des nach der genannten Methode dargestellten Physostigmins zukommen zu lassen, und er schickte mir mit der größten Bereitwilligkeit das Gift, wofür ich ihm nun auch öffentlich meinen wärmsten Dank ausspreche.

Das mir zugeschickte Physostigmin hatte die Consistenz eines dickflüssigen Extractes, in einiger Zeit jedoch wandelte es sich in eine harte Masse um; es hatte eine fast schwarze Farbe, löste sich in schwach ammoniakalischen und in mit Salzsäure schwach angesäuertem Wasser leicht auf. Bei fast allen meinen Versuchen bediente ich mich einer Lösung des Physostigmins in verdünnter Salzsäure (0·4%).

Die Amphibien, welche der Untersuchung unterworfen wurden, sind folgende: *Hyla viridis, Rana esculenta, Bufo vulgaris, Podarcis muralis, Triton cristatus, Salamandra maculosa, Coluber viridis flavus var. carbonarius, Emys europea.* Letztere drei sind zu solchen Versuchen sehr wenig geeignet.

Bevor ich jedoch die nöthigen Betrachtungen anstelle, will ich für jedes Thier einen Versuch anführen.

1. Versuch. **Hyla viridis.**

11·45. Es wird eine geringe Menge einer ammoniakalischen Lösung des Physostigmins in die Mundhöhle eingespritzt.

11·50. Heftige tetanische Krämpfe des Thieres, welche bei der Berührung sich wiederholen. Sie treten oft von selbst ein, immer jedoch, wenn das Thier auch nur leise berührt wird. Durch die Haut sieht man das Herz pulsiren.

12·00 Man sieht die hinteren Lymphherzen deutlich pulsiren; die tetanischen Krämpfe entstehen sogar, wenn das Thier von einer Fliege berührt wird und in dem Augenblicke schreit es auf.

12·05. Sowohl das Blut als auch die Lymphherzen schlagen fort; tetanische Krämpfe; die Muskeln des Unterkiefers bewegen sich, daher das Thier fortfährt zu athmen.



---

[5]) J. Jobst und O. Hesse. Über die Bohne von Calabar. Annalen der Chemie. Vol. 128, pag. 115 und folg.

12·50. Gleiche Erscheinungen.

5·00. Das Thier ist wieder hergestellt.

Nach zwei Tagen lebt es noch.

2. Versuch. **Rana esculenta.**

3·08. Es wird eine kleine Menge des in Salzsäure gelösten Physostigmins in die Mundhöhle des Frosches injicirt.

3·11. Beim Klopfen auf das Glasgefäß, in welchem das Thier sich befindet, scheint es von tetanischen Krämpfen befallen zu werden.

3·14. Die tetanischen Krämpfe des Thieres beim Klopfen auf das Gefäß treten nun deutlich hervor; die Athmung dauert fort.

3·25. Da es schien, daß die tetanischen Krämpfe wieder etwas abgenommen hätten, so wurde nun die gleiche Quantität Physostigmins unter die Rückenhaut injicirt.

3·30. Die tetanischen Krämpfe sind stärker, das Thier ist aber nicht besonders abgeschlagen.

3·37. Die Athmungsbewegungen, obwohl seltener, dauern fort; heftige tetanische Krämpfe auch bei der leisesten Berührung des Gefässes.

3·46. Spontane tetanische Krämpfe; das Thier ist nach einigen Anfällen so abgeschlagen, daß auch die Berührung keine hervorruft, dies geschieht jedoch nachdem es einige Zeit ausgeruht hatte.

4·15. Der Frosch erscheint wie todt, nur bei der Berührung entstehen manchmal schwache tetanische Krämpfe; das Blutherz fährt fort zu schlagen.

4·28. Die Nerven sind noch erregbar; nur sind die Muskelzusammenziehungen in Folge der Reizung derselben schwächer, als bei directer Reizung der Muskel.

3. Versuch. **Bufo vulgaris.**

4·08. Es wird eine geringe Menge von in verdünnter Salzsäure gelöstem Physostigmin unter die Rückenhaut injicirt.

4·22. Es entstehen die ersten tetanischen Krämpfe beim Anklopfen auf das Gefäß.

4·35. Deutliche tetanische Contraction, sowohl bei Anklopfen auf das Gefäß als auch auf den Tisch.

Um 11 Uhr Abends, um welche Stunde das Thier beobachtet wurde, dauerten die tetanischen Krämpfe fort; am Morgen des folgenden Tages aber hatten sie aufgehört und es war nicht möglich das Thier von einem gesunden zu unterscheiden.

4. Versuch. **Podarcis muralis.**

3·30. Injection in die Mundhöhle einer kleinen Menge von in verdünnter Salzsäure gelöstem Physostigmin.

3·36. Die vorderen Extremitäten sind wie gelähmt.

3·37. Das Thier scheint wie todt; die leiseste Berührung aber verursacht heftige tetanische Krämpfe.

3·42. Spontaner Tetanus.

3·51. Das Thier rührt sich nicht beim Eröffnen des Torax; das Herz schlägt, und um

4·30. dauerten die Herzschläge fort.

5. Versuch. **Triton cristatus** [1]).

3·30 Es wird in die Mundhöhle eine geringe Menge Physostigmin injicirt, welches in verdünnter Salzsäure aufgelöst war.

3·33. Das Thier ist schwach, doch geht es; bei der leisesten mechanischen Reizung sucht es zu entfliehen.

3·47. Da die Vergiftungssymptome nicht besonders ausgesprochen sind, wird eine neue Injection vorgenommen.

3·55. Die Abgeschlagenheit ist bedeutend; es wird keine Hautsecretion beobachtet; bei der Reizung windet sich das Thier, sucht aber nicht zu entkommen.

4·00. Das Thier auf den Rücken gelegt dreht sich mit Hilfe der Rückenmuskeln um; die Extremitäten sind unbeweglich. Bei der Reizung entstehen deutliche tetanische Krämpfe.

6. Versuch. **Salamandra maculosa.**

Ich unternahm an diesen mehrere Versuche, indem ich bald in die Mund- bald in die Bauchhöhle eines und desselben Thieres bis auf 9 Milligr. Physostigmins injicirte, ohne jedoch deutliche Erscheinungen beobachten zu können; eine leichte Abgeschlagenheit des Thieres, und einige schwache tetanische Krämpfe bei der Berührung

---

[1]) In der Dissertation von Pasqualigo (S. 16 u. folg.) ist ein bedeutender Fehler unterlaufen. Man spricht nämlich immer von *Salamandra maculata*, während es sich dagegen um *Triton cristatus* handelte.

waren die einzigen Erscheinungen. Die Thiere wurden Ende Octobers gefangen und in den ersten Tagen des Novembers den Versuchen unterworfen.

7. Versuch. **Coluber viridis flavus var. carbonarius.**

Die drei mit dem Coluber angestellten Versuche hatten nicht so deutliche Ergebnisse, als jene mit den zuerst genannten Thieren, alle drei jedoch starben in Folge der Vergiftung, ohne tetanische Krämpfe zu zeigen.

8. Versuch. **Emis europea.**

Ich wendete zu diesem Versuch nur ein Thier an, und injicirte die Lösung des Physostigmins unter die Haut eines Fußes. Das Thier starb nicht, sondern zeigte blos eine gesteigerte Empfindlichkeit, soweit man überhaupt bei so torpiden Thieren auf eine solche schließen kann.

In Anbetracht der hier ausführlich mitgetheilten und der der Kürze halber nicht erwähnten Versuche läßt sich — wie ich glaube — Folgendes sagen. Die hervorragendste Erscheinung, die man einige Zeit nach der Einführung des nach Jobst und Hesse dargestellten Physostigmins im Organismus mehrerer Amphibien beobachtet, ist der tetanische Krampf, welcher bald spontan, bald dann eintritt, wenn man das Thier leise berührt. Die Krämpfe haben die größte Analogie mit jenen, die sich bei der Strychninvergiftung zeigen. Wer die vergifteten Thiere zum ersten Male sieht, ohne zu wissen, welches Gift angewendet wurde, muß glauben, daß es sich um eine Strychninvergiftung handle, da das leiseste Anklopfen auf das Gefäß, in welchem sich die Thiere befinden, die Berührung durch eine Fliege hinreichende Veranlassungen zu den heftigsten Krämpfen sind. Nach einem heftigen tetanischen Krampfanfalle ist es oft nöthig, daß das Thier eine kurze Weile ausruhe, damit nach einer neuen Reizung neue Krämpfe entstehen, jedoch nicht immer, da man manchmal auch, wenn man die Reizung in kurzen Intervallen wiederholt, eine beständige Contraction erzeugen kann.

Die beobachteten tetanischen Krämpfe schienen mir eine so besondere Erscheinung und der Beschreibung, welche uns die meisten Schriftsteller über die Wirkung der Calabarbohne geliefert, so entgegengesetzt zu sein, daß in mir der Zweifel entstand, ob vielleicht das von Herrn Merk mir geschickte Physostigmin nicht etwa

mit Strychnin verunreinigt gewesen, oder in meinem Laboratorium diese Verunreinigung unterlaufen sei. Ich schrieb daher ein zweites Mal dem Herrn Merk und er sandte mir mit der größten Freigebigkeit eine neue von ihm selbst dargestellte Menge Physostigmins. Wolle er daher nochmals den Ausdruck meiner Dankbarkeit für seine Zuvorkommenheit entgegen nehmen.

Das zweite Physostigmin war ein feines, rothbraunes in verdünnter Salzsäure leicht lösliches, bei der mikroskopischen Untersuchung als amorph sich darstellendes Pulver. Mit diesem unternahm ich besonders bei Fröschen mehrere Versuche, beschränke mich jedoch auf die Mittheilung eines der best gelungenen.

9. Versuch. **Rana esculenta.**

3·36. Das Thier rührt sich nicht beim Anklopfen auf das Glasgefäß, es springt bei der Berührung mit einem stumpfen Körper auf; dasselbe geschieht, doch in geringerem Grade, wenn man es sticht; wenn man es auf den Kopf oder längs dem Rücken sticht, springt es ein wenig ohne sich auf die Füße zu heben oder sich zu wölben.

Von 4·02 bis 4·35 werden 0·0038 Grm. Physostigmin (zweite Sendung) in verdünnter (0·4%) Salzsäure aufgelöst in die Mundhöhle eingespritzt. Das Thier wird bis 9 Uhr Abends beobachtet ohne daß man irgend ein Vergiftungssymptom wahrnehmen konnte.

Am folgenden Tage von

9·15 Vormit. bis 9·20 werden 0·0038 Grm. desselben Physostigmins injicirt. Es wurde jede mögliche Vorsicht angewendet, damit das Thier das Gift hinunterschlucke.

Bis 12·15 zeigte das Thier keine besondere Erscheinung.

Sowohl um 4·00 als auch um 9·15 Nachmit. wurden folgende Erscheinungen beobachtet. Der Frosch rührt sich nicht beim Klopfen auf das Gefäß; bei der unmittelbaren Berührung mit einem stumpfen oder mit einem spitzigen Körper schreit er auf und springt leichter, als ehe er vergiftet war.

In den zwei folgenden Tagen, während welcher der Frosch beobachtet wurde, zeigte er keine besondere Erscheinung, daher werden am fünften Tage um

10·32. 0·0019 Grm. desselben Physostigmins unter die Rückenhaut injicirt.

11·15. Das Thier rührt sich nicht beim Anklopfen an das Gefäß, nur bei der unmittelbaren Berührung scheint es mehr erregbar zu sein.

2·10. Beim Klopfen auf das Gefäß rührt sich das Thier nicht, bei der leisesten, unmittelbaren Berührung springt es und manchmal schreit es auf; es kann daher kein Zweifel sein, daß das Thier hyperästetisch ist, oder daß das Rückenmark erhöhte Reflexthätigkeit erlangte. Nachdem die Erscheinungen nicht so deutlich sind wie man es wünscht, so werden um

3·04. 0·0019 Grm. desselben Physostigmins unter die Rückenhaut injicirt.

3·35. Der Frosch ist sehr abgeschlagen; bei der Berührung fällt nichts auf; wenn man ihn von einer geringen Höhe fallen läßt, treten leichte tetanische Krämpfe ein. Die hervorragendste Erscheinung ist jedoch die Abgeschlagenheit.

4·00. Beim Anklopfen an das Gefäß einige Krämpfe des Frosches; beim Klopfen auf den Tisch erschrickt er und wird von einem augenblicklichen tetanischen Krampf überfallen; bei der Berührung momentane Contraction aller Muskeln.

4·22. Bei jeder mechanischen Reizung sowohl beim Klopfen auf das Gefäß oder auf den Tisch, als auch bei Berührung des Frosches, beim Aufheben desselben, beim Fallenlassen eines Fußes, entstehen tetanische Krämpfe, welche aber nicht so heftig sind, als jene in Folge der Vergiftung mit dem Physostigmin erster Sendung.

4·35 Dieselben Symptome dauern fort.

7·30. Der Frosch macht noch einige Athmungsbewegungen, es dauern die früheren Symptome fort, nur etwas verstärkt.

9·05. Die tetanischen Krämpfe erreichen auch in Folge der leisesten mechanischen Reizung eine große Intensität.

11·30. Man könnte den Frosch für todt halten, wenn nicht beim Klopfen auf das Gefäß oder auf den Tisch leichte tetanische Krämpfe entstünden.

Mitternacht. Der Frosch ist todt; der Herzventrikel steht still und ist etwas zusammengezogen; die Herzvorhöfe mit wenig Blut gefüllt und pulsirend.

Die hervorragendste Erscheinung, welche bei der Vergiftung mit dem zuerst gesendeten Physostigmin beobachtet wurde, nämlich die tetanischen Krämpfe, zeigt sich ebenfalls bei der Vergiftung mit dem zweiten. Die tetanischen Krämpfe müssen daher ebenfalls für eine charakteristische Wirkung des Giftes gehalten werden. Zwischen beiden Arten von Physostigmin finden sich jedoch einige Unterschiede, welche erst später zur Sprache kommen werden.

Es ist vielleicht überflüßig zu erwähnen, daß beide Arten des Giftes auch auf das Auge des Kaninchens applicirt wurden, beide erzeugten Myosis, obwohl in verschiedenem Grade, die gleiche Concentration der Lösungen vorausgesetzt.

Einige Fragen, die sich uns aufdrängen, müssen jetzt beantwortet werden. Erstens, welche ist die nöthige Menge des Giftes um einen Frosch zu vergiften, oder in welcher Verdünnung äußert das Physostigmin noch eine Wirkung auf die Amphibien? Um diese Frage zu beantworten, bediente ich mich blos des gemeinen und des Laubfrosches, höchst selten des Podarcis und des Triton.

Das jedesmalige Abwägen der kleinen für eine Injection nöthigen Menge des Physostigmins hätte eine längere Zeit erfordert ohne jedoch fehlerfrei Resultate zu liefern; daher wendete ich die volumetrische Methode an. Die Schnelligkeit des Ausmessens bei derselben, die annäherden Zahlen, die eben verlangt werden, geben ihr den Vorzug, obwohl sie für solche Versuche ebenfalls nicht ganz exact ist.

Zu dem Zweck wurde eine genau gewogene Menge des Physostigmins in einer genau gemessenen Menge verdünnter Salzsäure gelöst. Um die Injection in den Mund oder unter die Haut vornehmen zu können, gebrauchte ich eine Glasröhre, die unter rechten Winkeln gebogen war. Das der Biegung zunächst liegende Ende der Röhre war in eine Spitze ausgezogen. Unmittelbar oberhalb der rechtwinkeligen Biegung machte ich ein kleines Zeichen und es war nun sehr leicht, durch Abwägen die Menge der Physostigmin-Lösung zu bestimmen, welche zwischen dem Zeichen und der äußersten Öffnung der Spitze enthalten war. Diese Methode kann auch einer Controlprobe unterworfen werden. Wenn nämlich die Capacität des be-

stimmten Röhrentheiles bekannt ist, so läßt sich im voraus sagen, wie viele Injectionen man mit einer bestimmten Menge der Lösung vornehmen kann; die wirklich vorgenommenen Injectionen sollen dann mit den berechneten übereinstimmen. Die angestellten Versuche haben keine vollständige Übereinstimmung gezeigt, worüber wir uns nicht wundern dürfen, indem oft statt der ganzen blos die Hälfte der Menge der Lösung, welche die Röhre halten konnte, injicirt wurde; da es sich aber nicht um eine absolute, sondern blos um eine approximative Zahl handelte, so hielt ich eine größere Genauigkeit für unnöthig; dazu kommt noch meine Überzeugung, daß die beiden Arten von Physostigmin nicht vollkommen rein waren oder wenigstens, daß man, da sie nicht krystallisirt waren, nicht volle Sicherheit über ihre Reinheit haben konnte und ferner, daß die Empfänglichkeit der einzelnen Thiere für das Gift sehr verschieden ist.

Von dem ersten Physostigmin waren 0·0004 Grm. hinreichend um deutliche Vergiftungs-Symptome — den Tetanus — zu erzeugen, ja in einzelnen Fällen genügten sogar 0·0002 Grm., eine gewiß sehr geringe Menge. Von dem zweiten Physostigmin war hingegen bedeutend mehr nöthig, wenigstens 0·002—0·004 Grm., welche unter der Haut injicirt wurden. Aus diesen Angaben kann man deutlich entnehmen, daß das zweite von Merk mir geschickte Physostigmin weniger wirksam war als das erste und seine geringe Wirkung zeigte sich auch auf die Regenbogenhaut der Kaninchen, denn um eine starke Myosis zu erzielen, war eine concentrirtere Lösung erforderlich als von dem ersten.

In Hinsicht der Einverleibungsstellen des Giftes ist zu bemerken, daß ich die Injectionen blos in die Mundhöhle und unter die Rückenhaut vornahm; für das erste Physostigmin war das Atrium gleichgiltig, denn ich fand in beiden Fällen keinen nennenswerthen Unterschied, vom zweiten war dagegen eine größere Menge nöthig, sobald die Injection in die Mundhöhle, statt unter der Rückenhaut vorgenommen wurde: sogar 0·004 Grm. in die Mundhöhle eingespritzt erzeugten keine bedeutende Erscheinung, obwohl ich darauf achtete, daß das Thier das Gift verschluckte. Dieses Ergebniß erscheint sehr deutlich aus dem oben unter Nr. 9 angeführten Versuch; durch zwei Tage wurden täglich 0·0038 Grm. des Giftes injicirt, ohne weitere Erscheinungen beobachten zu können, als eine leichte Hyperaesthesie,

dieselbe Menge dagegen unter der Haut injicirt, erzeugte einen heftigen Tetanus.

Bezüglich der Zeit, binnen welcher die ersten tetanischen Krämpfe nach der Einführung des Giftes sich zeigen, fand ich ebenfalls einen bedeutenden Unterschied zwischen beiden Arten von Physostigmin.

Im Allgemeinen zeigte das Thier 5—10 Minuten nach der Beibringung der ersten Sorte ganz deutliche tetanische Krämpfe, dagegen veranlaßte die zweite die Vergiftungs-Erscheinungen erst nach einigen Stunden und nur in seltenen Fällen schon nach einer halben Stunde. Wir sehen daher neuerdings, daß das zweite Physostigmin weniger wirksam war als das erste.

Es ist weiter nöthig zu bemerken, daß bei dem zweiten Physostigmin das zuerst beobachtete Vergiftungs-Sympton im Allgemeinen die Abgeschlagenheit des Thieres war; bei dem ersten dagegen traten zunächst die tetanischen Krämpfe auf, und erst später die Abgeschlagenheit, jedoch kann ich nicht verschweigen. daß an dem Triton und dem Podarcis bei der Vergiftung mit dem ersten Physostigmin ebenfalls zunächst eine Abgeschlagenheit sich zeigte.

Die mit dem zweiten Physostigmin vergifteten Laubfrösche zeigten eine Veränderung der Hautfarbe bei der Einspritzung des Giftes sowohl unter die Rückenhaut als auch in die Mundhöhle und damit ist zugleich die Einwendung beseitigt, daß diese Farbveränderung eine locale Wirkung des Giftes sei. Die hellgrüne Färbung ändert sich nach und nach in eine dunkelgrüne, welche mehre Tage anhielt, die ursprüngliche Farbe kehrte erst längere Zeit, nachdem die Thiere sich von der Vergiftung erholt hatten, langsam zurück.

Eine weitere Beobachtung, die ich besonders bei der Vergiftung mit dem zweiten Physostigmin zu machen Gelegenheit hatte, war die, daß sich sowohl bei Fröschen als auch bei Laubfröschen keine weiteren Erscheinungen darboten, als eine vermehrte Empfindlichkeit, welche sich bei der leisesten Berührung durch einen grellen, von dem gewöhnlichen Quaken verschiedenen Schrei äußerte.

Diese Erscheinung in Verbindung mit den tetanischen Krämpfen zeigt, daß das Physostigmin auf das Rückenmark ebenso wie das Strychnin wirkt.

Um die Wirkung des Physostigmins auf das Rückenmark zu zeigen, bediente ich mich blos der Frösche und des ersten Physo-

stigmins, als dasjenige, welches eine sichere und schnellere Wirkung hatte.

Ich erachte es für unnöthig alle die angestellten Versuche besonders anzuführen und glaube, daß die Mittheilung folgender hinreichend sei.

10. Versuch. **Rana esculenta.**

3·15. Die Art *illiacae com.* wurden nach der von Bernard angegebenen Methode unterbunden.

3·17. Es wird 0·001 Grm. Physostigmin unter die Rückenhaut injicirt.

3.21. Tetanische Krämpfe bei der leisesten Berührung des Thieres.

3·31. Die Erscheinungen sind sehr deutlich; die tetanischen Krämpfe befallen auch die hinteren Extremitäten.

4·21. Das Thier fährt fort zu athmen.

4·50. Die Athmung dauert fort; bei der Berührung der hinteren Extremitäten entstehen heftige tetanische Krämpfe.

4·57. Es wird 0·001 Grm. Physostigmin unter die Rückenhaut injicirt.

5·30. Die Athmung dauert fort, von Zeit zu Zeit tetanische Krämpfe in allen Muskeln.

Ich konnte das Thier bis nach Mitternacht beobachten; die tetanischen Krämpfe dauerten fort, waren aber schwächer geworden.

Um 8 Uhr des folgenden Tages (zwanzig Stunden nach der ersten Injection des Giftes) hatten die tetanischen Erscheinungen aufgehört: das Thier konnte jedoch die hinteren Extremitäten nicht bewegen; die Schwimmhaut und die Zehen waren bedeutend geröthet. Eine Stunde später war das Thier todt.

11. Versuch. **Rana esculenta.**

9·26. Es werden Gehirn und verlängertes Mark zerstört.

9·33. 0·0004 Grm. Physostigmin werden unter der Rückenhaut injicirt.

9·41. Bei Berührung der hinteren Extremitäten entstehen blos in diesen selbst tetanische Krämpfe; der vordere Theil des Körpers bleibt ruhig; durch mechanische Reizung an demselben kann man keine tetanische Krämpfe hervorrufen.

11·31. Schon seit einiger Zeit haben die tetanischen Krämpfe aufgehört.

Am folgenden Tag wurde der Frosch todt gefunden, leichte Todtenstarre, das Rückenmark wurde zwischen dem ersten und zweiten Wirbel durchschnitten.

Die eben mitgetheilten Versuche und die Beobachtung, daß die mit Physostigmin vergifteten Frösche die tetanischen Krämpfe mehrere Stunden ertragen, können als Beweis angeführt werden, daß das Gift nicht wie das Curare auf die peripherischen Nervenäste wirkt; um jedoch mit Sicherheit zu ermitteln, ob es eine Wirkung auf die motorischen Nerven oder auf die Muskeln ausübe, habe ich häufig nach Aufhören der tetanischen Krämpfe die Reizbarkeit beider untersucht.

Daher unternahm ich etliche Versuche, es wäre jedoch überflüßig alle besonders zu erwähnen, weßhalb ich nach Besprechung ihrer Resultate blos einige von ihnen mittheilen werde.

Unter dreizehn Versuchen, bei welchen die Reizbarkeit der Nerven und der Muskeln geprüft wurde, waren die Schenkelnerven nur in dreien auch auf schwache Reizung — die inducirte Rolle auf 32 Cm. [1]) — erregbar. In den übrigen zehn waren die Nerven blos auf sehr starke elektrische Reizung — die inducirte Rolle auf 4 oder 3 Cm. — oder nicht einmal bei bedeckten Rollen erregbar.

Bei einem der drei obgenannten Versuchen mit positivem Resultat, war der Kreislauf des Thieres noch hinreichend regelmäßig, das Herz pulsirte 23 mal in der halben Minute; bei dem zweiten finde ich in meinen Versuch-Protocollen blos angeführt, daß das Herz selten pulsirte, ohne die Zahl der Herzschläge, und bei dem dritten machte das Herz fünfzehn Minuten, bevor die Reizbarkeit untersucht wurde, zehn Pulsationen in der halben Minute; bei diesem Frosche war aber das verlängerte Mark und das Gehirn zerstört, indem der Versuch zu einem andern Zwecke angestellt wurde.

Man kann daraus im Allgemeinen folgern, daß, wenn das mit Physostigmin vergiftete Thier auf mechanische an der Haut applicirte Reizungen nicht mehr reagirt, auch die motorischen Nerven schon viel von ihrer Reizbarkeit eingebüßt haben, und sie hört kurze Zeit nach dem Tode vollständig auf.

Die Muskeln behalten dagegen ihre Reizbarkeit durch eine etwas längere Zeit, sie ist aber so geschwächt, daß die Zusammenziehung erst bei bedeckten oder fast bedeckten Rollen eintritt.

---

[1]) Das O entspricht den vollständig bedeckten Rollen, nämlich dem Anfang der inducirenden Rolle.

Ein mehr oder weniger reger Kreislauf scheint keinen so bedeutenden Einfluß auf die Dauer und den Grad der Muskel- und Nervenreizbarkeit auszuüben. Es ist allerdings wahr, daß in den meisten Fällen, wenn der Kreislauf vollständig aufgehört hatte oder die Herzcontractionen so schwach und selten geworden, daß sie nicht mehr im Stande waren, das Blut in Bewegung zu erhalten, auch die Muskeln und Nerven ihre Reizbarkeit vollständig oder fast vollständig eingebüßt hatten. Jedoch kam mir auch der Fall vor, daß das Herz 20mal in der halben Minute schlug und doch die Nerven nicht einmal bei bedeckten Rollen, die Muskeln blos wenn die inducirte Rolle auf 7 Cm. stand erregbar waren.

In zwei anderen Versuchen konnte ich dagegen beobachten, daß die Herzcontractionen sehr selten und langsam waren und doch die Nerven und die Muskeln eine hinreichende Reizbarkeit behalten hatten. Man könnte endlich glauben, daß bei starken tetanischen Krämpfen auch die Muskel und Nervenreizbarkeit bald aufhöre. Dies geschieht in den meisten Fällen; ich könnte jedoch auch Versuche anführen, in welchen sie trotz der heftigsten tetanischen Krämpfe noch hinreichend vorhanden war.

Aus dem Angeführten läßt sich Folgendes schließen. Das Physostigmin wirkt weder auf die peripherischen Nerven noch auf die Muskeln; der Verlust der Muskelreizbarkeit hängt ab von der Anhäufung aller jener Substanzen in denselben, die in Folge der wiederholten Zusammenziehungen entstehen und welche nach der Angabe von Ranke die Muskelmüdigkeit erzeugen. Der Verlust der Nervenreizbarkeit dagegen rührt entweder daher, daß die Nerven vom Centrum gegen die Peripherie abgestorben sind oder, daß die fortgesetzte Reizung derartige chemische Veränderungen in denselben verursacht, daß sie unfähig werden neue Erregungen zu vermitteln. In den Versuchen, in welchen trotz der heftigsten tetanischen Krämpfe die Muskel- und Nervenreizbarkeit nur wenig geschwächt wurde, kann man annehmen, daß die in den Lymphsäcken enthaltene Lymphe, diejenigen Substanzen neutralisirt habe, die eine so nachtheilige Wirkung auf die Reizbarkeit haben, welche Vermuthung in den Versuchen und Beobachtungen von Ranke Begründung findet.

12. Versuch. **Rana esculenta.**

9·00. Es werden 0.0002 Grm. Physostigmin unter die Rückenhaut injicirt.

10·15. Seit einiger Zeit heftige tetanische Krämpfe.

11·11. Die tetanischen Krämpfe haben seit einiger Zeit aufgehört. Das Herz pulsirt ziemlich regelmäßig — 20 Schläge in der halben Minute. — Das Thier sieht einem mit Curare vergifteten ähnlich.

11·19. Es wurden beide Schenkelnerven isolirt und sie sind nicht einmal bei bedeckten Rollen erregbar; die beiden *M. gastrocnemii* antworten sobald die inducirte Rolle auf 7 Cm. steht.

13. Versuch. **Rana esculenta.**

5·35. Es werden 0·004 Grm. Physostigmin unter die Rückenhaut injicirt.

5·47. Bei der leisesten Berührung des Thieres tetanische Krämpfe.

5·55. Beim Anklopfen an das Gefäß, in welchem das Thier sich befindet, heftige tetanische Krämpfe.

6.17. Das Thier ist wie todt; es bewegt sich auch bei der stärksten mechanischen Reizung nicht.

7·05. Das Herz schlägt noch.

Beide Schenkelnerven antworten, wenn die inducirte Rolle auf 34 Cm. steht.

Es war interessant zu erforschen, ob das Physostigmin eine besondere Wirkung auf das Herz ausübe.

Christison, gestüzt auf die Versuche, die er an sich selbst anstellte, behauptet, daß der Puls und die Herzschläge in Folge der Vergiftung mit der Calabarbohne schwach und unregelmäßig werden. Dagegen erlauben die Beobachtungen vieler anderer über das Herz der mit Calabarbohne vergifteten Säugethiere keine bestimmte Schlußfolgerung [1]. Die Inaugural-Dissertation von Lenz, welche über die Wirkung der Bohne auf den Kreislauf handelt, werden wir erst in der Folge besprechen.

Die mit Physostigmin vergifteten Frösche und Laubfrösche können sich, obwohl von den heftigsten tetanischen Krämpfen befallen, doch erholen und längere Zeit fortleben; weßhalb es erlaubt ist zu schließen, daß das Physostigmin entweder keine oder eine so schwache und vorübergehende Wirkung auf das Herz ausübt daß damit allein das Leben der Thiere nicht gefährdet wird. Wenn man aber

[1]) Dissertazione inaugurale di G. Vicentini. Padova 1865, pag. 32.

berücksichtigt, daß das Herz des Frosches, auch wenn es extirpirt ist, mehrere Stunden hindurch zu schlagen fortfährt, und was mir in vielen Versuchen vorgekommen ist, daß das Herz der vergifteten Frösche sehr bald zu schlagen aufhört, so fühlte ich mich bewogen, aus diesen Gründen die Wirkung des Giftes auf das Herz des Frosches näher zu erforschen, und zwar um so mehr, da ich in zwei Versuchen eine Vermehrung der Herzschläge beobachtet habe; diese zwei Versuche werde ich zuerst anführen.

14. Versuch. **Rana esculenta.**

5·25. Es wird der Frosch mit Curare vergiftet.
7·17 = 59; 7.18 = 58.
7·20. Man injicirt unter die Rückenhaut 0·001 Grm. Physostigmin.
7·31 = 64; 7·32 = 63; 7·49 = 67; 7·50 = 64; 8·04 = 67; 8·05 = 65; 8·14 = 61; 8·15 = 64; 8·26 = 64; 8·27 = 65; 8·53 = 60; 8·54 = 61.
11·07 = 47; 11·08 = 48 kräftige und regelmäßige Pulsationen.
12·20 = 32: 12·21 = 34 schwache und unregelmäßige Pulsationen; nach jeder 10.—12. Pulsation tritt eine längere Pause ein; man konnte das Thier nicht länger beobachten und am folgenden Tag stand das Herz still.

15. Versuch. **Rana esculenta.**

3·20. Es wird das Herz blosgelegt.
3·25 = 52, 51; 3·27 = 51, 51.
3·28. Man injicirt unter die Rückenhaut 0·001 Grm. Physostigmin.
3·30 = 52, 52; 3·32 = 57, 55; 3·34 = 56, 56; 3·36 = 55, 54 nun zeigen sich die ersten tetanischen Krämpfe.
3·38 = 53, 54; tetanische Krämpfe; 3·40 = 53, 52; tetanische Krämpfe; 3·43 = 51, 52; heftige tetanische Krämpfe; 3·50 = 46, 47; tetanische Krämpfe; 3·53 = 36,33; 3·55 = 33; 4·03 = 31, 31 tetanische Krämpfe; 4·23 = 25,24. Die tetanischen Krämpfe zeigen sich blos bei einer unsanften Berührung des Thieres und sind nicht sehr heftig.
4·33 = 23, 23; selbst durch sehr starke mechanische Reizung ruft man keinen tetanischen Krampf hervor.
4·41. Die isolirten Schenkelnerven antworten auch auf sehr schwache elektrische Reizung. Die inducirte Rolle auf 32 Cm.

Aus diesen Versuchen entnimmt man, daß im 14. Versuch eine Vermehrung der Herzschläge durch eine Stunde und 33 Minuten stattfand; der höchste Zuwachs betrug 9 Schläge in der Minute.

Im 15. Versuch beobachtete man eine Zunahme der Herzschläge in den ersten 12 Minuten nach Beibringung des Giftes und das Maximum betrug ebenfalls 9 Schläge in der Minute.

Die benützte Menge des Physostigmins war für beide Thiere beinahe die gleiche und der wesentliche Unterschied bestand blos darin, daß ein Thier mit Curare vergiftet war, das andere nicht.

Die Zählung der Herzschläge bei dem ersten Frosche nach einer Secundenuhr, welche nicht jede Secunde schlug und die beim zweiten nach einer solchen, wo es geschah, kann gewiß keinen wesentlichen Unterschied bilden, denn obwohl nach der zweiten Art der Abzählung kein nennenswerther Fehler unterlaufen konnte, während es nach der ersten wohl möglich war, einen Fehler von einigen Schlägen zu begehen, so hätte doch die Vermehrung nicht eine so große Höhe — 9 Schläge in der Minute — erreichen können, wenn sie überhaupt von einer ungenauen Beobachtung abhängig wäre.

Die zweite Secundenuhr wurde von mir in Gemeinschaft mit dem Professor Vlacovich eigens für die Versuche ersonnen, die wir über den Einfluß des *N. Vagus* auf das Herz der Säugethiere begonnen hatten und die Beschreibung derselben werden wir geben, so bald es uns möglich sein wird die Versuche zu veröffentlichen.

Es ist noch weiter zu bemerken, daß im 14. Versuch die Zahl der Herzschläge auf eine ganze, dagegen im 15. Versuch blos auf eine halbe Minute entfallen, wenn man aber die zwei Ziffern addirt, erhält man die Zahl der Herzschläge für eine volle Minute, für volle 60 Secunden, obwohl zwischen die erste und die zweite halbe Minute eine Zwischenzeit von einer Secunde fällt.

Das merkwürdige Ergebniß, daß in der ersten Zeit der Vergiftung die Zahl der Herzschläge sich vermehrt und erst später nach und nach vermindert, veranlaßte mich nachzuforschen, ob dieß eine constante Erscheinung sei und ich unternahm daher mehrere nach verschiedener Weise modificirte Versuche.

Es war nun zuerst nöthig zu erfahren, ob wirklich bei der Vergiftung mit Physostigmin eine Vermehrung der Herzschläge eintritt, falls man bei den Thieren keine weitere Operation als die Bloslegung des Herzens vorgenommen hatte.

Ich habe sieben Versuche auf folgende Weise angestellt:

Nachdem der Frosch hinreichend festgebunden war, legte ich das Herz blos, zählte eine Weile hindurch die Herzschläge, dann injicirte ich unter die Rückenhaut verschiedene Mengen — 0·0002—0·001 Grm. — Physostigmin und zählte endlich neuerdings durch längere Zeit die Herzschläge. In keinem Falle gelang es mir eine Vermehrung der Herzschläge nachweisen zu können. Es wird genügen, blos zwei Versuche anzuführen.

16. Versuch. **Rana esculenta**[1]).

1·15 Man befestigt den Frosch.

1·18. Man legt das Herz blos.

1·19 = 37, Bew.[2]); 1·20 = 37, 37; 1·22 = 37, 36; 1·25 = 35, 36.

1·26. Man injicirt unter die Rückenhaut 0·001 Grm. Physostigmin

1·27 = 35, 35; 1·28 = 35, 35; 1·30 = 34, 35; 1·31 = 35, 34 1·32 = 34, 34; 1·34 = 33, 33; 1·37 = 30, 32. Der Frosch kann sich nicht auf den Füßen erhalten; die tetanischen Krämpfe sind nicht besonders deutlich.

1·45 = 30, 29, schwache tetanische Krämpfe.

2·10. Heftige tetanische Krämpfe; 2·25 = 19, 19. Die tetanischen Krämpfe sind nicht mehr so heftig, das linke hintere Lymphherz schlägt selten, das rechte steht still.

4·45. Das Blutherz steht still.

5·15. Weder die Muskeln noch die Nerven antworten auf die stärksten elektrischen Reizungen.

17. Versuch. **Rana esculenta.**

10·50. Das Thier wird befestigt.

10·55. Das Herz wird blosgelegt.

10·56 = 45, 45; 10·58 = 45, Bew.; 11·00 = 45, 45.

---

[1]) Die Herzschläge wurden von nun an immer von halber zu halber Minute gezählt, so daß die Summe von zwei auf einander folgenden Zahlen einer ganzen Minute entspricht. Die Uhr zeigte genau jede Secunde, und zwischen jeder halben Minute lag eine Zwischenzeit von einer Secunde, welche, in Folge der eigenthümlichen Construction der Uhr, ganz genau angegeben wurde.

[2]) Die Abkürzung Bew. (Bewegung) bedeutet, daß der Frosch in jener halben Minute sich dergestalt bewegte, daß eine Zählung der Herzschläge unmöglich war.

11·02. Man injicirt unter die Rückenhaut 0,0002 Grm. Physostigmin.

11·03. Bew.; 11·04 = 44, Bew.; 11·07 = 42, Bew.; 11.08, Bew.; 42; 11·10 = 40; 11·11 = 41,41; 11.18 = 38, 38; 11.19 = 38,38; 11·21 = 38, 38. 11·22 = 38, 38.

Da man bis jetzt keine besondere Erscheinung beobachten konnte, so werden um

11·25 noch 0.0002 Grm. Physostigmin unter die Rückenhaut injicirt.

11·26 = 37, 36; 11·28 = 37, 37; 11·31 = 37, 37; 11·32 = 38, 38. 11·33 = 37, 38; 11·36 = 37, 37; 11·39 = 37, 37 sowohl das Berühren des Thieres als auch das Anklopfen an das Glasgefäß verursachen heftige tetanische Krämpfe.

11·40. Es werden die Bänder etwas loser gemacht.

11·41 = 37, 38; 11·45 = 34, 36. Ich mußte das Laboratorium verlassen und nahm die Beobachtung wieder auf, um

3·57. Die Muskeln der Extremitäten sind gespannt, und nur bei einem etwas größeren Kraftaufwand lassen sie sich biegen; das Herz schlägt selten, während der Systole entleert es sich vollständig, während der Diastole füllt es sich rasch. Innerhalb der langen Pausen kann man bei Berührung des Ventrikels eine Zusammenziehung hervorrufen, welche aber leichter zu Stande kommt, wenn man die Vorhöfe berührt, die sodann mit mehreren Zusammenziehungen antworten. Im Allgemeinen jedoch sind die Zusammenziehungen des Herzens sehr unregelmäßig, indem dasselbe oft auch bei der Berührung unbeweglich bleibt; oft fangen die Vorhöfe die Contraction an, welche sich sodann in den Vertrikel fortpflanzt. Dieser zeigt im Zustande der Ruhe eine unebene Oberfläche.

4·21. Die beiden Schenkelnerven antworten nicht einmal bei bedeckten Rollen und die *M. Gastrocnemii* nur sehr schwach.

Ich versuchte nun weiter, ob es nicht möglich wäre eine Vermehrung der Herzschläge zu erzielen, wenn man das Thier zuerst mit Curare und dann mit Physostigmin vergiften würde.

Zwei Versuche habe ich angestellt, bei einem geschah die Vergiftung mit Physostigmin eine Stunde nach jener mit Curare; bei dem zweiten erst am folgenden Tag, nachdem die Vergiftung durch Curare schon etwas nachgelassen hatte; in keinem gelang es mir aber eine

Vermehrung der Herzschläge zu beobachten. Ich werde blos den zweiten Versuch mittheilen, welcher wie es schon bekannt ist und wie ich bereits an einem anderen Orte angegeben habe, zeigt, daß die Frösche die Vergiftung mit Curare überleben, wenn es nicht in zu großer Menge gereicht wird, und zugleich nachweist, daß die Thiere auch die Vergiftung mit Physostigmin überleben können.

18. Versuch. **Rana esculenta.**

4·30. Nachmit. Der Frosch wurde mit einer kleinen Menge von Curare vergiftet. Am folgenden Tage um

7·10. Vormit. machte der Frosch einige respiratorische Bewegungen und konnte einen der Vorderfüße bewegen.

7·19. Es wird das Herz blosgelegt.

7·20 = 30, 30; 7·21 = 31, 31; 7·22 = 31, 32;

7·25. Es werden 0·0002 Grm. Physostigmin unter die Rückenhaut injicirt..

7·27 = 31, 31; 7·28 = 32, 32; 7·29 = 31, 32; 7·32 = 31, 32; 7·34 = 31,32; 7·37 = 32,32; 7·38 = 32,31; 7·39 = 32,31; 7·43 = 31, 32. 7·44 = 31, 32; 7·47 = 32, 32; 7·48 = 32, 32.

7·49. Es werden noch 0·0002 Grm. Physostigmin injicirt.

7·52 = 32, 32; 7·53 = 32, 32; 7·57 = 32, 32; 7·58 = 31, 32; 8·01 = 31, 32.

Wenn man die hinteren Füße fallen läßt, so entstehen Zusammenziehungen in den Vorderfüßen und in den Brustmuskeln als ob sie von tetanischen Krämpfen befallen wären.

8·04 = 32. 32; Wenn man auf den Tisch klopft, beobachtet man tetanische Krämpfe an den vorderen Extremitäten des Thieres.

8·09 = 32, 32; 8·10 = 32, 32. Beim Zusammendrücken der Finger der hinteren Extremitäten entstehen Krämpfe im ganzen Körper, am stärksten jedoch in den Muskeln der Brust und der vorderen Extremitäten [1]).

---

[1]) Die willkührliche Beweglichkeit der Muskel beginnt, nachdem die Vergiftung des Thieres mit Curare nachzulaßen anfängt, in den Muskeln des Unterkiefers, schreitet dann über die Muskeln des Thorax und der vorderen Extremitäten, und erstreckt sich endlich auch über alle übrigen Muskel.

8·15 = 32, 32; 8·18 = 31, 32; 8·19 = 32, 32; 8·22 = 32, 32;
9·11 = 29, 30. 9·59 = 29, 30; 10·00 = 30, 30; 10·27 = 29, 30;
10·40 = 28, 29.
11·03 = 28, 28. 11·33 = 30, 31; 11·57 = 30.
4·49. Der Frosch ist hinreichend lebhaft, die Empfindlichkeit vermehrt.
4·50 = 33. Das Thier bewegt sich; 4·51 = 35, 35.
5·35 = 35, 35. Der Frosch ist sehr lebhaft.
6·03. Da das Thier ziemlich lebhaft ist und die Herzcontractionen etwas häufiger zu werden beginnen, läßt man es bis zum nächsten Tage stehen, an dessen Nachmittag man um
4·07 = 31, 33 Schläge zählte.
4·10. Man injicirt unter die Rückenhaut 0·0002 Grm. Physostigmin.
4·11 = Bew., 39; 4·12 = Bew.; 4·13 = 36, 38; 4·14 = 37, 37. 4·15 = 35, 35; 4·16 = 35, Bew.; 4·20 = Bew. 34; 4·21 = Bew. 33. 4·22 = Bew.; 4·25 = 31, 39.

Der Ventrikel ist fortwähreud zusammengezogen, so daß während der Diastole in denselben sehr wenig Blut einströmt; das Thier ist sehr abgeschlagen und zeigt eine leichte Hyperaesthesie.

4·30 = 28, 28; 4·43. Bei der Berührung der Extremitäten tetanische Krämpfe.
4·44 = 26, 26. Der Ventrikel zusammengezogen und die Contractionen sehr klein.
4·51 = 25, 24 kein Tetanus, die Hyperaesthesie nimmt ab.
5·10. Die Zusammenziehungen des ganzen Herzens sind sehr schwach.
5·11 = 25;
5·18. Die Schenkelnerven antworten, wenn die inducirte Rolle auf 36 Cm. steht.

Die Zunahme der Herzschläge nach der zweiten Vergiftung kann man nicht mit Sicherheit der Wirkung des Physostigmins zuschreiben, weil das Thier während jener Zeit sehr unruhig war und selbst in jenen Fällen, wo die Vergiftung sehr rasch eintrat, doch immer 5 bis 6 Minuten nöthig waren, bevor die ersten Vergiftungs-Symptome sich zeigten; während in dem eben mitgetheilten Falle die Zunahme der Frequenz der Herzschläge unmittelbar nach der Injection des Giftes stattfand, im Versuche 15 dagegen, im welchem eine häufigere Zäh-

lung vorgenommen wurde, die Vermehrung der Herzschläge erst 4 Min. nach der Giftinjection begann. Wenn man jedoch auch diesen Versuch berücksichtigen und zu den positiven Resultaten zählen will, hätte man demnach blos drei Versuche, in welchen man bei der Injection von Physostigmin eine Zunahme der Frequenz der Herzschläge zu beobachten Gelegenheit hatte, eine gewiß sehr geringe Zahl in Vergleich zu jener der Versuche mit negativem Resultat. Die Ursachen dieser Vermehrung konnten nicht ermittelt werden und es ist vielleicht für jetzt unmöglich sie zu erkennen, da sie nicht constant zu sein scheinen.

Ich habe noch eine Reihe von Versuchen zu erwähnen, welche hinsichtlich der Wirkung des Physostigmins auf die Herzpulsationen bei zerstörtem Gehirn und verlängertem Rückenmark angestellt wurden.

Sechs Versuche habe ich nun in der Weise vorgenommen, daß in der Gegend des ersten und zweiten Halswirbels eine Öffnung durchbohrt, und durch diese das Gehirn und das verlängerte Mark zerstört wurde. Sobald die Erscheinungen in Folge dieser Verletzung nachgelassen hatten, vergiftete ich die Frösche mit Physostigmin und zählte die Herzschläge. In keinem der sechs Versuche konnte ich eine Vermehrung der Herzschläge beobachten. Es wird hinreichen blos einen Versuch anzuführen.

19. Versuch. **Rana esculenta.**

9·10. Es wird der Frosch auf das Tischchen befestigt.

9·12. Das Herz wird blosgelegt.

9·25 = 31, 31.

9·28. Man zerstört das Gehirn und das verlängerte Mark.

9·29 = 35, 35; 9·30 = 37, 38; 9·31 = 38, 38; 9·34 = 36, 37.

Man hört für einige Zeit zu zählen auf, die Herzcontractionen sind sehr klein und das Herz ist blutleer.

10·30 = 31, 32.

10·31. Es werden 0·0002 Grm. Physostigmin unter die Rückenhaut injicirt.

10·32 = 31, 31; 10·33 = 32, 32; 10·35 = 32, 32; 10·36 = 32, 32. 10·39 = 32, 32; 10·42 = 33, 32; 10·44 = 32, 32.

10·45. Es werden weitere 0·0002 Grm. von Physostigmin injicirt.

10·47 = 32, 32; 10·51 = 31, 32; 10·52 = 31, 32; 10·55 = 31, 31.

11·01 = 31, 30. Es zeigen sich tetanische Krämpfe.

11·07 = 31, 31; 11·24 = 29, 30 Tetanus; 11·30 = 31, 31.

3·45. Es dauert die Hyperaesthesie fort.

5·05. Die Herzschläge sind regelmäßig; bei der Berührung des Thieres entstehen tetanische Krämpfe.

5·07 = 23, 24.

5·24. Bei der Berührung tetanischer Krampf.

5·30 = 24, 25. Auch bei sehr unsanfter Berührung des Thieres kein tetanischer Krampf.

5·56. Das Herz schlägt fort.

Am folgenden Tag stand das Herz still; der Ventrikel war leer und ein wenig zusammengezogen, die Vorhöfe voll Blut. Das Rückenmark wurde zwischen den ersten und zweiten Wirbel durchschnitten.

Zuletzt zerstörte ich, um einen Vergleich anzustellen, bei zwei Fröschen das Gehirn und das verlängerte Rückenmark nachher wurde einer mit Physostigmin vergiftet, der andere ohne weitere Operation beobachtet; bei beiden wurden die Herzschläge gezählt. Ich erachte für nöthig auch diesen Versuch anzuführen.

20. Versuch *a*. **Rana esculenta**.

4·04. Man zerstört das verlängerte Rückenmark und das Gehirn.

4·49 = 46, 45; 4·53 = 45, 44.

4·45. Es werden 0·0002 Grm. von Physostigmin unter die Rückenhaut injicirt.

4·57 = 43, 43; 4·59 = 42, 41; 5·04 = 39, 39; 5·09 = 34, 34; 5·12 = 34, 35; 5·14 = 36, 35; 5·17 = 35, 36 tetanische Krämpfe.

5·20 = 33, 33. Sehr entwickelte Hyperaesthesie.

5·26 = 32, 32; 5·33 = 31, 32. Die spontanen und die auf mechanische Reizungen erfolgenden tetanischen Krämpfe haben aufgehört.

5·37 = 30, 30; 5·44 = 29, 29; 5·57 = 24, 25. Manchmal ist die Diastole sehr lang.

6·06. Die hinteren Extremitäten sind etwas starr.

6·07 = 14, 14. Das Herz enthält wenig Blut.

6·13 = 13, 12; 6·20 = 8, 9.

Am folgenden Tage stand das Herz still und war nicht erregbar, der Ventrikel klein und nicht zusammengezogen, die Vorhöfe mit wenig Blut gefüllt, der Schnitt fiel zwischen den zweiten und dritten Halswirbel, das Gehirn war wohl zerstört.

20. Versuch *b*. **Rana esculenta.**

4·06. Es wird das Gehirn und das verlängerte Mark zerstört.

4·46. Der Frosch hat heftige tetanische Krämpfe.

5·40. Das Thier ist unbeweglich.

5·41. Das Herz pulsirt regelmäßig. 27, 29.

5·59 = 31, 31. Schöne Herzpulsationen.

6·09 = 30, 29. Schöne Herzpulsationen; das Herz enthält viel Blut.

6·15 = 28, 30; 6·21 = 29, 30.

Am folgenden Tag stand das Herz still, war aber mit Blut gefüllt; bei mechanischer Reizung zieht sich nur der Ventrikel zusammen, die Vorhöfe bleiben ruhig. Der Schnitt fiel zwischen den ersten und zweiten Wirbel; das Gehirn und das verlängerte Mark wohl zerstört.

Die zwei letzten Versuche zeigen ganz deutlich, daß trotz der Zerstörung des Gehirns und des verlängerten Rückenmarkes nicht blos das Herz zu schlagen fortfährt, sondern auch länger erregbar bleibt; wenn man aber zu gleicher Zeit die Frösche mit Physostigmin vergiftet, nicht blos das Herz sehr bald zu schlagen aufhört, sondern auch zugleich seine Erregbarkeit verliert.

Das in hinlänglicher Menge dargereichte Physostigmin verlangsamt die Pulsation des Herzens bis es stille steht; dieses verliert auch bald seine Erregbarkeit, so daß man zur Annahme genöthigt ist, das Gift habe eine Wirkung auf das Herz wenn auch viele Frösche und Laubfrösche die Vergiftung überleben.

Die Lymphherzen, insbesondere die hinteren, welche man leicht ohne Verstümmelung des Thieres beobachten kann, fahren in der ersten Zeit nach der Vergiftung zu schlagen fort und ihre Pulsationen sind so stark, daß man sie auch durch die unversehrte Haut zu beobachten vermag, später hören sie ebenfalls zu schlagen auf.

Zum Schlusse dieser kleinen Abhandlung, welche, ich bekenne es, noch unvollkommen ist, sowohl in Hinsicht der Versuche, die über die Amphibien angestellt wurden, als auch des Umstandes wegen, daß keine an den Säugethieren vorgenommen wurden, bleibt mir noch in Kürze übrig zu erwähnen, was über den von mir behandelten Gegenstand andere Schriftsteller mitgetheilt haben, deren Schriften ich mir verschaffen konnte.

Die Missionäre [1]) sprechen bei ihrer Beschreibung der Wirkung der Calabarbohne auf jene Unglücklichen, die zum Gottesgericht verurtheilt gezwungen werden, sie zu genießen, von Erschütterungen und Muskelzittern, besonders an den unteren Extremitäten.

J. Tachau und A. Fick [2]) haben im Archiv für Heilkunde eine Arbeit über die Wirkung des wäßerigen Extractes der Calabarbohne veröffentlicht, welche ich blos aus der Mittheilung von Rosenthal [3]) kenne.

Darin wird angegeben, daß man bei einem Kaninchen, in dessen Iugularvene man 20 Milligr. eines wäßerigen von Jobst in Stuttgart bereiteten Extractes injicirt und dabei die Athmung des Thieres künstlich unterhält, klonische Krämpfe des ganzen Körpers und besonders der Muskeln der Schnauze beobachtet. Wenn man dagegen das Gift injicirt ohne eine künstliche Athmung zu unterhalten, tritt der Tod unter Convulsionen und Dyspnoea sehr bald ein.

Lenz [4]) in seiner Inaugural-Dissertation sagt, wenn man eine ziemlich concentrirte Lösung des Calabarextractes in eine Vene injicirt, seien die ersten Vergiftungssymptome immer heftige Krämpfe, die sich auf den ganzen Körper verbreiten und lange anhalten, ohne jedoch den Tod des Thieres zu Folge zu haben. Bei der Besprechung der Wirkung des Giftes auf das Herz erwähnt er, daß sie „eine Verminderung des mittleren arteriellen Blutdruckes eine Herabsetzung der Pulsfreqenz und eine vermehrte Kraft der einzelnen Herzcontrac-

---

1) Archives générales de Médecine Sept. 1863, S. 306 und G. Vicertini. La fava del Calabar Cenni storici Dissert. inaug. Padova 1865, S. 24.

2) J. Tachau, Versuche über die Wirkung des Calabarbohnen-Extractes mit einer Nachschrift von A. Fick. Archiv für Heilkunde VI. S. 69—78.

3) Centralblatt für die mediz. Wissenschaften. 1865. 25. Febr. Nr. 10.

4) R. Lenz, Versuche über die Einwirkung der Calabarbohne auf den Blutkreislauf. Inaugural. Dissert. Zurüch 1864. S. 24.

tionen zur Folge hat." Lenz glaubt diese Erscheinung am wahrscheinlichsten dadurch erklären zu können, daß die Bohne ganz direct ohne Vermittlung der Vagaserregung die Hemmungsapparate der Herzganglien verstärkt.

A. Vée[1]) veröffentlichte eine Abhandlung, in welcher er nach der Beschreibung der Bereitungsmethode der Esérine — so nennt er das Alkaloid der Calabarbohne — über mehrere Versuche berichtet, die er sowohl mit jenem Alkaloid, als auch mit dem Bohnenextract angestellt hat. Es wird für unseren Zweck hinreichend sein, Folgendes mitzutheilen. „Injectée dans le tissu cellulaire des animaux, elle (l'ésérine) produit tous les symptômes de l'empoissonnement par la fève du Calabar: perte de mouvements volontaires, effet cathartique, resolution musculaire alternant avec des mouvements convulsifs dans les muscles des membres et du trone, ralentissement de la circulation, gêne extrême de la respiration et mort." Und zwar in fast allen von Vée mitgetheilten Versuchen finden wir bald frémissement dans les muscles du tronc, bald convulsions générales, bald état convulsif général, bald tremblement général intense, bald mouvements fibrillaires dans les muscles.

F. Bauer[2]) hat in jüngster Zeit eine kleine Notiz veröffentlicht, welcher wir Folgendes entnehmen: Das Calabargift bewirkt bei Katzen einen heftigen Tetanus im ganzen Darm, mag dasselbe durch das Blut oder vom Darm aus in den Organismus gebracht sein; auch bei Kaninchen tritt ein Krampf in dem dünnen Gedärme ein, doch keinmal so ausgesprochen wie bei den Katzen. Neben dem Krampf in den Därmen tritt nach Calabarvergiftung noch ein Krampf in den denselben zugehörigen Venen, namentlich denen des Mesenteriums ein; außerdem kann man einen Krampf in der Milz wahrnehmen, sobald ihr Blut mit Calabargift gemischt ist. Die zwei letzten Erscheinungen Venen- und Milzkrampf wurden von Bauer blos bei den Katzen beobachtet.

Dies sind, soweit es mir möglich war sie mir zu verschaffen die Schriftsteller, bei welchen ich Andeutungen finden konnte über die

---

[1]) A. Vée, Recherches chimiques et physiologiques sur le Fève du Calabar. Thése. Paris 1865.

[2]) F. Bauer, Einige Resultate von Versuchen über die Wirkung des Calabargiftes. Centralblatt für die medizin. Wissensch. 25. Aug. 1866, Nr. 37.

eigenthümliche Eigenschaft des Calabarbohnenextractes und des Physostigmins (ésérine) tetanische Krämpfe zu erzeugen.

Meine Versuche werden unzweideutig gezeigt haben, daß das Physostigmin bei vielen Amphibien heftige tetanische Krämpfe erzeugt. Dieses Ergebniß steht im Widerspruche mit den Beobachtungen bei Vergiftung mit Calabarbohnen-Extract, welche andere Schriftsteller gemacht haben und über welche Vicentini in seiner Dissertation berichtet und mit den Versuchen, die dieser selbst mit Pasqualigo darüber angestellt hat. Es ist jedoch für jetzt wie ich glaube unnütz die Ursachen dieser Verschiedenheit zu erforschen, indem die chemische Zusammensetzung der Calabarbohne noch zu wenig bekannt ist.

1. *Die Summe der Logarithmus- und Arcustangens-Reihe mit alternirenden Zeichengruppen.*

Von **Franz Unferdinger,**

Lehrer der Mathematik an der öffentlichen Oberrealschule am Bauernmarkt und jener von Meixner am Alsergrund.

§. 1.

Nimmt man in den genannten zwei unendlichen Reihen die ersten n Glieder mit dem Vorzeichen $+$, die n folgenden mit dem Vorzeichen $-$, die darauffolgenden n Glieder wieder mit dem Vorzeichen $+$, u. s. w. derart, daß also immer $n-1$ Zeichenfolgen von einem Zeichenwechsel unterbrochen werden, so erhält man:

$$\begin{aligned} X_n = x &+ \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots + \frac{x^{n-1}}{n-1} + \frac{x^n}{n} \\ &- \frac{x^{n+1}}{n+1} - \frac{x^{n+2}}{n+2} - \frac{x^{n+3}}{n+3} - \ldots - \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \frac{x^{2n}}{2n} \\ &+ \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \frac{x^{2n+2}}{2n+2} + \frac{x^{2n+3}}{2n+3} + \ldots + \frac{x^{3n-1}}{3n-1} + \frac{x^{3n}}{3n} \\ &- \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \qquad (1)$$

$$\begin{aligned} X'_n = x &+ \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots + \frac{x^{2n-3}}{2n-3} + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} \\ &- \frac{x^{2n+1}}{2n+1} - \frac{x^{2n-3}}{2n+3} - \frac{x^{2n+5}}{2n+5} - \ldots - \frac{x^{4n-3}}{4n-3} - \frac{x^{4n-1}}{4n-1} \\ &+ \frac{x^{4n+1}}{4n+1} + \frac{x^{4n+3}}{4n+3} + \frac{x^{4n+5}}{4n+5} + \ldots + \frac{x^{6n-3}}{6n-3} + \frac{x^{6n-1}}{6n-1} \\ &- \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \end{aligned} \qquad (2)$$

ist der Zahlenwerth von x gleich oder kleiner als die Einheit, so convergiren je die n Verticalreihen, folglich auch ihre Summe und die vorliegende Abhandlung hat den Zweck jene Functionen von

x, X_n, X'_n zu bestimmen, welche den convergirenden Reihen (1), (2) gleich sind.

Setzt man in der Reihe (1) $-x$, statt x, so erhält man eine neue Reihe, in welcher immer $n-1$ Zeichenwechsel durch eine Zeichenfolge unterbrochen werden und die Summe derselben entsteht aus der Function X_n durch dieselbe Vertauschung.

Ist in (1) $n=2r$ eine gerade Zahl und man setzt $-x$ an die Stelle von x, so ändern in der 1ten, 3ten, 5ten... $(2r-1)$ten Verticalreihe sämmtliche Glieder ihr Zeichen, während die Glieder der 2ten, 4ten, 6ten, ... $2r$ten Verticalreihe ihr Zeichen beibehalten. Da nun sämmtliche Verticalreihen einen regelmäßigen Zeichenwechsel darbieten, so wird dies auch noch dann der Fall sein, wenn $-x$ an die Stelle von x tritt und die Reihe (1) convergirt auch für $x=-1$.

Ist hingegen in (1) $n=2r-1$ eine ungerade Zahl, so ist, wenn wir die Verticalreihen derselben mit $S_1, S_2, S_3 \ldots S_{2r-1}$ bezeichnen:

$$S_1 = x - \frac{x^{2r}}{2r} + \frac{x^{4r-1}}{4r-1} - \frac{x^{6r-2}}{6r-2} + \ldots$$

$$S_2 = \frac{x^2}{2} - \frac{x^{2r+1}}{2r+1} + \frac{x^{4r}}{4r} - \frac{x^{6r-1}}{6r-1} + \ldots$$

$$S_3 = \frac{x^3}{3} - \frac{x^{2r+2}}{2r+2} + \frac{x^{4r+1}}{4r+1} - \frac{x^{6r}}{6r} + \ldots$$

....

$$S_{2r-1} = \frac{x^{2r-1}}{2r-1} - \frac{x^{4r-2}}{4r-2} + \frac{x^{6r-3}}{6r-3} - \frac{x^{8r-4}}{8r-4} + \ldots$$

und wenn $-x$ statt x gesetzt wird, erhalten die Glieder der Reihen S_1, $S_3, \ldots S_{2r-1}$, sämmtlich das Vorzeichen $-$, die Glieder der Reihen S_2, $S_4, \ldots S_{2r-2}$ aber das Vorzeichen $+$ und diese Reihen convergiren nur dann, wenn der Zahlenwerth von $x<1$. In diesem Falle wird die letzte Verticalreihe

$$-\frac{x^{2r-1}}{2r-1} - \frac{x^{4r-2}}{4r-2} - \frac{x^{6r-3}}{6r-3} - \ldots = \frac{1}{2r-1} \lg(1-x^{2r-1}),$$

welche für $x=1$ divergirt. Die übrigen Verticalreihen $(2r-2)$ an der Zahl lassen sich aber paarweise so miteinander vereinigen, daß ein regelmäßiger Zeichenwechsel entsteht, die erste mit der zweiten, die dritte mit der vierten u. s. w. So geben z. B. die zwei ersten

$$-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^{2r}}{2r}+\frac{x^{2r+1}}{2r+1}-\frac{x^{4r-1}}{4r-1}+\frac{x^{4r}}{4r}-\ldots$$

und diese Reihen convergiren auch für $x=1$, da die Zahlenwerthe der spätesten Glieder die Null zur Grenze haben.

Ist also in (1) n eine ungerade Zahl, so convergirt dieselbe für $x=-1$ nur dann, wenn man die letzte Verticalreihe auslässt. Ist der Zahlenwerth von $x<1$, so convergirt die Reihe (1) immer.

In der Reihe (2) sind die Exponenten von x sämmtlich ungerade Zahlen, tritt nun $-x$ an die Stelle von x, so ändern sämmtliche Glieder ihr Zeichen, es kann also durch diese Vertauschung keine neue Reihe gewonnen werden.

Setzt man in (1) $2n$ statt n, dann auch $-x$, statt x, bezeichnet die neuen Reihen mit X_{2n}, $\overline{X}_{2n}$ und subtrahirt, so gelangt man zu folgender Beziehung:

$$X'_n=\tfrac{1}{2}(X_{2n}-\overline{X}_{2n}), \tag{3}$$

so daß es also hinreicht, die Function X_n zu bestimmen, um aus ihr auch die Summenformel X'_n für die unendliche Reihe (2) kennen zu lernen.

§. 2.

Werden die Gleichungen (1), (2) nach x differenzirt und in den Horizontalreihen die gemeinschaftlichen Factoren herausgehoben, so zeigt sich:

$$\begin{aligned}\frac{dX_n}{dx}= &\quad(1+x+x^2+x^3+\ldots+x^{n-1})\\ &-x^n\,(1+x+x^2+x^3+\ldots+x^{n-1})\\ &+x^{2n}(1+x+x^2+x^3+\ldots+x^{n-1})\\ &-\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dX'_n}{dx}= &\quad(1+x^2+x^4+x^6+\ldots+x^{2n-2})\\ &-x^{2n}(1+x^2+x^4+x^6+\ldots+x^{2n-2})\\ &+x^{4n}(1+x^2+x^4+x^6+\ldots+x^{2n-2})\\ &-\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

oder weil immer

$$1+x+x^2+x^3+\ldots+x^{n-1}=\frac{x^n-1}{x-1}$$

$$1+x^2+x^4+x^6+\ldots+x^{2n-2}=\frac{x^{2n}-1}{x^2-1}$$

und wenn der Zahlenwerth von x kleiner als die Einheit ist:

$$1-x^n+x^{2n}-x^{3n}+\ldots=\frac{1}{x^n+1}$$

$$1-x^{2n}+x^{4n}-x^{6n}+\ldots=\frac{1}{x^{2n}+1}$$

$$\frac{dX_n}{dx}=\frac{x^n-1}{x^n+1}\,\frac{1}{x-1}\,,\quad \frac{dX'_n}{dx}=\frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}\,\frac{1}{x^2-1}$$

oder wenn jetzt mit dx multiplicirt wird, durch Integration:

$$(4)\left\{\begin{aligned} X_n&=\int\frac{x^n-1}{x^n-1}\,\frac{dx}{x-1}+C=\lg(x-1)-2\int\frac{1}{x^n+1}\,\frac{dx}{x-1}+C\\ X'_n&=\int\frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}\,\frac{dx}{x^2-1}+C'=\tfrac{1}{2}\lg\frac{x-1}{x+1}-2\int\frac{1}{x^{2n}+1}\,\frac{dx}{x^2-1}+C'\end{aligned}\right.$$

und die Constanten C, C' sind so zu bestimmen, daß für $x=0$, die Theile rechter Hand verschwinden.

§. 3.

Um das erste der vorstehenden Integrale zu bestimmen, unterscheiden wir die zwei Fälle eines geraden und ungeraden n. Ist $n=2r$ und zerlegt man den Bruch $1:x^{2n}+1$ in Partialbrüche, so wird nach bekannter Methode:

$$\frac{1}{x^{2r}+1}=\frac{1}{r}\,S\,\frac{-\cos s\theta(x-\cos s\theta)+\sin^2 s\theta}{x^2-2x\cos s\theta+1}\,,$$

hierin bezieht sich das Summenzeichen auf s, und s erhält die r Werthe $1, 3, 5, \ldots 2r-1$; $\theta=\frac{\pi}{n}$. Multiplicirt man diese Gleichung mit $dx:x-1$, und integrirt, so folgt

$$\int \frac{1}{x^{2r}+1}\,\frac{dx}{x-1} = -\frac{1}{r} S\cos s\theta \int \frac{x-\cos s\theta}{x^2-2x\cos s\theta+1}\,\frac{dx}{x-1}$$
$$+\frac{1}{r} S\sin^2 s\theta \int \frac{1}{x^2-2x\cos s\theta+1}\,\frac{dx}{x-1}. \qquad (5)$$

Die zwei Functionen unter den Integralzeichen abermals in Partialbrüche zerlegt, geben nach kurzer Rechnung respective

$$\tfrac{1}{2}\frac{1}{x-1} - \tfrac{1}{2}\frac{x-\cos s\theta}{x^2-2x\cos s\theta+1} + \tfrac{1}{2}\frac{1+\cos s\theta}{x^2-2x\cos s\theta+1},$$

$$\frac{1}{2(1-\cos s\theta)}\frac{1}{x-1} - \frac{1}{2(1-\cos s\theta)}\frac{x-\cos s\theta}{x^2-2x\cos s\theta+1}$$
$$-\tfrac{1}{2}\frac{1}{x^2-2x\cos s\theta+1},$$

also da

$$\int \frac{x-\cos\theta}{x^2-2x\cos s\theta+1}\,dx = \tfrac{1}{2}\lg(x^2-2x\cos s\theta+1)$$

$$\int \frac{1}{x^2-2x\cos s\theta+1}\,dx = \frac{1}{\sin s\theta}\,Arc.\mathrm{tg}\,\frac{x-\cos s\theta}{\sin s\theta}$$

$$\int \frac{x-\cos s\theta}{x^2-2x\cos s\theta+1}\,\frac{dx}{x-1} = \tfrac{1}{2}\lg(x-1) -$$
$$-\tfrac{1}{4}\lg(x^2-2x\cos s\theta+1) + \frac{1+\cos s\theta}{2\sin s\theta}\,Arc.\mathrm{tg}\,\frac{x-\cos s\theta}{\sin s\theta}, \qquad (6)$$

$$\int \frac{1}{x^2-2x\cos s\theta+1}\,\frac{dx}{x-1} = \frac{1}{2(1-\cos s\theta)}\lg(x-1)$$
$$-\frac{1}{4(1-\cos s\theta)}\lg(x^2-2x\cos s\theta+1) \qquad (7)$$
$$-\frac{1}{2\sin s\theta}\,Arc.\mathrm{tg}\,\frac{x-\cos s\theta}{\sin s\theta}.$$

Durch Substitution dieser Werthe in (5) und Vereinigung der gleichartigen Glieder zeigt sich:

$$\int \frac{1}{x^{2r}+1}\,\frac{dx}{x-1} = \frac{1}{r}\Big\{\tfrac{1}{2} S\lg(x-1) - \tfrac{1}{4} S\lg(x^2-2x\cos s\theta+1)$$
$$-\tfrac{1}{2} S\,\mathrm{ctg}\,\tfrac{1}{2}s\theta.\,Arc.\mathrm{tg}\,\frac{x-\cos s\theta}{\sin s\theta}\Big\} \qquad (8)$$

denn es ist der Factor von $\lg(x-1)$

$$-\tfrac{1}{2}\cos s\theta+\frac{\sin^2 s\theta}{2(1-\cos s\theta)}=\tfrac{1}{2},$$

der Factor von $\lg(x^2-2x\cos s\theta+1)$

$$\tfrac{1}{4}\cos s\theta-\frac{\sin^2 s\theta}{4(1-\cos s\theta)}=-\tfrac{1}{2},$$

der Factor von Arcustangens

$$-\frac{(1+\cos s\theta)\cos s\theta}{2\sin s\theta}-\tfrac{1}{2}\sin s\theta=-\tfrac{1}{2}\operatorname{ctg}\tfrac{1}{2}s\theta,$$

da aber nach dem Sinne des Summenzeichens, welches sich auf die r Werthe von s bezieht, nämlich $1, 3, 5, \ldots (2r-1)$ offenbar

$$S\lg(x-1)=r\lg(x-1),$$

$$S\lg(x^2-2x\cos s\theta+1)=x^{2r}+1,$$

so wird:

$$(9)\qquad \int\frac{1}{x^{2r}+1}\,\frac{dx}{x-1}$$

$$=\tfrac{1}{2}\lg(x-1)-\frac{1}{4r}\lg(x^{2r}+1)-\frac{1}{2r}S\operatorname{ctg}\tfrac{1}{2}s\theta.Arc.\operatorname{tg}\frac{x-\cos s\theta}{\sin s\theta}$$

und hiermit nach (4):

$$(10)\quad X_n=\frac{1}{2r}\lg(x^{2r}+1)+\frac{1}{r}S\operatorname{ctg}\tfrac{1}{2}s\theta.Arc.\operatorname{tg}\frac{x-\cos s\theta}{\sin s\theta}+C.$$

Um die Constante zu bestimmen, setzen wir $x=0$, wodurch der erste Theil verschwindet, und da

$$Arc.\operatorname{tg}(-\operatorname{ctg}s\theta)=-Arc.\operatorname{tg}(\operatorname{ctg}s\theta)=-\left(\frac{\pi}{2}-s\theta\right),$$

so ist

$$(11)\qquad C=\frac{1}{r}S\left(\frac{\pi}{2}-s\theta\right)\operatorname{ctg}\tfrac{1}{2}s\theta,$$

so daß also die Constante im Allgemeinen als Function von r, respective von n erscheint.

§. 4.

Ist $n=2r-1$, so hat die Gleichung $x^n+1=0$ die reele Wurzel -1 und r Paare conjugirte imaginäre und die Zerlegung des Bruches $1:x^n+1$ in Partialbrüche gibt folgende Gleichung:

$$\frac{1}{x^n+1}=\frac{1}{n}\frac{1}{x+1}+\frac{2}{n}S\frac{-\cos s\theta(x-\cos s\theta)+\sin^2 s\theta}{x^2-2x\cos s\theta+1},$$

worin sich wieder wie früher das Summenzeichen auf s bezieht und $\theta=\frac{\pi}{n}$. Aber s erhält jetzt nur die $r-1$ Werthe

$$1,\ 3,\ 5,\ldots 2r-3=n-2.$$

Mit $dx:x-1$ multiplicirt und integrirt, erhält man nun:

$$\int\frac{1}{x^n-1}\frac{dx}{x-1}=\frac{1}{2n}\lg\frac{x-1}{x+1}-\frac{2}{n}S\cos s\theta\int\frac{x-\cos s\theta}{x^2-2x\cos s\theta+1}\frac{dx}{x-1}$$
$$+\frac{2}{n}S\sin^2 s\theta\int\frac{1}{x^2-2x\cos s\theta+1}\frac{dx}{x-1}.$$

Da die hier vorkommenden Integrale mit jenen in (5) übereinstimmen und der Unterschied nur in der Anzahl der Werthe von s besteht, so kann man hier unmittelbar die Formeln (6) und (7) anwenden und gelangt sofort zu folgender Gleichung:

$$\int\frac{1}{x^n+1}\frac{dx}{x-1}=\frac{1}{2n}\lg\frac{x-1}{x+1}+\frac{1}{n}S\lg(x-1)$$
$$-\frac{1}{2n}S\lg(x^2-2x\cos s\theta+1)$$
$$-\frac{1}{n}S\operatorname{ctg}\tfrac{1}{2}s\theta.Arc.\operatorname{tg}\frac{x-\cos s\theta}{\sin s\theta}$$

und da nach der Bedeutung des Summenzeichens:

$$S\lg(x-1)=(r-1)\lg(x-1)$$
$$\lg(x+1)+S\lg(x^2-2x\cos s\theta+1)=\lg(x^n+1),$$

$$\int\frac{1}{x^n+1}\frac{dx}{x-1} \tag{12}$$
$$=\tfrac{1}{2}\lg(x-1)-\frac{1}{2n}\lg(x^n+1)-\frac{1}{n}S\operatorname{ctg}\tfrac{1}{2}s\theta.Arc.\operatorname{tg}\frac{x-\cos s\theta}{\sin s\theta},$$

welcher Werth in (4) eingesetzt gibt:

$$(13)\qquad X_n = \frac{1}{n}\lg(x^n+1) + \frac{2}{n} S \operatorname{ctg}\tfrac{1}{2}s\theta . Arc.\operatorname{tg}\frac{x - \cos s\theta}{\sin s\theta} + C.$$

Diese Formel, mit der entsprechenden (10) verglichen, unterscheidet sich von dieser nur darin, daß $n = 2r - 1$ ist und s nur die $r-1$ Werthe $1, 3, 5, \ldots 2r-3$ erhält. Wird $x = 0$ gesetzt, so verschwindet der erste Theil und es folgt, mit derselben Bedingung für s:

$$(14)\qquad C = \frac{2}{n} S\left(\frac{\pi}{2} - s\theta\right).\operatorname{ctg}\tfrac{1}{2}s\theta.$$

Mit den Formeln (10), (11), (13), (14) können alle Reihen von der Art (1) summirt werden. Wir gehen nun über zur Bestimmung der Summenformel für die Reihe (2) und benützen hierzu die Beziehung (3).

§. 5.

Ersetzt man in den Gleichungen (10), (11) r durch n, so ist auch statt $\theta = \frac{\pi}{n}$, $\frac{1}{2}\theta = \frac{\pi}{2n}$ zu setzen und man hat:

$$X_{2n} = \frac{1}{2n}\lg(x^{2n}+1) + \frac{1}{n} S \operatorname{ctg}\tfrac{1}{4}s\theta . Arc.\operatorname{tg}\frac{x - \cos\frac{1}{2}s\theta}{\sin\frac{1}{2}s\theta} + C$$

und für s sind jetzt alle ungeraden Zahlen zu setzen $1, 3, 5 \ldots 2n-1$, während wie früher $\theta = \frac{\pi}{n}$. Wird x mit $-x$ vertauscht, so wird mit denselben Bedingungen:

$$\overline{X}_{2n} = \frac{1}{2n}\lg(x^{2n}+1) - \frac{1}{n} S \operatorname{ctg}\tfrac{1}{4}s\theta . Arc.\operatorname{tg}\frac{x + \cos\frac{1}{2}s\theta}{\sin\frac{1}{2}s\theta} + C,$$

wobei die Constanten in beiden Gleichungen denselben Werth haben. Die Relation (3) gibt hiermit:

$$X'_n = \frac{1}{2n} S \operatorname{ctg}\tfrac{1}{4}s\theta \left\{Arc.\operatorname{tg}\frac{x + \cos\frac{1}{2}s\theta}{\sin\frac{1}{2}s\theta} + Arc.\operatorname{tg}\frac{x - \cos\frac{1}{2}s\theta}{\sin\frac{1}{2}s\theta}\right\}$$

$$(15)\qquad X'_n = \frac{1}{2n} S \operatorname{ctg}\tfrac{1}{4}s\theta . Arc.\operatorname{tg}\frac{2x\sin\frac{1}{2}s\theta}{1-x^2},$$

dieses ist die Summenformel für die Reihenart (2).

Wir lassen zur Erläuterung der allgemeinen Formeln einige Beispiele folgen.

§. 6.

Wenden wir uns zunächst zu den Gleichungen (10), (11), welche die Reihe (1) summiren, für $n = 2r$.

Ist $n = 2$, $r = 1$, $\theta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$, $s = 1$, so finden sich $C = 0$ und man hat:

$$\tfrac{1}{2} \lg(1+x^2) + Arc.\mathrm{tg}\, x \tag{16}$$
$$= x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6} - \ldots$$

und von der Richtigkeit dieser Gleichung kann man sich auch durch Entwicklung der zwei Glieder des ersten Theils überzeugen.

Setzt man hierin $x = 1$, so wird:

$$\tfrac{1}{2} \lg 2 + \tfrac{1}{4}\pi = 1 + \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6} - \ldots \tag{17}$$

Ist $n = 4$, $r = 2$, $\theta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$, $s = 1, 3$, so wird

$$C = \frac{\pi}{8}\left(\mathrm{ctg}\,\frac{\pi}{8} - \mathrm{ctg}\,\frac{3\pi}{8}\right) = \frac{\pi}{4},$$

$$X_4 = \tfrac{1}{4} \lg(1+x^4) + \tfrac{1}{2}\left\{\begin{array}{c}(\sqrt{2}+1)\, Arc.\mathrm{tg}(x\sqrt{2}-1)\\ +(\sqrt{2}-1)\, Arc.\mathrm{tg}(x\sqrt{2}+1)\end{array}\right\} + \frac{\pi}{4},$$
$$= \tfrac{1}{4} \lg(1+x^4) + \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{2}\, Arc.\mathrm{tg}\,\frac{x\sqrt{2}}{1-x^2} - Arc.\mathrm{tg}\,\frac{1}{x^2}\right\} + \frac{\pi}{4},$$
$$= \tfrac{1}{4} \lg(1+x^4) + \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{2}\, Arc.\mathrm{tg}\,\frac{x\sqrt{2}}{1-x^2} + Arc.\mathrm{tg}(x^2)\right\},$$

man hat daher die Gleichung:

$$\tfrac{1}{4} \lg(1+x^4) + \tfrac{1}{2} Arc.\mathrm{tg}(x^2) + \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, Arc.\mathrm{tg}\,\frac{x\sqrt{2}}{1-x^2} \tag{18}$$
$$= x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}$$
$$- \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} - \frac{x^7}{7} - \frac{x^8}{8}$$
$$+ \frac{x^9}{9} + \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^{11}}{11} + \frac{x^{12}}{12}$$
$$- \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

für $-x$ statt x verwandelt sich diese Gleichung in folgende;

$$(19)\quad \tfrac{1}{4}\lg(1+x^4)+\tfrac{1}{4}Arc.\mathrm{tg}(x^2)-\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\,Arc.\mathrm{tg}\frac{x\sqrt{2}}{1-x^2}$$
$$=-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}$$
$$+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\frac{x^7}{7}-\frac{x^8}{8}$$
$$-\frac{x^9}{9}+\frac{x^{10}}{10}-\frac{x^{11}}{11}+\frac{x^{12}}{12}$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

während in der ersten Reihe auf drei Zeichenfolgen ein Zeichenwechsel folgt, folgt in der zweiten auf drei Zeichenwechsel eine Zeichenfolge. — Wird (19) von (18) abgezogen, so erhält man auch im Sinne der Beziehung (3):

$$(20)\quad \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\,Arc.\mathrm{tg}\frac{x\sqrt{2}}{1-x^2}=x+\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\frac{x^9}{9}+\frac{x^{11}}{11}-\ldots,$$

setzt man hierin $x=1$, so ist:

$$(21)\qquad \frac{\pi}{4}\sqrt{2}=1+\tfrac{1}{3}-\tfrac{1}{5}-\tfrac{1}{7}+\tfrac{1}{9}+\tfrac{1}{11}-\ldots.$$

Bezeichnet s die Sehne eines Kreisquadranten vom Radius r, so ist $s=r\sqrt{2}$, die Länge des Quadranten aber ist $=\frac{1}{2}r\pi$, oder wenn man $r=\frac{1}{2}s\sqrt{2}$ einsetzt, so wird der Quadrant $=\frac{\pi}{4}\sqrt{2}.s$. Die Reihe (21) gibt also die Länge des Kreisquadranten, wenn man die Sehne desselben zur Einheit nimmt. Diese Reihe wurde zuerst von Newton mitgetheilt in einem Briefe an Collins (24. October 1676), aber ohne Beweis für ihre Summe. Euler kommt auf dieselbe in seiner Introd. in analys. inf. T. I, §. 179 auf andere Art ohne die allgemeine Form (20) aufzustellen.

§. 7.

Setzen wir jetzt $n=6$, $r=3$, $\theta=\frac{\pi}{6}=30°$, so wird $s=1, 3, 5$

$\cos\theta=\frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\cos 3\theta=0$, $\cos 5\theta=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\mathrm{ctg}\,\frac{1}{2}\theta=2+\sqrt{3}$, $\mathrm{ctg}\,\frac{3\theta}{2}=1$.

$$\sin\theta=\tfrac{1}{2},\ \sin 3\theta=1,\ \sin 5\theta=\tfrac{1}{2},\ \operatorname{ctg}\frac{5\theta}{2}=2-\sqrt{3},$$

und hiermit nach einigen Reductionen:

$$C=\tfrac{1}{3}\left\{(2+\sqrt{3})\frac{\pi}{3}-(2-\sqrt{3})\frac{\pi}{3}\right\}=\frac{2\pi}{9}\sqrt{3}.$$

$$(22)\qquad \frac{2\pi}{9}\sqrt{3}+\tfrac{1}{6}\lg(1+x^6)+\tfrac{1}{3}Arc.\operatorname{tg}x+\tfrac{2}{3}Arc.\operatorname{tg}\frac{x}{1-x^2}$$

$$+\frac{\sqrt{3}}{3}\left\{Arc.\operatorname{tg}(2x-\sqrt{3})-Arc.\operatorname{tg}(2x+\sqrt{3})\right\}$$

$$=x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^6}{6}$$

$$-\frac{x^7}{7}-\frac{x^8}{8}-\frac{x^9}{9}-\frac{x^{10}}{10}-\frac{x^{11}}{11}-\frac{x^{12}}{12}$$

$$+\frac{x^{13}}{13}+\frac{x^{14}}{14}+\frac{x^{15}}{15}+\frac{x^{16}}{16}+\frac{x^{17}}{17}+\frac{x^{18}}{18}$$

$$-\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

da nach bekannter Entwicklung:

$$\tfrac{1}{6}\lg(1+x^6)=\frac{x^6}{6}-\frac{x^{12}}{12}+\frac{x^{18}}{18}-\ldots,$$

so kann man hierin dieses Glied im ersten Theile, gegen die letzte Verticalreihe im zweiten Theile auslassen. Man erhält so z. B. für $x=1$,

$$(23)\qquad \left(\frac{5}{12}+\frac{\sqrt{3}}{9}\right)\pi=1+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{3}+\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{5}$$

$$-\tfrac{1}{7}-\tfrac{1}{8}-\tfrac{1}{9}-\tfrac{1}{10}-\tfrac{1}{11}$$

$$+\tfrac{1}{13}+\tfrac{1}{14}+\tfrac{1}{15}+\tfrac{1}{16}+\tfrac{1}{17}$$

$$-\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Vertauschen wir in (22) x mit $-x$, so ergibt sich unmittelbar folgende Gleichung, in welcher die Reihenentwicklung auf je fünf Zeichenwechsel eine Zeichenfolge hat:

$$(24)\quad \frac{2\pi}{9}\sqrt{3}+\tfrac{1}{6}\lg(1+x^6)-\tfrac{1}{3}Arc.\operatorname{tg} x-\tfrac{2}{3}Arc.\operatorname{tg}\frac{x}{1-x^2}$$

$$+\frac{\sqrt{3}}{3}\left\{Arc.\operatorname{tg}(2x-\sqrt{3})-Arc.\operatorname{tg}(2x+\sqrt{3})\right\}$$

$$=-\,x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}+\frac{x^6}{6}$$

$$+\frac{x^7}{7}-\frac{x^8}{8}+\frac{x^9}{9}-\frac{x^{10}}{10}+\frac{x^{11}}{11}-\frac{x^{12}}{12}$$

$$-\frac{x^{13}}{13}+\frac{x^{14}}{14}-\frac{x^{15}}{15}+\frac{x^{16}}{16}-\frac{x^{17}}{17}+\frac{x^{18}}{18}$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

und wenn man (24) von (22) subtrahirt:

$$(25)\quad \tfrac{1}{3}Arc.\operatorname{tg} x+\tfrac{2}{3}Arc.\operatorname{tg}\frac{x}{1-x^2}$$

$$=x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}$$

$$-\frac{x^7}{7}-\frac{x^9}{9}-\frac{x^{11}}{11}$$

$$+\frac{x^{13}}{13}+\frac{x^{15}}{15}+\frac{x^{17}}{17}$$

$$-\ldots\ldots\ldots$$

werden hingegen die Gleichungen addirt, aber auch $\tfrac{1}{6}\lg(1+x^6)$ gegen die letzte Verticalreihe beiderseits weggelassen:

$$(26)\quad \sqrt{3}\left\{Arc.\operatorname{tg}(2x+\sqrt{3})-Arc.\operatorname{tg}(2x-\sqrt{3})\right\}$$

$$=\frac{2\pi}{9}\sqrt{3}-\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{4}$$

$$+\frac{x^8}{8}+\frac{x^{10}}{10}$$

$$-\frac{x^{14}}{14}-\frac{x^{16}}{16}$$

$$+\frac{x^{20}}{20}+\frac{x^{22}}{22}$$

$$-\ldots\ldots$$

§. 8.

Wir wollen nun specielle Annahmen für die Gleichungen (13), (14) treffen, welche sich noch immer auf die Reihe (1) beziehen, aber für ungerade Werthe von n.

Für $n=3$, $r=2$, $\theta=\frac{\pi}{3}=60^\circ$, $s=1$, wird $\cos\theta=\frac{1}{2}$.

$\sin\theta=\frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\operatorname{ctg}\frac{1}{2}\theta=\sqrt{3}$ und hiermit $C=\frac{\pi}{9}\sqrt{3}$,

$$\frac{1}{2}\lg(1+x^3)+\frac{2\sqrt{3}}{3}Arc.\operatorname{tg}\frac{2x-1}{\sqrt{3}} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} &= x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3} \\ &-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6} \\ &+\frac{x^7}{7}+\frac{x^8}{8}+\frac{x^9}{9} \\ &-\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

auch hier ist $\frac{1}{2}\lg(1+x^3)$ gleich der letzten Verticalreihe rechter Hand, kann also beiderseits ausgelassen werden. Man erhält hiedurch:

$$\frac{\pi}{9}\sqrt{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}Arc.\operatorname{tg}\frac{2x-1}{\sqrt{3}}=x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}+\frac{x^8}{8}-\ldots\ldots\ldots \tag{28}$$

$$\frac{\pi}{9}\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}Arc.\operatorname{tg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}}=-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\frac{x^8}{8}-\ldots\ldots\ldots \tag{29}$$

die letztere Reihe durch Vertauschung von $-x$ mit x. Endlich für $x=1$ im Sinne der Convergenzbemerkung in §. 1:

(30)
$$\frac{2\pi}{9}\sqrt{3} = 1 + \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{8} - \ldots\ldots$$

(31)
$$\frac{\pi}{9}\sqrt{3} = 1 - \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{7} - \tfrac{1}{8} - \ldots\ldots,$$

zur letzteren Reihe (31) gelangt auch Euler in seiner Introd. in analys. inf. T. I, §. 176, aber auf anderem Wege.

Da der erste Theil in (30) das Doppelte des ersten Theiles in (31) ist, so gibt die Reihe (31) um die Hälfte jener (30) vermindert Null. Zieht man Glied um Glied ab und vereinigt das Gleichartige, so ergibt sich:

(32)
$$0 = \tfrac{1}{2}\{1 - \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{7} - \tfrac{1}{11} + \tfrac{1}{13} - \tfrac{1}{17} + \ldots\} - \tfrac{2}{3}\{\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{8} - \tfrac{1}{10} + \tfrac{1}{14} - \tfrac{1}{16} + \ldots\}.$$

Für $x = \frac{1}{2}$ gibt (28) noch folgende gut convergirende Reihe:

(33)
$$\frac{\pi}{9}\sqrt{3} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.2^2} - \frac{1}{4.2^4} - \frac{1}{5.2^5} + \frac{1}{7.2^7} + \frac{1}{8.2^8} - \ldots\ldots\ldots\ldots$$

§. 9.

Für die Reihe (2), welche durch die Formel (15) summirt wird, sei zunächst $n=1$, also $\theta=\pi$, $s=1$, $\cos\frac{1}{2}\theta=0$, $\sin\frac{1}{2}\theta=1$, $\operatorname{ctg}\frac{1}{4}\theta=1$, also

$$Arc.\mathrm{tg}\, x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots \tag{34}$$

und dies ist die bekannte Entwicklung von Jacob Gregory.

Ist $n=3$, $\theta = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$, $s = 1, 3, 5$, so wird $\cos \frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\sin \frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}$, $\cos \frac{3}{2}\theta = 0$, $\sin \frac{3}{2}\theta = 1$, $\cos \frac{5}{2}\theta = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\sin \frac{5}{2}\theta = \frac{1}{2}$, $\mathrm{ctg}\, \frac{1}{4}\theta = 2 + \sqrt{3}$, $\mathrm{ctg}\, \frac{3}{4}\theta = 1$, $\mathrm{ctg}\, \frac{5}{4}\theta = 2 - \sqrt{3}$ und hiermit wird:

$$\Sigma_3 = \frac{1}{6}\left\{(2+\sqrt{3})\, Arc.\mathrm{tg} \frac{x}{1-x^2} + Arc.\,\mathrm{tg} \frac{2x}{1-x^2} + (2-\sqrt{3})\, Arc.\mathrm{tg} \frac{x}{1-x^2}\right\}$$

oder

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{3} Arc.\mathrm{tg} x + \tfrac{2}{3} Arc.\mathrm{tg} \frac{x}{1-x^2} &\\ = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} &\\ - \frac{x^7}{7} - \frac{x^9}{9} - \frac{x^{11}}{11} &\\ + \frac{x^{13}}{13} + \frac{x^{15}}{15} + \frac{x^{17}}{17} &\\ - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &\end{aligned} \tag{35}$$

Zu diesem Ausdrucke gelangten wir auch in §. 7 (25) auf indirecte Art. Setzt man hierin $x = 1$, so erhält man folgende bemerkenswerthe Form für einen Bruchtheil der Ludolph'schen Zahl:

$$\begin{aligned} \frac{5}{12}\pi = 1 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} &\\ - \tfrac{1}{7} - \tfrac{1}{9} - \tfrac{1}{11} &\\ + \tfrac{1}{13} + \tfrac{1}{15} + \tfrac{1}{17} &\\ - \ldots\ldots\ldots &\end{aligned} \tag{36}$$

und hiermit in Verbindung mit der Gleichung (23):

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{9}\sqrt{3} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} &\\ - \tfrac{1}{8} - \tfrac{1}{10} &\\ + \tfrac{1}{14} + \tfrac{1}{16} &\\ - \ldots\ldots &\end{aligned} \tag{37}$$

§. 10.

Der im §. 2 entwickelte Grundgedanke zur Summirung der unendlichen Reihen (1) und (2) ist auch dann noch anwendbar, wenn die Exponenten und Nenner von x irgend eine arithmetische Reihe der ersten Ordnung bilden:

$$\begin{array}{llll} a, & a+\delta, & a+2\delta, & \ldots . a+(n-1)\delta, \\ a+n\delta, & a+(n+1)\delta, & a+(n+2)\delta, & \ldots . a+(2n-1)\delta, \\ a+2n\delta, & a+(2n+1)\delta, & a+(2n+2)\delta, & \ldots . a+(3n-1)\delta, \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{array}$$

bezeichnen wir eine solche Reihe mit X_n, so kann der erste Differenzialquotient derselben immer auf die Form gebracht werden:

$$x^{a-1}.(1+x^{\delta}+x^{2\delta}+\ldots+x^{(n-1)\delta})(1-x^{n\delta}+x^{2n\delta}-\ldots)$$

und dieser Ausdruck ist für $x<1$ und ein positives δ immer gleich

$$x^{a-1}.\frac{x^{n\delta}-1}{x^{\delta}-1}\,\frac{1}{1+x^{r\delta}}\quad .$$

und in Folge dessen:

$$X_n=\int\frac{x^{n\delta}-1}{x^{n\delta}+1}\,\frac{x^{a-1}}{x^{\delta}-1}\,dx+C.$$

---

2. Über einige mit dem Laplace'schen verwandte bestimmte Integrale.

Wenn in

$$\frac{1}{1+u}=1-u+u^2-\ldots\pm u^{n-1}\mp\frac{u^n}{1+u}$$

$u=e^{-x^2}$ gesetzt wird und man multiplicirt mit $e^{-x^2}dx$, integrirt zwischen den Grenzen 0 und ∞, und zwar mit Anwendung der bekannten Laplace'schen Formel:

$$\int_0^{\infty}e^{-ax^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}},\quad a>0,$$

so gelangt man zu folgender Gleichung:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{e^{x^2}+1} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \dots \pm \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \mp \int_0^\infty \frac{1}{e^{x^2}+1} e^{-nx^2} . dx \qquad (1)$$

und zwar gelten die oberen Zeichen, wenn $n = 2r + 1$, die unteren, wenn $n = 2r$ ist. Da e^{-nx^2} innerhalb der Integrationsgrenzen sein Zeichen nicht ändert und der Bruch vor diesem Factor für diese Grenzen $\frac{1}{2}$ zum Maximum und 0 zum Minimum hat, so liegt der Werth des Rest-Integrals nach einem bekannten Theorem immer zwischen den Grenzen

$$\frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{n}} \text{ und } 0;$$

für $n = \infty$ ist also der Werth desselben Null und es ist sicher

$$\int_0^\infty \frac{dx}{e^{x^2}+1} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \dots\right). \qquad (2)$$

In verkehrter Auffassung wird durch diese Gleichung die bekannte convergente unendliche Reihe

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \dots$$

durch ein bestimmtes Integrale dargestellt.

Aus der Gleichung (1) lassen sich noch folgende bestimmte Integrale in endlicher Form darstellen:

$$\int_0^\infty \frac{1+e^{-(2r+1)x^2}}{e^{x^2}+1} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{2r+1}}\right) \qquad (3)$$

$$\int_0^\infty \frac{1+e^{-2rx^2}}{e^{x^2}+1} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \dots - \frac{1}{\sqrt{2r}}\right), \qquad (4)$$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-2rx^2} - e^{-2sx^2}}{e^{x^2}+1} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2r}} - \frac{1}{\sqrt{2r+1}} + \dots - \frac{1}{\sqrt{2s-1}}\right), \; s > r \qquad (5)$$

(6) $$\int_0^\infty \frac{e^{-2rx^2}-e^{-2sx^2}}{e^{x^2}+1}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2r+1}}-\frac{1}{\sqrt{2r+2}}+\ldots-\frac{1}{\sqrt{2s}}\right), s>r.$$

Geht man aber von der Entwicklung

$$\frac{1}{1-u}=1+u+u^2+u^3\,..+u^{n-1}+\frac{u^n}{1-u}$$

aus, so gelangt man bei ganz ähnlichem Vorgange zu folgender Integration:

(7) $$\int_0^\infty \frac{1-e^{-nx^2}}{e^{x^2}-1}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

(8) $$\int_0^\infty \frac{dx}{e^{x^2}-1}=\infty$$

(9) $$\int_0^\infty \frac{e^{-mx^2}-e^{-nx^2}}{e^{x^2}-1}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{m+1}}+\frac{1}{\sqrt{m+2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}\right),$$

$$n \gtreqless m+1.$$

Etwas allgemeiner und mit ähnlicher Ableitung wie die Gleichung (2) hat man noch für $a \gtreqless 1$:

(10) $$\int_0^\infty \frac{dx}{e^{x^2}+a}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1-\frac{a}{\sqrt{2}}+\frac{a^2}{\sqrt{3}}-\ldots\right),$$

(11) $$\int_0^\infty \frac{dx}{e^{x^2}-a}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1+\frac{a}{\sqrt{2}}+\frac{a^2}{\sqrt{3}}+\ldots\right),$$

in umgekehrter Auffassung werden durch diese Formeln die Summen zweier bekannten convergenten Reihen durch bestimmte Integrale dargestellt.

---

3. Über die Grenze des Ausdruckes

$$\frac{1}{m+1}+\frac{1}{m+2}+\ldots+\frac{1}{2m} \text{ für } m=\infty.$$

Bei der Untersuchung der harmonischen Reihe in Bezug auf Convergenz und Divergenz wird nach Cauchy meist der obige Ausdruck zu Rathe gezogen und es ist oft bemerkt worden, daß der Werth desselben immer zwischen 1 und $\frac{1}{2}$ enthalten ist. Im Folgenden soll die Grenze bestimmt werden, welcher sich diese Summe für ein unendlich zunehmendes m ohne Ende nähert.

Ist $n<m$, so gibt die Gleichung:

$$\frac{1}{m+n}=\frac{1}{m}\left\{1-\left(\frac{n}{m}\right)+\left(\frac{n}{m}\right)^2-\left(\frac{n}{m}\right)^3+\ldots\right\},$$

setzen wir daher

$$\overset{m}{\underset{1}{S}}\frac{1}{m+n}=\frac{1}{m+1}+\frac{1}{m+2}+\ldots+\frac{1}{2m},$$

so wird auch

$$\overset{m}{\underset{1}{S}}\frac{1}{m+n}=\frac{1}{m}\left\{m-S\left(\frac{n}{m}\right)+S\left(\frac{n}{m}\right)^2-S\left(\frac{n}{m}\right)^3+\ldots\right\}$$

$$=1-\frac{1}{m^2}Sn+\frac{1}{m^3}Sn^2-\frac{1}{m^4}Sn^3+\ldots$$

und für $m=\infty$

$$\text{Lim.}\overset{m}{\underset{1}{S}}\frac{1}{m+n}=1-\text{Lim.}\frac{1}{m^2}Sn+\text{Lim.}\frac{1}{m^3}Sn^2-\text{Lim.}\frac{1}{m^4}Sn^3+\ldots.$$

Nun ist bekanntlich, wenn B_1, B_3,... die Bernoulli'schen Zahlen bedeuten:

$$\overset{m}{\underset{1}{S}}n^k=\frac{m^{k+1}}{k+1}+\tfrac{1}{2}m^k+\tfrac{1}{2}\binom{k}{1}B_1m^{k-1}-\tfrac{1}{4}\binom{k}{3}B_3m^{k-2}+\ldots$$

also

$$\text{Lim.}\frac{1}{m^{k+1}}\overset{m}{\underset{1}{S}}n^k=\frac{1}{k+1},$$

setzt man hierin $k = 1, 2, 3, \ldots$ und substituirt, so folgt:

$$\text{Lim.}\ \overset{m}{\underset{1}{S}} \frac{1}{m+n} = 1 - \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4} + \ldots = \lg 2$$

$$\text{Lim.}\left(\frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+2} + \ldots + \frac{1}{2m}\right) = \lg 2,$$

wobei lg den natürlichen Logarithmus bezeichnet.

Von der Richtigkeit dieser Gleichung kann man sich auch noch auf folgende Art überzeugen. Bezeichnen wir unseren Ausdruck mit μ, und setzen

$$s_m = 1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{m},$$

so ist bekanntlich die Constante des Integrallogarithmus

$$\text{Lim.}\,(s_m - \lg m) = 0 \cdot 5772 \ldots$$

und

$$s_{2m} = s_m + \mu,$$

setzen wir in dieser Limite $2m$ an die Stelle von m und wenden die zweite Gleichung an, so zeigt sich

$$\text{Lim.}(s_m + \mu - \lg 2 - \lg m) = 0 \cdot 5772,$$

$$\text{Lim.}(\mu - \lg 2) = 0,$$

$$\text{Lim.}\ \mu = \lg 2.$$

Aus dieser Limite lassen sich nun noch andere ableiten, so ist z. B.

$$\text{Lim.}\left(\frac{1}{m+\frac{1}{2}} + \frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+\frac{3}{2}} + \ldots + \frac{1}{m+m.\frac{1}{2}}\right) = \lg 4,$$

$$\text{Lim.}\left(\frac{1}{m+\frac{1}{3}} + \frac{1}{m+\frac{2}{3}} + \frac{1}{m+\frac{3}{3}} + \ldots + \frac{1}{m+3m.\frac{1}{3}}\right) = \lg 8.$$

4. Beweis der Divergenz der unendlichen Reihe

$$\frac{1}{s_1}+\frac{1}{2s_2}+\frac{1}{3s_3}+\ldots,\ \text{wenn}\ s_n=1+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}.$$

Kurz nachdem Olivier im 2. Bande des Crelle-Journals sein trügliches Criterium für die Convergenz der unendlichen Reihen entwickelte, hat Abel eben daselbst Bd. 3, p. 82 sich mit der obigen Reihe beschäftiget und ihre Divergenz nachgewiesen. Neuerlich wurde diese Reihe wieder von Schlömilch citirt im zehnten Jahrgang seiner Zeitschrift p. 355. Im Folgenden gebe ich einen Beweis ihrer Divergenz, welcher sich durch seine Einfachheit empfehlen dürfte.

Nach einem bekannten Satze von Cauchy sind folgende zwei Reihen gleichzeitig convergent und divergent:

$$u_0,\ u_1,\ u_2,\ u_3,\ u_4,\ldots,$$
$$u_0,\ 2u_1,\ 4u_3,\ 8u_7,\ 16u_{15},\ldots,$$

mithin auch die folgenden

$$\frac{1}{s_1},\ \frac{1}{2s_2},\ \frac{1}{3s_3},\ \frac{1}{4s_4},\ \frac{1}{5s_5},\ldots$$
$$\frac{1}{s_1},\ \frac{1}{s_2},\ \frac{1}{s_4},\ \frac{1}{s_8},\ \frac{1}{s_{16}},\ldots,$$

so daß es hinreicht die letztere Reihe in Bezug auf Convergenz zu prüfen, um über die erstere zu entscheiden.

Es ist

$$s_{2m}=s_m+\frac{1}{m+1}+\frac{1}{m+2}+\ldots+\frac{1}{2m}$$

und da immer

$$\frac{1}{m+1}+\frac{1}{m+2}+\ldots+\frac{1}{2m}<1,$$

so ist $s_{2m}<s_m+1$ und man hat in successiver Anwendung dieser Relation:

$s_1 = 1$	$s_1 = 1$	also $\frac{1}{s_1} = 1$
$s_2 = \frac{3}{2}$	$s_2 = \frac{3}{2}$	$\frac{1}{s_2} = \frac{2}{3}$
$s_4 < s_2 + 1$	$s_4 < \frac{5}{2}$	$\frac{1}{s_4} > \frac{2}{5}$
$s_8 < s_4 + 1$	$s_8 < \frac{7}{2}$	$\frac{1}{s_8} > \frac{2}{7}$
$s_{16} < s_8 + 1$	$s_{16} < \frac{9}{2}$	$\frac{1}{s_{16}} > \frac{2}{9}$
....	.....	......

und durch Summation;

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_4} + \ldots > 2(1 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{7} + \ldots) - 1,$$

da nun die Reihe rechts divergirt, so divergirt um so mehr die Reihe links, mithin auch die vorgelegte Reihe.

Über das Verhalten von Zink und Zinkoxyd gegen Kochsalz.

Von A. Siersch.

Bei den meisten Sudsalinen in Deutschland, wo man durch einen langsamen Sud, Grobsalz erzeugt, pflegt man die aus Eisenblech gefertigten Sudpfannen gegen Oxydation dadurch zu schützen, daß man in die blank gescheuerten Ecken der Pfanne, Zink eingießt, [1]) oder dasselbe als Streifen in die Nietfugen der Pfannbleche einlegt, [2]) um das Letztere mit dem Zink in metallische Verbindung zu bringen. Durch den hiedurch bewirkten Contact, trachtet man auf Kosten der beschleunigten Bildung von Zinkoxyd, das Rosten der Pfanne zu verhüten. Diese Methode scheint mehr und mehr in Gebrauch zu kommen; da aber alle löslichen Zinkverbindungen dem menschlichen Organismus schädlich sind, ja auch das unlösliche Zinkoxyd in Beziehung auf Schädlichkeit für den Menschen sehr in Frage steht, so müssen gegen die Nützlichkeit dieser Methode ernste Bedenken rege werden. — Da über die Möglichkeit, daß Zink unter solchen Bedingungen in das zum Genusse bestimmte Salz gelange, bis jetzt keine Untersuchungen vorliegen, sah ich mich veranlaßt zur Klärung dieser Frage, durch vorliegende Versuche, Einiges beizutragen.

Durch meine Versuche ist unbedingt nachgewiesen, daß unter den oben angedeuteten Bedingungen, Zink in das zum Genusse bestimmte Salz gelange; sei es, daß man Zink der Einwirkung einer Kochsalzlösung durch längere Zeit überläßt, so wird Wasser zerlegt; es entweicht Wasserstoffgas, und der Sauerstoff des zerlegten Wassers verbindet sich mit dem Zink zu Zinkoxyd, welches letztere theilweise mit der Kochsalzlösung eine Verbindung eingeht; — denn die von dem Zink und ungelöstem Zinkoxyde abfiltrirte Kochsalzlösung gibt mit Schwefelwasserstoff, Schwefelammonium, Ferrocyankalium etc. ganz deutliche Reactionen auf eine lösliche Zinkverbindung.

---

1) Liebig's Handwörterbuch, Bd. 9, S. 890.

2) Dingler's polytechn. Journal, 1848, 2. Octoberheft.

Wird eine solche, vollkommen klare, zinkhältige Lösung gekocht, so scheidet sich ein, stark mit Zink verunreinigtes Kochsalz aus, und die Mutterlauge behält nur wenig von dieser löslichen Zinkverbindung.

Beim Krystallisiren über Schwefelsäure findet das Gegentheil statt; denn das anfangs auskrystallisirende Kochsalz ist fast vollkommen frei von Zink und wird erst gegen Ende zinkhältig. Die Mutterlauge, welche im vorhergehenden Falle fast rein geblieben, behält hier so ziemlich die ganze Menge des mit dem Kochsalze in Verbindung getretenen Zinks.

Läßt man nun weiters das Salz der letzterwähnten Mutterlauge rasch auskrystallisiren und beobachtet die Krystalle unter dem Mikroskope, so sieht man neben den Hexaedern des Kochsalzes, ganz deutliche Krystalle des Chlorzinknatrium. Es bleibt dabei auffallend, daß dieselbe Mutterlauge bei langsamen Verdunsten, nur Kochsalzwürfel zurückließ.

Dieses eigenthümliche Verhalten der zinkhältigen Flüssigkeit beim Krystallisiren, die neben dem Kochsalze bemerkten fremden Krystalle liessen mit ziemlicher Sicherheit auf das Vorhandensein des Chlorzinknatrium schliessen, welches die Salzlösung verunreinigt.

Die Versuche, das Kochsalz von dem letzterwähnten Doppelsalze, durch allmäliges Ausziehen mittelst Weingeist thunlichst zu reinigen, zeigten einen progressiv steigenden Erfolg, so daß man schon nach der sechsten Waschung, abgesehen von den geringen Quantitäten, mit welchen gearbeitet wurde, das Kochsalz ganz zinkfrei, respective die ganze Zinkverbindung in Lösung erhalten hat. Ein zweiter Versuch, das Kochsalz durch Ausfällen mittelst Salzsäure zinkfrei zu erhalten, gelang vollkommen.

Bei Gelegenheit der versuchten Constatirung des erwähnten Doppelsalzes, gewann man die Überzeugung, daß dasselbe nicht allein dastand; denn glüht man ein so zinkhältiges Salz, so scheidet sich beim Auflösen desselben auffallender Weise ein Theil des früher vor der Krystallisation in Lösung gewesenen Zinkoxyds ab, und es bleibt jetzt nur der Rest als Chlorzinknatrium in Lösung. Dieses Verhalten beweist das Vorhandensein einer löslichen Verbindung von Zinkoxyd mit Natron und Kohlensäure, neben Chlorzinknatrium als Verunreinigung; bemerkt muß jedoch werden, daß von dieser erwähnten Zinkverbindung, im Verhältnisse zum Chlorzinknatrium

äußerst wenig vorhanden ist und daß es daher vorzüglich das letztere ist, welches das Kochsalz verunreinigt.

Ganz eigenthümlich erscheint der Einfluß der Wärme auf die Bildung der löslichen Zinkverbindung in einer Kochsalzlösung. Es geht nämlich die beobachtete Wasserzersetzung, dann die Bildung von Zinkoxyd und die gleichzeitige Bildung der löslichen Zinkverbindung vor sich, gleichviel ob man das Zink mit der Kochsalzlösung bei + 15—18° C. stehen läßt, oder ob man bei Siedhitze arbeitet; nur daß dabei die Menge des ungelöst gebliebenen Zinkoxydes sehr verschieden ist; — so wurden z. B. bei zehntägigem Kochen des Zinkes mit Kochsalzlösung 2·16 Pct. Zinkoxyd, bei zehntägigem Stehenlassen des Zinkes mit Kochsalzlösung bei der Temperatur von + 15—18° C. 0·40 Pct. ungelöstes Zinkoxyd gefunden; die Menge der gelösten Zinkverbindung blieb sich in beiden Fällen gleich. — Beachtenswerth erscheint der weitere Versuch, mit welchem die Bildung der löslichen Verbindung bei Ausschluß der Luft versucht wurde. Es wurde Zink mit Kochsalzlösung in einer Glasröhre, nach vorherigem Auskochen, durch Zuschmelzen der Röhre von der Luft abgeschlossen; nach längerem Erhitzen im Wasserbade, hatte sich Wasser zersetzt und es wurden Zinkoxyd und die lösliche Zinkverbindung angetroffen; durch den starken Druck des gebildeten Wasserstoffgases, waren in mehreren Fällen die Röhren gesprengt worden.

Es ergibt sich hieraus, daß der Zutritt von Luft für die Bildung von Zinkoxyd, bei Berührung von Zink mit Kochsalzlösung nicht durchaus erforderlich ist.

Über das Verhalten einer Kochsalzlösung gegen Zinkoxyd wurde Folgendes beobachtet:

Wenn man frisch gefülltes, oder bereits mehrere Monate altes Zinkoxyd mit Kochsalzlösung kocht, oder bei gewöhnlicher Temparatur stehen läßt, so wird in beiden Fällen ein beträchtlicher Theil des Zinkoxyds gelöst und die entstehende Verbindung zeigt dieselben Eigenschaften, wie die durch Behandeln des Zinks mit Kochsalzlösung erhaltene. — Hervorzuheben ist Folgendes:

Frisch gefälltes Zinkoxyd löst sich rascher; eine gesättigte, kochende Kochsalzlösung löst schneller und mehr Zinkoxyd auf, als eine verdünnte; und endlich wird die Lösung von Zinkoxyd auch von kalter Salzlösung bewirkt. — Eine gesättigte Salzlösung enthielt

nach vierundzwanzigstündigem Stehen mit frisch gefülltem Zinkoxyd 2 Pct. Zinkoxyd gelöst.

Alle vorstehenden Versuche waren mit chemisch reinem Chlornatrium angestellt, mit käuflichem Sudsalz wiederholt, wurde gefunden, daß die Resultate ziemlich übereinstimmend waren.

Quantitative Arbeiten.

A. Mit Zink und einer Lösung von käuflichem Kochsalz wurden folgende Versuche gemacht:

1. Es wurde granulirtes Zink mit Kochsalzlösung unter öfterem Erneuern des verdampfenden Wassers gekocht.
2. Wurde Kochsalzlösung auf einer verzinkten Eisenpfanne versotten, indem dieselbe einer Temperatur von 80—100° C. ausgesetzt wurde;
3. Derselbe Versuch mit Steinsalzlösung.
4. Wurde granulirtes Zink mit Kochsalzlösung bei gewöhnlicher Temperatur stehen gelassen.
5. Ist Zink mit Kochsalzlösung in zugeschmolzenen Röhren im Wasserbade erhitzt worden.
6. Überließ man Zink (ein schwaches Zinkblech von 46.22 Quadt.-Cm. beiderseitiger Oberfläche) der Einwirkung einer gesättigten Kochsalzlösung durch zwanzig Stunden.

Es wurde bei 1. die von dem ungelöst gebliebenen Zink und Zinkoxyd

a) abfiltrirte, schwach alkalisch reagirende Flüssigkeit bei einer Temperatur von + 20—25° C. eingedampft, das hiebei auskrystallisirte Salz abgesondert und darin das Zn bestimmt; weiters wurde

b) die von obiger Procedur zurückgebliebene, stark alkalische Mutterlauge (etwa der fünfzigste Theil der in Arbeit genommenen Menge) einer abgesonderten Behandlung unterzogen; Es wurde nämlich das Kochsalz bis auf $^1/_{10}$ etwa über Schwefelsäure auskrystallisirt, die Mutterlauge zum Trocknen eingedampft und die Menge des Cl und Zn im Verdunstungsrückstande bestimmt.

c) Ferner wurde ein abgesonderter Theil der sub *a)* berührten Flüssigkeit bis zur Trockene eingedampft und das Zink darin bestimmt und endlich

d) wurde die Menge des ungelöst gebliebenen Zinkoxyds ermittelt.

Bei dem 2. und 3. Versuch wurde eine gesättigte Kochsalzlösung auf einer aus Eisenblech gefertigten auf einer Bleischicht verzinkten Pfanne von 216 Quadt. Cm. Bodenfläche, bei einer Temperatur von + 80 bis 100° C. durch vierundzwanzig Stunden warm gehalten. Das verdampfte Wasser wurde während dieser Zeit bei Versuch 2. dreimal nachgefüllt, bei Versuch Nr. 3. wurde eine concentrirte Steinsalzlösung zugegossen; zum Schluss wurde das auskrystallisirte Salz abgenommen und selbes, sowie die Mutterlauge (der dreißigste Theil etwa, der ursprünglichen Menge) analysirt.

Bei 4., 5. und 6. Versuch überließ man die Kochsalzlösung der Einwirkung von Zink unter den angeführten Temperaturen und es wurde beim 4. und 5. Versuch das ganze, sammt Mutterlauge eingedampfte Salz analysirt.

Beim Versuch 6 wurde der absolute Verlust des Zinkbleches bestimmt.

Die erhaltenen Resultate waren folgende:



Versuch:	Das von der Mutterlauge befreite Salz enthielt Chlorzinknatrium:	Das durch Eindampfen der Mutterlauge gewonnene Salz enthielt;	Das ganze zur Trockene eingedampfte Salz enthielt Chlorznknatr.:	Das ungelöst gebliebene ZnO betrug:	Anmerkungen
1. Granulirtes Zink mit Kochsalzlösung längere Zeit gekocht.	1·12%	$ZnCl + NaCl$ = 19·81% $NaOCO_2$ in Verbindung mit 0·10 ZnO = 4·79 NaCl 75·00 MgCl Spur.	3·36%	4·05%	Das durch Eindampfen der Mutterlauge gewonnene Salz wurde von der Analyse geglüht.
2. Eine verzinkte Eisenpfanne mit Kochsalzlösung durch 24 Stunden bei 80—100° C. warm gehalten.	0·48%	0·29%	—	0·21%	—
3. Derselbe Versuch wie Nr. 2, mit Steinsalzlösung.	Grobsalz 0·45% Pfannensalz 0·51%	0·20	—	Grobsalz 0·08% Pfannensalz 0·28	Das sich abgeschiedene Salz wurde in zwei Portionen getheilt, in das schöne Grobsalz und in das an der Pfanne anhaftende Pfannensalz.
4. Granulirtes Zink mit Kochsalzlösung bei gewöhnl. Temperatur stehen gelassen.	—	—	2·41%	0·80%	—
5. Zink mit Kochsalzlösung in zugeschmolzenen Glasröhren erhitzt.	—	—	2·20%	0·79%	—
6. Ein schwaches Zinkblech von 46·22□C. beiderseits: Oberfläche mit Kochsalzlösung durch 20 Std. bei 80—100° erhitzt.	Zinkblech wog vor der Arbeit . . . . . . = 4·4410 Gr. nach der Einwirkung . . . . . . = 4·4275 „ ein Verlust . . . . . . = 0·0135 „				Es ergibt sich hier, mit Rücksicht auf die in Untersuchung gestandene Blechfläche per □Meter und 20 St. Kochzeit ein Verlust von 2·918 Gr. Zink!

B. Mit Zinkoxyd und Kochsalzlösung.

Zinkoxyd wurde einestheils mit einer vollkommen gesättigten, andererseits mit einer verdünnten Kochsalzlösung, unter Erneuern des verdampfenden Wassers, durch mehrere Tage gekocht. Die erhaltene, vom ungelöst gebliebenen Zinkoxyd abfiltrirte, alkalisch reagirende Lauge, wurde in zwei Portionen getheilt; davon der eine Theil zur Trockene eingedampft und darin das Zink bestimmt. Der andere Theil dieser Flüssigkeit wurde bei einer Temperatur von + 20—25° C. eingedampft; das hiebei auskrystallisirte Salz abgesondert und darin das Zink bestimmt; ferner wurde die von obiger Procedur gebliebene, stark alkalisch reagirende Mutterlauge einer abgesonderten Behandlung unterzogen. — Es wurden zum Zwecke der Concentration der Chlorzinknatriumlösung vorerst ungefähr zwanzig Theile des in der Mutterlauge gebliebenen Kochsalzes über Schwefelsäure auskrystallisirt, dann der Rest zur Trockene eingedampft, geglüht und sodann das Chlor, Zink und die Magnesia bestimmt; das Natrium wurde wie früher aus dem Verluste berechnet.

Die analytischen Resultate waren folgende:

I. Zinkoxyd mit concentrirter Kochsalzlösung gekocht.

Das ganze, sammt Mutterlauge eingedampfte Salz, enthielt Chlorzinknatrium	2·90 Proc.
Das von der Mutterlauge befreite Salz	1·10 „
Das durch Eindampfen der Mutterlauge gewonnene Salz bestand aus:	
Chlorzinknatrium	55·60 „
Kohlensaures Natron, in Verbindung mit 0·50 Proc. ZnI, welches bei Glühen und Auflösen des Salzes selbst ausgefällt wurde	2·38 „
Chlornatrium	40·20 „
Chlormagnesium	1·72 „

II Zinkoxyd mit verdünnter Kochsalzlösung gekocht.

Das ganze zur Trockene eingedampfte Salz enthielt $ZnCl + NaCl$ = ...	2·00 „
Das von der Mutterlauge befreite Salz enthielt $ZnCl + NaCl$	1·00 „

C. Versuche über das Verhalten von Zink gegen eine Lösung von chemisch reinem Chlornatrium.

Eine reine Chlornatrium-Lösung, im Gewichte von 2480 Grm., welche ein spec. Gewicht von 1·115 hatte, wurde mit 124 Grm. Zink 9 Tage lang in Berührung gelassen, d. i. jeden Tag unter Zusatz von noch 400 Grm. Wasser, welche in der Mitte der Kochzeit eingetragen wurden, durch drei Stunden gekocht, sodann durch einundzwanzig Stunden bei + 15—18° C. sich selbst überlassen. Um den Gang der Einwirkung des Zink auf die Chlornatrium-Lösung kennen zu lernen, wurde täglich eine Probe der Flüssigkeit der Analyse unterworfen, und zwar waren es jedesmal 36 Grm. der Flüssigkeit. — Vor Abnahme solcher Portionen wurde das in der Lauge vorhandene Zinkoxyd durch Schütteln möglichst gleichmässig vertheilt und die Lauge auf das ursprüngliche spec. Gewicht von 1·115 gebracht. Das Resultat der Untersuchung ist in nachstehender Tabelle enthalten.

Der Wärme ausgesetzt durch 3 Stunden (Temperatur in Graden nach Cels.)	Der Wärme ausgesetzt durch 21 Stunden (Temperatur in Graden nach Cels.)	Totale Wasserabnahme in 24 Stunden (Grammen)	Analyt. Ermittlungen: ungelöstes Zinkoxyd (In % des trockenen Salzes)	gelöstes Zinkoxyd (In % des trockenen Salzes)	gelöstes Zinkoxyd als Chlorzinknatr. berechnet (In % des trockenen Salzes)	Anmerkung
						Die 36 Grm. Lauge, die zur Analyse genommen wurden, enthielten 2·880 bis 2·900 Grm. Salz.
80·100	13·18	1959	0·34	0·117	0·2636	Die Lauge reagirt sehr schwach alkalisch.
80·90	15.17	2162	0·44	0·34	0·766	
80·90	15·17	2001	0·52	0·43	0·970	Die Lauge reag. schwach alkalisch.
90·100	16·17	2279	0·61	0·40	0·902	
90	15·16	2248	0·70	0·34	0·766	Das ungelöste Zinkoxyd, das früher zu pulverig war, wird flockig.
90	15	1800	0·79	0·43	0·970	Das Zinkoxyd wird wieder pulverig.
90·100	15·17	1880	1·23	0·44	1·07	
90·100	15·17	2080	1·60	0·36	0·812	Das Zinkoxyd wird stark flockig.
90	16·17	1805	1·65	0·36	0·812	Die Lauge reagirt alkalisch.
Nachdem die Hälfte der Lauge abgenommen wurde, waren die weiteren Resultate:						
Wärme u. Zeit wie oben		Durch 6 Tage regelmäßig wie oben.	1·70	0·40	0·902	Das ungelöste Zinkoxyd blieb stets pulverig, und die Lauge reagirte vollkommen alkalisch.
			2·16	0·36	0·812	
			2·16	0·40	0·902	
			2·20	0·38	0·857	
			2·31	0·37	0·833	
			2·50	0·37	0·833	

Nach obiger neuntägiger Unterbrechung wurde zur Constatirung der Formel der Zinkverbindung die abgenommene Lauge durchfiltrirt, bis auf einen kleinen Rückstand von Mutterlauge, bei gewöhnlicher Temperatur abgedampft und die Bestimmung vorgenommen und gefunden, daß das erhaltene, langsam auskrystallisirende Salz nur geringe Quantitäten von Chlorzinknatrium (wie früher schon erwähnt), enthielt; und daß die sodann zur Trockene eingedampfte Lauge aus 53 Proc. Chlorzinknatrium und 46·85 Proc. Chlornatrium bestand.

Gleichfalls wird ergänzungsweise des Obigen bemerkt, daß man auch in gleicher Weise, frisch gefälltes Zinkoxyd mit reinem Chlornatrium behandelt hat und daß die Analyse des ganzen Salzes 4·58 Proc. Chlorzinknatrium ergab.

Ein Versuch, der auf großen verzinkten Pfannen veranstaltet wurde, auf Pfannen, wie man sie zur Salzbereitung in den Salinen verwendet, zeigte, daß nach langsamen Sude, binnen zwanzig Stunden, das abgenommene Salz (Grobsalz) zinkhältig ist; Es enthielt 0·3 Proc. Chlorzinknatrium und 0·10 Proc. ungelöstes Zinkoxyd.

Faßt man diese vorstehende Arbeit ins Auge, so ist zu entnehmen, daß das Augenmerk vorzugsweise auf die Beantwortung der Frage gerichtet wurde, ob und inwiefern das im Eingange erwähnte Zusammenbringen von Kochsalz, Wasser, Zink und Wärme, ein Product zu erzeugen geeignet ist, welches dem menschlichen Organismus schädlich werden könnte. Schon beim ersten Blick kann man wohl kaum im Zweifel sein, daß sich Zink in einer Kochsalzlösung oxydirt, dieses, sowie die Steigerung der Oxydation durch Wärme ist längst nicht neu, aber von der Bildung einer löslichen Verbindung konnte in den bisherigen Schriften nichts Genaues gefunden werden.

Es ist nun aus der vorliegenden Arbeit zu ersehen, daß es nicht erst sehr großer Zinkflächen bedarf, um erhebliche Mengen von Zink in Lösung zu bringen, und daß die Oxydation eines Zinkstückes wohl erst mit seinem gänzlichen Verschwinden ihr Ende erreichen dürfte. Es zeigt sich ferner, daß eine Lösung des Zinkoxydes rasch, und was hier noch hervorgehoben zu werden verdient, bei frisch gefälltem Zinkoxyd noch rascher vor sich geht.

Es war nicht die Aufgabe zu erörtern, welche Mengen von Zink unter verschiedenen Verhältnissen beim Salzsude in das Salz übergeführt werden, sondern es sollte nur nachgewiesen werden, daß

beim Versieden der Salzsoole in Berührung mit Zink, das Kochsalz unter allen Umständen zinkhaltig wird. Diese Thatsache läßt sich auch unter den günstigsten Verhältnissen, nämlich bei langsamen Sude und öfterem Ablassen der Mutterlauge nicht in Abrede stellen.

Nicht uninteressant dürfte die Thatsache sein, daß die lösliche Zinkverbindung sich wirklich als Chlorzinknatrium erweiset, dessen Bildung bisher nur durch Zusammenbringen von einem Aequivalent Chlorzink mit einem Aequivalent Chlornatrium bekannt war.

Indem ich diese Arbeit schließe, kann ich nicht umhin, auf die Schädlichkeit sogenannten Zinkschutzes oder sogar verzinkter Salzsud- und Dampf-Pfannen hinzuweisen, was überhaupt von anderartigem Zusammenbringen von salzhaltigen Flüssigkeiten mit Zink gelten mag.

Vorstehende Arbeiten sind im Universitäts-Laboratorium des Herrn Professors Dr. Linnemann gemacht worden.

II. SITZUNG VOM 10. JÄNNER 1867.

Der Secretär theilt mit, daß Herr Dr. Diesing schwer erkrankt und wenig Hoffnung auf dessen Wiedergenesung vorhanden sei.

Derselbe legt eine Anzahl sehr gelungener, durch Herrn G. Reiffenstein verfertigter Litho-Photographien zur Ansicht vor, und bespricht das zu deren Erzeugung angewendete Verfahren.

Herr Prof. Dr. K. Peters in Graz übersendet eine Notiz über „*Phoca pontica*“ Eichw. bei Wien.

Herr E. Koutny, Assistent der descriptiven Geometrie an der k. k. technischen Lehranstalt in Brünn, übermittelt eine Abhandlung, betitelt: „Construction der Selbstschattengrenze von Rotationsflächen in der Perspective unter Voraussetzung paralleler Lichtstrahlen.“

Herr Prof. Dr. A. Winckler legt zwei Abhandlungen von Herrn Dr. J. Frischauf vor, und zwar: *a)* Theorie der Kreistheilung“ und *b)* „Beitrag zur Theorie der Pell'schen Gleichung.“

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academy, The Royal Irish: Transactions. Science: Vol. XXIV, Part 5; Polite Literature: Vol. XXIV, Part 3; Antiquities: Vol. XXIV, Parts 5—7. Dublin, 1865/66; 4°.

Akademie van Wetenschappen, Koninkl., te Amsterdam: Verslagen en Mededeelingen. Afdeeling Letterkunde: Deel IX. 1865; Afdeeling Natuurkunde: 2de Reeks I. Deel. 1866; 8°. — Jaarboek 1865; 8°. — Catalogus van de Boekerij. II. Deel's 1. Stuk. 1866; 8°. — Processen-Verbaal van de gewone Vergaderingen. Afdeel. Natuurkunde. Januarij 1865 — April 1866; 8°. — *Simplicii commentarius in libros IV Aristotelis de caelo ex recens. Sim Karstenii. Trajecti ad Rhenum, 1865;* 4°.

Bauzeitung, Allgemeine. XXXI. Jahrgang, 10.—12. Heft. Nebst Atlas. Wien, 1866; 4° & Folio.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXVII[e], Nrs. 105—107. Genève, Lausanne et Neuchatel, 1866; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIII, Nrs. 25—26. Paris, 1866; 4°.

Cosmos. 2[e] Série. XVI[e] Année, 5[e] Volume, 1[re] Livraison. Paris, 1867; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, königl., zu Göttingen: Abhandlungen. XII. Band. Göttingen, 1866; 4°.

— Schlesische, für vaterländische Cultur: Abhandlungen. Philos.-histor. Abtheilung: 1866; Abtheilung für Naturwissenschaften und Medicin. 1865/66. Breslau; 8°. — 43. Jahresbericht. 1865. Breslau, 1866; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg. Nr. 1. Wien, 1867; 8°.

Grunert, Joh. Aug., Archiv für Mathematik und Physik. XLV. Theil, 3. & 4. Heft. Greifswald, 1866; 8°.

Helsingfors, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1865 bis 1866. 4°, 8° & Fol.

Instituut, Koninkl. Nederlandsch Meteorologisch: Meteorologisch Jaarboek. 1865. Utrecht, 1866; 4°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. XVII. Jahrgang, Nr. 1. Wien, 1867; 4°.

Magazijn voor Landbouw en Kruidkunde. N. R. 8. Aflevering. Utrecht, 1866; 8°.

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1866, 7. Heft. Wien; 8°.

Reise der österr. Fregatte Novara um die Erde. Zoologischer Theil. I. Band. Amphibien, bearbeitet von Fr. Steindachner. Wien, 1867; 4°.

Société des Sciences naturelles de Strassbourg: Mémoires. Tome VI[e], I[re] Livraison. Paris & Strassbourg, 1866; 4°.

— de Physique et d'Histoire naturelle de Genève: Mémoires. Tome XVIII, 2[de] Partie. Genève, Paris, Bale, 1866; 4°.

Society, The Royal Geological, of Ireland: Journal. Vol. I, Part 2. London, Dublin, Edinburgh, 1866; 8°.

— The Royal of London: Philosophical Transactions. Vol. 155, Part II. 1865; Vol. 156, Part I. London, 1866; 4°. —

Proceedings. Vol XIV, N 78—79; Vol. XV, Nr. 80—86. London, 1865 & 1866; 8°.

Society, The Linnean, of London: Transactions. Vol. XXV, Part 2, London, 1866; 4°. — Journal. Botany: Vol. IX, Nrs. 35—37; Zoology: Vol. VIII, Nrs. 31 & 32; Vol. IX. Nrs. 33. London, 1865 & 1866; 8°. — List 1865. 8°.

— The Zoological, of London: Transactions. Vol. V, Part 5. London, 1866; 4°. — Proceedings for the Year 1865. London, Paris & Leipzig, 1865; 8°. — Report of the Council April 30th 1866. 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 2—3. Wien, 1866; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 1. Gratz, 1867; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines. XVIII. Jahrgang. 10. & 11. Heft. Wien, 1866; 4°.

Phoca pontica, *Eichw. bei Wien.*

Von **Karl F. Peters.**

Die wichtige Abhandlung von Herrn Professor Suess über das Wesen und die Verbreitung der „sarmatischen" Miocänstufe [1]) veranlaßt mich, eine Bemerkung mitzutheilen, die ich vor längerer Zeit bei den ersten Untersuchungen meines Materiales aus der Dobrudscha gemacht, in der hierüber vorgelegten Abhandlung aber nicht benützt habe, weil sie lediglich für die Vervollständigung unserer Kenntniß der österreichischen Tertiärablagerungen von Interesse ist. Sie betrifft die Seehundsreste, von denen die ersten Spuren vor 13 Jahren in den Ziegelgruben nächst Hernals bei Wien gefunden wurden und deren ich damals Erwähnung that [2]). Die naheliegende Beziehung des einzigen zu jener Zeit vollständig erhaltenen Restes, eines Oberarmknochens einer mittelgroßen *Phoca*-Art, zu *Phoca pontica* konnte nicht ausgesprochen werden, weil Eichwald (*Lethaea rossica*, III. pag. 396) ausdrücklich erklärt hatte, daß sich der Oberarmknochen dieses fossilen Seehundes von dem der *Phoca vitulina* und *Ph. grönlandica* durch den Mangel des Cubitalloches unterscheide, unser Exemplar dagegen einen ausgezeichneten *Canalis supracondyloideus* an sich trug. Die Sammlung von Hernalser *Phoca*-Resten im kaiserlichen Hofmineraliencabinet hat sich seither so beträchtlich vermehrt, daß nicht nur mehrere Exemplare des Humerus, sondern auch andere Röhren- und Wurzelknochen beider Gliedmaßen vorliegen.

Vergleichen wir dieselben mit seither angekauften Seehundsknochen von Kischenev (Bessarabien), so könnte uns die Identität

---

1) Untersuchungen über den Charakter der österreichischen Tertiärablagerungen II. Sitzungsberichte der kais. Akademie, naturw. Classe, LIV. 2. Abtheil., Seite 218.

2) Peters, die Schildkrötenreste der österr. Tertiärablagerungen. Denkschriften Band IX. 1855.

der bei Wien gefundenen Art mit der kleineren pontischen Species ***Phoca pontica*** Eichw., nicht mehr zweifelhaft sein, auch wenn Nordmann's schönes Werk [1]) nicht bestünde. Nun erklärt aber dieser competente Erforscher der fossilen Wirbelthierreste Südrußlands, wie folgt: „Alle mir vorliegenden Humeri sind mit dem *Canalis supracondyloideus* versehen [2]).“ Das oben erwähnte Bedenken gegen jene Identification darf somit als behoben erachtet werden. Abich belehrt uns in einer seiner neuesten Abhandlungen [3]), daß die von ihm gesammelten Knochen der *Phoca pontica* Begleiter von *Mactra podolica*, *Cardium obsoletum* und mehreren Arten von *Trochus* in seiner Schichte *b* seien. Die Seehundsknochen aus dem Tegel von Hernals geben uns demnach einen neuen Beweis für die von Suess schon vor Jahren ausgesprochene und in seiner jüngsten Abhandlung so glänzend durchgeführten Behauptung, daß die zweite Stufe des Wiener Beckens ihren eigenthümlichen Charakter östlichen Verbindungen zu verdanken habe.

Ob das Unicum von Holitsch (*Phoca antiqua*), von dem Blainville nach älteren Gypsabgüssen eine unvollkommene Abbildung gab, welches aber als eines der werthvollsten Stücke der Pester Universitätsmuseen von Herrn Prof. C. Langer sehr vollkommen präparirt und von Herrn Prof. C. B. Brühl in genauer Vergleichung mit *Ph. vitulina* dargestellt und trefflich abgebildet wurde [4]), einem sehr großen Individuum der *Ph. pontica* oder, was wahrscheinlicher ist, der größeren fossilen Art von Bessarabien angehört, läßt sich nach Nordmann's Abbildungen nicht mit Sicherheit ermitteln. Die Beziehungen beider zu der im Habitus ihnen nahe stehenden *Ph. grönlandica*, mit der ich den ersten Rest von Hernals verglich, dürften nach dem gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse von den sarmatischen Ablagerungen nicht mehr überraschen, wie z. B. die nahe Verwandtschaft der gerippten Unioschalen aus den Süßwasserthonen (Congerien-Schichten) der östlichen Donauländer mit lebenden nordamerikanischen Formen und das Wiederkehren mancher anderer Typen unserer oberen Miocänstufen in den Gewässern nördlicher Breiten.

---

[1]) Paläontologie Süd-Rußlands, Helsingfors 1858—1860.

[2]) Ebenda, Seite 317.

[3]) Bullet. Soc. géol. 2 série, XXI, p. 268.

[4]) Mittheilungen aus dem zoologischen Institut der Universität Pest, Nr. 2 mit 2 Tafeln, Wien. b. Braumüller 1860.

Was die übrigen sehr zahlreichen Knochenreste von Manatus, Delphinus und anderen Seesäugethieren aus dem Tegel von Hernals betrifft (vgl. Suess, l. c. Seite 228), so boten sich bislang für sie keineswegs gleich günstige Vergleichsbehelfe dar. Es scheint mir im Gegentheil, daß sie zur scharfen Bestimmung der Art nicht ausreichen und weder einen so hervorragenden morphologischen noch dermalen auch geologischen Werth haben, um eine Beschreibung mit einer Reihe von Abbildungen zu rechtfertigen, die um so mehr in osteologisch gleichgiltige Details eingehen müßte, je weniger die weiten östlichen Strecken der sarmatischen Ablag rung an Skelettheilen ähnlicher Thiere geliefert haben.

Studien aus der Zahlentheorie.

Von J. Frischauf.

I. Theorie der Kreistheilung [1]).

Zu den schönsten Anwendungen der Zahlentheorie auf Gegenstände der Analysis und Geometrie gehört unstreitig die von Gauß gegründete Theorie der Kreistheilung, d. i. die Theorie der Gleichung

$$x^n - 1 = 0. \tag{1}$$

Unter der großen Anzahl von Sätzen, welche sich aus dieser Theorie folgern lassen, dürften die geometrischen Sätze über die in einen Kreis construirbaren regulären Polygone wohl zu den interessantesten gehören. Bei der Schwierigkeit, mit welcher das Studium der hierher gehörigen Untersuchungen für den Anfänger verbunden ist, dürfte nachstehende das Wichtigste dieser Theorie umfassende Darstellung von Interesse sein; der Vollständigkeit halber dürfte auch die Aufführung mancher bei Gauß gegebener Sätze und Beweise zu entschuldigen sein.

Bei der Untersuchung der vorliegenden Gleichung (1) beschränken wir uns auf den Fall, wo n eine (ungerade) Primzahl ist. Eine Wurzel dieser Gleichung $x=1$ ist reell, die übrigen $n-1$, deren Complex mit Ω bezeichnet werden soll, sind imaginär.

Dividirt man die Gleichung (1) durch $x-1$, so erhält man

$$X = x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots \quad + x^2 + x + 1 = 0. \tag{2}$$

Alle Wurzeln dieser Gleichung sind in dem Ausdrucke

$$r = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}$$

[1]) Gauß. Disquisitiones arithm. sectio septima. — Abel. Mémoire sur une classe particulière d'équations résolubles algebraiquement. — Crelle, Journal, Bd. IV.

enthalten, wo $k=1, 2, 3, .. n-1$ ist. Da aus $r^n=1$ auch

$$r^n=r^{2n}=r^{3n}=.. \quad =r^{en}=1$$

folgt, so können die Wurzeln Ω auch in der Form

$$r, r^2, r^3, \ldots . r^{n-1}$$

gedacht werden, oder in der Form

$$r^\lambda, r^{2\lambda}, r^{3\lambda} \ldots . r^{(n-1)\lambda},$$

wenn λ durch n nicht theilbar ist; es ist daher

$$X=(x-r^\lambda)(x-r^{2\lambda})\ldots(x-r^{(n-1)\lambda}).$$

Ist g eine primitive Wurzel der Primzahl n, so sind die Potenzen

$$g^0, g^1, g^2, .. g^{n-2}$$

mit den Zahlen 1, 2, 3... $n-1$ (ohne Rücksicht auf die Ordnung) nach dem Modulus n congruent, es sind daher die Wurzeln von Ω auch in der Form

$$r^\lambda, r^{g\lambda}, r^{g^2\lambda}, \ldots r^{g^{n-2}\lambda}$$

enthalten. Um nicht in eine zu complicirte Schreibweise zu gerathen, so soll nach Gauß (disquis. arithm. art. 342) $r, r^2 \ldots r^\lambda$ durch [1], [2]..[λ] bezeichnet werden. Dabei ist offenbar

$$[\lambda][\mu]=[\lambda+\mu].$$

Die Wurzeln von Ω sind daher

$$[\lambda], [\lambda g], [\lambda g^2], \ldots [\lambda g^{n-2}].$$

Ist $n-1=ef$, ferner G eine andere primitive Wurzel von n, setzt man $g^e=h$, $G^e=H$; so ist der Complex

$$[1], [h], h^2], \ldots [h^{f-1}]$$

identisch mit dem Complexe

$$[1], [H], [H^2], \ldots [H^{f-1}].$$

Denn ist $G \equiv g^\omega (\text{mod. } n)$, $\mu<f$, so ist $G^\mu \equiv g^{\omega\mu} (\text{mod. } n)$; ist ferner $\nu \equiv \omega\mu (\text{mod. } f)$, wo $\nu<f$ genommen wird, so ist

$$e\nu \equiv e\omega\mu (\text{mod. } ef=n-1),$$

also

$$G^{\mu e} \equiv g^{\omega \mu e} \equiv g^{\nu e} (\text{mod. } n) \text{ oder } H^{\mu} \equiv h^{\nu}, \text{ mithin } [H^{\mu}] = [h^{\nu}],$$

d. h. je ein Glied des ersten Complexes mit irgend einem Gliede des zweiten identisch.

Dieser Complex von f-Wurzeln, welcher von dem speciellen Werthe der primitiven Wurzel unabhängig ist, soll mit $(f, 1)$ bezeichnet werden, dasselbe gilt auch von dem Complexe

$$[\lambda], [\lambda h], [\lambda h^2], \ldots [\lambda h^{f-1}],$$

welcher mit (f, λ), Periode f, λ genannt, bezeichnet werden soll.

Da $h^f \equiv 1 (\text{mod. } n)$, so ist $[\lambda h^f] = [\lambda]$, $[\lambda h^{f+1}] = [\lambda h], \ldots$ d. h. (f, λ) ist mit $(f, \lambda h)$, $(f, \lambda h^2) \ldots$ identisch; oder haben zwei Perioden aus gleich viel Gliedern f eine Wurzel gemeinsam, so sind sie identisch.

Die Wurzeln Ω sind identisch mit den Gliedern der Periode $(n-1, 1)$, diese sind:

$$\begin{array}{llll}
[1], & [g], & [g^2], \ldots & [g^{e-1}] \\
[g^e], & [g^{e+1}], & [g^{e+2}], \ldots & [g^{2e-1}] \\
[g^{2e}], & g^{2e+1}], & [g^{2e+2}], \ldots & [g^{3e-1}] \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
[g^{(f-1)e}], & [g^{(f-1)e+1}], & [g^{(f-1)e+2}], \ldots & [g^{fe-1}];
\end{array}$$

ordnet man vertical, so gibt die 1te Reihe $(f, 1)$, die 2te Reihe (f, g), die 3te Reihe $(f, g^2) \ldots$ die $e$te Reihe (f, g^{e-1}). Die Periode $(n-1, 1)$ kann daher aus den e-Perioden $(f, 1)$, (f, g), $(f, g^2), \ldots (f, g^{e-1})$ zusammengesetzt gedacht werden.

Ebenso ist $(n-1, \lambda)$ aus (f, λ), $(f, \lambda g)$, $(f, \lambda g^2), \ldots (f, \lambda g^{e-1})$ zusammengesetzt.

Ist $n-1 = abc$, so setze man $a = e$, $bc = f$, und man erhält a-Perioden

$$(bc, 1), (bc, g), (bc, g^2) \ldots (bc, g^{a-1}).$$

Jede dieser Perioden hat die Form (bc, λ), auf ganz analoge Art erhält man dafür die c-Perioden

$$(b, \lambda), (b, \lambda g^a), \ldots (b, \lambda g^{ac-a}).$$

Im Folgenden soll unter Periode in der Regel der numerische Werth der Summe der Glieder verstanden werden.

Lehrsatz. Ist $n-1 = ef$, sind ferner (f, λ_1), (f, λ_2), .. (f, λ_e) die e-Perioden, in welche man nach dem Vorigen die Periode $(n-1, \lambda)$ zerfällen kann; so lassen sich:

1. diese Perioden durch eine Gleichung des e^{ten} Grades bestimmen.

Beweis. Setzt man

$$R_\nu = (f, \lambda_1)^\nu + (f, \lambda_2)^\nu + \ldots + (f, \lambda_e)^\nu,$$

so folgt aus

$$(f, \lambda) = (f, \lambda h) = (f, \lambda h^2) = \ldots = (f, \lambda h^{f-1})$$

$$(f, \lambda)^\nu = \frac{1}{f}\left\{(f, \lambda)^\nu + (f, \lambda h)^\nu + (f, \lambda h^2)^\nu + \ldots + (f, \lambda h^{f-1})^\nu\right\}$$

$$R_\nu = \frac{1}{f}\left\{\begin{array}{l} (f, \lambda_1)^\nu + (f, \lambda_1 h)^\nu + \ldots + (f, \lambda_1 h^{f-1})^\nu \\ + (f, \lambda_2)^\nu + (f, \lambda_2 h)^\nu + \ldots + (f, \lambda_2 h^{f-1})^\nu \\ + \ldots \\ + \ldots \\ + (f, \lambda_e)^\nu + (f, \lambda_e h)^\nu + \ldots + (f, \lambda_e h^{f-1})^\nu \end{array}\right\}$$

Es ist daher R_ν eine ganze symmetrische Function der sämmtlichen Wurzeln der Gleichung $X = 0$, also bekannt. Setzt man successive $\nu = 1, 2, 3, \ldots e$, so lassen sich aus R_1, R_2, R_3, .. R_e die Coëfficienten der Gleichung mit (f, λ_1), (f, λ_2), .. (f, λ_e) als Wurzeln bestimmen.

2. Die f-Wurzeln einer Periode (f, λ) werden durch Auflösung einer Gleichung vom Grade f erhalten.

Beweis. Denn ist z. B. (f, λ_1) eine solche Periode, ferner

$$x^f + A'_1 x^{f-1} + A''_1 x^{f-2} + \ldots + A_1^{(f-1)} x + A^{(f)} = 0$$

die Gleichung mit den f-Wurzeln der Periode (f, λ_1), so setze man, wenn $\psi(\lambda_1)$ irgend einen der Coëfficienten A'_1, A''_1 .. $A_1^{(f)}$ bedeutet:

$$t_\nu = (f, \lambda_1)^\nu \psi(\lambda_1) + (f, \lambda_2)^\nu \psi(\lambda_2) + \ldots + (f, \lambda_e)^\nu \psi(\lambda_e).$$

Wegen

$$(f,\lambda_1)^\nu\psi(\lambda_1)=(f,\lambda_1 h)^\nu\psi(\lambda_1 h)=\ldots=(f,\lambda_1 h^{f-1})^\nu\psi(\lambda_1 h^{f-1})$$

u. u. w. folgt

$$t_\nu=\frac{1}{f}\left\{\begin{array}{l}(f,\lambda_1)^\nu\psi(\lambda_1)+(f,\lambda_1 h)^\nu\psi(\lambda_1 h)+\ldots+(f,\lambda_1 h^{f-1})^\nu\psi(\lambda_1 h^{f-1})\\+(f,\lambda_2)^\nu\psi(\lambda_2)+(f,\lambda_2 h)^\nu\psi(\lambda_2 h)+\ldots+(f,\lambda_2 h^{f-1})^\nu\psi(\lambda_2 h^{f-1})\\+\ldots\\+(f,\lambda_e)^\nu\psi(\lambda_e)+(f,\lambda_e h)^\nu\psi(\lambda_e h)+\ldots+(f,\lambda_e h^{f-1})^\nu\psi(\lambda_e h^{f-1})\end{array}\right\}$$

Der Ausdruck t_ν ist, wie aus dieser Form hervorgeht, bekannt.

Setzt man $\nu=0, 1, 2, 3, \ldots e-1$, und bezeichnet man der Kürze halber $(f,\lambda_1), (f,\lambda_2), \ldots (f,\lambda_e)$ mit $y_1, y_2, \ldots y_e$; so hat man folgende Gleichungen:

$$\begin{array}{l}\psi(\lambda_1)+\psi(\lambda_2)+\ldots+\psi(\lambda_e)=t_0\\ y_1\psi(\lambda_1)+y_2\psi(\lambda_2)+\ldots+y_e\psi(\lambda_e)=t_1\\ \vdots\\ y_1^{e-1}\psi(\lambda_1)+y_2^{e-1}\psi(\lambda_2)+\ldots+y_e^{e-1}\psi(\lambda_e)=t_{e-1}.\end{array}$$

Multiplicirt man diese Gleichungen resp. mit $P_0, P_1, \ldots P_{e-2}, 1$ und addirt man, so wird:

$$\psi(\lambda_1)=\frac{t_0P_0+t_1P_1+t\ldots+t_{e-2}P_{e-2}+t_{e-1}}{P_0+y_1P_1+\ldots+y_1^{e-2}P_{e-2}+y_1^{e-1}},$$

wo die Eliminationsfactoren $P_0, P_1, \ldots P_{e-2}$ durch die Entwicklung von

$$Y=(y-y_2)(y-y_3)\ldots(y-y_e)=y^{e-1}+P_{e-2}y^{e-2}+\ldots+P_1y+P_0$$

erhalten werden. Diese Eliminationsfactoren lassen sich durch y_1 ausdrücken. Multiplicirt man Y mit $y-y_1$, so wird:

$$\begin{array}{l}Y(y-y_1)=y^e+(P_{e-2}-y_1)y^{e-1}+(P_{e-3}-P_{e-2}y_1)y^{e-2}+\ldots\\ \quad+(P_0-P_1y_1)y-P_0y_1=(y-y_1)(y-y_2)\ldots(y-y_e).\end{array}$$

Da diese Gleichung identisch ist mit der Gleichung zur Bestimmung von $y_1, y_2, \ldots y_e$, so sind also die Coëfficienten

$$P_{e-2}-y_1,\ P_{e-3}-P_{e-2}y_1, \ldots -P_0y_1,$$

durch die Coëfficienten der Gleichung $X=0$ gegeben.

Der Nenner in $\psi(\lambda_1)$ ist auch darstellbar durch:

$$(y_1-y_2)(y_1-y_3)\ldots(y_1-y_e)=Y_1\,,$$

wegen der Verschiedenheit von $y_1, y_2, \ldots y_e$ kann er nie Null werden.

Setzt man in $A'_1, A''_1, \ldots A_1^{(f)}$ statt y_1, die Werthe $y_2, y_3, \ldots y_e$; so erhält man die übrigen Gleichungen vom Grade f.

Ist $n-1=abc$, so setze man $e=a$, $f=bc$. Man erhält dadurch a-Gleichungen vom Grade bc. Da die Wurzeln einer Periode von bc-Gliedern sich in b-Perioden von c-Gliedern zerfällen lassen, so läßt sich jede dieser Gleichungen vom Grade bc in b-Gleichungen vom Grade c zerlegen.

Ist $n-1=2^\alpha.3^\beta.5^\gamma\ldots$, so reducirt sich die Auflösung von $X=0$, auf die Auflösung von α-Gleichungen vom Grade 2, β-Gleichungen vom Grade 3, γ-Gleichungen vom Grade 5, u. s. w.

Ist $n-1=2^\alpha$, so hat man α quadratische Gleichungen aufzulösen.

Damit in diesem Falle n eine Primzahl ist, muß α die Form 2^ν haben; denn wäre $\alpha=\zeta\eta$, wo ζ ungerade ist, so wäre $2^{\zeta\eta}+1=(2^\eta)^\zeta+1$ durch $2^\eta+1$ theilbar.

Für $\nu=0, 1, 2, 3, 4,\ldots$ erhält man $\alpha=1, 2, 4, 8, 16,\ldots$, $n=3, 5, 17, 257, 65537,\ldots$

Setzt man in $r=\cos\dfrac{2k\pi}{n}+i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$ die Zahl $k=1$, so liefert der reelle Theil einer Wurzel den Ausdruck für $\cos\dfrac{2\pi}{n}$.

Da der Ausdruck in dem zuletzt erwähnten Falle nur Quadratwurzeln enthält, so kann er geometrisch construirt werden. Es ist daher die Construction aller regulären Polygone, deren Seitenzahl eine Primzahl von der Form $2^\alpha+1$ ist, möglich.

Beispiel I. $n=7\,,\quad x^7=1.$

$$n-1=6,\ e=3,\ f=2,\ g=3.$$

Die Periode (6, 1) zerfällt in

$$(2,1)=y_1,\ (2,3)=y_2,\ (2,2)=y_3,$$

$$y_1+y_2+y_3=-1\,,\quad y_1^2+y_2^2+y_3^2=5\,,\quad y_1^3+y_2^3+y_3^3=-4.$$

$$y^3+y^2-2y-1=0$$

$y_1=-0\cdot44503$	y_1 enthält die Wurzeln	[1], [6]
$y_2=-1\cdot80193$	y_2 „ „ „	[3], [4]
$y_3=+1\cdot24697$	y_3 „ „ „	[2], [5]

Gleichung für x

$$x^2-yx+1=0$$

$x_1=-0\cdot2225+0\cdot9749\,i$, $x_4=-0\cdot9010-0\cdot4339\,i$

$x_2=-0\cdot2225-0\cdot9749\,i$, $x_5=+0\cdot6235+0\cdot7818\,i$

$x_3=-0\cdot9010+0\cdot4339\,i$, $x_6=+0\cdot6235-0\cdot7818\,i$

Aus der Natur der geometrischen Functionen ist klar, daß die Wurzeln $x_1, x_2 \ldots x_6$ den Bogen

$$\frac{2\pi}{7}.2,\ \frac{2\pi}{7}.5,\ \frac{2\pi}{7}.3,\ \frac{2\pi}{7}.4,\ \frac{2\pi}{7},\ \frac{2\pi}{7}.6$$

entsprechen.

Beispiel II. $n=17$, $x^{17}=1$.

$g=3$.

$\theta=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 10, 11, 12, 13, 14, 15$

$g^\theta \equiv 1, 3, 9, 10, 13, 5, 15, 11, 16, 14, 8, 7, 4, 12, 2, 6 \ (mod\,17)$

Die Periode (16, 1) zerfällt in die Perioden (8, 1), (8, 3) $e=2$

„ „ (8, 1) „ „ „ „ (4, 1), (4, 9) „

„ „ (8, 3) „ „ „ „ (4, 3), (4, 10) „

„ „ (4, 1) „ „ „ „ (2, 1), (2, 13) „

u. s. w. Dabei ist der numerische Werth von:

$$(16, 1)=-1$$

$(8, 1)+(8, 3)=(16, 1)$, $(8, 1)(8, 3)=-4$

$(4, 1)+(4, 9)=(8, 1)$, $(4, 1)(4, 9)=-1$

$(4, 3)+(4, 10)=(8, 3)$, $(4, 3)(4, 10)=-1$

$(2, 1)+(2, 13)=(4, 1)$, $(2, 1)(2, 13)=(4, 3)$

$(2, 9)+(2, 15)=(4, 9)$, $(2, 9)(2, 15)=(4, 10)$

$(2. 3)+(2, 5)=(4, 3)$, $(2, 3)(2, 5)=(4, 9)$

$(2, 10)+(2, 11)=(4, 10)$, $(2, 10)(2, 11)=(4, 1)$.

Die Periode (2, 1) besteht aus den Wurzeln [1] und [16]; (2, 13) besteht aus [13] und [4], u. s. w.

Versteht man unter [1] die bestimmte Wurzel

$$\cos\frac{2\pi}{17}+i\sin\frac{2\pi}{17},$$

so ist

$$(2, 1)=2\cos\frac{2\pi}{17}.$$

Setzt man Kürze halber

$$\frac{2\pi}{17}=\omega,$$

so ist

$$(4, 1)=4\cos\frac{5\omega}{2}\cos\frac{3\omega}{2},\quad(4, 9)=4\cos 5\omega\cos 3\omega$$

$$(4, 3)=4\cos 4\omega\cos\omega,\quad(4, 10)=4\cos\frac{13\omega}{2}\cos\frac{\omega}{2}.$$

(4, 1) und (4, 3) sind positiv, (4, 9) und (4, 10) negativ.

Wegen

$$\cos 5\omega=-\cos(\pi-5\omega)=-\cos\frac{7\pi}{17}.$$

$$\cos\frac{13\omega}{2}=-\cos\left(\pi-\frac{13\omega}{2}\right)=-\cos\frac{4\pi}{17},$$

ist

$$(8, 1)=4\cos\frac{3\pi}{17}\cos\frac{5\pi}{17}-4\cos\frac{6\pi}{17}\cos\frac{7\pi}{17}$$

positiv,

$$(8, 3)=4\cos\frac{2\pi}{17}\cos\frac{8\pi}{17}-4\cos\frac{\pi}{17}\cos\frac{4\pi}{17}$$

negativ.

Es ist daher

$$(8, 1)=-\tfrac{1}{2}+\sqrt{17},\quad(8, 3)=-\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\sqrt{17}$$

$$(4. 1)=-\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{4}\sqrt{17}+\tfrac{1}{4}\sqrt{34-2\sqrt{17}}$$

$$(4, 3)=-\tfrac{1}{4}-\tfrac{1}{4}\sqrt{17}+\tfrac{1}{4}\sqrt{34+2\sqrt{17}}$$

$$(2, 1)=-\tfrac{1}{8}+\tfrac{1}{8}\sqrt{17}+\tfrac{1}{8}\sqrt{34-2\sqrt{17}}$$

$$+\tfrac{1}{4}\sqrt{\left\{17+3\sqrt{17}-4\sqrt{34+2\sqrt{17}}+\tfrac{1}{2}\sqrt{34-2\sqrt{17}}(\sqrt{17}-1)=R\right\}}$$

$$R=17+3\sqrt{17}-2\sqrt{34+2\sqrt{17}}$$

$$-\tfrac{1}{2}\left\{4\sqrt{34+2\sqrt{17}}-\sqrt{34-2\sqrt{17}}(\sqrt{17}-1)=X\right\}.$$

Setzt man

$$4=\sqrt{\sqrt{17}-1}\,.\,\sqrt{\sqrt{17}+1}\,,$$

so wird

$$X=2\sqrt{2\sqrt{17}}\,.\,\sqrt{\sqrt{17}-1}=2\sqrt{34-2\sqrt{17}}$$

$$\cos\frac{2\pi}{17}=-\tfrac{1}{16}+\tfrac{1}{16}\sqrt{17}+\tfrac{1}{16}\sqrt{34-2\sqrt{17}}$$

$$+\tfrac{1}{8}\sqrt{17+3\sqrt{17}-2\sqrt{34+2\sqrt{17}}-\sqrt{34-2\sqrt{17}}}.$$

II. Beitrag zur Theorie der Pell'schen Gleichung.

Unter der Pell'schen Gleichung versteht man bekanntlich die unbestimmte Gleichung

$$t^2-u^2D=\sigma^2,$$

wo t und u unbestimmte ganze Zahlen bedeuten. Die Auflösung dieser, in der Theorie der quadratischen Formen (auf welchen Fall wir uns hier beschränken) so wichtigen Gleichung geschieht nach Gauß (disquis. arithm. art. 197 sgg.) für positive Werthe der Determinante D dadurch, daß man sämmtliche Transformationen einer reducirten Form von der Determinante D in sich selbst bestimmt. Bestimmt man nämlich zu einer reducirten Form fortwährend die nach rechts und links benachbarten reducirten Formen, so bilden alle diese Formen eine Periode von einer geraden Anzahl einander verschiedener Formen. Durch die Transformation einer Form durch die Glieder einer einzigen Periode hindurch in sich selbst, erhält man die sogenannte kleinste Auflösung T und U der Pell'schen Gleichung.

Je nach der Verschiedenheit der reducirten Form, welche als Ausgangspunkt gewählt wird, erhält man die Werthe T und U auf verschiedenem Wege; es hat allerdings keine Schwierigkeit indirect die Identität aller dieser Auflösungen nachzuweisen; wegen der Wichtigkeit dieser Gleichung dürfte ein directer Beweis für die Unabhängigkeit der kleinsten Auflösung der Pell'schen Gleichung

von dem Ausgangspunkte der reducirten Formen nicht ohne Interesse sein.

Es seien $\varphi_0 = (a, b, c)$ und $\varphi_1 = (a', b', c')$ zwei benachbarte reducirte Formen, φ_1 der Form φ_0 nach rechts benachbart, ω_0 und ω_1 ihre ersten Wurzeln; so ist nach der Bezeichnung von Gauß

$$\pm\omega_0 = (k_0, k_1, k_2, \ldots\ldots k_{2nh-1}, \pm\omega_0)\ ,$$

$$\mp\omega_1 = (k_1, k_2, k_3, \ldots k_{2nh-1}, k_0, \mp\omega_1)\ ;$$

oder

$$\pm\omega_0 = \frac{[k_0, k_1, k_2, \ldots k_{2nh-1}, \pm\omega_0]}{[k_1, k_2, \ldots\ldots k_{2nh-1}, \pm\omega_0]}\ ,$$

oder

$$\pm\omega_0 = \frac{[k_0, k_1, \ldots k_{2nh-2}] + [k_0, k_1, \ldots k_{2nh-1}] . \pm\omega_0}{[k_1, k_2, \ldots k_{2nh-2}] + [k_1, k_2 \ldots k_{2nh-1}] . \pm\omega_0}\ ;$$

also

$$\omega_0 = \frac{\pm[k_0, k_1, \ldots k_{2nh-2}] + [k_0, k_1, \ldots k_{2nh-1}]\omega_0}{[k_1, k_2, \ldots k_{2nh-2}] \pm [k_1, k_2, \ldots k_{2nh-1}]\omega_0}\ ,$$

Eben so ist

$$\omega_1 = \frac{\mp[k_1, k_2, \ldots k_{2nh-1}] + [k_1, k_2, \ldots k_{2nh-1}, k_0]\omega_1}{[k_2, k_3, \ldots k_{2nh-1}] \mp [k_2, k_3, \ldots k_{2nh-1}, k_0]\omega_1}\ ,$$

wo h jede beliebige positive Zahl bedeutet.

Ist $\begin{pmatrix}\alpha_0, & \beta_0\\ \gamma_0, & \delta_0\end{pmatrix}$ eine Substitution, wodurch φ_0 in φ_0 übergeht, $\begin{pmatrix}\alpha_1, & \beta_1\\ \gamma_1, & \delta_1\end{pmatrix}$ eine Substitution, wodurch φ_1 in φ_1 übergeht; so ist

$$\alpha_0 = [k_1, k_2, \ldots k_{2nh-2}]\ ,\quad \beta_0 = \pm[k_1, k_2, \ldots k_{2nh-1}]$$

$$\gamma_0 = \pm[k_0, k_1 \ldots k_{2nh-2}]\ ,\quad \delta_0 = [k_0, k_1, \ldots k_{2nh-1}]$$

$$\alpha_1 = [k_2, k_3, \ldots k_{2nh-1}]\ ,\quad \beta_1 = \mp[k_2, k_3, \ldots k_{2nh-1}, k_0]$$

$$\gamma_1 = \mp[k_1, k_2, \ldots k_{2nh-1}]\ ,\quad \delta_1 = [k_1, k_2, \ldots k_{2nh-1}, k_0].$$

Aus der Substitution $\begin{pmatrix}\alpha_0, & \beta_0\\ \gamma_0, & \delta_0\end{pmatrix}$ erhält man nach den Formeln

$$\alpha_0 = \frac{t_0 - bu_0}{\sigma}\ ,\quad \beta_0 = -\frac{cu_0}{\sigma}\ ,\quad \gamma_0 = \frac{au_0}{\sigma}\ ,\quad \delta_0 = \frac{t + bu_0}{\sigma}$$

eine Auflösung t_0, u_0 der Pell'schen Gleichung.

Ebenso erhält man durch die Transformation $\begin{pmatrix}\alpha_1, \beta_1\\ \gamma_1, \delta_1\end{pmatrix}$ eine Auflösung t_1, u_1 der Pell'schen Gleichung nach den Formeln:

$$\alpha_1 = \frac{t_1 - b'u_1}{\sigma}, \quad \beta_1 = -\frac{c'u_1}{\sigma}, \quad \gamma_1 = \frac{a'u_1}{\sigma}, \quad \delta_1 = \frac{t_1 + b'u_1}{\sigma}.$$

Aus der Übereinstimmung der Vorzeichen der ersten Wurzel und des ersten Coëfficienten einer reducirten Form überzeugt man sich leicht, daß die Auflösungen t_0, u_0 und t_1 u_1 positive Auflösungen der Pell'schen Gleichung sind.

Bedeutet h für beide Formen dieselbe Zahl, so ist wegen

$$\gamma_1 = -\beta_0$$
$$c = a',$$

auch

$$u_1 = \frac{\sigma\gamma_1}{a'} = -\frac{\sigma\beta_0}{c} = u_0,$$
$$t_1 = \sqrt{\sigma^2 + Du_1^2} = \sqrt{\sigma^2 + Du_0^2} = t_0,$$

d. h. je zwei gleichvielte Transformationen zweier benachbarter reducirter Formen führen zu derselben Auflösung der Pell'schen Gleichung. Daraus folgt, daß auch die kleinsten positiven Auflösungen, welche durch zwei benachbarte reducirte Formen erhalten werden, identisch sind.

Sind nun $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_{2n-1}$ die $2n$ reducirten Formen einer Periode, so liefern φ_0 und φ_1, φ_1 und $\varphi_2, \ldots \varphi_{2n-2}$ und φ_{2n-} resp. dieselbe kleinste Auflösung der Pell'schen Gleichung, woraus unmittelbar die Identität aller dieser Auflösungen erhellt.

Anmerkung. Daß $u_0 = u_1$, $t_0 = t_1$ ist, läßt sich auch auf folgende Art beweisen. Es ist

$$t_0 = \frac{\sigma}{2}(\alpha_0 + \delta_0),$$

$$t_1 = \frac{\sigma}{2}(\alpha_1 + \delta_1).$$

Nun ist

$$\alpha_1 + \delta_1 = [k_2, k_3, \ldots k_{2n-2}, k_{2n-1}] + [k_1, k_2, \ldots k_{2n-1}, k_0],$$

wo der Einfachheit halber $h=1$ gesetzt wurde.

Aus

$$[k_1, k_2, .. h_{2n-1}, k_0] = [k_1, k_2, .. k_{2n-2}] + [k_1, k_2, .. k_{2n-1}]k_0$$

folgt

$$\alpha_1 + \delta_1 = [k_2, k_3, .. k_{3n-1}] + \alpha_0 + [k_1, k_2, .. k_{2n-1}]k_0.$$

Wegen

$$[k_0, k_1, k_2, .. k_{2n-1}] = [k_2, k_3, .. k_{2n-1}] + [k_1, k_2, .. k_{2n-1}]k_0$$

$$\alpha_1 + \delta_1 = \alpha_0 + [k_0, k_1, k_2, .. k_{2n-1}]$$

$$= \alpha_0 + \delta_0 \,;$$

also

$$t_1 = t_0.$$

Aus dieser Gleichung folgt wieder, wegen

$$t^2 - u^2 D = \sigma^2 ,$$

daß $u_1 = u_0$ ist.

III. SITZUNG VOM 17. JÄNNER 1867.

Der Präsident der Classe gedenkt des Verlustes, den die Akademie durch das am 10. Jänner erfolgte Ableben des wirklichen Mitgliedes, Herrn Dr. Karl Moriz Diesing erlitten hat.

Sämmtliche Anwesende geben ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Die Tageszeiten der Meteoritenfälle verglichen" und „Der Meteorit von Simonod," beide vom Herrn Hofrathe W. Ritter v. Haidinger.

„Botanische Streifzüge auf dem Gebiete der Culturgeschichte. VIII. Die organischen Einschlüsse eines Ziegels der alten Judenstadt Ramses in Ägypten," von Herrn Prof. Dr. F. Unger.

Herr Prof. D. Aug. Em. Reuss legt eine Abhandlung: „Über einige Bryozoen aus dem deutschen Unteroligocän" vor.

Das c. M. Herr Prof. Dr. C. Ritter v. Ettingshausen übergibt eine Abhandlung: „Die Kreideflora von Nieder-Schöna in Sachsen."

Das c. M. Herr Prof. V. v. Lang überreicht eine im k. k. physikalischen Institute ausgeführte „Optische Untersuchung des unterschwefelsauren Baryt", von Herrn A. Brio.

Herr Dr. S. Stricker legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Untersuchungen über das Leben der farblosen Blutkörperchen des Menschen."

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 5. Jahrg. Nr. 2. Wien, 1867; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1622. Altona, 1867; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIII, N. 27. Paris, 1866; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 2e Livraison. Paris, 1867; 8o.

Dechen, H. von, Geologische Übersichtskarte der Rheinprovinz und der Provinz Westphalen. Nebst Notiz über dieselbe. Bonn, 1866; gr. Folio & 8o.

Gesellschaft der Wissenschaften, Königl. Dänische: Skrifter. V. Raekke. Historisk og philosophisk Afdeling. III. Binds 1. Hefte. Kjöbenhavn, 1866; 4o. — Oversigt. 1865, Nr. 1—3. 1866, Nr. 1. Kjöbenhavn; 8o.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVII. Jahrg. Nr. 2. Wien, 1867; 8o.

Hörnes, Moriz, und Ludwig Ritter v. Köchel, Das Mohs-Denkmal. Bericht über die Ausführung desselben. Wien, 1866; 8.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. 17. Jahrg. Nr. 2. Wien, 1867; 4o.

Maclear, Sir Thomas, Verification and Extension of La Caille's Arc of Meridian at the Cape of Good Hope. Vol. I & II. 1866; 4o.

Museum Francisco-Carolinum: 26. Bericht. Linz, 1866; 8o.

Parlatore, Filippo, Le specie dei cotoni. Con VI tavole. Firenze, 1866; 4o. & Folio.

Société géologique de France: Bulletin. 2e Série. Tome XXIIIe, Feuilles 30—51. Paris, 1865 à 1866; 8o.

Society, The Royal Astronomical: Memoirs. Vol. XXXIV. London, 1866; 4o.

— The Literary and Philosophical, of Manchester: Memoires. III. Series. II. Vol. London & Paris, 1865; 8o. — Proceedings. Vol. III. & IV. Manchester, 1864 & 1865; 8o.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 4—5. Wien, 1867; 4o.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XV. Jahrg. Nr. 7 u. 14. Gratz, 1866; 4o.

Der Meteorit von Simonod.

Bemerkungen von dem w. M. W. Ritter v. Haidinger.

Als einen Nachtrag zu der vorhergehenden Mittheilung, aber auch als Bemerkung zu dem von mir am 6. December 1866 der hochverehrten Classe vorgelegten Berichte des Herrn Directors Julius Schmidt in Athen über die Meteorstrom-Erscheinung des 13. auf den 14. November, und zu den von mir angeschlossenen Erörterungen, muß ich einen Augenblick auf dem Meteoritenfalle des 13. November 1835 verweilen, der zu Simonod (Daubrée hat Samonod, Kesselmeyer nebst Simonod auch [Summonod] S. 123), in der Gemeinde Belmont, des Arrondissements Belley, Dep. de l'Ain um 9 Uhr Abends stattfand.

Schmidt hatte ihn in seinem Verzeichnisse für die Nacht vom 13. auf den 14. November zu dem Jahre 1835 unter dem Namen Bellay eingestellt. Ich hatte geglaubt zu leichterer Orientirung für die Meteoritenforscher den in unseren Verzeichnissen schon seit Partsch fortgeführten Namen Simonod beifügen zu sollen [1]).

Von dem Meteorsteinfalle ist freilich jetzt nur mehr sehr wenig übrig, „kleine eckige und scharfkantige Fragmentchen, sammtschwarz, schwach glänzend, spröde, schwer zerreiblich, vollkommen homogen aussehend", und zwar alles in allem 1 Gramm. 641 in dem k. k. Hof-Mineraliencabinet in Wien, und weniger als 1 Gramm in der Sammlung des Muséum d'Histoire naturelle in Paris. Man muß wohl sehr bedauern, daß in dem so wichtigen Werke „Die Meteoriten in Sammlungen u. s. w. von Herrn Dr. Otto Büchner dieser Meteo-

---

[1]) Simonod, Dep. de l'Ain findet sich nicht nur bei 1835 Bellay, sondern auch durch ein bedauerliches Versehen bei 1822. Potsdam, an letzterem Orte unrichtig, eingeschaltet.

ritenfall nicht mehr aufgezählt wird, unter dem Einflusse von Ansichten, welche die Echtheit der aufbewahrten kleinen Bruchstücke bezweifelten. Diese Ausschließung einer Angabe über einen so höchst wichtigen an einer der periodischen November-Nächte geschehenen Fall macht gewiß viele Personen zweifelhaft, und wirkt dadurch ungünstig. Ich freue mich dagegen recht sehr die Thatsache in Herrn P. A. Kesselmeyer's Verzeichniß, in der Abhandlung über den Ursprung der Meteorsteine entsprechend gewürdigt zu sehen.

Julius Schmidt bezeichnet angemessen das Ereigniß als einen „detonirenden Meteorsteinfall." Unser verewigter hochverdienter College Partsch [1]), dem ich die oben angeführte vollkommen objective, genaue Beschreibung entlehnte, gibt auch sonst ausführlichere Nachweisungen. Ein Feuermeteor mit Detonation war beobachtet worden, das so nahe an Häusern mit Strohdächern herabfiel, daß diese in Brand gesteckt wurden. Arago gab nach Millet d'Aubenton über den Fall Nachricht im Annuaire für 1836, p. 296 mit Bezeichnung des Ortes Belley, nach Humboldt durch eine sporadische Feuerkugel, Kosmos I. S. 399. Die Bruchstücke der dabei gefallenen Steine hatte Partsch von dem Marquis de Drée erhalten, dieser selbst aber hatte sie von einem Gendarmerie-Beamten des Dep. de l'Ain. Nur von vorläufigen chemischen Versuchen war die Rede, die Pariser Akademie hatte die eingesendeten Stücke Herrn Dumas zur Analyse übergeben. (Siehe Poggendorff's Annalen. Bd. 36, S. 562 und Bd. 37, S. 460.)

Partsch erhebt die Frage: „Ob die Fragmentchen von Simonod oder Belley wirklich einer mit Detonation zersprungenen Feuerkugel, die einen wahren überrindeten Meteorstein gab, angehören, oder Product einer Sternschnuppe sind, ist noch zweifelhaft."

Gerade als ein auf dieser Stelle der Frage stehender Gegenstand dürfte dieser Meteorit von Simonod die größte Wichtigkeit besitzen, und auf die größte Aufmerksamkeit Anspruch zu machen berechtigt sein, am wenigsten aber es werth sein, weil nur so weniges von demselben in Sammlungen aufbewahrt noch übrig ist, todt geschwiegen zu werden.

---

[1]) Partsch. Die Meteoriten oder vom Himmel gefallenen Steine und Eisenmassen im k. k. Hof-Mineraliencabinete in Wien, u. s. w. Wien 1843. S. 14.

Partsch hatte ihn nach seinen Ähnlichkeiten zwischen Alais und Cold Bokkeveld (Capland) gestellt, in die Gruppe welche neuerlichst durch die Fälle von Kaba und Orgueil vermehrt worden ist. Auch Grosnja, gefallen am 16. Juni 1861, wird von Shepard in seinem Verzeichnisse vom 20. Juli 1864, eben so wie von Greg in seinem Verzeichnisse vom Februar 1865 in diese Abtheilung gesetzt, mit welcher sie in der That in der Grundmasse viele Ähnlichkeit besitzt. Im k. k. Hof-Mineraliencabinete schließt sich Grosnja zunächst an Renazzo an, dessen Grundmasse ebenfalls viele Ähnlichkeit mit den Exemplaren der benannten Fälle darbietet.

Von der Ansicht des Zusammenhanges der Erscheinungen der Meteoritenfälle, der Feuerkugeln und der Sternschnuppen ausgehend, wird man wohl vorbereitet sein, von Körpern von der Aggregationsform des Meteoriten von Simonod, wenn man annimmt, daß sie nur um Geringes weniger cohärent wären, zu erwarten, daß selbe alle Erscheinungen wahrer Sternschnuppen zeigen würden. Nach der Beschaffenheit der einzelnen Theilchen und ihres Gefüges würden sie als dahinziehende Lichtsterne, ohne oder mit zu einem Schweif aufgelösten Rückstande, oder als Feuermeteore, mit Detonation, ohne Fall fester Körper erscheinen, oder endlich doch den Boden erreichen, wie dieser Meteorit von Simonod, der als ein wirkliches Verbindungsglied zwischen dem wahrscheinlichen Inhalte der Sternschnuppen und den festeren Meteorsteinen sich einreihen würde.

Noch immer steht unseres hochverdienten Gönners Quetelet Ausspruch fest, „daß kein Beobachter sagen könne, er habe eine Sternschnuppe berührt, oder daß er auch nur die Substanz einer solchen gesehen habe[1]). Auch Humboldt berührt diese Frage im Kosmos (III. S. 608): „Ob je etwas aus den Sternschnuppen zur Erde gefallen, ist vielfach im entgegengesetzten Sinne erörtert worden. Die Strohdächer der Gemeinde Belmont (Departement de l'Ain, Arrondissement Belley), welche in der Nacht vom 13. November 1835, also zu der Epoche des bekannten November-Phänomens, durch ein Meteor angezündet wurden, erhielten das Feuer, wie es

[1]) Qu'il n'est aucun observateur qui puisse dire avoir touché une étoile filante ou même avoir vu sa substance. Bulletin de l'ac. roy. de Belgique. 2ᵉ Ser. Tome XVI, Nr. 9, p. 37. — W. Haidinger Sternschnuppen u. s. w. Sitzungsber. der Kais. Akademie der Wissensch. 1864. Bd. XLIX.

scheint, nicht aus einer fallenden Sternschnuppe, sondern aus einer zerspringenden Feuerkugel, welche (problematisch gebliebene) Aerolithen soll haben fallen lassen, nach den Berichten von Millet d'Aubenton." Vorausgesetzt den wohl gewiß anzunehmenden Zusammenhang der Sternschnuppen mit den Feuer-Meteoren, besässe der Meteorit von Simonod wohl eine solche Substanz, und zwar gerade aus dem großen November-Meteor-Schwarm, dem dieser Meteorit angehören könnte, und gewiß verdient er auch darum die größte Aufmerksamkeit. Unter andern kann man an der Tageszeit des Falles selbst einigermaßen einen Anstoss nehmen. Der Fall fand nämlich um 9 Uhr Abends statt, das Sternbild des Löwen, welches den Convergenz-Punkt des November-Meteorstromes enthält, erhebt sich aber erst nach 11 Uhr über den Horizont, wie dies Herr Alexander Herschel sehr zeitgemäß in seiner anregenden Einladung zur Beobachtung der November-Meteore des Jahres 1866 erinnert [1]).

Um einen wirklichen Beweis durchzuführen, fehlten also noch so manche festzustellende Angaben, aber wir dürfen wohl nicht daran zweifeln, daß in späterer Zeit, bei fortgesetzter Aufmerksamkeit, bei künftigen Ereignissen auch Sicherheit nicht fehlen wird.

---

[1]) Letter to the Editor, by A. S. Herschel. Proceedings of the Meteorological Society. Edited by James Glaisher, Esq., F. R. S., Secretary. Nr. 26. Vol. III. p. 236. 1866. June 20.

Die Tageszeiten der Meteoritenfälle verglichen.

Von dem w. M. **W. Ritter v. Haidinger.**

„Es ist eine sonderbare Thatsache, daß von 72 Meteoritenfällen, deren genaue Tages-Fallzeit aufgezeichnet wurde, nur 13 am Vormittage stattfanden, und nicht weniger als 58 Meteorsteine zwischen Mittag und 9 Uhr Abends gefallen sind. Warum so wenige in der Nacht und vor Mittag fielen, ist nicht leicht zu sagen, vorausgesetzt, daß es nicht ein zufälliges Ergebniß war.“

„Diese Beobachtungen wurden durchschnittlich für etwa 48° nördlicher Breite und 10° westlicher Länge genommen [1])“.

Einen im Zusammenhang mit obenstehender Bemerkung aus dem 1860er Report an die British Association als mögliche Veranlassung bezeichneten Umstand, führe ich hier nicht an, weil überhaupt meine Absicht ist, die erwähnte Thatsache selbst, in der dort angenommenen Allgemeinheit, in Abrede zu stellen.

Es scheint mir dies um so mehr wünschenswerth, als dieselbe Angabe sich noch unter dem Datum des 25. Mai 1866 von dem hochverdienten Forscher Herrn Alexander Herschel als Begründung angenommen findet, und mit der Erscheinung der periodischen Sternschnuppen-Schwärme in gewisse Beziehungen gebracht wird. Ich

[1]) It is a singular fact, that out of 72 stonefalls, whose precise hour of fall has been recorded, only 13 occurred before noon, and no less than 58 fell between noon and 9 P.M. Why so few should have fallen at night and before noon, in the morning, is not easy to say, supposing it not to be the result of chance. — The above observations are taken for average of latitude, say 48° north and 10° west longitude. Report on Observations of Luminous Meteors 1859—60. By a Committee, consisting of James Glaisher Esq., F. R. S., F. R. A. S., Secretary to the British Meteorological Society, etc.; T. H. Gladstone, Esq., Esq., Ph. D., F. R. S. etc.; R. P. Greg, Esq., F. G. S. etc.; and E. J. Lowe, Esq., F. R. A. S., M. R. M. S. etc. From the Report of the British Association for the Advancement of Science for 1860. Page 26.

entnehme die Stelle der von Herrn Abbé Moigno besorgten Übersetzung des Berichtes: „Über die Sternschnuppen des Jahres 1865 auf 1866, und die Wahrscheinlichkeit einer kosmischen Theorie ihres Ursprungs als Auszug aus einem an jenem Tage von Herrn Alexander Herschel gehaltenem Vortrage[1]).

Es heißt daselbst: „Indessen scheint es, daß von 72 Aërolithen, deren Fall uns vollständig bekannt ist, die Mehrzahl (58) in den Nachmittagsstunden gefallen sind, von Mittag bis neun Uhr Abends. Gegentheils erreichen die Sternschnuppenfälle ihr Maximum an den gerade jenen Tagesstunden entgegengesetzten Stunden, da es bewiesen ist, daß sie häufiger nach Mitternacht sich zeigen, oder zwölf Stunden nach der Zeit der Feuerkugeln. Es besteht daher zwischen den Aërolithen und den Sternschnuppen ein astronomischer Unterschied, dem unfehlbar ein physikalischer Unterschied entsprechen muß, dessen Natur noch unbekannt ist[2]).

Ich darf es wohl nicht wagen, die Frage in ihrem ganzen Umfange zum Gegenstande einer Erörterung aufzunehmen, doch glaube ich, was die Meteoritenfälle selbst betrifft, Betrachtungen darbieten zu können, welche nicht ohne einige Berücksichtigung in der ferneren Entwickelung der in dieser Beziehung geltenden Ansichten bleiben dürften.

Es sind nämlich in neuerer Zeit, selbst wenn man sich auf die Meteoritenfälle beschränkt, von welchen die Exemplare in Sammlungen aufbewahrt werden, eine größere Anzahl so vollständig bekannt geworden, daß für selbe eine neue Vergleichung nicht unangemessen ist. In dem letzten von mir verfaßten, von der Direc-

---

1) Sur les étoiles filantes de l'année 1865—66, et la probabilité d'une théorie cosmique de leur origine, par M. Alexandre Herschel; Résumé d'une conférence faite à Royal Institution, le 25. Mai 1866. Traduction de M. l'abbé Moigno. Les Mondes, 4. Oct. 1866. 2me Ser. 1re Année. T. XII, 5e. L. p. 200.

2) Néanmoins il semble que sur 72 aérolithes dont la chûte nous est entièrement connue, le plus grand nombre (58) sont tombés après midi, de midi à neuf heures du soir. Les étoiles filantes, au contraire, atteignent leur maximum aux heures opposées du jour, puisqu'il est prouvé qu'elles sont plus abondantes après minuit, ou douze heures plus tard que les bolides. Il existe, par conséquent, entre les aérolithes et les étoiles filantes, une différence astronomique, à laquelle infailliblement, doit correspondre une différence physique, dont la nature reste encore inconnue.

tion des k. k. Hof-Mineraliencabinets herausgegebenen für den 1. Jänner 1865 abgeschlossenen Verzeichniße der daselbst aufbewahrten Meteorsteine und Meteoreisen sind auch die Tages-Fallzeiten möglichst sorgsam bezeichnet, welchen sich seitdem noch einige mehr angereiht haben. Es gelingt mir nun in einem Gesammtbilde nicht weniger als 126 Fälle zu vereinigen, welche ich hier der freundlichen Aufmerksamkeit der hochverehrten Classe empfehle. Die Meteoreisenfälle sind durch ein beigefügtes E ausgezeichnet.

Allein ich habe dem einfachen fortlaufenden Verzeichnisse entsprechend, einer gewiß sehr wichtigen geographischen und zugleich astronomischen Betrachtung, noch eine weitere Ausdehnung zu geben mich bestrebt.

Vergleicht man nämlich blos die Vormittags- und die Nachmittags-Fallzeiten, wie sie in der vierten Spalte des Verzeichnisses stehen, so erscheint allerdings als Summe der ersteren 48, als Summe der letzteren 78, zusammen 126. Ich glaubte dieselben aber nicht nach den vielen zufälligen Meridianen der Fallorte allein vergleichen zu sollen, sondern es schien mir vielmehr unabweislich, dieselben auf einen einzigen Meridian zu beziehen. Als solchen wählte ich den Meridian von Greenwich. Für die Längen-Entfernungen hatte ich dabei einen werthvollen Vorgang in Herrn P. A. Kesselmeyer's sorgsam zusammengestelltem Verzeichnisse der Abhandlung: „Über den Ursprung der Meteorsteine" [1]). Es blieben mir nur einige wenige der neueren Angaben zu ergänzen übrig.

Hier drängt sich aber schon die Betrachtung auf, daß dasjenige, was für einen gewißen Meridian als eine der Vormittagsstunden erscheint, für einen um 180° entfernten Ort, oder der Zeit der Umdrehung der Erde nach um 12 Stunden, in demselben Meridiane in der jenseits des Poles gelegenen Hälfte, gerade die gleiche Nachmittagsstunde sein wird. Was für die, um mich so auszudrücken, zugewendete Seite eines größten Meridiankreises in 72 Meteorsteinfällen, als 14 den Vormittags- und 58 den Nachmittagsstunden angehörig erscheinen läßt, das gibt unmittelbar für die uns abgewendete Seite 58 Vormittags- und 14 Nachmittagsstunden. Es ist zwar in dem oben angeführten Berichte an die *British Association*

---

[1]) Aus den Abhandlungen der Senckenberg'schen naturforschenden Gesellschaft in Frankfurt am Main. Bd. III, 1861.

Vergleichende Tafel der Fallzeiten.

Nummer	Jahr	Monat und Tag	Stunde	Fallort	Länge Greenw.	Zeitunterschied	Fallzeit Greenw.
1	1492	7. Nov.	12—1 PM	Ensisheim	7° 22' O	— 30'	M
2	1715	11. April	4 PM	Schellin	15 0 O	—1h	3 PM
3	E 1751	26. Mai	6 PM	Hraschina	26 0 O	—1	5 PM
4	1753	3. Juli	8 PM	Tabor	14 44 O	—1	7 PM
5	1753	7. Sept.	2 PM	Luponnas	4 59 O	— 20	1h 40' PM
6	1766	Mitte Juli	5 PM	Albareto	10 57 O	— 40	4h 20' PM
7	1768	13. Sept.	4½ PM	Lucé	0 30 O	0	4½ PM
8	1768	20. Nov.	4 PM	Mauerkirchen	13 7 O	— 1	3 PM
9	1773	17. „	M	Sigena	0 0 O	0	M
10	1785	19. Febr.	¼ PM	Eichstädt	11 10 O	— 40	11h 25' AM
11	1787	13. Oct.	13 PM	Charkow	34 50 O	— 2 20	40' PM
12	1790	24. Juli	9 PM	Barbotan	0 4 W	0	9 PM
13	1794	16. Juni	7 PM	Siena	11 20 O	— 40	6h 20' PM
14	1795	13. Dec.	3½ PM	Wold Cottage	0 24 W	0	3½ PM
15	1798	13. „	8 PM	Benares	83 0 O	— 5 30	2h 30' PM
16	1798	8. od. 12. März	6 PM	Salès	4 37 O	— 20	5h 40' PM
17	1803	26. April	1 PM	l'Aigle	0 38 O	0	1 PM
18	1803	8. Oct.	10 AM	Apt	5 23 O	— 20	9h 40' AM
19	1803	13. Dec.	10—11 AM	Mässing	12 36 O	— 40	9h 50' AM
20	1804	5. April	10 AM (Vorm.)	Glasgow	4 18 W	+ 20	10h 20' AM
21	1805	25. März	5 PM	Doroninsk	112 20 O	— 7 30	10½ AM
22	1806	15. „	5 PM	Alais	4 15 O	— 20	4h 40' PM
23	1807	13. „	3 PM (Nachm.)	Timochin	35 10 O	— 2 20	40' PM
24	1807	14. Dec.	6½ AM	Weston	73 34 W	+ 5	11½ AM
25	1808	19. April	M	Parma	10 4 O	— 40	11h 20' AM
26	1808	22. Mai	6 AM	Stannern	15 36 O	— 1	5 AM
27	1808	3. Sept.	3½ PM	Lissa	14 53 O	— 1	2h 20' PM
28	1810	August	M	Tipperary	8 11 W	+ 30	30' PM
29	1810	23. Nov.	1½ PM	Charsonville	1 35 O	0	1½ PM
30	1811	12. März	MN (Nachts)	Kuleschowka	33 45 O	— 2	10 PM

31	1811	8. Juli	8 PM	Berlanguillas	3°	50'	W	+ 20'	8h 20' PM
32	1812	10. April	1½ PM	Toulouse	1	9	O	0	1h 30' PM
33	1812	15. „	4 PM	Erxleben	11	14	O	— 40	3h 20' PM
34	1812	5. Aug.	2 AM	Chantonnay	1	5	W	0	2 AM
35	1813	10. Sept.	6 AM	Limerick	8	42	W	+ 30	6½ AM
36	1814	15. Febr.	M	Bachmut	37	52	O	— 2h 30	9½ AM
37	1814	5. Sept.	11—12 AM	Agen	0	35	O	0	11—12 AM
38	1815	3. Oct.	8 AM	Chassigny	5	23	O	— 20	7h 40' AM
39	1819	13. Juni	6 AM	Jonzac	0	27	W	0	6 AM
40	1819	13. Oct.	8 AM	Politz	12	2	O	— 40	7h 20' AM
41	1820	12. Juli	5—6 PM	Lixna	26	25	O	— 1 40	4 PM
42	1821	15. Juni	3—4 PM	Juvinas	4	21	O	— 20	3½ PM
43	1822	3. „	8½ PM	Angers	0	34	W	0	8½ PM
44	1822	7. Aug.	MN	Agra	78	3	O	— 5 20	6h 40' PM
45	1822	13. Sept.	7 AM	Epinal	6	35	O	— 30	6½ AM
46	1822	30. Nov.	6 PM	Allahabad	81	49	O	— 5 30	½ PM
47	1823	7. Aug.	4—5 PM	Nobleborough	69	40	W	+ 4 40	9 PM
48	1824	15. Jänn.	8—9 PM	Renazzo	11	18	O	— 40	8h 20' PM
49	1824	14. Oct.	8 AM	Žebrak	13	55	O	— 1	7 AM
50	1825	10. Febr.	11—12 AM	Nanjemoy	77	16	W	+ 5 10	5 PM
51	1825	14. Sept.	10—11 AM	Honolulu	158	0	W	+10 30	9 PM
52	1827	16. Febr.	3 PM	Mhow	83	36	O	— 5 30	2½ AM
53	1827	9. Mai	4 PM	Nashville	87	0	W	+ 5 40	9h 40' PM
54	1827	5./17. Oct.	9—10 AM	Bialystock	23	10	O	+ 1 30	8 AM
55	1828	14. Juni	9 AM	Richmond	77	35	W	+ 5	2 PM
56	1829	8. Mai.	3—4 PM	Forsyth	84	13	W	+ 5 40	9 PM
57	1829	14. Aug.	11—12 AM	Deal	74	12	W	+ 5	7 AM
58	1829	9. Sept.	2 PM	Krasnoy	40	28	O	— 2 40	11h 20' AM
59	1831	18. Juli	MN	Vouillé	0	8	O	0	MN
60	1831	9. Sept.	3—4 PM	Wessely	17	21	O	— 1	2h 30' PM
60	1833	25. Nov.	6½ PM	Blansko	16	38	O	— 1	5h 30' PM
62	1833	27. Dec.	9—10 AM	Okniny	25	40	O	— 1 40	8 AM
63	1835	12. Juni	8 AM	Charwallas	75	40	O	— 5	3 AM
64	1835	13. Nov.	9 PM	Simonod	5	40	O	— 20	8h 40 PM
65	E 1835	31. Juli	2—3 PM	Dickson County	87	36	W	+ 5 40	8 PM

Nummer	Jahr	Monat und Tag	Stunde	Fallort	Länge Greenw.	Zeitunterschied	Fallzeit Greenw.
66	1836	31. Jänn.	1 PM	Mascombes	1° 50' O	0	1 PM
67	1836	11. Nov.	5 AM	Macao	37 10 W	+ 2^h 30'	7^h 30' AM
68	1837	24. Juli	11½ AM	Groß-Divina	18 44 O	— 1 20	10 AM
69	1838	6. Juni	M	Chandakapur	79 10 O	— 5 20	6^h 40' AM
70	1838	13. Oct.	9 AM	Cold Bokkeveld	20 30 O	— 1 20	7^h 40' AM
71	1839	13. Febr.	3—4 PM	Little Piney	92 5 W	+ 6	9 PM
72	1840	12. Juni	10—11 AM	Uden	5 35 O	— 20	11 AM
73	1840	17. „	7½ AM	Cereseto	8 20 O	— 30	7 AM
74	1841	22. März	3½ PM	Grüneberg	15 22 O	— 1	2½ PM
75	1841	12. Juli	1½ PM	Chateau Renard	2 58 O	0	1½ PM
76	1842	26. April	3 PM	Milena	16 4 O	— 1	2 PM
77	1843	2. Juni	8 PM	Utrecht	5 8 O	— 20	7^h 40' PM
78	1843	26. Juli	3½ PM	Manegaon	74 35 O	— 5	11½ AM
79	1843	16. Sept.	4¾ PM	Klein Wenden	10 38 O	— 40	4 PM
80	1844	9. April	3—4 PM	Killeter	7 40 W	+ 30	4 PM
81	1844	21. Oct.	6½—7 AM	Favars	0 38 O	0	6½ AM
82	1846	8. Mai	9½ AM	Macerata	13 21 O	— 1	8¼ AM
83	1846	25. Dec.	2 PM	Schönenberg	10 26 O	— 40	1^h 20' PM
84	1847	25. Febr.	2¾ PM	Jowa	91 47 W	+ 6	5¾ PM
85	E 1847	14. Juli	3¾ AM	Braunau	16 19 O	— 1	2¾ AM
86	1848	20. Mai	4¼ AM	Castine	68 57 W	+ 4 30	8^h 40' AM
87	1848	27. Dec.	6 PM	Schie	11 18 O	— 40	5^h 20' PM
88	1850	30. Nov.	4½ AM	Shalka	87 22 O	— 5 40	11 PM
89	1851	17. April	8 PM	Gütersloh	8 21 O	— 30	7½ PM
90	1851	5. Nov.	5½ PM	Nulles	1 5 O	0	5½ PM
91	1852	23. Jänn.	4½ PM	Nellore	80 10 O	— 5 20	11 AM
92	1852	4. Sept.	4—5 PM	Mezö Madaras	24 19 O	— 1 40	3 PM
93	1852	13. Oct.	3 PM	Borkut	24 17 O	— 1 40	1^h 20' PM
94	1853	10. Febr.	1 PM	Girgenti	13 34 O	— 1	M
95	1853	6. März	M	Segowlee	84 48 O	— 5 40	6^h 20' AM
96	1855	13. Mai	5 PM	Bremervörde	9 8 O	— 40	4^h 20' PM
97	1855	11. „	3—4 PM	Insel Oesel	22 40 O	— 1 30	2 PM

98	1855	7. Juni	7¾ PM	S. Denis Westrem	3°	40'	O	— 30'	7¼ PM
99	1855	5. Aug.	2½ PM	Petersburg N. A.	86	50	W	— 5^h 40	0 PM
100	1856	12. Nov.	4 PM	Trenzano	10	52	O	— 40	3^h 20' PM
101	1857	28. Febr.	M	Parnallee	78	10	O	— 5 20	6^h 40' AM
102	1857	24. März	5 PM	Stawropol	41	40	O	— 2 40	2^h 20' PM
103	1857	1. April	MN	Heredia	83	25	W	+ 5 30	6½ AM
104	1857	15. „	10—11 AM	Kaba	21	16	O	— 1 20	9 PM
105	1857	10. Oct.	MN	Ohaba	23	50	O	— 1 30	9 PM
106	1857	27. Dec.	2½ AM	Pegu	95	0	O	— 6 20	8 PM
107	1858	19. Mai	8 AM	Kakova	21	38	O	— 1 20	6^h 40' AM
108	1858	9. Dec.	7½ AM	Ausson	0	35	O	0	7½ AM
109	1859	26. März	4 PM	Harrison	84	30	W	+ 5 40	9^h 40' PM
110	1860	2. Febr.	11½—12 AM	Alessandria	8	35	O	— 30	11½ AM
111	1860	1. Mai	¾ PM	New Concord	81	30	W	+ 5 20	6 PM
112	1860	14. Juli	2¼ PM	Dhurmsala	76	5	O	— 5	9¼ AM
113	1861	12. Mai	M	Butsura	84	48	O	— 5 40	5 AM
114	1861	14. „	1 PM	Canellas	1	30	W	0	1 PM
115	1861	16. Juni	7 PM	Grosnja	42	19	O	— 2 40	4^h 20' PM
116	1861	7. Oct.	1½ PM	Menow	13	7	O	— 1	½ PM
117	1862	2. Juni	7½ AM	Buschhof	25	52	O	— 1 40	5 AM
118	1862	8. Aug.	1½ PM	Pilistfer	25	40	O	— 1 40	M
119	1863	7. Dec.	11½ AM	Tourinnes L-G.	4	54	O	— 20	11 AM
120	1863	22. „	9 AM	Manbhoom	88	9	O	— 6	3 AM
121	1863	11. Aug.	11—12 AM	Dacca	100	44	O	— 6 40	5 AM
122	1864	14. Mai	8 PM	Orgueil	1	19	O	0	8 PM
123	1865	12. Aug.	7 PM	Dundrum	8	11	W	+ 30	7½ PM
124	1865	25. „	11—12 AM	Oued Soufflat	3	40	O	0	11—12 AM
125	1866	30. Mai	3¾ AM	S. Mesmin	3	40	O	0	3½ AM
126	1866	9. Juni	5 PM	Knyahinya	22	34	O	— 1 30	3½ PM

ein Meridian „etwa 10° westlicher Länge“ angeführt, aber es ist nicht angegeben, ob eine vollständige Reduction jedes einzelnen Falles auf denselben vorgenommen worden sei.

In dem vorstehenden Verzeichnisse ist die dem Längenunterschiede, nach Ost und West entsprechende Stundenzahl in runden Zahlen beigesetzt. In der letzten Spalte ist die für den Meridian von Greenwich sich ergebende Tageszeit jedes Falles gegeben. Das Verhältniß der Vormittagsfälle zu den Nachmittagsfällen ist = 53 : 73 in der Summe von 126.

Für die unter 180° westlich oder östlich also um zwölf Stunden Unterschied von Greenwich gelegene Antipoden-Insel, östlich von Neuseeland gilt dann natürlich das entgegengesetzte Verhältniß von 73 Vormittagsfällen zu 53 Nachmittagsfällen.

Eine Erläuterung zu der vergleichenden Tafel glaube ich noch als besonders anziehend und lehrreich beilegen zu sollen, welche die Meteoritenfälle nach den einzelnen 24 Tagesstunden und Nachtstunden für den Meridian von Greenwich tabellarisch ausgetheilt enthält.

Die zwölf Stunden des Vormittags A. M., beginnen nach Mitternacht und schließen mit der Mittagsstunde M., die Nachmittagsstunden P. M. beginnen nach dieser Stunde M. und schließen mit der Mitternachtsstunde M. N. Dasselbe Verfahren ist bei jeder einzelnen Stunde beobachtet, welche den Schluß der Zeit für jede einzelne Spalte bezeichnet.

Die namentliche Aufführung der Fälle gestattete auch den Antheil nachzuweisen, welchen die Welttheile Europa, Asien, Amerika, Afrika, Oceanien — Name gewählt wegen des Falles von Honolulu auf Owahu einer der Sandwich-Inseln, während von Australien kein Fall in dem Verzeichniße enthalten ist — an den Erscheinungen besitzen, und die selbst wieder manche Vergleichungen gestatten.

	A. M.				P. M.			
	12—3	3—6	6—9	9—12	12—3	3—6	6—9	9—12
	5	6	20	22	25	20	22	6
E.	2	4	12	16	22	18	14	3
As.	3	2	3	4	2		1	1
Am.			4	1	1	2	6	2
Afr.			1	1				
Oc.							1	

12—1	1—	—10	10—11	11—12	
	Chant	Apt ässing achmut urmsala ß-Divina	Glasgow Doroninsk Uden Nellore Tourinnes	Eichstädt Weston Parma Agen Krasnoy Manegaon Alessandria Oued Soufflat Ensisheim Sigena Girgenti Pilistfer	
0	1	5	5	12	53
Europa	1	4	3	9	34
Asien		1	2	1	12
Amerika				1	5
Afrika				1	2
Oceanien					0

12—1	1—	9—10	10—11	11—12	
Timochin Tipperary Allahabad Menow l'Aigle Mascombes Canellas Charkow	Lupo Chars Toul Rich Chateau Mil Insel Schö Bor	shville rrison schowka	Ohaba Shalka	Vouillé	
8		3	2	1	73
Europa 7		1	1	1	57
Asien 1			1		4
Amerika		2			11
Afrika					0
Oceanien					1

	A. M.		P. M.		A. M. : P. M.		Summe
	12—6	6—12	12—6	6—12	M		
	11	42	45	28	53	73	126
E.	6	28	40	17	34	57	91
As.	5	7	2	2	12	4	16
Am.		5	3	8	5	11	16
Afr.		2			2		2
Oc.				1		1	1

In kleinere Abschnitte zusammengefaßt, gewähren die Verschiedenheiten der Erscheinungen fortwährend zu Vergleichungen geeignete Thatsachen.

Aus der Tafel der nach Stunden geordneten Meteoritenfälle, ist es leicht, die Ziffer des Verhältnisses von A.M. zu P.M. über den ganzen Erdball zu verfolgen. Für die Mittagszeit zu Greenwich folgt nach der Tafel das Fallverhältniss von A.M. zu P.M., wie 53 zu 73. Wünscht man das Verhältniß für einen um 15° weiter östlich gelegenen Meridian zu wissen, so gilt die Betrachtung, daß die Meteoritenfälle in der Stunde von 11—12 A. M. für Greenwich nun zu Fällen in der Stunde von 12—1 P. M. für diesen neuen Meridian werden, daß dagegen die Fälle von 11^h—12^h P. M. zu Fällen der Stunde zwischen 12 P. M. und 1 A. M. werden, die Spalte 11—12 A. M. wächst dem P. M. zu, die Spalte 11—12 P. M. fällt aus, oder in dem Verhältnisse von 53 : 73 gibt der Unterschied der zugewachsenen zwölf Fälle, weniger des ausfallenden Einen oder von —11 und +11 für Gr. 15° O. das neue Verhältniß von A. M. : P. M. wie 42 : 84.

Verhältnisszahlen in den Meridianhälften.

I. West von Greenwich			II. Ost von Greenwich		
	AM.	PM.		AM.	PM.
Gr.	53	73	Gr.	53	73
15°	61	65	15°	42	84
30	69	57	30	39	87
45	73	53	45	37	89
60	80	46	60	47	79
75	83	43	75	47	79
90	87	39	90	39	87
105	79	47	105	43	83
120	79	47	120	46	80
135	89	37	135	53	73
150	87	39	150	57	69
165	84	42	165	65	61
180	73	53	180	73	53

In gleicher Weise westlich fortschreitend wird bei 15° Meridianunterschied das 12—1 P. M., zu 11—12 A. M. daher entfällt 8 dem P. M. und wächst dem A. M. zu, oder es wird für Gr. 15° W. das neue Verhältniß von A. M. : P. M. wie 61 : 65.

Die zwei Spalten rechts und links auf Seite 9 zeigen die Verhältnisse nach Osten und Westen von je 15° zu 15° oder von Stunde zu Stunde Zeit durchgeführt. Man bemerkt leicht, wie jedem Verhältnisse von A. M. zu P. M. an einer Seite des Erdballes die gerade entgegengesetzte an der um 180° gegenüberliegenden entspricht. Gerade bei jener Länge ist A. M. nur um vier Einheiten kleiner als P. M., ja schon in der Länge von Gr. 30° W. ist A. M. um zwölf Einheiten größer als P. M.

Ich glaube diese Betrachtungen und Nachweisungen sind wohl hinreichend, um ein wie immer für irgend einen Meridian, an einer seiner Hälften scheinbares Überwiegen gewisser Tagesstunden für Meteoritenfälle als gänzlich einflußlos auf eine Beurtheilung der täglichen Fälle nach ihren Stunden darzustellen. Der Erdball im Ganzen hat ja zu gleicher Zeit alle Phasen von Tag und Nacht.

Wohl hat auf die Häufigkeit der beobachteten Meteoritenfälle die Austheilung von Land und Wasser einen sehr großen Einfluß, auch steigt die Zahl der sicheren Beobachtungen namhaft erst in neuerer Zeit. Von den 126 Fällen des Verzeichnisses

gehören	3 A. M.,	13 P. M.	der Zeit von	1492 — 1820
	14 A. M.,	11 P. M.		1800 — 1820
	14 A. M.,	18 P. M.		1820 — 1840
	12 A. M.,	24 P. M.		1840 — 1860
	10 A. M.,	7 P. M.		1860 — 9. Juni 1866

für den Meridian von Greenwich. Auch hier erscheinen wechselnde Verhältnisse.

Ob sich bei fortgesetzten Ereignissen mit größerer Sicherheit periodische Ergebniße darstellen könnten, wäre wohl jetzt eine zu früh gestellte Frage.

Was die größere Häufigkeit der Tagesfälle gegenüber den Nachtfällen überhaupt betrifft, so genügt Ein Blick auf die Tabelle der Stundenfälle, verglichen mit dem Verzeichnisse, um zu zeigen, daß gegenüber der Zahl von 125 Fällen in dem Längenraume von Little Piney (Nr. 69) diesseits bis Dacca (Nr. 119), also von 92° 5′

Greenw. West bis 100° 44′ Greenw. Ost, also für die Länge von 192°47′, wenig mehr als die Hälfte des Äquators, nur ein einziger Fall, der von Honolulu in den übrigbleibendem jenseitigem Längenraume von 167°11′ stattgefunden hat. Darum bleibt auch die Stunden-Columne von Mitternacht bis 1 Uhr A. M. gänzlich leer und ist nur Ein Fall in jeder der beiden Columnen von 11 bis 12 P. M., und von 1 bis 2 A. M. verzeichnet, und das sind solche, welche in Frankreich, bei Chantonnay (Nr. 34) und Vouillé (Nr. 59) in den Nachtstunden stattfanden. Der Mangel an Beobachtungen auf jenem großen Segment des Erdballes ist es, welcher das Überwiegen der Tagesfälle in dem Verzeichnisse gegenüber den Nachtfällen für den Meridian von Greenwich hervorbringt.

Wenn es auch außerhalb meines Gesichtskreises lag, wie der Meteoriten-Fallstunden auch der Stunden der periodischen Meteorschwärme zu gedenken, so liegt gerade in dem gegenwärtigen Augenblicke so Manches allzu einladend vor, um nicht doch einige Worte über den Gegenstand anzuschließen, so lange er noch ganz frisch ist.

In Athen hatte sich nach Herrn Director Julius Schmidt's Bericht, welchen ich am 6. December der hochverehrten Classe vorzulegen die Ehre hatte, für das Maximum der Erscheinung „1866 Nov. 13. 14^h 15^m mittlere Zeit zu Athen“ [1]) ergeben, oder in Übereinstimmung mit den Fallzeiten der Meteoriten geschrieben, den 14. Nov. 2^h 15^m A. M.

Für Constantinopel 29° Gr. O. gibt Herr Koumbary das Maximum zwischen 2½ und 3½ Uhr.

Unmittelbar vergleichbar kommen mir einige Angaben in dem ersten Hefte der „Zeitschrift der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie“ zu, die sich auf die gleiche glänzende Erscheinung beziehen.

Ein Bericht von Herrn Dr. G. Neumayer in Dr. Heis Wochenschrift, aus England — er fuhr in der Nacht, nach dem Phänomen, vom 14. auf den 15 Nov. von Dover nach Calais — stellt das Maximum auf etwa 1 Uhr 20 Minuten A. M. des 14. November. Um 1^h 45^m war die Abnahme schon ziemlich bemerkbar.

---

[1]) Sitzungsberichte LIV. Bd., II. Abth. December-Heft. Es steht dort 14^h 15^h durch ein Versehen statt 14^h 15^m.

Hind in London setzt das Maximum auf 1 Uhr 10 Minuten, um 1 Uhr 20 Minuten die Abnahme schon merkbar.

Nach Dr. Phipson, ebenfalls in England, die Höhe mit Steigen und Abnahme zwischen 12 Uhr 36 Minuten und 1 Uhr 30 Minuten, also etwa 1 Uhr 3 Minuten.

Nach Quetelet in Brüssel Maximum etwa um 1 Uhr 15 Minuten.

In Berlin gegen 2 Uhr das Maximum, von 2½ Uhr sinkend.

In Rom nach Frau Caterina Scarpellini ungeachtet stürmischer Wolkenbedeckung mit abwechselnden freien Stellen von 0^h 30^m A. M. bis 2^h 35′—1072 Meteore, Maximum zwischen 2 Uhr und 2½, etwa 2^h 15^m. Frau Scarpellini hatte auch im Ganzen übereinstimmende Angaben aufgesammelt, von Prof. Pinelli in Civita vecchia, Alessandro Abate Billi in Fano, Prof. Giuliano Vanzolini in Pesaro, Prof. Dr. Carlo Bruno in Mondovi, Dr. Alessandro Campanella in Locorotondo, Dr. Gemellaro in Nicolosi am Ätna, Prof. Ab. G. Carrel in Aosta und Prof. P. Denza in Moncalieri [1]).

Bei Pancsova zwischen 2½ und 4½ beobachtet, zuletzt schwächer.

Nach Dr. Petzelt in Orawitza zwischen 2 und 4 Uhr der Fall.

Eine freundliche Mittheilung von Herrn Prof. Ritter Lanza v. Casalanza aus Zara kann ich hier noch beifügen, daß Fischer daselbst die überaus glänzende Erscheinung zwischen 2 und 5 Uhr Morgens gesehen haben, unter denselben über 100 prachtvolle Boliden.

Gerade zu rechter Zeit, um hier noch angeschlossen zu werden, verdanke ich meinem hochverehrten Freunde, Herrn Prof. Dr. Joseph Szabó in Pest, eine Mittheilung für den Golf von Aden, nahe N. W. vom Cap Guardafui, 49° 30′ Gr. O., 12° 40′ N., wo die Erscheinung am Bord des englischen Post-Dampfers „Mongolia“ zwischen 2 und 5 Uhr Morgens beobachtet wurde. Der Berichterstatter Herr Dr. Theodor Duka, Mitglied der ungarischen Akademie der Wissenschaften, Stabsarzt der „Indian Army“, war von England aus, nach einem Besuche bei seinen Eltern in Ungarn auf dem Wege nach Calcutta. Herr Prof. Szabó theilte mir freundlichst die Übersetzung

---

1) Bulletino nautico e geografico in Roma. Vol. IV. 1866. Nr. 4. La gran pioggia della stelle cadenti osservata in Roma nel mattino del 14. Novembre 1866. Aus der Corrispondenza scientifica.

des an ihn gerichteten Briefes desselben mit. Herr Dr. Duka selbst sah das Phänomen erst gegen das Ende. Doch nennt er es noch immer eine „prachtvolle himmlische Erscheinung, einen Feuerregen". Die einzelnen Meteore zerplatzten größtentheils wie Raketen, ihre Bahn blieb häufig mehrere Secunden hindurch mit einem Band von Feuer bezeichnet.

Die der Zeit nach spätere Erscheinung nach Osten zu springt wohl in die Augen, wenn auch die Maxima überhaupt nur auf Schätzungen beruhen, welchen, dem Gegenstande entsprechend, ein nur annähernder Charakter beigelegt wird. Der Zeitunterschied für Greenwich und Athen, bei 23° 40′ östl. Länge, freilich auch nur auf der Karte gemessen, wäre rund 1½ Stunden (etwas genauer 1 St. 32⅔ M.). Um einen solchen Zeitunterschied ist der beginnende Tag im Osten zu Athen bereits weiter vorgeschritten, als zu Greenwich. Man findet also auch hier in der Beobachtung des Maximums der Meteor-Erscheinung das Verhältniß bestätigt, welches erwartet werden konnte.

Der Zeitunterschied zwischen Greenwich und Herrn Dr. Duka's Beobachtungsorte nahe der Ostspitze von Afrika, N. W. vom Cap Guardafui, ist nahe 3 Stunden 20 Minuten.

Größer als zwischen Athen und Greenwich ist aber, mit dem Längenunterschiede von etwa 73°, auch der Zeitunterschied, nahe 5 Stunden, um welche New Haven gegen Greenwich zurück ist, also noch, in runden Zahlen 8 Uhr P. M. des 13. Nov. hat, während in Greenwich bereits 1 Uhr A. M. des 14. Nov., in Athen 2½ A. M. eingetreten ist.

Größere Längenunterschiede bringen noch auffallendere Verschiedenheiten in der Erscheinung hervor. In der Nacht zwischen 12. und 13. November 1847, als ein sehr zahlreicher Meteorschauer bei Benares in Hindostan stattfand, war in New Haven nach einer Mittheilung von Herrick an Quetelet keine Erscheinung dieser Art zu sehen [1]). Aber New Haven liegt auch 150° westlich von Benares, und als es in Benares Mitternacht war, hatte bei 10½ Stunden Zeitunterschied, New Haven noch 1½ P. M. des vorher-

---

[1]) Quetelet, Physique du Globe. P. 310. — 1847. 12 au 13 novembre. Très nombreuses étoiles filantes observées à Bénarès (Hindostan), (Arago). L'apparition ne s'est pas reproduite à New Haven, d'après une lettre de M. Herrick à M Quetelet.

gehenden 12. November, also bellen Tag, als die Erde durch den Meteorstrom zog. Auch im Jahre 1832 wurde der Meteorschauer in Europa an vielen Orten, selbst in Asien gesehen, in Rußland zwischen 7 und 8 Uhr A. M., am 13. in Düsseldorf zwischen 4 und 7. Bei Pernambuco in See schon nicht so überaus lebhaft, weiter westlich in Amerika gar nicht. Dagegen wieder 1833 nicht in Europa, während der berühmte von Olmsted und Twining beschriebene Fall stattfand, für New Haven von 2—3 Uhr im größten Glanze beginnend, wie dies öfters bemerkt worden ist, namentlich auch noch von Newton in Sillimann's Journal, July 1864 pag. 387.

Nach der Nr. 2 der Zeitschrift der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie vom 15. Jänner, war am 14. Nov. 1866 in New Haven der Himmel umwölkt. In der Nacht des 12. Nov. zählten Professor Loomis von Yale College und seine Gefährten in 5 Stunden 696 Sternschnuppen, am 13. in derselben Zeit 881. Ein Maximum ist nicht angegeben, jedenfalls blieb die Schau auch in anderen Gegenden von Amerika weit hinter der Erwartung zurück.

Herr H. A. Newton in dieser so wichtigen Abhandlung „Über die November Sternschauer[2]), hat die Beobachtungen in der ganzen Reihe vom 12. October 902 bis zum 12 November 1833 zur Vergleichung auf gleiche Längen gebracht, mit der Annahme des Maximums der Erscheinung in Paris um 5 Uhr A. M., oder 17 Stunden nach dem vorhergegangenen Mittag (pag. 54).

Gewiß werden die zahlreichen Beobachtungen des verflossenen Jahres 1866 nicht fehlen, auf die feste Kenntniß der Periode selbst günstig einzuwirken.

Bei dem so regelmäßigen Gange der November-Meteorströme, und dem bis nun zu doch ganz unzuverläßigen der Meteorsteinfälle ist wohl ein fester Gegensatz derselben nach Tageszeitbestimmungen allerdings sehr problematisch.

---

[2]) On November Star-Showers. The original accounts of the displays in former times of the November Star-Showers; together with a determination of the length of its cycle, its annual period, and the probable orbit of the group of bodies around the sun. Sillimau's American Journal of Science Vol. XXXVI. May 1864, p. 377 and Vol. XXXVIII. July 1864, p. 53.

Optische Untersuchung der Krystalle des unterschwefelsauren Baryt.

(Ausgeführt im physikalischen Cabinete der Wiener Universität.)

Von A. Brio.

Die genauere krystallographische Untersuchung dieser Substanz wurde von Herrn Prof. Viktor v. Lang ausgeführt (Sitzbr. XLV). Derselbe hat das Krystallsystem als monoklinisch erkannt und folgende Formen beobachtet:

$$(001), (010), (20\bar{1}), (011), (10\bar{1}), (22\bar{1}), (24\bar{3}), (120), (111), (722), (72\bar{2}).$$

Die aus seinen Messungen folgenden krystallographischen Elemente sind:

$$a : b : c = 0.9343 : 1 : 1.4030$$
$$ac = 110^\circ\ 37'.$$

Die Krystalle sind vollkommen spaltbar, parallel der Fläche (001). — Untersucht man ein solches Spaltungsstück im Polarisations-Apparate, so sieht man eine optische Axe und erkennt im Einklange damit, daß die optischen Axen in der Symmetrieebene liegen. Diese eine Axe liegt gegen den stumpfen Winkel *ac* zu, wobei die rothe Axe außerhalb liegt; überdies findet man mit der compensirenden Quarzplatte, daß der optische Charakter an der rothen Seite positiv, an der violetten negativ ist. Um die Lage der Mittellinien in der Symmetrieebene genau zu bestimmen, habe ich die Neigung derselben gegen die Kante (010.001) untersucht. Diese Bestimmung wurde mittelst eines Mikroskopes ausgeführt, welches mit einem Nikol'schen Prisma, drehbaren Objecttische mit Gradtheilung und mit einer Turmalinplatte im Brennpunkte des Oculares versehen ist. — Aus mehreren Messungen an drei Platten ergaben sich folgende Mittelwerthe der beiden Haupschnitte *P*, *Q*:

$$(010.001).\ P = 56^\circ\ 9'$$
$$(010.001).\ Q = 34\ \ 17.$$

Um Platten zur Messung des scheinbaren Winkels der optischen Axen zu erhalten, habe ich dieselben auf folgende Weise geschliffen. Erst wurde im stumpfen Axenwinkel *ac* eine Fläche angeschliffen senkrecht zu der Symmetrieebene und unter dem Winkel 56° gegen die Spaltungsfläche (001), also parallel dem Hauptschnitte *P* und hierauf wurde zu dieser Fläche eine andere parallele angeschliffen. Auf ähnliche Weise wurde auch eine andere Platte geschliffen, parallel dem Hauptschnitte *Q*.

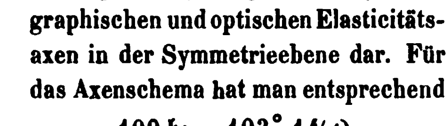
Die Untersuchung dieser Platten unter dem Polarisationsapparate kann nicht entscheiden, welche von ihnen die erste oder zweite Mittellinie ist, denn in beiden Fällen nimmt man keine Axenbilder wahr; die Untersuchung aber mit der compensirenden Quarzplatte hat gezeigt, daß die Platte parallel *Q* positiv, und die Platte parallel *P*, dagegen negativ ist. — Dieser Charakter ist trotz der beträchtlichen Dicke der Platten leicht zu erkennen; die Doppelbrechung ist folglich gering. — Nur nach der Messung des scheinbaren Axenwinkels bin ich im Stande gewesen zu entscheiden, daß die Platte, parallel *Q* die erste Mittellinie ist. — Diese erste Mittellinie liegt daher im spitzen Winkel der krystallographischen Axen *a*, *c* und bildet die Neigungen:

$$\mathfrak{a}\mathfrak{c} = 123° \; 51'$$
$$\mathfrak{c}\mathfrak{c} = 13 \; 14.$$

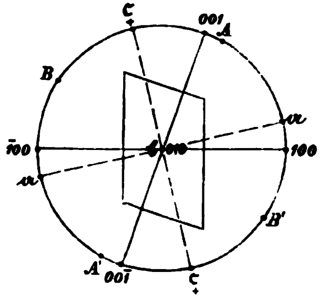
Für die Neigung der ersten Mittellinie gegen die Flächennormalen (100) und (001) berechnen sich folgende Werthe:

$$\mathfrak{c} \, . \, (100) = 103° \; 14'$$
$$\mathfrak{c} \, . \, (001) = 33 \; 51$$

Beistehende Figur stellt die gegenseitige Lage der krystallographischen und optischen Elasticitätsaxen in der Symmetrieebene dar. Für das Axenschema hat man entsprechend



$$100 \; \mathfrak{b}\mathfrak{c} = 103° \; 14'$$ [1].



Der scheinbare Winkel der optischen Axen wurde im Wasser und im Olivenöl gemessen und folgende Resultate erhalten.

[1] Murmann und Rotter. Sitzb. Bd. XXXIV.

Beim Austritte in Wasser.

Positiver Winkel.

Rothes Glas	104° 58′
Natriumflamme	106 58
Grünes Glas	111 31

Negativer Winkel.

R. Gl.	126° 58′
Nafl.	124 35
Gr. Gl.	120 8

Beim Austritte in Öl.

Positiver Winkel.

R. Gl.	92° 4′
Nafl.	93 39
Gr. Gl.	97 37

Negativer Winkel.

R. Gl.	107° 37′
Nafl.	106 28
Gr. Gl.	103 18

Aus diesen Messungen berechnen sich folgende Werthe für den wirklichen Winkel der optischen Axen *AB*. Aus den im Wasser angestellten Beobachtungen ist *AB*:

Für R. Gl.	83° 6′
„ Nafl.	84 28
„ Gr. Gl.	87 18

Derselbe Winkel berechnet aus den Messungen in Öl:

Für R. Gl.	83° 31′
„ Nafl.	84° 37·5′
„ Gr. Gl.	87° 38′

Die vom Herrn Bergrath K. Ritter v. Hauer dargestellten großen Krystalle, welche mir von Herrn Prof. Viktor v. Lang zur Verfügung gestellt worden waren, setzten mich in den Stand auch die drei Hauptbrechungsquotienten zu ermitteln. — Ich habe nämlich Prismen geschliffen, deren brechende Kanten, parallel den drei Elasticitätsaxen $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{c}$ waren.

Die Herstellung dieser Prismen wurde auf folgende Weise ausgeführt. — Um ein Prisma mit der Kante parallel der Elasticitätsaxe $\mathfrak{a}$ zu erhalten, wurde an einem Krystalle, wenn nöthig, erst die Symmetrieebene, dann aber die Fläche Q auf die schon früher besprochene Weise angeschliffen. Da die Fläche (010) parallel dem Haupschnitte $\mathfrak{ac}$, die Fläche Q parallel dem Hauptschnitte $\mathfrak{ab}$ ist, so ist die Zonenaxe dieser zwei Flächen parallel der Elasticitätsaxe $\mathfrak{a}$ und man braucht nur noch eine Fläche Z in dieser Zone anzuschleifen um einen passenden brechenden Winkel mit Q oder mit (010) zu erhalten. — Auf ähnliche Weise wurde das Prisma geschliffen, parallel der Elasticitätsaxe $\mathfrak{c}$. Was aber das Prisma, mit der Kante parallel der Axe $\mathfrak{b}$ betrifft, so genügt es begreiflich nur irgend eine Fläche anzuschleifen, die einen passenden Winkel mit der Spaltungsfläche (001) bildet und gleichzeitig senkrecht zu der Symmetrieebene liegt.

Die brechenden Kanten wurden mittelst eines Goniometers mit zwei Fernröhren gemessen.

Für die Messung der Minimum-Ablenkung wurden die Fernröhre bei ungeänderter Justirung und Centrirung der Prismen weggenommen und statt ihnen eine Collimator-Spalte und ein mit dem Limbus verbundenes Fernrohr angeschraubt. Dann wurde nach der Einstellung der Prismen auf die Minimum-Ablenkung die letztere durch die Differenz zwischen der Ablesung für die abgelenkte und direct gesehene Spalte bestimmt.

Aus den Messungen der Minimum-Ablenkungen habe ich folgende Resultate erhalten.

Prisma parallel $\mathfrak{a}$.

Brechende Kante = 57° 4′ 30″

	Min. Abl.	α
R. Gl.	41° 21′	1.5848
Nafl.	41 27	1.5860
Gr. Gl.	— —	1.5881.

Der Brechungsquotient für grün, wurde wegen Lichtschwäche nicht direct beobachtet, sondern bestimmt durch zwei spitzere Prismen mit brechenden Winkeln von 22° 49′ und 39° 47′. Dieselben gaben für die Differenz der Brechungsquotienten für Nafl. und Gr. Glas:

1 Prisma	0.0026
2 Prisma	0.0015
Mittel	0.0021,

welche Zahl zu dem Brechungsquotienten 1.5860 für Nafl. hinzuaddirt den obigen Werth des Brechungsquotienten für grünes Glas gibt.

Prisma parallel *b*.

Brechende Kante = 50° 3′ 30″

	Min. Abl.	β
R. Gl. . . .	34° 43′	1.5935
Nafl. . . .	34 49	1.5951
Gr. Gl. . .	34 59	1.5976

Prisma parallel *c*.

Brechende Kante = 51° 27′ 30″

	Min. Abl.	γ
R. Gl. . . .	36° 54′ 35″	1.6055
Nafl. . . .	37 1 35	1.6072
Gr. Gl. . .	37 11 0	1.6090.

Aus diesen Hauptbrechungsquotienten berechnet sich der wirkliche Winkel der optischen Axen *AB* gleich:

R. Gl.	81° 22′ 44″
Nafl.	82 26 0
Gr. Gl.	83 34 0.

Welche Werthe mit den auf die früher beschriebene Weise gefundenen so gut übereinstimmen, als nur erwartet werden konnte.

IV. SITZUNG VOM 31. JÄNNER 1867.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Die Tageszeiten der Meteoriten verglichen." II. Reihe. Von Herrn Hofrathe W. Ritter v. Haidinger.

„Über das Spectrum der Bessemerflamme" von Herrn A. Lielegg, Prof. an der n.-ö. Landes-Oberrealschule zu St. Pölten.

„Mémoire über die Principien des Calcüls mit begrenzten Derivationen und begrenzten Logialen von Functionen einer einzigen unabhängigen Variablen" von Herrn Dr. A. K. Grünwald, Docenten der Mathematik am Polytechnikum zu Prag.

Ferner legt der Secretär zwei handschriftlich eingesendete Werke vor, mit dem Ersuchen der Herren Verfasser um eine Subvention zu deren Herausgabe und zwar:

a) „Der richtig arbeitende Markscheider" von Herrn A. Miller Ritter v. Hauenfels, Professor an der k. k. Bergakademie zu Leoben.

b) „Zur Ornithologie Brasiliens. Natterer's Forschungen während seiner Reisen in den Jahren 1817—1835". I. Theil, von Herrn Aug. v. Pelzeln, Custos-Adjuncten am k. k. zoologischen Cabinete.

In Folge der von Sr. Excellenz dem Herrn Minister für Handel und Volkswirthschaft, mit Zuschrift vom 13. December 1866 an die k. Akademie der Wissenschaften ergangenen Einladung, der beschlossenen Neuaufnahme, beziehungsweise der Erforschung der physikalischen Verhältnisse des adriatischen Meeres ihre thätige Mitwirkung zuzuwenden, ernennt der Präsident der Classe für diese Angelegenheit eine ständige Commission bestehend aus den Herren Directoren Dr. K. Jelinek, Dr. K. v. Littrow, Professor Dr. A. E. Reuss und Director Dr. J. Stefan.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. September, October 1866. Berlin; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1623—1624. Altona, 1867; 4°.

Carl, Ph., Repertorium für physikalische Technik etc. II. Band, 5. & 6. Heft. München, 1867; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV, Nr. 1—2. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 3e—4e Livraisons. Paris, 1867; 8°.

Gesellschaft, Zoologische, zu Frankfurt a/M.: Der zoologische Garten. VII. Jahrg. Nr. 7—12. Frankfurt a/M., 1866; 8°.

— naturforschende, in Basel: Verhandlungen. IV. Theil, 3. Heft. Basel, 1866; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg. Nr. 3—4. Wien, 1867; 8°.

Gould, Benj. Apthorp, Reduction of the Observations of fixed Stars made by Joseph Le Paute d'Agelet, at Paris, in 1783 to 1785 etc. (From the Memoirs of the Nat. Academy of Sc. Vol. I.) Washington, 1866; 4°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. 17. Jahrg., Nr. 3—4. Wien, 1867; 4°.

Lotos. XVI. Jahrgang. December 1866. Prag; 8°.

Mittheilungen aus dem Osterlande. XVII. Band, 3 & 4. Heft. Altenburg, 1866; 8°.

— aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1866, XII. Heft; Jahrg. 1867, I. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 241e—242e Livraisons. Tome IXe, Année 1867. Paris; 4°.

Owen, On Dinornis (Parts IX—X.) (From the Transactions of the Zool. Society of London. Vol. V.) 4°.

Plantamour, E., Expériences faites à Genève avec le pendule à réversion. Genève & Bale, 1866; 4°. — Résumé météorologique de l'année 1865 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. (Tiré des Arch. d. Sc. de la Bibl. Univ. Août 1866.) Genève, 1866; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1866, XVI. Band, Nr. 4. Wien; 4°.

Reslhuber, Augustin, Dr. Marian (Wolfgang) Koller. Eine Lebensskizze. Wien, 1866; 8°. — *Literae rotulariae* Fol. — Resultate aus den im Jahre 1865 auf der Sternwarte zu Kremsmünster angestellten meteorologischen Beobachtungen. Linz, 1866; 8°.

Société Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Tome XXXIX. Année 1866. Nr. 3. Moscou; 8°.

— Hollandaise des Sciences à Harlem: Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles. Tome I, 3e—4e Livraisons. La Haye, Bruxelles, Paris, Leipzig, Londres & New-York, 1866; 8°.

Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Veterinärkunde. XXVII. Band, 1. Heft. (Jahrg. 1867. I.) Wien; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 5—9. Wien, 1867; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 2. Gratz, 1867; 4°.

Über das Spectrum der Bessemerflamme.

Von A. Lielegg,
Professor an der Landes-Oberrealschule zu St. Pölten.

Betrachtet man die Flamme, welche während einer Charge dem Bessemerofen entströmt, durch einen Spectralapparat, so kann man viele und verschiedenartige farbige Linien wahrnehmen, welche, wiewohl sie auf keinem dunklen Hintergrunde erscheinen, doch wegen ihrer Helligkeit und scharfen Begrenzung deutlich erkannt werden können.

Da die Bessemerflamme für sich schon leuchtet, ja in gewissen Stadien der Charge sogar ein blendend weißes Licht verbreitet, und da in derselben neben glühenden Gasen auch noch glühende feste Theilchen enthalten sind, so erzeugt ihr Licht, wenn es durch ein Prisma zerlegt wird, nicht nur Linienspectra, sondern auch ein continuirliches Spectrum, welches für erstere gleichsam den Hintergrund bildet. Dieser Umstand ist für die Beobachtung von nachtheiligem Einfluße, der durch die Wirkung des zerstreuten Tageslichtes, wenn jene eben bei Tage geschieht, noch erhöht wird; demselben Umstande ist es auch zuzuschreiben, daß Linien, welche überhaupt nur geringe Lichtstärke besitzen, oder solche, die aus anderen Ursachen nur ganz schwach erscheinen können, selten oder gar nicht gesehen werden, wiewohl ihr Auftreten in Folge der chemischen Natur der Flamme mit Recht erwartet werden könnte.

Das Erscheinen der Linien ist im Allgemeinen an bestimmte Stadien der Charge gebunden, und steht auch mit dem äußeren Ansehen der Flamme in Zusammenhang; es konnten jedoch für dasselbe keine bestimmten Zeitpunkte, etwa vom Beginn der Charge an gerechnet, festgesetzt werden, obwohl die Beobachtungen oft wiederholt wurden; es hängt dies eben vom Gange der Charge ab, welcher, wie bekannt, durch vielerlei Umstände beeinflußt werden kann.

Die Beobachtungen wurden mit einem einfachen Spectralapparate angestellt, der in der astronomischen Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes in Wien nach der Angabe Schrötter's angefertigt wurde. Er enthält weder eine Linsencombination um die durch die Spalte eintretenden Lichtstrahlen parallel zu machen, noch ein Vergrößerungsfernrohr, sondern besteht nur aus zwei Prismen, die entsprechend dem Winkel der kleinsten Ablenkung auf dem Boden eines kleinen ganz geschlossenen hölzernen Kästchens befestigt sind, welches im Innern matt geschwärzt ist. Auf der einen Seite desselben ist eine ausziehbare Röhre mit einer aus zwei Streifen Platinblech gebildeten Spalte so angebracht, daß die durch diese eindringenden Lichtstrahlen auf die Mitte des ersten Prisma fallen; das Spectrum wird mit freiem Auge durch einen an entsprechender Stelle angebrachten seitlichen Ausschnitt betrachtet. Läßt man helles Tageslicht durch die Spalte eintreten, so erhält man ein Sonnenspectrum, in welchem die bedeutenderen Frauenhofer'schen Linien ganz deutlich erkannt werden können; es besitzt zwar keine große Ausdehnung, ist aber sehr scharf und lichtstark, aus welchem Grunde die Spalte sehr eng gestellt werden konnte, was auch bei Beobachtung der Bessemerflamme in Anbetracht ihrer hohen Leuchtkraft unabweislich nothwendig war, da bei erweiterter Spalte die Helligkeit der Linien der des Hintergrundes nahezu gleichkam.

Im Folgenden sind nun die Ergebnisse der bei Anwendung des eben beschriebenen Apparates gemachten Beobachtungen so zusammengestellt, wie sie während des Verlaufes einer Charge erhalten wurden.

Zu Anfang der Charge und während der ersten Zeit derselben in der sogenannten Schlackenbildungsperiode, die mit dem Beginn des Schlackenauswurfes schließt, ist die Flamme nur schwach leuchtend, gelblich oder schwach röthlich gefärbt, an den Rändern weißlich und von einzelnen blauen Streifen durchzogen; zahlreiche Funken begleiten dieselbe. Sie liefert ein schwaches continuirliches Spectrum, auf welchem die gelbe Doppellinie des Natrium, die helle rothe Lithiumlinie und endlich die zwei dem Kalium zugehörigen Linien $K\alpha$ im äußersten Roth und $K\beta$ im Violett sichtbar werden. Calciumlinien, wenn nicht das ganz seltene Aufblitzen grüner Linien auf jene zu beziehen ist, wurden nicht wahrgenommen. Alle diese Linien verdanken ihre Entstehung wahrscheinlich dem Materiale,

welches zur Ausfütterung der Birne (Bessemerretorte) verwendet wird, nämlich einer Mischung von Quarz und feuerfestem Thon. Ihre Lichtintensität ist bei verschiedenen Chargen verschieden, und scheint von dem Umstande, ob mit derselben Ausfütterung mehr oder weniger Chargen schon gemacht wurden, abzuhängen; in einem Falle, in welchem eine Retorte in Anwendung kam, deren innere Auskleidung unmittelbar vorher ausgebessert wurde, traten die Linien des Natriums, Lithiums und Kaliums mit größter Intensität auf.

Nach der Schlackenbildungsperiode gewinnt die Flamme bedeutend an Leuchtkraft, wird unruhig und flackernd, und enthält weniger Funken; während dieses Stadiums, welches die Kochperiode genannt wird, gewinnt das continuirliche Spectrum an Helligkeit, die einzelnen Farbentöne werden kräftiger, der Glanz der Natriumlinie ist so stark, daß die zunächst liegenden Partien von demselben überstrahlt werden; im gelblichgrünen, im grünen und im blauen Theil des Spectrums treten Linien hervor, die sich dadurch charakterisiren, daß sie zu je drei oder vier Gruppen bilden, die nahezu gleichweit von einander abstehen. Ihr Erscheinen erfolgt nach und nach, indem anfänglich von jeder Gruppe nur ein oder zwei Linien schwach wahrnehmbar sind; sodann gewinnen diese immer mehr an Deutlichkeit und endlich treten auch noch die übrigen hinzu. Zu Ende der Kochperiode, während welcher heftige Schlackenauswürfe stattfinden, die häufig von einem eigenthümlichen Geruche begleitet sind, dessen Ursache noch nicht aufgeklärt ist, sind die genannten Linien, welche mit dem im Innern der Retorte vor sich gehenden Oxydationsprocesse des Roheisens in innigem Zusammenhange stehen, ganz deutlich zu sehen. Die Flamme ist hierbei nahezu weiß und glänzend; um den nachtheiligen Einfluß der hohen Leuchtkraft derselben wenigstens theilweise unwirksam zu machen, mußte die Spalte auf ihren untersten Theil gerichtet werden, da dieser der am wenigsten leuchtende ist.

Am deutlichsten sind die erwähnten Liniengruppen während der nun folgenden Frischperiode sichtbar. Sie erstrecken sich von der Natriumlinie angefangen bis in den blauen Theil des Spectrums annäherungsweise bis zur blauen Strontiumlinie $Sr\,\delta$ oder nur wenig darüber hinaus. Wenn man das Spectrum betrachtet, so hat es den Anschein, als ob dieser Raum durch die Liniengruppen in vier

gleich große Felder getheilt wäre; das Ende des ersten unmittelbar neben der Natriumlinie liegenden Feldes ist durch eine helle gelbe Linie kenntlich; in dem Raume zwischen dieser und jener konnten wegen des außerordentlichen Lichtglanzes keine anderen Linien wahrgenommen werden. Das zweite anstoßende Feld liegt im grünlichgelben Theil des Spectrums, und enthält in der von der Natriumlinie mehr entfernten Hälfte drei gleich breite grünliche Linien, deren dritte am meisten abgelenkte am hellsten ist, und zugleich das Ende des Feldes markirt. Das dritte nun folgende Feld enthält vier grünlichblaue Linien, von welchen die vorletzte am hellsten ist, und die letzte das Feld begrenzt; die Linien sind gleichweit von einander entfernt, und nehmen zwei Drittel des Feldes ein, so daß zwischen der dritten Linie des zweiten Feldes und der ersten Linie des dritten Feldes ein Zwischenraum bleibt, der den dritten Theil des Ganzen zur Breite hat. Bei gleicher räumlicher Vertheilung enthält das vierte Feld vier blaue Linien von gleicher Breite und Helligkeit. Im violetten Theil wurden mit Ausnahme der Kaliumlinie $K\beta$ keine Linien beobachtet. Bei großer Lebhaftigkeit des Spectrums erschienen die Räume zwischen den Linien des dritten und vierten Feldes dunkel, und gewannen das Aussehen von Absorptionsstreifen, deren Entstehen übrigens bei der Bessemerflamme erklärbar wäre. Jenseits der Natriumlinie konnten im rothen Theil ungefähr in der Lage der orangerothen Calciumlinie $Ca\alpha$ zwei nahe an einander liegende nicht scharf begrenzte Linien beobachtet werden, welche das Ansehen hatten, als ob ein breiter heller Streifen durch ein in seiner Mitte liegendes dunkles Band in zwei Theile getheilt würde.

Die in den vier Feldern liegenden hellen Linien gehören unzweifelhaft zusammen, und bilden ein Spectrum, verdanken also derselben Ursache ihre Entstehung; ob jedoch auch die zwei rothen Linien diesem Spectrum zugehören, kann mit Bestimmtheit nicht gesagt werden, da ihr Erscheinen nicht gleichzeitig mit dem der anderen Linien, und überhaupt nicht immer erfolgte.

Zu Ende der Frischperiode nahm die Lichtintensität der Liniengruppen ab, und kurz vor Beendigung der Charge waren nicht mehr alle Linien des dritten und vierten Feldes zu sehen; das Spectrum hatte nahezu denselben Charakter wie zu Anfang der Kochperiode, was um so auffallender ist, als die Leuchtkraft der

Flamme sich nicht veränderte [1]), und auch nicht angenommen werden kann, daß die Temperatur derselben abgenommen habe; die Ursache dieser Erscheinung muß daher auf den Oxydationsproceß in der Retorte, der zu Ende der Charge eine viel geringere Quantität gasförmiger Producte liefert, zurückgeführt werden.

Die Gase und Dämpfe, welche die Bessemerflamme bilden, sind ihrer chemischen Natur nach sehr verschieden; außer den Dämpfen von Natrium-, Lithium- und Kalium-Verbindungen enthält dieselbe Kohlenoxyd und Stickstoff in überwiegender Menge, und gewiß auch Wasserstoff von der Feuchtigkeit der atmosphärischen Luft herrührend. Wenn man von allen übrigen in sehr geringer Menge etwa noch anwesenden Gasen, wie Kohlensäure, schwefelige Säure u. s. f. absieht, und die Frage stellt, welchem Gase entsprechen die beschriebenen Liniengruppen, so muß dieselbe dahin beantwortet werden, daß ihr Entstehen durch das Licht des verbrennenden Kohlenoxydes veranlaßt werde, und daß jene daher ein Kohlenstoffspectrum bilden. Zur Begründung dieser Ansicht ist es nothwendig, sowohl den chemischen Vorgang in der Bessemerretorte während einer Charge näher zu betrachten, als auch dieses Kohlenstoffspectrum mit jenen zu vergleichen, welche man bisher, wiewohl unter ganz anderen Umständen, kennen gelernt hat.

Zu dem Bessemerprocess ist nur graues Roheisen gut anwendbar, welches durchschnittlich 4 Procent Kohlenstoff enthält; bei einem Einsatze von 70 Zentner Roheisen, mit welchem die Bessemerhütte der k. k. priv. Südbahn-Gesellschaft in Gratz arbeitete, als der Verfasser dieser Zeilen seine Beobachtungen anstellte, und unter der Voraussetzung. daß das zu erhaltende Bessemermetall noch 1 Procent Kohlenstoff enthalten soll, eine Annahme, die eher zu hoch als zu niedrig ist, wären also 210 Pfund Kohlenstoff zu oxydiren, welche, um in Kohlenoxyd übergeführt zu werden, 280 Pfund Sauerstoff erfordern. Um dieses Quantum dem Roheisen zuzuführen, sind 1212 Pfund Luft nothwendig, die einen Raum von 16525 Kub. Fuß einnehmen. Da nun ein Volumen Sauerstoff, wenn sich derselbe mit Kohlenstoff zu Kohlenoxyd verbindet, zwei Volumen dieses Gases gibt, und 280 Pfund Sauerstoff = 3451 Kub. Fuß sind, so

[1]) Bei übergrauem Roheisen bleibt die Flamme nach Eintritt der Kochperiode bis an das Ende der Charge hell leuchtend, während sie bei anderen Eisensorten an Leuchtkraft verliert und nahezu blau wird.

ergibt sich, daß bei 6900 Kub. Fuß Kohlenoxyd gebildet werden, die, gemischt mit dem in der hiezu verbrauchten Luft enthaltenen Stickstoff, der einen Raum von 13074 Kub. Fuß einnimmt, aus der Bessemerretorte entweichen und verbrennen. Aus dieser Betrachtung ergibt sich, daß der zu diesem Zwecke verwendete Theil der eingeblasenen Luft eine große Volumsvermehrung erfährt, da außer der bedeutenden Temperaturerhöhung, die jene erleidet, auch noch die chemische Action eine solche bedingt; denn es geben 16525 Kub. Fuß Luft 13074 Kub. Fuß Stickstoff und 6900 Kub. Fuß Kohlenoxyd, also zusammen 19974 Kub. Fuß, was nahezu einer Volumszunahme von 21 Frocent entspricht. Wiewohl nun diese Volumsvermehrung durch den vom Silicium, Mangan u. s. f. gebundenen Sauerstoff, der in die Schlacke geht, theilweise compensirt wird, so erklärt sie doch die in der Kochperiode sehr häufig eintretende Vergrößerung der Flamme, und zeigt, daß dieselbe nicht allein von der durch Reduction des während des Processes oxydirten Eisens gebildeten Kohlenoxydmenge veranlaßt werde, sondern auch von jener, welche durch directe Verbindung des Sauerstoffes mit dem Kohlenstoffe entsteht.

Weil nun Kohlenoxyd die Bessemerflamme bildet, so kann das während der Koch- und Frischperiode regelmäßig erscheinende und bis zu Ende der Charge ohne Unterbrechung andauernde Linienspectrum nur durch dieses Gas hervorgebracht sein, denn ausser Kohlenoxyd ist nur Stickstoff in einer Menge vorhanden, die ein so constantes Spectrum veranlassen könnte; von diesem Gase wurde jedoch durch eine Flamme noch nie ein Spectrum erhalten, weder beim Verbrennen einer Stickstoffverbindung, noch beim Verbrennen solcher Verbindungen, die keinen Stickstoff enthalten, mit Luft; es ist daher nicht anzunehmen, daß dies in dem vorliegenden Falle geschehe. Eben so verdient aber auch hervorgehoben zu werden, daß Kohlenstoffspectra wohl durch Verbrennen von Cyan, Elayl, Leuchtgas und anderen Kohlenstoffverbindungen mit Sauerstoff, aber noch nie durch Verbrennen von Kohlenoxyd bisher dargestellt wurden. Läßt man Kohlenoxyd mit Luft, Sauerstoff oder Stickstoffoxydul gemischt aus einem Daniell'schen Hahn ausströmen, und zündet das Gasgemenge an, so gibt diese Flamme nur ein continuirliches Spectrum ohne helle oder dunkle Linien; dieses Resultat wird nicht geändert, wenn man in die Kohlenoxydflamme von außen einen Sauerstoff-

strahl hineinleitet, oder wenn man dem verbrennenden Kohlenoxyd früher das gleiche Volumen Wasserstoff beigemengt hat. Wenn nun dessenungeachtet die Bessemerflamme ein Linienspectrum liefert, welches vom Kohlenoxyd herstammt, so mag die Ursache dieses eigenthümlichen Verhaltens in der großen Verschiedenheit der Temperatur zu suchen sein, welche zwischen den auf experimentellem Wege dargestellten Flammen und der Bessemerflamme obwaltet; letztere wird einen höheren Hitzegrad erreichen, als jene, weil das Kohlenoxyd schon in der Retorte, also vor der Verbrennung, eine so hohe Temperatur angenommen hat.

Einen ferneren Beleg, daß die in dem Spectrum der Bessemerflamme euthaltenen Liniengruppen dem Kohlenoxyd zuzuschreiben sind, liefert die Beobachtung des Spectrums, welches die Kohlenoxydflamme hervorbringt, die sich bei dem der Charge unmittelbar vorhergehenden Anheitzen der Retorte zeigt; es geschieht dies mit einem Gemenge von Holzkohlen und Coaks. Jenes enthält außer den dem Natrium, Lithium und Kalium zukommenden Linien, welche sehr deutlich sind, auch die Liniengruppen des Spectrums der Bessemerflamme; ihre Entwicklung ist jedoch keine vollkommene, indem von den im dritten und vierten Felde liegenden Linien gewöhnlich nur je zwei oder drei, und zwar die weniger abgelenkten, erscheinen, und nur mit Mühe konnten uamittelbar vor Ende des Anheizens die dritten und vierten Linien dieser zwei Gruppen noch wahrgenommen werden.

In Erwägung dieser Thatsachen mag der Schluß gerechtfertigt sein, die Liniengruppen des Bessemerspectrums auf das Kohlenoxyd als Entstehungsursache zurückzuführen, nicht aber kann mit Bestimmtheit aus denselben gefolgert werden, ob das Spectrum unmittelbar durch das Licht des verbrennenden Kohlenoxydes hervorgebracht wird, oder ob das Kohlenoxyd als Absorptionsmittel gewisse Theile des continuirlichen Spectrums so auslöscht, daß die inzwischen gelegenen Partien als helle Streifen sich darstellen; die Entscheidung hierüber muß eingehenderen Versuchen vorbehalten bleiben.

Vergleicht man das Spectrum der Bessemerflamme mit den bisher bekannt gewordenen Kohlenstoffspectren, so kann eine vollkommene Übereinstimmung mit einem derselben eben so wenig wahrgenommen werden, als diese unter sich eine solche zeigen. Wie groß die Verschiedenheit der Kohlenstoffspectra ist, dies beweisen die Un-

tersuchungen von Plücker und Hittorf, die sich sogar veranlaßt fanden, vier Typen zu unterscheiden, welche allein oder combinirt die einzelnen Spectra bilden [1]). Welchem von diesen Typen das Bessemerspectrum entspricht, muß vorläufig unentschieden bleiben, da ein Vergleich mit Rücksicht auf das einfache Instrument, welches zu dessen Beobachtung diente, nicht maßgebend sein kann.

Allgemein wird die von Attfield zuerst ausgesprochene Ansicht angenommen, daß die Spectra der Kohlenstoffverbindungen als die Spectra des Kohlenstoffdampfes zu betrachten sind. Diese Ansicht findet ihre Bestätigung dadurch, daß Geißler'sche Röhren, die mit Kohlenoxyd gefüllt sind, wenn deren Inhalt durch den elektrischen Strom leuchtend gemacht, und sodann plötzlich abgekühlt wurde, ausgeschiedenen Kohlenstoff enthalten; mit Cyangas gefüllte Röhren scheiden auch ohne Abkühlung Kohlenstoff ab. Aber auch in dem Falle, als das Spectrum durch Verbrennung von Kohlenstoffverbindungen mit Luft oder Sauerstoff dargestellt wird, kann diese Ansicht geltend gemacht werden, weil anzunehmen ist, daß gewisse gasförmige Kohlenstoffverbindungen durch die Hitze der Flamme zersetzt werden, wobei sich Kohlenstoff dampfförmig ausscheidet, welcher, da er sich im glühenden Zustande befindet, ein Linienspectrum erzeugt. Ohne die Richtigkeit dieser Voraussetzung bezweifeln zu wollen, soll nur bemerkt werden, daß bei einer Koblenoxydflamme dieser Vorgang aus chemischen Gründen nicht stattfinden kann, daß also, weil sie dennoch bei hoher Temperatur ein Spectrum giht, dieses eben so gut dem Kohlenoxyd als solchem zugeschrieben werden kann, als dem Kohlenstoff. Die Möglichkeit, daß gasförmige Kohlenstoffverbindungen als solche eigenthümliche Linienspectra hervorbringen können, wird auch von Plücker und Hittorf zugegeben, da ihre Beobachtungen über das Spectrum der Cyanflamme, welches Linien enthält, die bei keiner anderen Kohlenstoffverbindung zu sehen waren, jene gestatten.

Obschon vorliegende Mittheilung über das Spectrum der Bessemerflamme nur als eine vorläufige zu betrachten ist, so dürfte aus derselben doch schon ersichtlich sein, daß jenes für den Bessemerbetrieb selbst von praktischem Nutzen sein kann, indem das Sicht-

---

[1]) Philosoph. Transact. Vol. 155, Part. I, p. 20.

barwerden der Liniengruppen den Zeitpunkt erkennen läßt, in welchem die eigentliche Entkohlung beginnt. Bei Chargen, die mit demselben Roheisen und unter sonst gleichen Umständen abgeführt werden, und bei welchem auch stets das gleiche Product erzielt werden soll, kann die vom ersten Erscheinen der Kohlenstofflinien beobachtete Zeit einen Anhaltspunkt abgeben, um die bereits eingetretene Entkohlung zu beurtheilen; das Zunehmen der Intensität der Linien bis zu einem gewissen Grade, der als Maximum anzunehmen ist und mit dem ersten Stadium der Frischperiode zusammenzufallen scheint, so wie die darauf folgende merkliche Abnahme derselben, dürften die Beurtheilung erleichtern.

Schließlich erlaubt sich der Verfasser dem Director des Walzwerkes der k. k. priv. Südbahn-Gesellschaft in Gratz, Herrn Hall, welcher demselben den oftmaligen Zutritt zur Bessemerhütte bereitwilligst gestattete, hiefür seinen Dank auszusprechen.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LV. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

2.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.



V. SITZUNG VOM 7. FEBRUAR 1867.

Das w. M., Herr Hofrath W. Ritter v. Haidinger übermittelt eine Abhandlung: „Über die gegenwärtige Veränderung des Mondcraters „Linné", von Herrn Dr. J. F. Julius Schmidt, Director der Sternwarte zu Athen, nebst einer Notiz für den „Anzeiger" über ein an ihn gerichtetes Schreiben des Herrn Baron Paul des Granges, betreffend die photographischen Aufnahmen der wichtigsten classischen Gegenden Griechenlands.

Das w. M., Herr Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag übersendet eine „Notiz über die Bestandtheile der Stammrinde des Apfelbaumes".

Das w. M., Herr Director K. v. Littrow überreicht eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung: „Bestimmung der Meridiandifferenz Leipzig-Dablitz für die von Herrn Generallieutenant J. J. Baeyer vorgeschlagene Mitteleuropäische Gradmessung".

Herr Dr. Fr. Steindachner legt eine Abhandlung: „Herpetologische Notizen" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Annales des mines. VIe Série. Tome IX, 2e Livraison de 1866. Paris, 1866; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 5. Jahrg. Nr. 3. Wien, 1867; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1625—1626. Altona, 1867; 4°.

Bericht über den Handel, die Industrie und die Verkehrsverhältnisse in Nieder-Österreich während der Jahre 1861—1866. Erstattet von der Handels- und Gewerbekammer in Wien. Wien; 8°.

Brittinger, Christian, Die Brutvögel Oberösterreichs nebst Angabe ihres Nestbaues und Beschreibung ihrer Eier. (XXVI. Mus. Jahr. Ber.) 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV. Nr. 3. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 5e Livraison. Paris, 1867; 8o.

Czyrniański, Emil, Chemija organiczna. Tom II. Kraków, 1867; 8o.

Des Moulins, Ch., Étude sur les cailloux roulés de la Dordogne. Bordeaux, 1866; 8o. — La patine des Silex travaillés de main d'homme etc. (Extr. des Actes de la Sté Linn. de Bordeaux, 3e Sér. t. 25.) Bordeaux, 1864; 8o. — Note sur la lettre de M. Alph. de Rochebrune relative aux plantes importées. (Extr. de l'Annuaire de l'Institut des provinces. 1866.) Caen, 1865; 8o.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg., Nr. 5. Wien, 1867; 8o.

Hartig, Th., Der Fülkern, der diaphragmatische und der intercellulare Zellkern. 8o.

Hebert, Les oscillations de l'écorce terrestre pendant les périodes quaternaire et moderne. (Extr. du Bulletin de la Sté des Sciences hist. & nat. de l'Yonne. 1866.) Auxerre, 1866; 8o.

Hoff, Bogdan, Chemia rozbiorowa jakościowa. Kraków, 1867; 8o.

Jonquières, E. de, Recherches sur les séries ou systèmes de courbes et de surfaces algébriques d'ordre quelconque etc. Paris, 1866; 4o.

Kržiž, August, Beschreibung, wissenschaftliche Zergliederung und Gebrauchsweise des persisch-arabischen Astrolabium's. 8o.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. 17. Jahrgang. Nr. 5. Wien, 1867; 4o.

Merletta, Vinc. Frosina, Cenno sopra un nuovo rimedio etc. contro il Cholera-Morbus. Con Appendice. Catania, 1866; 8o.

Miquel, F. A. Guil., *Annales Musei botanici Lugduno-Batavi. Tom. I., Fasc. I.—X. Amstelodami, Ultrajecti, MDCCCLXIII; Folio.*

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrg. 1866. 8. Heft. Wien, 1866; 8o.

Observations météorologiques faites à Nijné-Taguilsk. Année 1865. Paris, 1866; gr. 8o.

Schmidt, Fr., Ausgang der zur Aufsuchung und Bergung eines Mammuths ausgerüsteten Expedition. (Mélanges biologiques tirés du Bull. de l'Acad. Imp. d. Sc. de St. Pétersbourg. Tome VI.) 8o.

Verein, naturwissenschaftlicher, zu Bremen: Abhandlungen. I. Bd., I. Heft. Bremen 1866; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 10—11. Wien. 1867; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 3. Gratz, 1867; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XVIII. Jahrg., 12. Heft. Wien, 1866; 4°.

Untersuchungen über das Leben der farblosen Blutkörperchen des Menschen.

Von Dr. S. Stricker.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 17. Jänner 1867.)

Die Beweise, welche ich für das Leben der Capillargefäßwände aufzubringen vermochte[1], und die wenig befriedigenden Erfolge, welche sich nichtsdestoweniger bei den Reizversuchen derselben ergaben, haben mich zu dem Entschlusse geführt, die Reizbarkeit des betreffenden Protoplasma eingehend zu prüfen. Insofern die genannten Versuche nicht ganz resultatlos waren und mit Rücksicht darauf, daß die Blutkörperchen und die Capillargefäßwände genetisch zusammengehören, wählte ich zu einigen Grundversuchen die farblosen Körperchen meines Blutes einmal der Bequemlichkeit wegen, und dann weil ich der Meinung war, daß mir eine spätere Studie am Krankenbette eine schwerwiegende Variation meiner Versuche gestatten könnte, sobald mir erweiterte Kenntnisse über das Leben der farblosen Zellen des normalen Blutes zu Gebote stehen werden.

Alle folgenden Angaben beziehen sich auf Beobachtungen durch eine Hartnack'sche Tauchlinse Nr. 10.

Für kurze Zeit stund mir auch eine $^1/_{50}$ Linse von Powell und Lealand zu Gebote.

Ich habe durch diese Linse die Blutkörperchen viel größer gesehen, aber ich habe meine Kenntnisse dabei nicht bereichert. Ich habe vorerst nicht tiefer in den Bau der Zelle blicken können, als mir das mit Hilfe der Hartnack'schen Tauchlinsen möglich war.

Ich habe meine Untersuchungen bei der Zimmertemperatur und auf dem einfachen Objectträger mit dünnen Deckgläschen ausgeführt; nicht weil ich die verschiedenen ausgezeichneten Hilfsmittel als da sind, an feuchten Kammern, Wärmetisch, verschmähte, sondern weil ich bis jetzt über die allerersten Grundversuche nicht hinaus-

---

1) Studien über den Bau und das Leben etc. Sitzungsb.

gekommen bin, Grundversuche, bei welchen der einfache Objectträger und das Deckglas ausreichten.

Ich habe mich nur eines künstlichen Hilfsmittels bedient, und das bestund im Auswaschen des Präparates, oder im Wechseln der Concentration der Lösung, bei unverrücktem Objecte.

Die farblosen Blutzellen setzen sich bekanntlich häufiger als die farbigen entweder am Objectträger oder am Deckglase fest. Bei einiger Vorsicht gelingt es deshalb die rothen Blutkörperchen fortzuschwemmen, und ein oder mehrere farblose Zellen im Gesichtsfelde fixirt zu erhalten. Ist dies geschehen, dann kann man wieder mit einiger Vorsicht Strömungen verschiedener Flüssigkeiten nach verschiedenen Richtungen einleiten, und die Wirkung derselben auf die Blutzellen beobachten.

Ein an eine Randstelle des Deckgläschens angelegter Fließpapierstreifen, der nach Wunsch auch mit Lackmustinktur gefärbt sein kann, zieht die überschüssige Flüssigkeit allmälig ab, und bewerkstelligt somit einerseits einen allmäligen Wechsel des Mediums, in welchem die Zellen leben und beobachtet werden.

Den Zufluß neuer Lösungen oder destillirten Wassers bewerkstellige ich durch Glasröhrchen, welche beiderseits zu sehr dünnen Fäden ausgezogen sind. Solche etiquettirte Glasröhrchen als Reagensträger gestatten es, sehr kleine Tropfen an den Rand des Deckgläschens zu bringen, und gestatten somit das vorsichtige Einleiten sehr geringer Strömungen, und eines vollständigen Wechsels der Flüssigkeit unter dem Deckglase.

Wenn ich ein kleines Tröpfchen frisch aus meinem Finger entnommenen Blutes ohne Zusatz eindecke, unter das Mikroskop bringe und dann ein Tröpfchen Reagens in vorgedachter Weise zufließen lasse, dann schwemme ich mit Leichtigkeit die größte Masse rother Blutkörperchen fort, und es bleiben mir in dem Gesichtsfelde ein oder das andere farblose Körperchen zurück, welche nun Gegenstand meiner Beobachtung werden.

War die zugesetzte Flüssigkeit destillirtes Wasser, dann nehmen die farblosen Blutkörperchen nach wenigen Secunden die Kugelform an, und war das zugesetzte Wasser nicht zu viel, ist nämlich das Blutserum nicht zu stark verdünnt worden, dann behalten sie auch

einige Zeit hindurch die Kugelform bei. Setzt man nachträglich während das destillirte Wasser allmälig durch den Fließpapierstreifen abgezogen wird, eine einpercentige Kochsalzlösung zu, dann geben die kugeligen Zellen ihre Kugelgestalt auf, verändern allmälig ihre Form, strecken Fortsätze aus, und ziehen sie wieder ein, kurz sie verhalten sich so, wie farblose Blutkörperchen sich im Blutserum zu verhalten pflegen.

So lebhaft auch diese Veränderungen an jene Beobachtung erinnert, welche Kühne an *Amoeba dif.* während und nach der Einwirkung von Inductionsschlägen gemacht hat, und wiewohl schon Max Schultze die Ähnlichkeit der Wirkung elektrischer und chemischer Reize auf den Rhizopodenleib betont, so lassen sich solche Erfahrungen und Schlüsse für unseren Fall zunächst doch nicht anwenden, da die elektrischen Reizversuche an Blutkörperchen vorerst nicht gelingen, und dann weil wir uns einer eingebürgerten Theorie gegenüber befinden, welche eine ganz andere Deutung fordert. In dem Sinne der Histologen von früher müßte man sagen, die Blutkörperchen quellen im Wasser auf und schrumpfen in Kochsalzlösung ein.

Indem ich an eine Erörterung dieser Auffassung gehe, darf ich wohl hervorheben, daß es sich dabei gar nicht um die Frage handelt ob Diffusion oder nicht. Wie immer wir uns auch den Zellkörper vorstellen, müssen wir die Möglichkeit eines Diffusionsstromes in die Substanz oder in Räume des Zellkörpers hinein oder aus denselben heraus zu geben, sobald sich die Concentration des umgebenden Mediums und mithin der supponirte Gleichgewichtszustand ändert.

Wenn man eine zur Kugelform gebrachte Zelle längere Zeit beobachtet, dann ergibt sich, daß sie die Kugelform nicht lange beibehält. Sie platzt entweder nach einiger Zeit (ich gebrauche diesen Ausdruck unter Hinweis auf die Begründung, welche ihm Brücke [Bd. XLV, pag. 3 dieser Berichte] zu Theil werden ließ, indem er diese Erscheinung bei den Speichelkörperchen kennen lernte), und dann stößt sie ihren Inhalt aus, collabirt vollständig, und läßt, mit aller Bestimmtheit erkennen, daß ihr Leben zu Ende sei; das geborstene Körperchen verändert seine Form nicht mehr; es lösen sich allmälig Stücke ab; es zerfällt. Andere farblose Zellen platzen nicht, behalten aber auch die Kugelform nicht bei, sondern werden allmälig etwas abgeplattet; sie fangen an Fortsätze auszustrecken, ziehen

diese wieder ein, kurz sie verhalten sich annäherungsweise so, als wenn man ihnen das Wasser durch Kochsalzlösung entzogen hätte, oder so als wenn man ihnen gar kein Wasser zugesetzt hätte.

Unter der Annahme, daß ein farbloses Blutkörperchen an seiner Oberfläche durch eine erhärtete Schichte von dem umgebenden Medium abgegrenzt ist, ließe sich der Übergang zur Kugelform unter der Einwirkung des destillirten Wassers allerdings erklären. Es ließe sich auch denken, daß die Zelle nach einiger Zeit so viel Wasser aufgenommen habe, daß sie bersten muß. Eine ganz bestimmte Beobachtung lehrt mich aber, daß die kugelige Zelle eine Zeit hindurch, etwa fünfzehn Minuten und darüber, ruhig in dem Medium liegen kann, um dann plötzlich und oft ohne sich zu vergrößern, zu bersten. Ein Bläschen, welches einmal längere Zeit in einem Medium liegt, ohne sich weiter zu vergrößern, sollte füglich nicht mehr zum Platzen kommen, zum Mindesten nicht wegen der fortgesetzten Diffusion, und ferner nicht ohne vorher größer zu werden. Und wie sollen wir es uns weiter erklären, wenn von zwei nebeneinanderliegenden und demselben Blute angehörenden Zellen, welche beide eine Zeit lang nebeneinander gleichförmig unter denselben Einflüssen leben, daß die eine von ihnen wegen fortgesetzter Diffusion zum Bersten kommt und die Andere nicht nur nicht berstet, sondern die Kugelgestalt aufgibt, Fortsätze aussendet, sich also offenbar in einem Zustande befindet, in den sie nur, durch eine der ersten entgegengesetzte Strömung gelangen kann.

Wir sehen also, daß wir unter der erstgenannten Annahme, die Zelle wäre in der Kugelgestalt von festeren Grenzschichten umgeben, und die Kugelform sei lediglich das Resultat des Diffusions-Stromes, nicht ausreichen.

Gehen wir nun an den zweiten unseren heutigen Vorstellungen mehr entsprechenden Fall, das ist, das farblose Blutkörperchen wäre von keiner festen Schichte umgeben, sagen wir, der Leib der farblosen Blutzelle bestehe aus einem allenthalben gleichmäßig angeordneten Stroma und die eingeleitete Diffusion beträfe entweder die organisirte Materie direct und bringe diese zur Quellung oder sie erfolgt in das System von Räumen, welche nach den Vorstellungen Brücke's den Zellkörper durchsetzen. Wenn ich der letzteren Annahme huldigend den Zellkörper nach Art des Badeschwammes gebaut ansehen und den Übergang zur Kugelform auf Ursachen zu-

rückführen will, die auch für einen leblosen Körper gelten können, dann darf ich wohl auch die Erscheinung in Betracht ziehen, die eintritt, wenn ein solcher Körper zerrissen wird. Wenn ein vollgesaugter Schwamm zerreißt, muß wohl jedes Stück für sich den durch die Ansaugung erlangten Zustand wenigstens annäherungsweise beibehalten. Das ist bei unserem Blutkörperchen nicht der Fall; denn wie ich schon angeführt habe, collabirt dasselbe vollständig unmittelbar nachdem es geborsten. Nach denselben physikalischen Gesetzen, wie sich ein Schwamm ansaugt, kann also das Blutkörperchen nicht zur Kugel werden. Sollte sich ferner jemand zu der Annahme hinneigen, die Kugelgestalt des Blutkörperchens sei nicht durch Aufnahme von Wasser in die Maschenräume, sondern durch eine Einlagerung zwischen die Molekel, durch eine Quellung der Substanz des Blutkörperchens selbst hervorgerufen, dann müßten wieder bei einer Zerreißung der Zelle die Theilproducte in dem gequollenen Zustande verharren oder ihn doch nicht so vollends aufgeben, wie es thatsächlich der Fall ist; ein gequollener Körper wird endlich seinen Quellungszustand nicht aufgeben, so lange, als die Concentration der Lösung und die Temperatur sich nicht merklich ändern. Das trifft aber bei dem farblosen Blutkörperchen nicht zu und es ist ohneweiters klar, daß wir der letzteren Annahme in keiner Weise beipflichten können.

Wenn ich meine eigenen Blutkörperchen der oben bezeichneten Einwirkung des destillirten Wassers aussetze, dann tritt bei einer Anzahl von ihnen eine mehr oder weniger lebhafte Schwingung der Körnchen ein, welche in dem Zellenleibe eingebettet sind. Sobald ich das Wasser durch die einpercentige Kochsalzlösung ersetze, wird diese Schwingung wieder sistirt. Es ist bekanntlich schon von Brücke darauf hingewiesen worden, daß die sogenannte Molecular-Schwingung in den Speichelkörperchen eine Erscheinung sei, welche mit dem Leben des Zellenleibes in Zusammenhang gebracht werden könne. In neuester Zeit hat Böttcher diese Ansicht wieder in Zweifel gezogen; er hat gegen die eben genannte Anschauung Brücke's einen anscheinend schlagenden Einwand erhoben. Er sagt nämlich die aus einem geplatzten Speichelkörperchen austretenden Körnchen hören nur dann zu schwingen auf, wenn das umgebende Medium zu zähe ist, um die Schwingung zu gestatten; sie schwingen aber fort, wenn der Zustand des Mediums eine

Molecular-Schwingung überhaupt zuläßt. Ich kann dagegen aufs Bestimmteste versichern, daß die Körnchen, welche aus geplatzten Blutkörperchen in destillirtes Wasser hinaustreten, gleichfalls an Schwingungsgeschwindigkeit einbüßen oder zu schwingen aufhören. Genaue Beobachtungen der Molecular - Schwingung an Embryonalzellen und namentlich nach Zusatz von sehr verdünnten Lösungen oder gar destillirten Wassers, ließen mich nicht einen Augenblick in Zweifel, daß die Schwingungen innerhalb derselben von dem Leben des Zellenleibes nicht unabhängig seien. Ich habe an einer Anzahl von Pigmentzellen junger Krötenembryonen nicht nur ein so lebhaftes Schwingen der Körnchen hervorgerufen, wie man sie frei in der Flüssigkeit kaum jemals wieder findet, sondern ich habe eine doppelte Bewegung, und zwar in ganz ausgesprochener Weise beobachtet; einmal kreisten die Körnchen in den Zellen herum, und dann hielten sie während ihres Umlaufes ihre schwingende Bewegung bei.

Einen weitern Beweis dafür, daß die Körnchen - Schwingung mit dem Leben des Zellenleibes im Zusammenhange stehe, suche ich darin, daß sie, unmittelbar vor dem Bersten der Zelle eine außerordentlich lebhafte wird. Wenn ich eine zur Kugelgestalt umgewandelte Blutzelle beobachte, und plötzlich eine größere Geschwindigkeit der Molecular - Schwingung eintreten sehe, dann kann ich mit Sicherheit die zu erwartende Berstung prognosticiren. Es macht fast den Eindruck, als handle es sich um einen Todeskampf des Zellenleibes. Denn daß die Zelle während der Berstung vom Leben zum Tode übergeht, kann nicht dem geringsten Zweifel unterzogen werden. So lange als sie die Kugelgestalt inne hat, kann sie zu Formveränderungen bewogen werden, nachdem sie einmal geborsten ist, nicht mehr. So lange sie die Kugelgestalt inne hat, können an ihr noch Versuche angestellt werden, welche ihr Leben unzweifelhaft beweisen; nachdem sie geborsten ist, ist weiter kein Lebenszeichen an den collabirten Resten aufzufinden.

Mit Rücksicht nun auf den Umstand, daß es nicht gelingt die Erscheinungen, welche während des Kugelzustandes und nach dem Aufhören desselben eintreten, auf Gesetze zurückzuführen, welche auch dem leblosen Zellkörper eigen sein können. Mit Rücksicht darauf, daß die Körperchen im Kugelzustande zweifellos leben; und mit Rücksicht endlich darauf, daß der Kugelzustand an *Amoeba*

diffluens durch den Inductionsschlag hervorgerufen wurde, und auch die *Amoeba* ihre Kugelgestalt verließ um wieder Form zu verändern, ist wohl die Annahme gerechtfertigt, daß auch der Kugelzustand des farblosen Blutkörperchens ein Act des Lebens sei.

Dieser Zustand ist unter solcher Annahme die Folge eines Reizes den das destillirte Wasser ausübt, indem es die Oberfläche der Zelle bespült oder selbst in die oberflächlichen Lagen *per diffusionem* eindringt.

Insofern bei der gedachten Veränderung das Volumen der Zelle größer wird, muß diese wohl Flüssigkeit angesaugt haben. Die bereits früher geltend gemachten Erfahrungen und Betrachtungen, lassen aber nicht daran denken, daß sich die angesaugten Flüssigkeitsmolekel zwischen die Molekel des Zellkörpers einlagern, daß der Zellkörper quelle. Es bleibt also nur die Annahme übrig, daß das Blutkörperchen netzförmig gebaut und daß es sich nach Zusatz von Wasser nach Art eines Schwammes, wenn auch nicht nach denselben Gesetzen, vollsaugt.

Wir könnten uns dabei vorstellen, das Maschenwerk des Zellleibes oder ein Theil desselben errigire sich derart, daß der ganze Leib eine Kugelgestalt annimmt, und daß in Folge dessen die Maschenräume sich erweitern und die Flüssigkeit angesaugt wird.

Wir sprächen dann von der Thätigkeit eines lebenden Stroma in Folge einer Einwirkung von destillirtem Wasser; eine Thätigkeit, welche dieses Stroma nicht lange ertragen kann, aus welcher es entweder zum Bersten, zu einem plötzlichen Tode oder zum Erschlaffen kommt.

Unter einer solchen Voraussetzung würde es ohne Weiteres klar, warum von zwei nebeneinander liegenden Blutkörperchen eines platzt und das andere erschlafft.

Das eine überlebt eben die außerordentliche Anstrengung zu der es durch den Reiz getrieben wird und das andere nicht.

Das Innehalten der Kugelgestalt des Blutkörperchens kann dann nach dem Vorgange Kühne's mit einem Tetanus verglichen werden. So lange es in diesem Zustande ist, schickt es keinen Fortsatz aus, verändert es seine Form nicht; es ist starr errigirt, und erhält dadurch eine gewisse Menge Flüssigkeit in den freien Maschenräumen.

Ich werde noch später darauf zu sprechen kommen, daß es plausible ist, zwei verschieden und vielleicht antagonistisch arbei-

tende Theile des Stroma anzunehmen, von denen einer durch das Wasser zur Thätigkeit gebracht wird, während der andere unbehindert oder wenig behindert fortlebt, eventuell auch Flüssigkeitsströmungen in dem Stroma vermitteln könne.

Die Untersuchung des Blutes Cholerakranker ist in nicht geringem Grade geeignet, die bisher angestellten Betrachtungen zu unterstützen. Die farblosen Blutkörperchen bei Cholerakranken sind bekanntlich vermehrt. In dem Blutstropfen, den man unter das Mikroskop bringt, gerinnt das Fibrin sehr rasch, so daß man sehr bald ein dichtes Fadenwerk zur Ansicht bekommt, in welchem massenhaft farblose Blutkörperchen stecken.

Wenn man in der früher angegebenen Weise manipulirt und die rothen Blutkörperchen fortschwemmt, dann bleibt im Gesichtsfelde eine Summe farbloser Blutkörperchen zwischen dem Filzwerk von Fibrin zurück, und man hat die beste Gelegenheit, seine Beobachtungen mit aller Ruhe anzustellen. Die Blutkörperchen unterscheiden sich in ihrem Ansehen wesentlich von den meinigen. Ich kann ihren Zustand nicht gut mit Worten schildern, aber ich glaube ihn am besten dadurch zu charakterisiren, wenn ich sage, daß sie mir den Eindruck von Embryonalzellen machen; ihr Gefüge scheint so locker zu sein, daß sie von Beobachtern älteren Schlages vielleicht ohneweiters als im Zerfall begriffene Zellen betrachtet werden dürften. Dabei ist aber ihre Agilität eine ganz außerordentliche. Nicht wenige Secunden hindurch wird die Form beibehalten. Das ganze Bild wird durch die häufige Formveränderung ein sehr bewegtes. Die Blutkörperchen winden sich ordentlich durch das Filzwerk von geronnenem Fibrin durch.

Setze ich nun einen Tropfen destillirten Wassers zu, dann tritt wie mit einem Schlage in allen farblosen Blutkörperchen eine überaus lebhafte Schwingung der Körnchen ein, so lebhaft wie ich sie an meinem Blute niemals und bis jetzt nur an Embryonalzellen und an den farblosen Blutzellen vom Triton gefunden habe. Dabei ist die Resistenz des kugeligen Blutkörperchens bedeutend erhöht; ich sah Blutkörperchen von Kranken, wie ich sie später schildern werde, nicht platzen, wenn ich auch zwei- und dreimal das Präparat reichlich auswusch.

Bringt man die aufgezählten Erscheinungen in Zusammenhang, so muß sich gewiß mit aller Intensität die Vermuthung aufdrängen, daß die lebhafteren Schwingungen in den Blutkörperchen des Cholerakranken so wie die größere Resistenz mit einem veränderten Lebenszustande des Zellenleibes in innigem Zusammenhange stehe.

Ich will in diesem Orte nicht darauf eingehen, welche Bedeutung diese Erfahrung für die Auffassung des Choleraprocesses habe. Mit Rücksicht auf die Erscheinungen an den Blutkörperchen selbst muß ich indessen von der Epidemie noch folgendes anführen.

Die angedeuteten Erscheinungen habe ich nur so lange gefunden, als die Epidemie die Höhe nicht überschritten hatte. Bis zu diesem Tage, welchen ich nach den Krankheitsbildern zu schließen als den Culminationspunkt für Wien betrachten durfte, bis zu dem Tage fand ich die angedeuteten Erscheinungen fast an allen Kranken einer nicht unbeträchtlich großen Choleradivision und namentlich ausgeprägt an jenen ausgezeichnet charakteristischen Kranken, die wir als in dem *stadium algidum* oder *asphycticum* befindlich bezeichnen. Nachdem jene Höhe der Epidemie überschritten war, fand ich die Erscheinung an den Blutkörperchen nicht mehr so prägnant, aber es kam mir auch kein neuer Fall in jenem ausgezeichnet charakteristischen Stadium zur Beobachtung. Im Laufe des darauf folgenden Monates kamen mir nur zwei Kranke zu Gesichte, welche von Auswärts, und zwar von Orten, wo die Epidemie in voller Blüthe war, hereingebracht wurden, und an diesen fand ich die angeführten Erscheinungen an den Blutkörperchen in ihrem vollen Umfange wieder.

In einem von diesen beiden Fällen sammelte ich eine kleine Quantität Blut aus dem Herzen der Leiche, welche vierundzwanzig Stunden nach dem Verscheiden zur Section kam. Ich stellte das Blut an einen kühlen Ort, ohne es weiter zuzudecken und untersuchte, da ich schon früher die Erfahrung gemacht hatte, daß die farblosen Körperchen von Cholerakranken, das Leben des Gesammtindividuums lange überdauern, dieses aufbewahrte Blut täglich auf die Lebenserscheinung der Blutzellen.

Vier Tage hindurch konnte ich die Formveränderung und die nach Wasserzusatz eintretende lebhafte Molecular-Schwingung ziemlich unverändert beobachten. Dann verlor ich das Blut eine Zeit lang aus den Augen, und etwa am dreizehnten Tage begann ich wieder mit der Untersuchung desselben. Es hatte sich inzwischen eine ziem-

lich harte Kruste an der Oberfläche gebildet. Diese hob ich auf und nahm einen kleinen Tropfen des zähflüssigen Blutes zur mikroskopischen Betrachtung. Ich wunderte mich nicht wenig, daß die farbigen Blutkörperchen vollkommen unversehrt, daß die Blutflüssigkeit von Vibrionen völlig frei war, kurz daß sich das Blut so verhielt, wie man es an ganz frischem Blute nicht besser wünschen kann. Die farblosen Blutkörperchen veränderten aber ihre Form nicht mehr.

Als ich jedoch die letzteren eine Zeit lang in Sicht hielt, beobachtete ich, daß sie sich ganz ungewöhnlich abplatten. Es erinnerte mich dieses sehr lebhaft an die abgeplattete Form der Amöben. Ich setzte deßwegen einen Tropfen 1percentiger Kochsalzlösung hinzu, und zu meiner größten Überraschung zogen sich die platten Blutkörperchen zu einem ganz strammen kleinen Körperchen zusammen.

Das Auffallende der Erscheinung veranlaßte mich die Beobachtung längere Zeit fortzusetzen. Das zur Kugelform gebrachte Blutkörperchen plattete sich wieder ab und ein Zusatz von Kochsalzlösung brachte es wieder zur Zusammenziehung. — Ich wiederholte den Versuch mehrere Male und verließ dann dieses Choleráblut um mich an meinem eigenen Blute über die Bedeutung der Erscheinung zu instruiren.

Es war mir bekannt, daß auch die farblosen Zellen meines Blutes zuweilen ganz platt auf dem Objectträger dahin liegen, nur wußte ich nicht, wie ich diesen Zustand hervorzurufen habe. Ich überließ mich daher vorerst dem Zufalle, und dieser ließ mich auch nicht lange warten. Ich fand eines meiner Blutkörperchen in dem gewünschten Zustande und nach dem Zusatze von etwas Kochsalzlösung zog es sich schnell genug zu einem kleinen strammen Körperchen zusammen. Ich konnte nun auch an meinem Blute die Beobachtung mehrere Male wiederholen.

Das Nächste woran ich nun denken sollte, war wohl, daß ich durch das Zusetzen der Lösung das abgeplattete Blutkörperchen zu einer Schrumpfung veranlasse. In welcher Weise sollte aber diese Lösung wirken?

Als ein chemisches Agens sicherlich nicht, denn mein Blutkörperchen befand sich von vorne herein in einer 1percentigen Kochsalzlösung, und indem ich den Versuch mehrere Male wiederholte, wusch ich ja das Präparat förmlich mit der Kochsalzlösung aus. Wie sollte da an eine chemische Einwirkung zu denken sein? Eine plötzlich

eintretende Diffusion konnte es aus den angeführten Gründen auch nicht sein.

Ich ließ übrigens zu allem Überflusse anstatt der Kochsalzlösung destillirtes Wasser zufließen. Der Erfolg war derselbe. Das abgeplattete Blutkörperchen zog sich rasch zu einem kleinen strammen Körperchen zusammen und kehrte erst dann nach einigen Secunden zur Kugelform mit Molecular-Schwingung zurück.

Wenn es nun weder ein chemischer Einfluß war noch eine Folge des Diffusionsstromes, welcher das abgeplattete Blutkörperchen zur Zusammenziehung brachte, so mußte ich zunächst an die mechanische Wirkung der Strömung denken. Aber auch diese Möglichkeit mußte ich bald aufgeben, da ich das Blutkörperchen nicht zur Schrumpfung brachte, wenn ich die Strömung unter dem Deckglase durch rasches Abziehen der Flüssigkeit durch eine Anzahl von Papierstreifen einleitete.

Wenn ich nun auch keinen Grund auffinden konnte, dem ich die Einwirkung aufs Blutkörperchen zuschreiben durfte, so hielt ich mich dennoch aus später anzuführenden Gründen aufs Tiefste überzeugt, daß die Verkleinerung des Blutkörperchens auf eine Äußerung des Lebens desselben zurückzuführen sei. Ich stellte mir vor, daß das Blutkörperchen aus mir unbekannten Gründen sich abgeplattet auf dem Objectträger hinstrecke und dann durch den hinzutretenden Tropfen zur Contraction veranlaßt werde.

Dr. Holm aus Petersburg, welcher derzeit in meinem Laboratorium beschäftigt war, machte mich darauf aufmerksam, wie ich dem Einwande entgehen könne, daß die platte Form des Blutkörperchens durch den Druck des Deckgläschens hervorgerufen werde. Ich habe auf Grundlage dieses Einwandes und in Erinnerung, daß schon Brücke (Über die sogenannte Molecularbewegung in thierischen Zellen. Band XLV., J. Bericht) eine ähnliche Erscheinung an den Speichelkörperchen beschrieb, ohne sie mit dem Leben der Zellen in Zusammenhang zu bringen, die Verhältnisse eingehend geprüft und mich mit aller Sicherheit davon überzeugt, daß die Plätte des Blutkörperchens wirklich durch Druck des Deckgläschens hervorgerufen werde.

Wenn ich nämlich an die Seite des Deckgläschens einen Fließpapierstreifen anlege und die Flüssigkeit abziehen lasse, ohne neue Flüssigkeit nachzusetzen, so gehen die farblosen Blutkörperchen so wie auch die farbigen allmälich in die abgeplattete Form über. Sie

vergrößern die dem Beschauer zugewendete Fläche um das drei- bis vierfache.

Ich will damit nicht sagen, daß ein farbloses Körperchen sich nicht auch ohne Einwirkung des Druckes nach Amöben-Art hinstrecken könnte, aber es ist sicher, daß ich die Erscheinung in der angedeuteten Weise jedesmal hervorrufe.

Lasse ich nun neue Flüssigkeit von der andern Seite des Deckgläschens zuströmen, so hebe ich dadurch das Deckgläschen, und das Blutkörperchen zieht sich in der früher bezeichneten Weise zusammen.

So sicher es aber einerseits ist, daß es mechanische Einflüsse, Druckverhältnisse sind, welche das Blutkörperchen zur Abplattung bewegen, ich will nicht sagen direct zusammen drücken, so sicher ist es, daß die Zellen durch den Druck, den ich in der angedeuteten Weise ausübe, nicht getödtet werden, wie dies nach der Angabe von Brücke über die Speichelkörperchen der Fall ist, wenn sie stark plattgedrückt werden; und so sicher scheint es mir andererseits zu sein, daß die Zusammenziehung nach der Aufhebung des Druckes als ein Akt des Lebens betrachtet werden müsse.

Es könnte behauptet werden, daß das abgeplattete Blutkörperchen, nachdem der Druck aufgehört hat, durch Elasticität in seine frühere Form zurückkehrt.

Wenn ich den Contractionsversuch einige Male wiederhole, so ergibt sich, daß die Zusammenziehung beim ersten Versuche nicht so rasch und nicht so vollständig erfolgt als beim zweiten, oder gar beim dritten Versuche. Die Elasticität der Körper wächst aber bekanntlich nicht mit der wiederholten Ausdehnung derselben, während es unseren Begriffen vom Leben ganz conform ist, uns vorzustellen, daß die Reizbarkeit der Zelle bis zu einer gewissen Grenze, mit dem fortgesetzten Versuche erhöht werde, und daher die Zusammenziehung rascher und vollkommener erfolgen kann. An den Blutkörperchen der früher erwähnten an Cholera verstorbenen Person, erfolgte die Zusammenziehung außerordentlich träge und um so träger, je öfter ich den Versuch wiederholte. Bis zum siebzehnten Tage nach dem Tode gelang es mir die Contraction merklich sichtbar werden zu lassen. Am achtzehnten Tage aber war ich nicht mehr im Stande die Erscheinung hervorzurufen. Dieses Verhältniß spricht offenbar eher dafür, daß die Zusammenziehung ein Akt des Lebens und daß die Blutkörperchen der erwähnten Leiche in ihren Lebenseigenschaften allmälig her-

unterkamen, daher die Reize träger beantworteten, bis endlich ein vollständiges Absterben derselben erfolgte.

Die abgeplatteten Blutkörperchen kehren, wenn der Druck aufhört nicht immer zu ein und derselben Form zurück. Sie werden bald zu kleinen strammen Kügelchen, bald zu kantigen, bald zu zackigen Körpern umgestaltet, bald richten sie sich derart in die Höhe, daß man Mühe hat, dem ganzen Durchmesser des Körperchens mit der Schraube zu folgen, bald bleibt ein Theil des Körperchens platt am Objectträger haften, während sich über dem glatten Theile eine förmliche Säule erhebt.

Ich kann mir vorstellen, daß Körper in Folge der Elasticität zu einer bestimmten Form zurückkehren, wenn sie aus derselben verschoben wurden, ich kann mir aber nicht vorstellen, daß ein plattgedrückter Körper vermöge seiner Elasticität eine Form annehme, die er früher vielleicht niemals inne hatte, und nach dem jedesmaligen Plattdrücken zu einer ganz anderen Form zurückkehre.

Wenn ich den Versuch zwei oder dreimal ausgeführt habe, dann beantwortete das Blutkörperchen den Reiz am allerbesten. Es zieht sich mit einer gewissen Geschwindigkeit aufs allerkleinste Volumen zurück, welches es meiner Erfahrung nach, einzunehmen vermag. In diesem Zustande aber verbleibt es nur sehr kurze Zeit, nach kaum einer Minute erschlafft es wieder. Es wird dann noch nicht platt; um einen solchen Zustand hervorzurufen, muß die Flüssigkeit neuerdings angesaugt werden; aber es bekommt das Ansehen eines Blutkörperchens, das im Blutserum schwimmt; es streckt wieder Fortsätze aus, es verändert seine Form. Es ist wieder nicht gut denkbar, daß ein Körper vermöge seiner Elasticität und nachdem ein auf ihm lastender Druck aufgehört hat, zu einer Form getrieben werde, die er nicht einhalten kann, und aus welcher er langsamer in eine zweite Form übergeht, als er in die erste hineingerathen ist.

Die Veränderungen, welche ich hier schildere, beziehen sich zweifellos auf ein lebendes Zellenstroma. Denn wenn man die Blutkörperchen während des abgeplatteten Zustandes längere Zeit beobachtet, dann fangen sie ruhig an ihre Form zu verändern. Und wenn man den Druck aufhebt, so wird dasselbe Blutkörperchen unter geeigneten Bedingungen alle jene Eigenschaften erkennen lassen, die an einem lebenden Blutkörperchen zu studieren sind. Wenn wir also sehen, daß wir an einem lebenden Gewebe Veränderungen

wahrnehmen, welche sich auf Causalvorgänge, die auch an nicht organisirten Stoffen möglich sind, nicht zurückführen lassen, dann bleibt uns füglich nichts übrig, als anzunehmen, daß diese Veränderungen Akte des Lebens seien, Akte des Lebens, hervorgerufen, durch äußere Einflüsse; und dieser äußere Einfluß ist in unserem Falle die Befreiung des Zellkörpers von einem auf ihm lastenden Drucke.

Wenn dieser Zustand der Zusammenziehung als ein Akt des Lebens betrachtet werden soll, dann muß man wohl sagen, daß wir es mit einer ziemlich energischen Contraction zu thun haben, und es fragt sich: Wie ist dieser Zustand mit dem in Zusammenhang zu bringen, was ich früher als die Folge des Reizes durch destillirtes Wasser hinstellte? Destillirtes Wasser soll zu einer Contraction gewisser Abschnitte des Zellkörpers führen, und da soll das Blutkörperchen zur Kugel werden, und der aufgehobene Druck soll dasselbe Körperchen abermals zur Contraction bringen und hier soll es nicht zur Kugel, sondern zu einem viel kleineren festen contrahirten Gebilde werden.

Es mag mit unseren Begriffen über die Gleichartigkeit im Stroma eines Zellenleibes wenig vereinbar sein, anzunehmen, daß sich zwei verschieden wirkende Abschnitte vorfänden, von denen der eine das Blutkörperchen zur Kugel, und der andere, die Verkleinerung des Stroma bedingen sollte.

Wir können uns aber anknüpfend an die Schlußfolgerungen Brücke's (siehe Elementarorganismen), daß wir aus dem Grunde, weil wir die Organisation der Zelle nicht sehen, noch nicht schließen dürfen, daß auch keine Organisation vorhanden sei, dem analogen Schlusse nicht entziehen, daß eine Verschiedenheit einzelner Theile der Zelle möglich sei, trotzdem wir sie nicht wahrnehmen.

Wir sehen es zwei neben einander liegenden Muskeln, die antagonistisch wirken, auch nicht an, daß sie Antagonisten sind. Zu einem solchen Begriffe kommen wir erst dadurch, daß wir ihre Functionen prüfen; und die Function der Blutkörperchen ist eben geprüft, es steht eben fest, daß sie das eine Mal kugelig und vergrößert, und das zweite Mal contrahirt sein können. Es steht fest, daß sie diese beiden Zustände während des Lebens einnehmen; es steht schließlich fest, daß diese Erscheinungen an organisirten abgestorbenen Körpern nicht hervortreten können, und es ist höchst wahrscheinlich, daß man solche Eigenschaften nichtorganisirten Stoffen nicht zuschreiben darf.

Was soll uns nun von dem Ausspruche zurückhalten, daß an dem lebenden Zellenleibe zwei antagonistisch sich äußernde Functionen wahrnehmbar sind, von denen eine durch destillirtes Wasser und die andere durch aufgehobenen Druck zur Erscheinung gebracht wird.

Bei einem solchen Ausspruche wird es aber vorläufig plausibler die verschiedenen Functionen auf verschiedene Zellabschnitte zurückzuführen, von welchen ein Theil nach der Einwirkung von destillirtem Wasser in überwiegende Aktion tritt, entweder weil er der wirklich mächtigere ist, oder es nur durch besondere Umstände wird; dieser errigirt das Stroma, bringt dasselbe zur Kugelform und veranlaßt es dadurch Flüssigkeit aus der Umgebung einzusaugen oder zu trinken. Die Flüssigkeit sammelt sich dann in den Maschenräumen des Stroma an, und in diesen können nun die Körnchen des Zellenleibes zur Schwingung kommen. Es bleibt dabei nicht ausgeschlossen, daß diese Schwingung mit den Lebenszuständen der Zelle im Zusammenhange stehe, weil eben nicht der ganze Zellenleib zur Erhaltung der Kugelform verwendet wird.

Wie es komme, daß die Körnchen während der Einhaltung der Kugelgestalt gerade in den Maschenräumen desselben schwingen, darauf will ich für jetzt keine ausführliche Antwort geben; ich will aber nur andeuten, und dazu bestimmt mich eine große Reihe von Erfahrungen, die ich an Embryonen gemacht habe, daß die Körnchen nicht zum lebenden Zellkörper gehören. Die Körnchen sind eine im Zellkörper angehäufte Materie, welche unter Umständen gelöst werden können, um für den Zellkörper verwendet zu werden, unter Umständen aus dem Zellkörper ausgestoßen werden können, ohne dem Leben desselben zu schaden. Diese Körnchen schwingen eben nicht wenn das Stroma contrahirt oder collabirt ist, vielleicht weil sich sodann in den Maschenräumen nicht genug Flüssigkeit vorfindet, um die Schwingung zu ermöglichen.

Hat das Körperchen die Kugelgestalt erreicht, oder sich wenigstens theilweise mit Wasser vollgetrunken, dann können die Körnchen schwingen. Sie thun dies aber nicht immer und nicht immer gleich lebhaft, und es ist höchst wahrscheinlich, daß diese Verschiedenheiten in einer uns unbekannten Weise vom Leben abhängen.

Ein zweiter Abschnitt des Stroma müßte dann die Verkleinerung des Zellkörpers bewirken, und dieser ist es, der nach dem Aufhören des Druckes in überwiegende Thätigkeit geräth.

Ganz bestimmte Beobachtungen führen mich schließlich mit einer gewissen Nothwendigkeit dazu, die beiden verschiedenen Functionen auf verschiedene Abschnitte des Zellenleibes zurückzuführen. Die zur Kugelform aufgeblähten Blutkörperchen pflegen sich nämlich mit einem Rucke zu verkleinern, und einen Theil der in ihnen enthaltenen Körnchen auszustoßen; dabei haben aber die Zellen ihr Leben noch nicht eingebüßt, und die Kugelgestalt nicht aufgegeben, sie bleiben noch den früher erwähnten Versuchen zugängig.

Ich habe diese Beobachtung zu selten gemacht um sie ausführlich besprechen zu dürfen; sie hat mir aber eine so tiefe Überzeugung von den angedeuteten Vorgängen eingeflößt, daß ich sie nicht unerwähnt lassen wollte.

Unter der Annahme von antagonistisch wirkenden Kräften oder Organen der Zelle, läge es auch nahe an ein Schwanken des Gleichgewichts derselben zu denken, wenn die Zelle ihre Form verändert, einen Fortsatz ausschickt und ihn wieder einzieht, für den Fall, als man überhaupt anfängt, über diese Dinge nachzudenken. Und wir werden füglich dazu gedrängt werden, dieses Thema in Angriff zu nehmen, wenn die mikro-physiologischen Studien erst anfangen werden, uns zu so tiefen Betrachtungen zu führen, als sie heute schon in Aussicht stellen.

Ich habe früher einmal erwähnt, daß auch die rothen Blutkörperchen durch den Druck des Deckglases abgeplattet werden, und nach dem Aufheben des Deckglases sich wieder zusammenziehen. Ich kann mich jedoch aus dem Umstande nicht im Entferntesten in meiner Schlußfolgerung beirren lassen.

Ich stimme zwar vorläufig mit den Autoren überein, welche angeben, die rothen Blutkörperchen können freiwillig keine Form verändern. Aber ich frage, was versteht wohl heutzutage ein Physiologe darunter, wenn er sagt: daß sich eine Zelle freiwillig bewege? Doch nicht etwa, daß die Seele der Zelle, selbst zugegeben, daß eine solche im Sinne Fechner's existirt, über die Form verfügt.

Zur Formveränderung so wie zur Bewegung überhaupt, gehört nothwendig eine Kraft, und die kann ausgelöst werden einmal durch Processe, welche mit zum Leben gehören, ohne daß die äußeren Einflüsse in für uns wahrnehmbarer Weise von der Norm abweichen, und dann erscheint uns die Bewegung freiwillig; und ein anderes Mal wird sie ausgelöst durch Processe, welche durch einen wahrnehmbaren äußeren Einfluß eingeleitet oder unterhalten werden. Es unterliegt wohl keinem Zweifel, daß beide Modalitäten der Bewegung dem Leben zugeschrieben werden müssen.

Wenn sich irgend ein organisirtes Gebilde auf einer so niedrigen Stufe des Lebens befände, daß der regelmäßig in ihm ablaufende Proceß nicht mehr die Masse zu bewegen vermag, so darf ich daraus noch nicht schließen, daß das Gebilde todt sei; und wenn dann ein sehr kräftiger äußerer Einfluß eine solche Bewegung dennoch vermittelte, darf ich um so weniger schließen, daß alles was dieser Bewegung ähnlich, an anderen gewiß lebenden Zellen in Erscheinung tritt, nicht zum Leben gehöre.

Es liegt für dieses Mal nicht in meiner Absicht die rothen Blutkörperchen eingehender zu behandeln. Ich habe ihnen trotz zahlreicher Beobachtungen dennoch zu wenig Aufmerksamkeit geschenkt um zu einer triftigen Beweisführung über die Auffassung der Zustände, in welchen wir sie antreffen, zu gelangen. Ich habe ihrer nur erwähnt, um durchblicken zu lassen, daß sich aus den Veränderungen der rothen Blutkörperchen keine Waffe schmieden läßt gegen die Schlußfolgerungen, welche sich mir im Laufe meiner Beobachtungen aufgedrängt haben.

Die Tageszeiten der Meteoritenfälle verglichen.

Zweite Reihe.

Von dem w. M. W. Ritter v. Haidinger.

(Vorgelegt in der Sitzung am 31. Jänner 1867.)

Bei der Vorlage meiner Betrachtungen am 17. Jänner, über das Verhältniß der Meteoritenfälle, je nach den Tagesstunden, für welche dieselben in unseren Gedenkbüchern aufgezeichnet sind, hatte ich das letzte Verzeichniß der im k. k. Hof-Mineraliencabinete vorhandenen Exemplare, vom 1. Jänner 1865, zum Grunde gelegt, und nur die seither neu erworbenen Nummern hinzugefügt, so daß im Ganzen von 126 Fällen die Tagesstunden verglichen werden konnten, während in der früheren Zusammenstellung aus dem Berichte an die British Association vom Jahre 1860 nur 72 zur Vergleichung gekommen waren.

Aber je größer die Zahl ist, welche zu Vergleichungen gewonnen werden kann, um so anschaulicher die Ergebnisse. Und es waren bei der Aufsammlung der Arten noch so manche, selbst in Museen, wie in Berlin, London, Calcutta und anderwärts aufbewahrte Meteoriten von gut der Stunde nach beobachteten Fällen übrig geblieben, manche, von welchen man noch Erwerbungen erwarten darf, viele aber auch, die in neuerer Zeit verloren gegangen sind, aber von welchen die in den aufbewahrten Berichten als vollkommen unbezweifelbar betrachtet werden müssen, wenn auch von den oft mächtigen herabgefallenen Massen nichts mehr in Sammlungen sich aufbewahrt findet.

Zu dem Zwecke der Aufsammlung der Angaben verglich ich nun zu allererst jenes classische Werk Chladni's „Über Feuermeteore“ aus dem Jahre 1819, dieser unversiegbaren Quelle, aus der sich in den fortschreitenden Studien der hieher gehörigen Erscheinungen so viele Anregung ableiten läßt. Sodann 1861 von Herrn P. A. Kesselmeyer die sorgsamen Zusammenstellungen der

wichtigsten Angaben in seinem Werke „Über den Ursprung der Meteorsteine“ in den Abhandlungen der Senckenberg'schen naturforschenden Gesellschaft zu Frankfurt am Main. Schade, daß hier die Tagesstunden fehlen. Aber höchst werthvoll nebst Vielem für genauere geographische Orientirung. Endlich, und hier fand ich wieder günstig die Tagesstunden-Angaben, das wichtige Leitbuch „Die Meteoriten in Sammlungen“ von Herrn Dr. Otto Buchner in Gießen, vom Jahre 1863. Zudem ergab sich Einiges aus neueren oder unabhängigen Mittheilungen der Herren Greg, Maskelyne, Oldham u. A.

So gelingt es mir noch, die ansehnliche Zahl von 52 gut beglaubigten Fällen heute vorzulegen.

Der Plan der Zusammenstellung in der nachstehenden Tabelle ist ganz derselbe, wie für die frühere von 126 Meteorstein- und Eisenfällen. Die Zeitangaben, die Namen des Falles, die geographische Länge, die derselben entsprechende Zeit für den Unterschied von Greenwich, endlich die Zeit des Falles für Greenwich berechnet, alles natürlich dem Gegenstande entsprechend mit hinlänglicher Näherung.

Für die Fallorte konnten bei der Enge der Columne nur je ein Schlagwort gegeben werden. Es schien daher erforderlich, jeder Nummer eine so kurz wie möglich gehaltene Erläuterung beizugeben. Namentlich glaubte ich, es würde höchst anziehend befunden werden, die Thatsache des Falles durch die Erwähnung der Steine etwas anschaulicher zu machen, anstatt daß bei dem früheren Verzeichniss von 126 Nummern gewissermaassen das Verzeichniß des k. k. Hof-Mineraliencabinetes vom 1. Jänner 1865 vorliegt.

Möchte sich vielleicht aus Zusammenstellungen dieser Art neue Anregung finden, um möglichen Falles einen oder den andern längst verloren geglaubten Stein wieder aufzufinden. Manche Forschungen sind freilich bereits erfolglos angestellt worden, aber auch mancher Stein wieder aufgefunden, welchen Chladni verloren gegeben hatte.

Verzeichniss von 52 nach ihren Tagesstunden bekannten Meteoritenfällen.

Nummer	Jahr	Monat und Tag	Stunde	Fallort	Greenwich Länge	Greenwich Zeit	Greenwich Stunde
1	1496	28. Jänn.	9 AM	Cesena	12° 0' O	— 40'	$8\frac{1}{3}$ AM
2	1511	4. Sept.	8 PM	Crema	9 42 O	— 30	$7\frac{1}{2}$ PM
3	1580	27. Mai	2 PM	Nörten	9 55 O	— 30	$1\frac{1}{2}$ PM
4	1581	26. Juli	1—2 PM	Buttelstädt	11 25 O	— 40	1 PM
5	1596	1. März	5—6 PM	Crevalcore	11 8 O	— 40	5 PM
6	E 1621	17. April	6 AM	Lahore	75 34 O	— 5h	1 AM
7	1622	10. Jänn.	3 PM	Tregony	4 55 W	+ 10	3 PM
8	1628	9. April	5 PM	Hatford	1 32 W	0	5 PM
9	1634	27. Oct.	8 AM	Charollais	4 10 O	— 10	8 AM
10	1636	6. März	6 AM	Sagan	15 20 O	— 1	5 AM
11	1637	29. Nov.	10 AM	M. Vaisien	6 52 O	— 20	$9\frac{1}{2}$ AM
12	1642	4. Aug.	4—5 PM	Woodbridge	1 25 O	0	4—5 PM
13	1647	18. Febr.	11—12 PM	Zwickau	12 33 O	— 50	10—11 PM
14	1647	August	11—12 AM	Stolzenau	8 59 O	— 40	$11\frac{1}{3}$ AM
15	1654	30. März	8 AM	Fünen	10 20 O	— 40	$7\frac{1}{3}$ AM
16	1668	19 Juni	12—1 AM	Vago	11 8 O	— 40	12—1 AM
17	1671	27. Febr.	M	Ortenau	8 7 O	— 30	$11\frac{1}{2}$ AM
18	1697	13. Jänn.	5 PM	Pentolina	11 10 O	— 40	$4\frac{1}{3}$ PM
19	1698	19. Mai	7—8 PM	Waltring	7 45 O	— 30	7 PM
20	1706	7. Juni	2—3 PM	Larissa	22 35 O	— 1 30	1 PM
21	1722	5. „	$3\frac{1}{2}$ PM	Scheftlar	11 35 O	— 40	3 PM
22	1738	18. Oct.	$4\frac{1}{2}$ PM	Avignon	5 3 O	— 20	4 PM
23	1740	25. „	M	Rasgrad	26 12 O	— 1 40	$10\frac{1}{3}$ AM
24	1750	11. „	M	Nicorps	1 26 W	0	M
25	1775	19. Sept.	10 AM	Rodach	10 46 O	— 40	$10\frac{1}{3}$ AM
26	1776	Jänn. oder Febr.	2—4 PM	Fabbriano	12 54 O	— 50	1—2 PM
27	1780	11. April	9 PM	Beeston	1 10 W	0	9 AM

Nummer	Jahr	Monat und Tag	Stunde	Fallort	Greenwich Länge	Greenwich Zeit	Greenwich Stunde
28	1791	17. Mai	5 AM	Castel Berardenga	11° 29' O	— 40'	$4^1/_3$ AM
29	1795	13. April	8 AM	Ceylon	80 50 O	— 5^h20	$2^2/_3$ AM
30	1810	30. Jänn.	2 PM	Caswell Cty.	79 30 W	+ 5 20	$7^1/_3$ PM
31	1814	5. Nov.	$4^1/_3$ PM	Doab	80 0 O	— 5 20	11 AM
32	1815	18. Febr.	M	Durala	76 41 O	— 5 10	7 AM
33	1824	18. „	7 PM	Tounkin	102 50 O	— 6 40	12—1 PM
34	1825	16. Jänn.	6 PM	Oriang	79 0 O	— 5 10	1 PM
35	1830	15. Febr.	$7^1/_2$ AM	Launton	1 9 W	0	$7^1/_2$ AM
36	1830	17. Mai	$^1/_2$ PM	Perth	3 30 W	+ 10	$^1/_2$ PM
37	1833	11. April	$6^3/_4$ PM	Curvello	45 15 W	+ 3	$9^3/_4$ PM
38	1835	4. Aug.	$4^1/_2$ PM	Aldsworth	1 58 W	0	$4^1/_2$ PM
39	1840	9. Mai	11—12 AM	Karakol	72 0 O	— 4 40	7 AM
40	1842	30. Nov.	4 PM	Myhee Counta	72 38 O	— 4 40	11—12 AM
41	E 1844	Jänner	2 AM	Corrientes	58 30 W	+ 4	6 AM
42	1848	15. Febr.	1 PM	Dharwar	75 44 O	— 5	8 AM
43	1854	5. Sept.	7—8 AM	Linum	12 52 O	— 40	7 AM
44	1857	1. Oct.	$4^3/_4$ PM	Les Ormes	3 15 O	— 10	$4^3/_4$ PM
45	1859	4. Juli	11—12 AM	Crawford Cty.	92 30 W	+ 6 10	6 PM
46	1859	31. „	$9^1/_2$ PM	Montpreis	15 27 O	— 1	$8^1/_2$ PM
47	1863	10. Dec.	3 AM	Trapezunt	39 46 O	— 2 40	12—1 AM
48	1864	10. Aug.	$7^1/_2$ PM	Polinos	34 37 O	— 2 20	5 PM
49	1864	4. Dec.	2 AM	Turakina	175 5 O	—11 40	2 PM
50	1865	23. Mai	6 PM	Gopalpur	89 30 O	— 6	M
51	1865	25. Aug.	9 AM	Shergotty	77 50 O	— 5 10	4 AM
52	1865	7. Sept.	7 AM	Mudoor	77 34 O	— 5 10	2 AM

Erläuterungen zu der vorstehenden Tabelle.

1. Cesena. Zwischen Cesena und Bertinoro bei Forli. Drei Steine. Chladni, S. 207.
2. Crema, Lombardie. Steine von 100, 120, 260 Pfund. Chladni, 209. Kesselmeyer, 102.
3. Nörten, unweit Göttingen. Steine wie Fäuste und Hühnereier. Chladni, S. 217.
4. Buttelstädt (Niederreissen bei) in Thüringen. Ein Stein 39 Pfund schwer. Chladni, S. 218.
5. Crevalcore im Bezirk von Ferrara. Steine. Chladni, S. 220.
6. Eisen. Lahore, des Morgens. (Pergunnah von Jalindher, 20 Meilen OSO. von Lahore) Chladni, S. 221. $5^5/_{16}$ engl. Pfund. Kesselmeyer, S. 105.
7. Tregony in Cornwall. Nachmittags. Ein Stein, $3^1/_2$ Fuss lang, $2^1/_2$ Fuss breit, $2^1/_2$ Fuss dick. „Tregnie" bei Chladni, S. 222. Kesselmeyer, S. 106.
8. Hatford, Berkshire. Ein Stein 24 Pfund. Chladni, 223.
9. Charollais. Im ehemaligen Herzogthum Burgund. Dep. Saône et Loire. Mehrere Steine, 5 bis 8 Pfund jeder schwer. Chladni, 223.
10. Zwischen Sagan und dem Dorfe Dubrow in Schlesien. Ein grosser Stein über 2 Centner schwer. Chladni, 225.
11. Mont Vaisien, Dep. de la Drôme (Provence). Zwischen Guilleaume und Pesne. Stein von 38 Pfund. Chladni, 225.
12. Zwischen Woodbridge und Aldborough. Suffolk. Ein Stein, 4 Pfd. schwer. Chladni, 226.
13. Zwickau (Dorf Polau bei). Ein Stein von einem halben Centner. Chladni, 227.
14. Stolzenau, Vogtei Bomhorst, zwischen Schamerlo und Wermsen in Westphalen. Ein Stein, beim Herabfallen zertrümmert. Chladni, 227.
15. Fünen, dänische Insel. Viele Steine, ein, zwei und mehrere Pfund schwer. Chladni, 228.
16. Vago, O. von Verona. Zwei Steine von 200 bis 300 Pfund. Chladni, 233.
17. In der Ortenau in Schwaben, bei Oberkirch und Zusenhausen. Zwei Steine, 9 und 10 Pfund schwer. Chladni, 236.
18. Pentolina, SW. von Siena, auch bei Menzano, Capraja, al Padule u. s. w. Mehrere Steine, einer 13 Unzen. Chladni, 239.
19. Waltring, Hinterschwendi in der Gemeinde, Canton Bern. Ein grosser schwarzer Stein. Chladni, 239.
20. Larissa, Thessalien. Ein Stein, 72 Pfund schwer. Chladni, 240.
21. Kloster Scheftlar im Freisingischen. Mehrere Steine, drei wogen $^3/_4$ Pfd. Chladni, 240.
22. Grafschaft Avignon. Charpentras, Champfort u. s. w. Mehrere Steine schlugen in die Erde ein. Chladni, 241.
23. Rasgrad oder Hasargrad an der Donau, in der Türkei. Zwei der dort gefallenen Steine, $49^1/_2$ und 5 Pfund. Chladni, 242.
24. Nicorps, bei Coutances, Dep. de la Manche. Ein Stein, in Stücke gebrochen, deren größtes 20 Pfund wog. Chladni, 243.

25. Rodach, Herzogthum Coburg. Ein Stein, 6½ Pfund schwer. Chladni, 254.
26. Fabbriano, Bezirk Sanatoglia, ehemaliges Herzogthum Gomerino. Mehrere Steine. Chladni, 255.
27. Beeston, 3 Meilen SW. von Nottingham. Mehrere Steine mittlerer Größe. Chladni, 256.
28. Castel-Berardenga, Toscana. Mehrere Steine. Chladni, 260.
29. Ceylon, Provinz Carnawelpattu, 4 Meilen von Mulletuwi. Mehrere Steine, einer wog 7 Unzen. Chladni, 262.
30. Caswell Cty., New-Connecticut. Ein Stein, 1¾ Pfund schwer. Chladni, 291.
31. Doab. 25 Steine, davon 7 im Bezirk Lapk, 4 in Bhaweri, 5 in Chal, 5 in Kaboul, zusammen etwa 30 Pfund. Chladni, 306.
32. Dooralla, Dorf im Bezirk des Pattialah Rajah, 16—17 engl. Meilen von Umballa, 80 von Loodianah. Ein Stein über 25 Pfund. Buchner, 26. Kesselmeyer, 117. N. S. Maskelyne. Phil. Mag. Ser. IV, Vol. 25.
33. Tounkin, 216 Werst WSW. von Irkutzk. Ein Stein, 5 Pfund. Buchner, 47. Kesselmeyer, 119.
34. Oriang, Malwa, Ostindien. (Abends, durch 6 PM bezeichnet). Mehrere Steine. Ein Mann getödtet. Buchner, 48. Kesselmeyer, 120.
35. Launton, 2 Meilen O. von Bicester, Oxfordshire. 1 Stein 2½ Pfund. Buchner, 54. Kesselmeyer, 122.
36. North Inch of Perth, Schottland. Ein Stein, 7 Zoll lang. Maskelyne. Annals of Philosophy, IV. sér., Vol. 25. Buchner, 54.
37. Curvello, Minas Geraes, Brasilien. Ein großer Stein. Buchner, 56.
38. Aldsworth, Cirencester, Glocestershire. Ein Stein 2 Pfund. Buchner, 58.
39. Kirgisensteppe, am Fusse Karakol in der —, West vom Irtisch, im Bezirk von Ajagus. Nördlich des caspischen Meeres. Ein Stein gegen 6 Pfund schwer. Buchner, 1863. Kesselmeyer, 124.
40. Myhee-Counta (zwischen Jeetala und Mor-Monree im) NO. von Ahmedabad. Mehrere Steine. Buchner, 69. Kesselmeyer, 125.
41. Eisen. Corrientes. Caritas Paso am Flusse Mocorita. Eisenmasse 4 bis 5 Fuss Durchmesser. R. P. Greg. Philosophical Magazine for Juli 1855.
42. Dharwar. Dorf Negloor, am Zusammenfluß des Wurda und Tumbudra, Dekan. Ein Stein von 4 Pfund. Buchner, 77. Kesselmeyer, 127.
43. Linum, SO. von Fehrbellin, Mark Brandenburg. Ein Stein 3 Pfd. 22 Lth. Von Gustav Rose bekannt gemacht. In Berlin. Buchner, 87. Kesselmeyer, 128.
44. Les Ormes. WSW. von Aillant-sur-Tholon, Dep. de l'Yonne. Ein Stein 7½ Loth. Buchner, 96. Kesselmeyer, 129.
45. Crawford County, Arkansas. Ein Stein. Buchner, 102.
46. Montpreis, SO. von Cilli, Steiermark. Ein Stein in drei nußgroße Stücke zerbrochen. Verloren. W. Haidinger. Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. XLIV. Bd.
47. Trapezunt, Dorf Inly. Eine Masse in der Nähe herabgefallen. W. Haidinger. Sitzungsb. d. k. Akad. d. Wiss. XLIX. Bd.
48. Polinos, Kykladen-Insel östlich von Milos. Angeblich zwei Steine. W. Haidinger. Sitzungsb. d. k. A. d. W. L. Bd.

49. Turakina, Neuseeland. Im Wanganui-District, S. vom Mount Egmont oder Taranaki. Ein Stein in die Erde eingedrungen, ein Theil des Meteors in das Meer, Rhede von Taranaki. W. Haidinger, Sitzungsb. LII. Bd.
50. Gopalpur, bei Bagerhout, Pergunnah Selimabad, District von Jessore, 5 Meilen O. von Calcutta. Ein Stein $3^1/_2$ Pfund schwer. Proceedings of the Asiatic Soc. of Bengal. No. VI, June 1865, p. 94.
51. Shergotty, im Bihar. Ein Stein entzwei gebrochen, zusammen über 11 Pfd. Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, No. XI, Dec. 1865, p. 193.
52. Mudoor Talook, Bangalore, Provinz Mysore. Zwei Steine, einer ganz, einer zerbrochen. Proceedings of the Asiatic Soc. of Bengal, No. XI, Dec. 1865, p. 195.

Wie in jener ersten Mittheilung, so habe ich auch in dieser die Namen der Fallorte nach den Stunden für Greenwich-Zeit geordnet in der nachstehenden Tabelle (gegenüber Seite 8) verzeichnet, welche sehr anziehende Vergleichungen zuläßt. Merkwürdig ist hier die Zahl der Fälle Vormittags und die Zahl der Fälle Nachmittags für den Mittag in Greenwich ganz gleich, nämlich jede = 26. Auch ohne auf den gleichen Meridian gebracht zu sein, wäre das Verhältniß von AM:PM = 24:28 gewesen

Begreiflich wechseln die Verhältnisse von AM:PM, wenn man sie in der Aufeinanderfolge der Stundenabschnitte von 15 zu 15 Grad für sich untersucht. Es würde nichts weiter als ein Rechnungs-Exempel sein, wollte man dies hier mit dem neuen Beitrage der 52 Fälle vorlegen. Aber allerdings darf ich nicht verfehlen, diese Betrachtung für die ganze Summe der Fälle durchzuführen, welche sich gegenwärtig schon auf die Zahl von 178 erhebt, also um 106 mehr als die ersten, welche in dem Bericht an die British Association verglichen wurden.

In gleicher Weise, wie dort fortschreitend, gelten folgende Verhältnißzahlen für die je 15 Grad entfernter gelegenen Meridiane.

Nach Osten zu	AM : PM	Nach Westen zu	AM : PM
Greenwich	79 : 99	Greenwich	79 : 99
15°	90 : 88	15°	62 : 116
30°	100 : 78	30°	57 : 121
45°	105 : 73	45°	55 : 123
60°	112 : 66	60°	66 : 112
75°	120 : 58	75°	63 : 115
90°	124 : 54	90°	54 : 124
105°	115 : 63	105°	58 : 120

	AM : PM		AM : PM
120°	112 : 66	120°	66 : 112
135°	123 : 55	135°	73 : 105
150°	121 : 57	150°	78 ; 100
175°	116 : 62	175°	88 : 90
180°	99 : ·9	180°	99 : 79.

Die Grundlagen der Berechnung liegen in den Stunden-Tabellen vor. In den hier vorliegenden sind sie in den unteren Querspalten für die Stunden AM und für die Stunden PM gegeben, und zwar in der vorletzten Zeile diejenigen Stundensummen, welche sich auf das Verhältniß von AM : PM = 53 : 73 aus der Summe von 126 für Greenwich beziehen, und darunter in jeder der beiden untersten Zeilen die Stundensummen .für das Verhältniß von AM : PM = 79 : 99 mit der Gesammtsumme von 178.

Als Ergebniß erscheinen nambafte Verschiedenheiten in den verschiedenen Meridianen, aber, wie dies schon früher nachgewiesen wurde, geradezu die entgegengesetzten in den um 180 Grade verschiedenen Abschnitten derselben, so daß also, wie immer man die Sache betrachten mag, nirgend eine Überzahl von Vormittagsfällen und Nachmittagsfällen, die einen gegen die anderen für die ganze Erde anzunehmen berechtigt ist, während doch überhaupt im Ganzen die Daten in den Tagesstunden für jene Gegenden überwiegen, welche bewohnbar und bewohnt sind, und durch Cultur die meisten Beiträge zu Angaben überhaupt geliefert haben. Billig muß man diese Fälle als solche betrachten, für welche noch keine Regel nach Ort oder Zeit aufgefunden worden ist.

Dies ist indessen kein Hinderniß, die Beobachtungen fortwährend doch mit möglichster Genauigkeit zu verzeichnen, und die Ergebnisse derselben nach allen Gesichtspunkten zusammenzustellen und zu vergleichen.

Die Zahl der eigentlichen Meteoritenfälle schreitet zwar nur langsam vorwärts, aus früheren Zeiten sind die Gegenstände meist verloren, oft, in älterer Zeit, ist selbst das Jahr des Falles ungewiß, oder der Tag, die Stunde des Tages fehlt überhaupt vor dem Falle von Ensisheim am 7. November 1492, so daß ein Verzeichniß, wie das von mir in diesen beiden Abschnitten vorgelegte, nicht so bald wesentliche Erweiterung finden wird.

Nur eine Richtung verdiente noch sorgsam verfolgt zu werden, und das ist die der eigentlichen Feuer-Meteore, welche ohne zu

Zu Seite 192.

	12-	9—10	10—11	11—12	
	Lah Trap	M. Vaisien	Rasgrad Rodach Doab	Stolzenau Ortenau Vago Nicors Myhee Counta Gopalpur	
		1	3	6	26
Europa		1	2	4	14
Asien			1	2	11
Amerika					1
Afrika					
Oceanien					
		5	5	12	53
		6	8	18	79

	12-	9—10	10—11	11—12	
	Butte n Lar eis Tou Ori Pe	Curvello	Zwickau		
		1	1		26
Europa			1		29
Asien					2
Amerika		1			3
Afrika					
Oceanien					1
126		3	2	1	73
178		4	3	1	96

einem Falle von festem Stoff Veranlassung gegeben zu haben, doch für einen bestimmten Ort und für eine bestimmte Zeit in unseren Gedenkbüchern verzeichnet sind, wie die von Herrn Director Eduard Heis so lehrreich geschilderte „Große Feuerkugel, welche am Abende des 4. März 1863 in Holland, Deutschland, Belgien und England gesehen worden ist [1])". und für welche man in einem Verzeichnisse, wie das vorhergehende, wohl folgende Zahlen setzen dürfte:

1864	4. März	7 PM	Nord-Brabant	5° 18' O	— 30'	6½ PM

nebst den näheren Beziehungen in einem begleitenden Verzeichnisse von Erläuterungen vorzüglich für die Nachweisung der Quelle. Dahin gehört auch das große Tages-Meteor von Cape May County in New-Jersey, über welches Professor Benjamin V. Marsh einen so umfassenden Bericht erstattete, und für welches folgende Zeile die Angaben für das Verzeichniß enthält, welchem dann die fernere Orientirung und Nachweisung in dem Journal of the Franklin Institute, unter Datum von Philadelphia, Februar 20. 1860 angereiht würden:

1859	15. Nov.	9½ AM	Hughesville	74° 49' W	+ 5ʰ	2½ PM.

Gleicherweise darf ich hier der beiden Meteore gedenken, vom 2. und vom 6. August 1860, über welche Herr Prof. H. A. Newton einen so gründlichen, anregenden Bericht erstattete [2]). Ihre Erinnerung würde sich in dem Verzeichnisse in folgender Weise festhalten lassen:

1860	2. Aug.	10 PM	Knoxville	85° 5' W	+ 5ʰ 40'	3⅔ AM
1860	6. „	8 PM	Buffalo	80 W	+ 5 20	1⅓ AM

Das erste dieser Meteore gehört in die Reihe derjenigen, deren Erscheinung den Eindruck von der Größe des Vollmondes hervorbringen, und welche bei dem Erlöschen von einer gewaltigen Detonation begleitet sind. Das zweite machte einen Eindruck glänzender als Mars und Venus, und war von keiner Detonation am Schlusse seiner Bahn begleitet. Für die Namen, welche ich als bezüglich auf

---

[1]) Wochenschrift für Astronomie, Meteorologie und Geographie, 1863.

[2]) Silliman's American Journal of Science and Arts. Vol. XXXIII. May 1862. An Account of two Meteoric Fire balls, observed in the United States, August 2, and August 6., 1860. With Computation of their Paths. By H. A. Newton, of Yale College.

den Ort des Schlusses der Bahn beisetzte, sind etwas größere Orte gewählt. Der bezügliche Ort liegt für das erste Meteor etwas südöstlich von demselben, es ist dies nämlich Knoxville in Tennessee, der Fall selbst fand ziemlich an der Grenze gegen das nördlich vorliegende Kentucky Statt. Die Bahn des zweiten endete etwas westlich von Buffalo in New-York. Nur für das erstere der beiden Meteore nimmt Newton mit Sicherheit an, daß es die Atmosphäre nicht wieder verlassen hat.

Die mannigfaltigsten, werthvollsten Auskünfte werden freilich immer in den Original-Mittheilungen verglichen werden müssen, während eine solche tabellarische Zusammenstellung nur einem umschriebenen Zwecke gewidmet sein kann. Aber man kann ja denselben Gegenstand für sich von mehreren Seiten betrachten, und stets gewinnt man neue Anregung.

So viel ist gewiß, daß in Studien dieser Art der größte Vortheil, das höchste Verdienst den aufmerksamen, hochgebildeten Bewohnern jener Theile unserer Erde angehört, deren Leben auf freiwilliger Arbeitsthätigkeit nach allen Richtungen beruht. Auch in der gegenwärtigen Frage gebietet die Kraft den Erfolg.

Ich muß wohl erkennen, daß es mir kaum gelingen würde, wo ich nun selbst mit wenigen Hilfsmitteln versehen, und wo in vorgerückteren Jahren mir diese Kraft nur allzu sehr fehlt, in Bibliotheken aufzusammeln, was in dieser Richtung bereits gewonnen vorliegt. Aber ich durfte doch nicht unterlassen, jüngeren, kräftigen Forschern diese Richtung zu verfolgen, anzuempfehlen, so wie auch die bezüglichen künftigen Beobachtungen, für welche in den Arbeiten noch reiche Anregung vorliegt.

Bestimmung der Meridiandifferenz Leipzig—Dablitz für die von Herrn Generallieutenant J. J. Baeyer vorgeschlagene Mitteleuropäische Gradmessung.

Von dem w. M. **Karl v. Littrow.**

(Auszug aus einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung.)

Im August 1862 wurde durch eine von Commissären für das genannte Project vorgenommene Recognoscirung, an welcher ich theilnahm, der trigonometrische Hauptpunkt: Dablitzer Höhe bei Prag als astronomische Station erster Ordnung, für welche nämlich Länge, Breite und Azimuth zu messen wäre, gewählt. Die betreffenden Bestimmungen wurden mir übertragen. Ich veröffentliche hiemit die Bearbeitung des ersten Theiles der mir gewordenen Aufgabe. Da bei den im April 1862 zu Berlin gehaltenen Vorberathungen Herr Prof. Bruhns, Director der Leipziger Sternwarte, und ich aufgefordert waren, in der nächsten Campagne möglichst genaue Erfahrungen über die anzuwendenden Methoden, Instrumente u. s. w. behufs Feststellung der künftig zu befolgenden Grundsätze zu sammeln, so ergab sich für die Länge von selbst die Verbindung von Dablitz mit Leipzig. Die Unternehmung hatte, abgesehen von dem besonderen hier verfolgten Zwecke, insofern für Österreich auch allgemeine Wichtigkeit, als es auf unserem Boden die erste, den heutigen Anforderungen der Wissenschaft völlig entsprechende Längenbestimmung zu liefern galt und als durch die von anderer Seite gleichzeitig eingeleitete mannigfaltige Verbindung von Leipzig mit Orten Nordeuropa's von der Grenze Sibiriens bis an die Westküste Irlands die bisher sehr mangelhafte Orientirung der österreichischen Monarchie in diesem Sinne vollständig herzustellen war.

Die Abhandlung gibt zuerst das Geschichtliche der Expedition und geht dann auf eine nähere Beschreibung der Station Dablitz und Bestimmung der Lage des Observatoriums gegen den trigonometrischen Punkt über. Hieran reihen sich allgemeine Bemerkungen über Längenbestimmungen auf telegraphischem Wege, von dem bei der

geforderten Genauigkeit hier allein die Rede sein konnte, und der im vorliegenden Falle nach allen drei gangbaren Methoden: Signal-, Coïncidenz- und Registrirbeobachtungen, betreten wurde. Dann wird die Beschreibung der in Dablitz und Leipzig gebrauchten Instrumente und Leitungen, das vereinbarte Programm sowie das Journal der Beobachtungen und zwar letzteres in voller Umständlichkeit gegeben, weil nur so den daraus gezogenen Resultaten volle Authenticität zu verschaffen und jede etwa gewünschte Umstellung der Berechnung ermöglicht ist. Hierauf folgt die Untersuchung der Instrumente, die Ableitung provisorischer Werthe für Collimationsfehler, Azimuth und Uhrcorrection und die Bestimmung der mittlern Fehler sowohl für die Beobachtungen mit Auge und Ohr als mit Auge und Hand. Die letztere bot hier besonderes Interesse, weil ähnliche Vergleichungen bisher bloß an größeren Instrumenten ausgeführt waren, während das Leipziger Mittagsrohr nur 29, das Dablitzer 21 Par. Linien Öffnung hatte, und weil bei der Transmission der Beobachtungsmomente auf die entfernte Station möglicherweise Verminderung der Genauigkeit eintreten konnte — eine Befürchtung, die sich übrigens nicht bestätigte. Die mittleren Fehler eines Fadenantrittes ergaben sich am Dablitzer Instrumente bei sechzigmaliger Vergrößerung für die beiden Beobachter: Herrn Director Bruhns und Herrn Dr. E. Weiss wie folgt

	Auge und Hand		Auge und Ohr	
Decl.	Bruhns	Weiss	Bruhns	Weiss
29°	± 0ˢ137	± 0ˢ183	± 0ˢ237	± 0ˢ177
40	0·157	0·188	0·251	0·192
46	0·164	0·224	0·263	0·204
49	0·153	0·216	0·272	0·213
57	0·181	0·229	0·301	0·242

und für das Leipziger Mittagsrohr bei hundertmaliger Vergrößerung

	Auge und Hand		Auge und Ohr	
Decl.	Bruhns	Weiss	Bruhns	Weiss
30°	± 0ˢ158	± 0ˢ175	± 0ˢ226	± 0ˢ215
40	0·185	0·204	0·231	0·217
46	0·189	0·222	0·236	0·219
49	0·169	0·208	0·239	0·221
57	0·240	0·225	0·252	0·227

Es zeigte sich also durchaus, daß mit Auge und Hand Prof. Bruhns genauer als Dr. Weiss beobachtete, hingegen für Auge

und Ohr das umgekehrte Verhältniß stattfand, und daß nur bei Bruhns die Registrirbeobachtungen den Messungen mit Auge und Ohr vorzuziehen sind, während bei Weiss in dieser Beziehung kein erheblicher Unterschied zwischen den beiden Beobachtungsmethoden besteht. Auffallenderweise registrirte Prof. Bruhns an dem bedeutend schwächeren Dablitzer Fernrohre sicherer als an dem Leipziger, was, wenn es nicht von einer Veränderung der Fadendistanzen am Leipziger Instrumente seit der Zeit, zu der sie bestimmt wurden, herrührt, vielleicht der größern Zahl der Fäden, durch die das Auge übermäßig angestrengt sein konnte, zuzuschreiben ist. Trennt man die Fehler nach T. R. Robinson in Gesichts- und Gehörfehler, so zeigt sich, daß bei Aug- und Ohrbeobachtungen der Gehörfehler in Leipzig sich vergrößerte, der Gesichtsfehler hingegen sich verkleinerte, letzteres wohl eine natürliche Folge der größeren optischen Kraft des Leipziger Instrumentes.

Die Abhandlung geht hierauf an die Untersuchung der persönlichen Gleichungen. Bei der allgemeineren Bedeutung, welche dieser Theil namentlich für mehrere eben im Gange begriffene astronomisch-geodätische Arbeiten hat, finde ich mich veranlaßt, auf denselben hier näher einzugehen.

1. Persönliche Gleichung beim Ablesen von Registrirstreifen.

Diese Ablesungen wurden, ohne Meßapparat, doppelt vorgenommen, einmal durch Dr. Weiss, das andere Mal durch Dr. Murmann. Beim Rechnen der Mittel zeigte sich ein constanter Unterschied zwischen den beiden Ablesern, was allerdings aus bekannten, physiologischen Untersuchungen von vorn herein zu vermuthen war. Eine nähere Prüfung gab folgende Werthe der Differenz $d =$ Ablesung $M.$ — Ablesung $W.$ in Einheiten des jedesmaligen gegenseitigen Abstandes der Secundenpunkte:

				d			
Streifen	von	Sept.	5.	+ 0·036	aus	14	Sternen.
„	„	„	18.	+ 0·048	„	16	„
„	„	„	23.	+ 0·054	„	16	„
„	„	Oct.	3.	+ 0·027	„	14	„
„	„	„	4.	+ 0·045	„	16	„
„	„	„	5.	+ 0·027	„	12	„
„	„	„	7.	+ 0·033	„	16	„
			Mittel	+ 0·039			

w. F. ± 0·00065 aus 104 Sternen oder 3503 Signalpunkten.

Die Längendifferenz wurde durch diese persönliche Gleichung nicht alterirt, da für sämmtliche Streifen mit ihren beiderseitigen (Leipziger und Dablitzer) Signalpunkten dieselbe Ablesungsart, nämlich das Mittel von Weiss' und Murmann's Lesungen in Anwendung kam. Wohl aber scheint mir diese Erfahrung in anderer Beziehung von Wichtigkeit: sie betrifft so zu sagen eine Grundoperation des astronomischen Messens, die z. B. bei Beobachtern, welche den vom Sterne zwischen den betreffenden Secunden durchlaufenen Raum zu theilen gewohnt sind, einen bedeutenden Einfluß üben kann. Sie erinnerte uns an einen ähnlichen Unterschied, den vor Jahren die Herren E. Weiss und M. Allé untereinander fanden, wenn sie auf einen einfachen fixen, einen beweglichen Doppelfaden einstellten, einen Unterschied, der immer im gleichen Sinne einige Theilstriche der Schraubentrommel betrug.

2. Persönliche Gleichung bei Coïncidenzbeobachtungen.

Um zu prüfen, wie weit die, wie ich glaube, allgemeine Annahme, daß bei Coïncidenzbeobachtungen keine persönliche Gleichung bestehe, stichhaltig sei, ersuchte Dr. Weiss während der Beobachtungen eben anwesende Personen die Secunden zu notiren, bei denen sie die Coïncidenz gehört. Die Vergleichung ergab:

Weiss	—	Beobacht.	I + 2·4	w. F.	± 0·44	Secundschl.	aus	8	Coïncidenz.
„	—	„	II — 2·1	„	± 0·38	„	„	21	„
„	—	„	III — 0·1	„	± 0·36	„	„	16	„
„	—	„	IV — 1·3	„	± 0·40	„	„	22	„
„	—	„	V + 1·8	„	± 0·42	„	„	21	„

Wenn auch die Zahl der Beobachtungen für eine eigentliche Entscheidung zu gering ist, so lassen doch die beigesetzten wahrscheinlichen Fehler auch hier eine persönliche Gleichung vermuthen, wie wieder aus bekannten physiologischen Untersuchungen von vorn herein anzunehmen war. Da die Coïncidenzuhr für die Beobachter II, III, IV beiläufig in 150, die Coïncidenzuhr für I und V in 180 Secunden gegen die Hauptuhr voreilte, so haben jene Unterschiede an sich wenig zu sagen und sind überdieß, wofern sie nur constant bleiben, durch den Beobachterwechsel zu eliminiren. Wieder aber scheint mir die Sache eine gewisse Wichtigkeit für Beobachtung von Sterndurchgängen zu haben; denn es ist nicht abzusehen, warum, wenn bei manchen Personen Verfrühungen oder Verspätungen in der Auffassung von Coïncidenzen stattfinden, nicht ebenso erwartete

einfache Secundenschläge von verschiedenen Beobachtern zu früh oder zu spät notirt werden sollten. Es wäre immerhin denkbar, dass die beiden Arten von persönlicher Gleichung, welche wir bisher besprochen, die persönliche Gleichung bei Sterndurchgängen überhaupt wenigstens zum Theile bedingen.

3. Unterschied der persönlichen Gleichung für Kreis Ost und Kreis West bei Gebrochenen Fernrohren.

Bereits im Jahre 1864 bemerkte Dr. Weiss bei der Reduction seiner Beobachtungen, daß die Uhrcorrectionen für Dablitz bei K. O. und K. W. systematische Differenzen zeigen. Allein es fehlte damals noch an Anhaltspunkten den Gegenstand weiter zu verfolgen, da diese Erscheinung bei Prof. Bruhns mit viel weniger Bestimmtheit auftrat. Als aber im Herbste 1865 Dir. Förster und Dr. Weiss, behufs Ermittlung der Meridiandifferenz Berlin-Wien an einem Gebrochenen transportablen Mittagsrohre von 30 Linien Öffnung ihre persönliche Gleichung zu Berlin bestimmten, fanden sie, daß die Beobachtungen mit Auge und Ohr bei K. W. einen beträchtlich anderen Werth ergaben als bei K. O. Am Schluße der Operationen wurde die Bestimmung der persönlichen Gleichung in Wien an einem ähnlichen Instrumente, dem dritten das so ins Spiel kam, wiederholt und es trat bei den Aug- und Ohrbeobachtungen abermals eine Differenz in demselben Sinne und nahezu von derselben Größe wie in Berlin zwischen K. W. und K. O. hervor. Bei Registrirbeobachtungen liess sich in diesem Falle ein Einfluß der Kreislage nicht nachweisen.

Unter diesen Umständen konnte man nicht umhin, die Dablitzer Zeitbestimmungen in dieser Beziehung näher zu prüfen, nicht nur des allgemeinen Interesses wegen, das die Frage bot, sondern auch weil, wenn ähnliche Änderungen der persönlichen Gleichung sich hier ebenfalls zeigten, die Beobachtungen in angemessener Weise zu combiniren waren, um den Einfluß dieser Fehlerquelle auf die Längenbestimmung thunlichst zu eliminiren. Die sich so ergebenden weitläufigen Rechnungen nahm Herr Dr. Weiss auf sich.

Mit den wahrscheinlichsten Werthen der Neigung und mit den provisorisch abgeleiteten Werthen des Collimationsfehlers, des Azimuthes und der Uhrcorrection wurden Bedingungsgleichungen aufgestellt, die als Unbekannte die Verbesserungen der letztgenannten

Größen und den Unterschied dp = persönliche Gleichung K. W. — persönliche Gleichung K. O. enthielten. Man fand so:

Beobachtungen mit Auge und Ohr.

Beobachter: Weiss

		dp
September	2.	— 0·19
„	5.	— 0·43
„	8.	— 0·13
„	11.	— 0·05
October	5.	— 0·19
„	6.	— 0·08
„	7.	— 0·09
	Mittel	— 0·166

Beobachter: Bruhns

		dp
September	16.	+ 0·10
„	18.	— 0·27
„	19.	+ 0·05
„	20.	+ 0·06
„	23.	+ 0·05
„	24.	+ 0·21
„	29.	+ 0·24
„	30.	+ 0·04
October	3. I.	— 0·07
„	3. II.	+ 0·09
„	4.	+ 0·29
	Mittel	+ 0·072

Beobachtungen mit Auge und Hand.

Beobachter: Weiss.

		dp
September	5.	— 0·343
„	11.	— 0·319
October	5.	— 0·250
„	7.	+ 0·054
	Mittel	— 0·214

Beobachter: Bruhns

		dp
September	18.	— 0·184
„	23.	— 0·073
October	3.	— 0·119
„	4.	— 0·018
	Mittel	— 0·099

Diese Zahlen machen, wie wir glauben, das Bestehen eines Unterschiedes der persönlichen Gleichung je nach der Kreislage zweifellos, wenn auch in einzelnen Fällen diese Variation großen Schwankungen unterliegen mag. So sollten die Größen dp für den 19. und 20. September, an welchen beiden Tagen in Dablitz dieselben Sterne in gleichen Kreislagen beobachtet wurden, ebenso und aus demselben Grunde für den 23. und 24., endlich für den 29. und 30. September einander nahe gleich sein, sind es aber nur in der ersten dieser drei Perioden. Übrigens findet die Erscheinung, wie man sieht, hier auch für Registrirbeobachtungen Statt.

Ich gestehe, daß mir diese, so viel mir bekannt, auf astronomischem Gebiete zum ersten Male von Dir. Förster und Dr. Weiss erkannte und von uns hier an älteren Beobachtungen nachgewiesene

Form der persönlichen Gleichung eine nicht geringe Überraschung war. Die merkwürdige Erscheinung kann füglich ihren Grund nur darin haben, daß bei Gebrochenen Fernrohren mit den beiden Lagen: Kreis Ost und Kreis West die Richtung wechselt, in welcher das beobachtete Gestirn durch das Gesichtsfeld zu gehen scheint; dieser Wechsel findet aber in zweifacher Beziehung Statt, einmal indem der Stern für einen in der verlängerten Achse gedachten Beschauer die Bewegung Rechts-Links in die umgekehrte ändert, und dann, indem der Stern das schiefstehende Fadennetz in der einen Kreislage von unten nach oben, in der anderen von oben nach unten zu durchwandern scheint. Würde der letztere Umstand jene Verschiedenheit der persönlichen Gleichung ganz oder doch zum Theile bewirken, so müßte sich diese Verschiedenheit wieder ganz oder zum Theile als eine Function der Zenithdistanz darstellen, was hier nicht näher untersucht werden konnte, da die Beobachtungen für die Länge sich nur auf Sterne in nahezu gleichen Höhen beziehen. Wäre hingegen das zuerst berührte Verhältniß die Ursache der Änderung der persönlichen Gleichung, so müßte die Erscheinung auch bei geraden Fernrohren, im Meridiane für Obere und Untere Culminationen, sich einstellen, vorausgesetzt, daß nicht etwa nur die scheinbare Bewegung des Sternes von der Rechten zur Linken des Beobachters oder umgekehrt einen Unterschied in der Auffassung begründet, in welchem Falle nur bei Gebrochenen Fernrohren für Obere und Untere Culminationen auch Ähnliches Statt fände, hingegen bei geraden Fernrohren für Obere Culminationen nördlich und südlich vom Zenithe eine Änderung der persönlichen Gleichung einträte, und Untere Culminationen dasselbe wie südliche Culminationen gäben. Solcher Sachverhalt läßt sich aus E. Wolf's interessanten Versuchen so wie aus anderen Erfahrungen, bei Zenithdistanzmessungen, vermuthen. Leise Andeutungen in diesem Sinne geben die Beobachtungen am Leipziger Geraden Mittagsrohre. Ob dabei der Umstand zu bedenken kommt, daß wir Astronomen im Allgemeinen bei weitem am häufigsten Sterndurchgänge in einer Richtung beobachten, können erst weitere Untersuchungen lehren.

Es war mir natürlich sehr daran gelegen, mich wo möglich zu überzeugen, ob man es in unserem Falle nicht zufällig mit abnormen Augen zu thun habe, ob also dieselben Erscheinungen sich auch bei anderen Beobachtern zeigen. Da es mir auf der hiesigen Sternwarte

für den Augenblick an Gelegenheit gebrach, entscheidende Versuche mit verschiedenen Beobachtern zu machen, so mußte ich bei Wahrnehmungen an anderen Observatorien mich Rathes erholen. Nach langem Suchen war ich endlich so glücklich, in den Greenwich Observations 1852 Seite XLVI und 1853 Seite XLIV, auf unabweisbare Belege, für die Allgemeinheit unserer Erfahrungen zu stoßen, — Belege die bisher, aus mir unbekannten Gründen, selbst von ihren Urhebern völlig unbeachtet blieben. Man findet nämlich a. a. O. sehr lehrreiche Experimente mit einer daselbst Binocular Eyepiece genannten, von dem verstorbenen Mechaniker Th. Jones erdachten Vorrichtung, die das Ocular des Meridiankreises durch ein gleichseitiges Prisma in zwei, einen Winkel von 120° mit einander einschließende Arme spaltet, so daß zwei Beobachter zugleich denselben Stern an denselben Fäden beobachten können. Man beschränkt sich dort darauf die Zahlen mitzutheilen, welche diese an sich äußerst bequeme Art die persönliche Gleichung zu bestimmen gegeben, ohne die daraus folgenden Resultate irgend näherer Discussion zu unterwerfen oder überhaupt zu benützen. Da nun aber jene Einrichtung offenbar für unseren Standpunkt mit der eines Gebrochenen Fernrohres nahezu identisch ist, da ferner die damit in Greenwich angestellten Beobachtungen so angeordnet waren, daß derselbe Beobachter einmal des östlichen, das andere Mal des westlichen Oculares sich bediente, so mußte sofort die hier besprochene Erscheinung hervortreten. In der That ergibt sich, wenn man die a. a. O. gegebenen Zahlen in Mittel vereinigt, folgende Zusammenstellung: [1])

1. Beobachter: Dunkin, Ellis.

	Diff. D.—E.			
	D. östl.	Sterne	D. westl.	Sterne
1853 October 14.	0·00	3	— 0·21	3
„ 20.	— 0·01	3	— 0·17	3
Novemb. 9.	— 0·24	3	— 0·56	3

[1]) Ich ziehe diese Form der Zusammenstellung der Ableitung des Unterschiedes der persönlichen Gleichung beim östlichen und beim westlichen Oculare für einen Beobachter deßhalb vor, weil solche Ableitung durch Verbindung mehrerer Beobachterpaare hier nur in sehr wenigen Fällen möglich und eben wegen dieses Umweges und der Ungleichzeitigkeit der betreffenden Bestimmungen höchst unsicher ist.

2. Beobachter: Henry, J. Henderson.

	Diff. H.—J. H.			
	H. östl.	Sterne	H. westl.	Sterne
1852 April 1.	+ 0·46	2	+ 0·64	2
„ 3.	+ 0·55	3	+ 0·48	3
1853 Nov. 8.	— 0·28	3	— 0·34	3
„ 18.	+ 0·30	3	+ 0·34	3

3. Beobachter: Main, W. Ellis.

	Diff. M.—W. E.			
	W. E. östl.	Sterne	W. E. westl.	Sterne
1852 Februar 3.	— 0·22	4	+ 0·43	4

4. Beobachter: Henry, Dunkin.

	Diff. H.—D.			
	H. östl.	Sterne	H. westl.	Sterne
1852 Februar 10.	+ 0·27	3	+ 0·15	3
„ 12.	+ 0·28	2	— 0·04	2
März 12.	+ 0·07	3	+ 0·11	3

5. Beobachter: Rogerson, Dunkin.

	Diff. R.—D.			
	D. östl.	Sterne	D. westl.	Sterne
1852 Jänner 23.	— 0·69	4	— 0·52	4
April 2.	— 0·89	3	— 0·47	3
„ 26.	— 0·65	3	— 0·21	3

6. Beobachter: Henry, Rogerson.

	Diff. H.—R.			
	R. östl.	Sterne	R. westl.	Sterne
1852 April 21.	+ 0·79	3	+ 0·25	3

7. Beobachter: Dunkin, J. Henderson.

	Diff. D.—J. H.			
	D. östl.	Sterne	D. westl.	Sterne
1852 April 24.	+ 0·46	3	— 0·09	3

8. Beobachter: Rogerson, H. Breen.

	Diff. R.—H. B.			
		Sterne		Sterne
1852 Jänner 10.	— 0·57	2	— 0·61	3

9. Beobachter: Rogerson, J. Breen.

	Diff. R.—J. B.			
	J. B. östl.	Sterne	J. B. westl.	Sterne
1852 Jänner 29.	— 0·64	6	— 0·04	6

10. Beobachter: J. Henderson, W. Ellis.

	Diff. J. H.—W. E.			
	W. E. östl.	Sterne	W. E. westl.	Sterne
1852 Jänner 30.	— 0·40	3	— 0·01	3

11. Beobachter: Rogerson, J. Henderson.

	Diff. R.—J. H.			
	J. H. östl.	Sterne	J. H. westl.	Sterne
1852 Juli 3.	— 0·50	3	— 0·13	3

12. Beobachter: J. Henderson, J. Breen.

	Diff. J. H.—J. B.			
	J. B. östl.	Sterne	J. B. westl.	Sterne
1852 Mai 3.	— 0·55	3	— 0·11	3

13. Beobachter: Main, Henry.

	Diff. M.—H.			
	M. östl.	Sterne	M. westl.	Sterne
1852 Juni 30.	+ 0·15	3	— 0·06	3

Wie man sieht, so bestätigt sich die Verschiedenheit der persönlichen Gleichung, je nachdem die Beobachter sich am östlichen oder westlichen Arme des Oculares befanden; an Unterschieden dieser Art sowie an plötzlichen Änderungen, die sich den in unserem Falle gefundenen vergleichen lassen, ja weit über diese hinausgehen, fehlt es durchaus nicht.

Wie deutlich die Erscheinung sich oft schon dem ersten Blicke auf die Originalbeobachtungen zeigt, mögen folgende Beispiele beweisen:

1. Beobachter: Dunkin, Ellis.

	Sterne	Diff. D.—E. D. östl.	Sterne	Diff. D.—E. D. westl.
1832 October 14.	60 Aquarii	+ 0·09	ζ Pegasi	— 0·17
	λ Aquarii	— 0·05	β Piscium	— 0·25
	A Piscium	— 0·03	59 Pegasi	— 0·22
„ 20.	σ Pegasi	— 0·03	ξ Pegasi	— 0·12
	β Piscium	— 0·03	ρ Pegasi	— 0·15
	58 Pegasi	+ 0·04	55 Pegasi	— 0·25

3. Beobachter: Main, W. Ellis.

	Sterne	Diff. M.—W. E. W. E. östl.	Sterne	Diff. M.—W. E. W. E. westl.
1852 Februar 3.	B. A. C. 1851	— 0·48	W. B. V. 1289	+ 0·44
	66 Orionis	— 0·04	68 Orionis	+ 0·56
	71 Orionis	— 0·26	19 Geminorum	+ 0·50
	B. A. C. 2189	— 0·12	e Geminorum	+ 0·21

5. Beobachter: Rogerson, Dunkin.

	Sterne	Diff. R.—D. R. östl.	Sterne	Diff. R.—D. R. westl.
1852 April 2.	10 Leonis	— 0·32	33 Hydrae	— 0·56
	ψ Leonis	— 0·51	ι Hydrae	— 0·90
	7 Sextantis	— 0·58	B. A. C. 3336	— 1·20
„ 26.	23 Sextantis	— 0·23	B. A. C. 3553	— 0·65
	26 Sextantis	— 0·23	29 Sextantis	— 0·90
	ρ Leonis	— 0·18	33 Sextantis	— 0·40

7. Beobachter: Dunkin, Henderson.

	Sterne	Diff. D.—J. H. D. östl.	Sterne	Diff. D.—J. H. D. westl.
1852 April 24.	B. A. C. 3955	+ 0·50	B. A. C. 3971	— 0·08
	ν Virginis	+ 0·45	β Virginis	— 0·09
	B. A. C. 4020	+ 0·42	B. A. C. 4043	— 0·11

12. Beobachter: J. Henderson, J. Breen.

	Sterne	Diff. J. H.—J. B. J. B. östl.	Sterne	Diff. J. H.—J. B. J. B. westl.
1852 Mai 3.	B. A. C. 4515	— 0·80	80 Virginis	+ 0·15
	B. A. C. 4559	— 0·80	o Virginis	+ 0·12
	B. A. C. 4593	— 0·04	B. A. C. 4621	+ 0·05

Zu einer Untersuchung über den Einfluß der Zenithdistanz sind leider wieder die Declinationen der beobachteten Sterne von einander zu wenig verschieden. Für die hier behandelte Längenbestimmung war es von Wichtigkeit zu constatiren, ob man berechtigt sei, das Mittel der persönlichen Gleichung bei Kreis Ost und Kreis West am Dablitzer Gebrochenen Fernrohre für jeden Beobachter seiner persönlichen Gleichung am Leipziger Geraden Instrumente gleich zu setzen.

Die Greenwicher Beobachtungen geben eine treffliche Gelegenheit, solche Annahme im Allgemeinen zu prüfen. Wir stellen hier die Mittel aus den persönlichen Gleichungen, wie dieselben mit dem östlichen und mit dem westlichen Arme des Binocular Eyepiece sich ergaben, mit denjenigen Werthen der persönlichen Gleichung zusammen, die beiläufig für dieselben Epochen am geraden Oculare durch Ableitung der Uhrcorrection bestimmt wurden, und deren Zeichen daher in die entgegengesetzten der Greenwich Observations zu ändern sind um hier vergleichbar zu werden.

1. Beobachter: Dunkin, Ellis.

D.—E.

	Binoc. Eyep.	Gerades Ocular	Diff. G.—B.
1853	— 0·19	— 0·07	+ 0·12

2. Beobachter: Henry, J. Henderson.

H.—J. H.

1852	+ 0·53	+ 0·40	— 0·13
(1853 Nov. 8 als zu abnorm weggelassen.)			
1853	+ 0·32	+ 0·23	— 0·09

3. Beobachter: Main, W. Ellis.

M.—W. E.

1852	+ 0·10	+ 0·19	+ 0·09

4. Beobachter: Henry, Dunkin.

H.—D.

1852	+ 0·14	+ 0·13	— 0·01

5. Beobachter: Rogerson, Dunkin.

R.—D.

1852	+ 0·57	+ 0·50	— 0·07

6. Beobachter: Henry, Rogerson.

H.—R.

1852	+ 0·52	+ 0·63	+ 0·11

7. Beobachter: Dunkin, J. Henderson.

D.—J. H.

1852	+ 0·13	+ 0·27	+ 0·14

8. Beobachter: Rogerson, H. Breen.

R.—H. B.

1852	— 0·59	— 0·66	— 0·07

9. Beobachter: Rogerson, J. Breen.

	R.—J. B.		
1852	— 0·34	— 0·41	— 0·07

10. Beobachter: J. Henderson, W. Ellis.

	J. H.—W. E.		
1852	— 0·20	— 0·21	— 0·01

11. Beobachter: Rogerson, J. Henderson.

	R.—J. H.		
1852	— 0·31	— 0·23	+ 0·08

12. Beobachter: J. Henderson, J. Breen.

	J. H.—J. B.		
1852	— 0·33	— 0·18	+ 0·15

13. Beobachter: Main, Henry.

	M.—H.		
1852	+ 0·04	0·00	— 0·04

eine Übereinstimmung, die wohl nichts zu wünschen übrig läßt, wenn man bedenkt, daß die Bestimmungen mit dem Binocular Eyepiece auf sehr wenigen Beobachtungen beruhen und sich oft auf ziemlich andere Zeiten als die Messungen mit dem geraden Oculare beziehen.

Diese Übereinstimmung scheint mir übrigens dafür zu sprechen, daß man die Ursache der Verschiedenheit der persönlichen Gleichung bei K. O. und K. W. eines Gebrochenen Fernrohres hauptsächlich in dem Umstande zu suchen habe, daß der Stern einmal von unten nach oben, das andere Mal von oben nach unten durch das Gesichtsfeld geht; denn nur in dieser Beziehung gibt das gerade Ocular eine Mittellage, in welcher nämlich der Stern horizontal sich bewegt, während die auf den Beobachter bezogene Richtung Rechts-Links der Bewegung in beiden Stellungen des Gebrochenen Fernrohres dieselbe und der Richtung im geraden Ocular entgegengesetzt ist. Ebenso bleibt eine Ausgleichung durch das gerade Ocular schwer zu begreifen, wenn man die Voraussetzung machen wollte, daß das Auge sich der Veränderung seiner eigenen Lage bei K. O. und K. W. bewußt werde, somit eine Bewegung des Sternes, die für den Beobachter immer, ob er sein Gesicht nach Ost oder West kehre, von links nach rechts erfolgt, eben dieser Wendung des Gesichtes wegen als wechselnd erkenne.

Zum Schluße dieser Betrachtungen will ich noch erwähnen, daß E. Wolf's treffliche Abhandlung über die persönliche Gleichung,

die mir eben zuging, als ich im Begriffe war, Vorliegendes der Akademie zu übergeben, in einer Note auch die hier besprochenen Greenwicher Beobachtungen anführt, aber Ansichten darüber äußert, mit denen ich nach dem Obigen nicht einverstanden sein kann.

Unsere Erfahrungen über persönliche Gleichungen vereinigen sich mit den zahlreichen Bemerkungen Anderer um die Wichtigkeit genauer und umfassender Erforschungen dieser Erscheinung für die heutige Astronomie von Neuem hervorzuheben. Wir werden von allen Seiten darauf geführt, daß die ersten Werkzeuge, durch die wir Wahrnehmungen in uns aufnehmen, Organe sind, deren Gesetze zu ergründen uns Astronomen wohl nur gelingen wird, wenn uns Physiker und Physiologen, deren Thätigkeit uns auf diesem Felde ohnehin schon vielfach überholt hat, ihre Unterstützung nicht versagen.

Nachdem übrigens so die Dablitzer Beobachtungen thunlichst genau reducirt sind, geht die Abhandlung auf die definitive Berechnung der Beobachtungen in Leipzig über. Da das Leipziger Passageninstrument ein gerades Fernrohr hat, so war ein Unterschied in der persönlichen Gleichung von der Art, wie wir denselben eben bei dem Gebrochenen Dablitzer Fernrohre kennen gelernt haben, nicht anzunehmen. Der Einfluß auf die persönliche Gleichung aber, den die Stellung des Beobachters (Gesicht gegen Süd oder Nord) bei Sternen südlich oder nördlich vom Zenithe äußern könnte, war bei den wenigen in Leipzig nördlich vom Zenithe beobachteten Gestirnen mit Sicherheit nicht abzuleiten, und selbst, wenn man dies hätte unternehmen wollen, eine dem entsprechende Combination der Beobachtungen in der Reduction nicht möglich. Es wurden deßhalb nur für die Abende, aus denen die Meridiandifferenz sich ermitteln läßt, die Correctionen der provisorischen Werthe des Collimationsfehlers, des Azimuthes und des Uhrstandes so wie für Dablitz gesucht.

Nach diesen Vorbereitungen und einer möglichst scharfen Bestimmung des relativen Standes der Hauptuhren beider Orte wird an die Ermittlung der Längendifferenz gegangen. Die drei Methoden ergaben:

Längendifferenz.

Feldobservatorium Dablitz (Universale) — Sternwarte Leipzig (Mittagsrohr).

Signalmethode	— 8^m	17^{s}750	mittl. Fehl.	± 0^{s}054
Coïncidenzmethode	— 8	17·773	„ „	± 0·041
Registrirmethode	— 8	17·823	„ „	± 0·069
Mittel	— 8	17·775	wahrsch. „	± 0·0199,

wonach die von der vorläufigen Berliner Conferenz aufgestellte Bedingung eines wahrscheinlichen Fehlers von 0ˢ.02 vollkommen zugehalten wurde. Aus der Lage des Dablitzer Universale gegen den dortigen trigonometrischen Punkt und des Leipziger Mittagsrohres gegen den Hauptpfeiler der Sternwarte folgt

Längendifferenz

Dablitz (trigon. Punkt) — Leipzig (Sternwarte, Hauptpfeiler).

— 8ᵐ 17ˢ.835.

Das Detail der letzten Rechnungen leitet in der Abhandlung noch auf einige, nicht uninteressante Wahrnehmungen über die Natur der verschiedenen persönlichen Gleichungen, welche hier in Betracht kommen.

Schließlich werden in der Abhandlung die Grundsätze mitgetheilt, auf welche unsere Erfahrungen zunächst für Längenbestimmungen, mir zu führen scheinen und für die ich daher auch bei der ersten, im Jahre 1864 abgehaltenen Allgemeinen Berliner Conferenz eintrat, so weit dieselben mir damals schon bekannt waren.

Diese Grundsätze lauten, in aller Kürze zusammengefasst, wie folgt:

Die Forderung möglichster Gleichheit der beiderseitigen Instrumente hat durch unsere Discussion der persönlichen Gleichungen neue Stützen erhalten.

Die Veränderlichkeit der persönlichen Gleichungen lässt es räthlich erscheinen lieber mehr, wenigstens etwa acht Abende wenn auch mit weniger Beobachtungen, als weniger Abende wenn auch mit mehr Beobachtungen zu verwenden.

Die optische Kraft des Dablitzer Mittagsrohres (21 P. L. Öffnung) war zwar, aber auch nur eben noch hinreichend; größere Instrumente sind sehr wünschenswerth.

Was die Frage betrifft, welche Methoden bei Unternehmungen wie die Mitteleuropäische Gradmessung sich hauptsächlich für die Länge eignen, so sind dafür meiner unmaßgeblichen Meinung nach neben der selbstverständlichen Forderung möglichster Genauigkeit die leitenden Gedanken: erstens thunlichste Ökonomie mit Zeit und Arbeit, zweitens bei Anwendung von mehreren Methoden Einführung beider gangbaren Beobachtungsweisen: mit Auge und Ohr, mit Auge und Hand. Die Coïncidenzmethode gibt, mit Auge und Ohr, vortreffliche Resultate, wofür sich auch theoretisch manche Gründe angeben

lassen. Die Signalmethode steht den anderen Methoden an Genauigkeit nur wenig nach, wenn man die Vorsicht braucht die Signale von dritten Personen und nur beiläufig zu gewissen Secunden geben zu lassen. Ihre geringere Schärfe kommt daher, daß sie, bei Aug- und Ohrbeobachtung, einer besonderen Gattung von persönlichen Gleichungen bei Auffassung der Signale unterliegt, ein Übelstand, den man dadurch beseitigen kann, daß man, wie wir dies nach Director Förster's Vorschlag bei der Längenbestimmung Wien — Berlin gethan haben, beiderseitig einige Sterne aber nur lokal registrirt und durch registrirte Signale die Uhrvergleichung vornimmt, wodurch zugleich die Signalmethode eine Beobachtung mit Auge und Hand wird. Signal- und Coïncidenzmethode erfordern weniger Rechnung und nehmen für die Beobachtung wie für die Benützung der Leitung weit kürzere Zeit in Anspruch, lassen also auch für Störungen durch trübes Wetter oder telegraphische Unordnungen viel geringere Chancen als die Registrirmethode, deren bekannte ungemeine Vorzüge dadurch einigermassen ausgeglichen werden. Die in der eben angedeuteten Weise modificirte Signalmethode oder die Coïncidenzmethode oder vollends die gleichzeitige Anwendung beider Methoden schiene uns daher ein zweckmässiges und völlig hinreichendes Verfahren für Operationen wie die Mitteleuropäische Gradmessung.

Die Forderung der vorläufigen Berliner Conferenz eines w. F. von nur 0ˢ02 hat sich für Feldobservatorien als zu streng erwiesen.

Die nächste telegraphische Hauptstation sollte immer mit einem Relais eingeschaltet bleiben; bei ganz offener Linie steht man Telegraphenstörungen hilflos gegenüber. Dem Astronomen soll ein Telegraphist von Profession während der Operation beigegeben sein, zu schneller und wirksamer Verständigung der Telegraphenbeamten im Falle von Störungen oder sonstigen Schwierigkeiten. Ein besonderer Sprechapparat ist unentbehrlich.

Irgend längere Linien sollten durch Einführung sogenannter Referenzstationen wo nur immer möglich vermieden werden.

Der Ansicht Dir. Argelander's (Verhandl. der I. Allg. Berl. Conf. S. 20), daß alle astronomischen Bestimmungen für die Gradmessung von nur wenigen Beobachtern und mit denselben Instrumenten durchzuführen wären, pflichte ich namentlich in Bezug auf Länge vollständig bei.

Notiz über die Bestandtheile der Stammrinde des Apfelbaumes.

Von dem w. M. Dr. Friedrich Rochleder.

In einer Notiz: Über die Bestandtheile der Wurzelrinde des Apfelbaumes, welche ich in der Sitzung vom 12. April 1866 vorzulegen die Ehre hatte, habe ich eines gelben Farbstoffes Erwähnung gethan, der in der Rinde des Stammes enthalten ist. Ich habe diesen Farbstoff rein dargestellt, sowohl aus Stammrinde die im Hochsommer als aus solcher die Ende December gesammelt worden war, und gefunden, daß dieser Farbstoff Quercetin ist. Er löst sich in Äther und krystallisirt bei freiwilligem Verdunsten aus dieser Lösung, löst sich leicht in Weingeist und wird durch Zusatz von Wasser aus der alkoholischen Lösung krystallinisch gefällt. In Wasser ist er fast ganz unlöslich. Aus einer Lösung in siedender Essigsäure krystallisirt er beim Erkalten derselben in glänzenden kleinen Krystallen. In Alkali haltendem Wasser löst er sich mit intensiv gelber Farbe, die bei längerer Berührung mit der Luft in Braun übergeht. Seine Lösung in stark wasserhaltendem Weingeist wird durch Bleizuckerlösung in rothen Flocken gefällt. Salpetersaures Silber der Lösung des Farbstoffes zugesetzt, wird beim Erwärmen sogleich reducirt. So wie in seinen Eigenschaften kömmt dieser Farbstoff auch in seiner Zusammensetzung mit dem Quercetin überein.

0·2083 bei 120° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, gaben 0·4475 Kohlensäure und 0·0719 Wasser, was der Zusammensetzung des bei 120° C. getrockneten Quercetin entspricht.

		Berechnet		Gefunden
$C_{54} = 324$	—	58·69	—	58·59
$H_{20} = 20$	—	3·64	—	3·84
$O_{26} = 208$	--	37·67	—	37·57
552	—	100·00	—	100·00

$$C_{54}H_{20}O_{26} = C_{54}H_{18}O_{24} + 2HO.$$

Wird das wässrige Decoct der Stammrinde des Apfelbaumes mit Bleizuckerlösung so lange versetzt, als ein in Essigsäure unlöslicher Niederschlag fällt, dieser rehfarbene Niederschlag, der viel Pectin aber wenig Quercetin enthält, abfiltrirt, und das Filtrat mit Bleizuckerlösung vollständig ausgefällt, so erhält man einen gelben Niederschlag, der die Hauptmasse des Quercetin enthält. In der von diesem Niederschlage abfiltrirten Flüssigkeit erzeugt Bleiessig einen Niederschlag der anfangs gelb und quercetinhältig, später weiß und eine Verbindung von Phloridzin mit Bleioxyd ist. Die von diesem Niederschlage abfiltrirte Flüssigkeit mit etwas Ätzammoniak versetzt, gibt noch eine Portion Phloridzinbleioxyd. Aus beiden Bleiverbindungen des Phloridzin läßt sich diese Substanz leicht rein gewinnen. Man wäscht dieselben auf einem Filter mit Wasser oder reinigt sie durch Decantiren, setzt nachdem sie mit Wasser zu einem dünnen Breie vertheilt sind Essigsäure zu, und läßt sie kurze Zeit ruhig stehen. Das Phloridzinbleioxyd gibt sein Bleioxyd an die Essigsäure ab, das Phloridzin als schwer löslich in Wasser bleibt ungelöst. Man filtrirt die Flüssigkeit ab, wäscht das Phloridzin auf dem Filter mit Wasser ab, löst es kalt in Weingeist auf, wobei eine bräunlich graue Masse in kleiner Menge ungelöst bleibt. Die davon abfiltrirte, weingeistige Phloridzinlösung vermischt man mit etwas Wasser, erwärmt sie um den Weingeist größtentheils zu entfernen, und läßt sie dann erkalten. Die Flüssigkeit erstarrt zu einem Brei von Krystallen, die man auf ein Leinwandfilter bringt und nach dem Abtropfen zwischen Löschpapier auspreßt. Das so gewonnene Phloridzin ist beinahe chemisch rein, wie folgende Analyse zeigt:

0·2132 so dargestelltes Phloridzin geben bei 110° C. in einem Strom von Kohlensäure getrocknet, 0·1973 trockenes, geschmolzenes Phloridzin das beim Verbrennen nur 0·0012 feuerbeständigen Rückstand ließ, und 0·4152 Kohlensäure und 0·0996 Wasser lieferte.

Das Phloridzin enthält 7·62% Krystallwasser, gefunden wurden 7·5%.

		Berechnet		Gefunden
C_{42} = 252	—	57·80	—	57·74
H_{24} = 24	—	5·50	—	5·64
O_{20} = 160	—	36·70	—	36·62
436	—	100·00	—	100·00

$C_{42}H_{24}O_{20}$ ist die Formel des wasserfreien Phloridzin.

Die Stammrinde lieferte bei Anwendung dieser Methode eine reichliche Ausbeute an Phloridzin.

Während bei *Aesculus Hippocastanum* der Übergang des Gerbstoffes in Quercitrin in den Blättern stattfindet, geht er bei *Pyrus Malus* schon in der Stammesrinde vor sich. Quercetin und Roßkastaniengerbstoff stehen zu einander in einem sehr einfachen Verhältnisse. Beide liefern durch Alkalihydrat gespalten Phloroglucin, bei Quercetin entsteht nach den Untersuchungen des Prof. Hlasiwetz dabei Quercetinsäure $= C_{30}H_{10}O_{14}$, bei dem Gerbstoffe, wie ich gezeigt habe $C_{28}H_{12}O_{12}$, welches durch Sauerstoffaufnahmen sogleich in Protocatechusäure übergeht, die auch durch Oxydation der Quercetinsäure entsteht. Der Körper $C_{28}H_{12}O_{12}$ und die Quercetinsäure unterscheiden sich von einander durch C_2O_2, welche die Quercetinsäure mehr und durch H_2, welche sie weniger enthält als das Spaltungsproduct des Gerbstoffes: $C_{30}H_{10}O_{14} = C_{28}H_{12}O_{12} - H_2 + C_2O_2$.

Mit anderen Worten: der Körper $C_{28}H_{12}O_{12}$ nimmt ein Äquivalent C_2O_4 auf und bildet unter Abscheidung von 2HO die Quercetinsäure. $C_{28}H_{12}O_{12} + C_2O_4 = C_{30}H_{10}O_{14} + 2HO$.

Die Quercetinsäure wird durch schmelzendes Kalihydrat in Protocatechusäure und Quercetinsäure zersetzt, während $C_{28}H_{12}O_{1}$ in zwei Äquivalente von Protochatechusäure übergeführt wird. Die Quercetinsäure ist nach Prof. Hlasiwetz $C_{16}H_6O_{10}$, sie enthält die Elemente der Protocatechusäure + den Elementen des Kohlensäureradicals, durch Oxydation wird sie zu Kohlensäure und Protocatechusäure umgewandelt.

Das Phloridzin steht zum Quercetin scheinbar in einem sehr einfachen Verhältnisse. Phloretinsäure und Phloroglucin entstehen nach Prof. Hlasiwetz aus Phloretin-, Phloroglucin- und Qercetinsäure unter denselben Verhältnissen aus Quercetin. Quercetinsäure $= C_{30}H_{10}O_{14}$, Phloretin $= C_{30}H_{14}O_{10}$. Die erwähnten Zersetzungsproducte zeigen, daß hier nicht eine einfache Reduction stattfindet. Die aus Roßkastaniengerbstoff neben Phloroglucin entstehende Substanz muß als Muttersubstanz der Phloretinsäure angesehen werden. Die Phloretinsäure $= C_{18}H_{10}O_6$ entsteht aus $C_{28}H_{12}O_{12}$ oder 2 $(C_{14}H_6O_6)$ unter denselben Verhältnissen in der Apfelbaumstammrinde, wie das Äsculetin $C_{18}H_6O_8$ in der Rostkastanienstammrinde aus demselben Material gebildet wird. Für *Aesculus Hippocastanum* ist das Äsculin, was für *Pyrus Malus* das Phloridzin.

In dem Samen des Apfelbaumes ist Amygdalin enthalten: Amygdalin im Samen und Phloridzin in der Rinde findet sich auch bei *Pyrus communis* L., *Prunus avium* L. und bei *Prunus domestica* L. Die Amygdalsäure als deren Amid man das Amygdalin ansehen könnte, ist scheinbar homolog mit dem krystallisirten Phoridzin. Amygdalinsäure = $C_{40}H_{26}O_{24}$. Phloridzin $C_{42}H_{28}O_{24}$.

Die Atomgruppe aus welcher das Bittermandelöl bei der Spaltung des Amygdalin durch Emulsin entsteht, steht offenbar in Beziehung zu der Phloretinsäure und dem Körper $C_{28}\dot{H}_{12}O_{12}$ oder $C_{14}H_6O_6$ des Gerbstoffes. Bei der Bildung der Phloretinsäure geht diese Substanz in Salicylsäure über, mit welcher die Phloretinsäure homolog ist. Im Amygdalin ist ein Körper der Benzoylgruppe enthalten, durch Reduction der Salicylverbindung entstanden. Der nähere Vorgang der Bildung des Amygdalin aus Phloridzin ist zur Stunde noch unbekannt. Das Phloridzin läßt sich durch Wasserstoff im Status nascendi reduciren, wie das Äsculin. Über diese Vorgänge, so wie über einige Bestandtheile der Blätter und Rinde des Apfelbaumes, behalte ich mir ausführlichere Mittheilungen vor.

Construction der Selbstschattengrenze von Rotationsflächen in der Perspective, unter Voraussetzung paralleler Lichtstrahlen.

Von **Emil Koutny**,
Assistent am k. k. technischen Institute in Brünn.

(Mit 2 Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 10. Jänner 1867.)

Einleitung.

§. 1.

Die Lösung der gestellten Aufgabe besteht bekanntlich in der Bestimmung der Berührungscurve der gegebenen Umdrehungsfläche mit einem Cylinder, welcher zu der gegebenen Strahlenrichtung parallele Erzeugende besitzt und tangirend an die Fläche gelegt wurde. Die Durchführung der hiezu nöthigen Constructionen gestaltet sich auch bei perspectivischen Darstellungen nicht viel umständlicher als in der orthogonalen Projection, und man wird, abgesehen von dem wissenschaftlichen Werthe der Arbeit, jedenfalls weit schneller und einfacher zum Ziele gelangen, wenn man sich strenge auf die Grundsätze der Central-Projection fußt, als wenn, wie dies so häufig geschieht, die Berührungscurve vorerst in orthogonaler Projection bestimmt und hierauf punktweise (Durchschnittsmethode) in die Perspective übertragen wird.

Ist der Meridian der Fläche eine Curve, die einem bekannten Erzeugungsgesetze unterliegt, so werden auch die aus diesem Gesetze folgenden Eigenschaften der Fläche, und jene der zumeist in Vorhinein ihrer Gattung nach bestimmbaren Berührungscurve die Lösung der Aufgabe wesentlich modificiren und erleichtern, wie dies insbesondere bei den Rotationsflächen des zweiten Grades der Fall ist, be welchen die Berührungscurve gleichfalls eine Linie des zweiten Grades ist, demnach auch die Perspective der letzteren eine Kegelschnittslinie werden muß.

Bei den Rotationsflächen des zweiten Grades wird es daher gerathen erscheinen, die Bestimmungsstücke dieser Perspective, d. h.

zwei conjugirte Durchmesser, oder eine Axe und die Asymptoten derselben, aufzusuchen, was auch im Folgenden stets geschehen wird. Außerdem soll jedoch die punktweise Bestimmung der Curve, wenn sich das betreffende dieser Fläche zukommende Constructionsverfahren besonders einfach gestaltet, angegeben werden.

Wurde die Meridiancurve beliebig gewählt, so muß für die Verzeichnung der Berührungscurve ein allgemeines Verfahren in Anwendung gebracht werden, welches somit auch für die obbezeichneten Flächen seine volle Giltigkeit hat.

Was die Größe der Augdistanz betrifft, so wurde dieselbe verhältnißmäßig gering angenommen, um die einzelnen Constructionen in der Figur möglichst ersichtlich zu machen. Die Constructionen selbst wurden jedoch stets mit Benützung aliquoter Theile der Augdistanz durchgeführt, daher die einzelnen Methoden, betreffs ihrer praktischen Anwendung, von dem so häufig vorkommenden Umstande, daß dem perspectivischen Bilde eine nicht leicht in ihrer ganzen Länge zu benützen mögliche Augdistanz zu Grunde liegt, weniger oder eigentlich gar nicht beeinträchtigt erscheinen.

Nachdem die Entfernung der Verschwindungspunkte verschiedener Geraden vom Augpunkte unter sonst gleichen Bedingungen von der Größe der Augdistanz abhängt, so wird aus demselben Grunde wie oben die Benützung und Bestimmung von aliquoten Theilen der in Rede stehenden Entfernungen nothwendig, und wir werden den Endpunkt eines solchen Theiles der Entfernung (und zwar des ersten vom Augenpunkte A aus gemessen) in Form eines Bruches $\frac{v}{n}$ derart bezeichnen, daß der Buchstabe v des betreffenden Fluchtpunktes den Zähler, und die Zahl n, welche anzeigt, den wie vielten Theil der Länge Av dieser Punkt $\frac{v}{n}$ abschneidet, den Nenner bildet, mithin $A\frac{v}{n} = \frac{1}{n} \cdot Av$ ist.

Die Axen der Umdrehungsflächen seien stets vertical angenommen; doch ändern sich die angegebenen Constructionen nicht, wenn die Fläche eine schiefe, jedoch zur Bildfläche parallele Drehungsaxe besitzt. In dem Falle, wo die Axe senkrecht auf der Bildfläche steht, ergeben sich auch einige wesentliche, aus dieser Lage entspringende Modificationen der Lösungsarten. Wir werden einen solchen Fall am Schlusse der Abhandlung einer näheren Betrachtung unterziehen.

Bei Annahme einer zur Bildfläche parallelen Rotationsaxe, denken wir uns diese stets in der Bildfläche gelegen, so daß die Umdrehungsfläche zur Hälfte vor und hinter der Bildebene liegt, und von letzterer im Hauptmeridiane geschnitten wird. Dies kann bekanntlich immer ohne Anstand geschehen, wenn man nur die Perspective des zur Bildebene parallelen Meridians der Fläche im Raume als Meridiancurve und die Perspective der Drehungsaxe als Axe einer neuen, der gegebenen Fläche ähnlichen Rotationsfläche betrachtet, und auf diese die sämmtlichen vorkommenden Linien, Ebenen, Kegel- und Cylinderflächen etc. bezieht.

Die parallelen Lichtstrahlen werden durch ihren gemeinschaftlichen Verschwindungspunkt, den wir immer mit V bezeichnen, jedoch durch einen aliquoten Theil $A\frac{V}{n} = \frac{1}{n} \,.\, AV$ seiner Entfernung vom Augpunkte A fixiren wollen, bestimmt. Der Verschwindungspunkt v der horizontalen Projectionen der Lichtstrahlen wird mithin im Durchschnitte des aus V auf die Horizontslinie HH gefällten Perpendikels Vv mit letzterer erhalten, und gleichfalls durch $\frac{v}{n}$ $\left(\text{in } HH \text{ vertical über } \frac{V}{n}\right)$ so bestimmt werden, daß $A\frac{v}{n} = \frac{1}{n} \,.\, Av$ ist.

Die Verzeichnung der den Selbstschatten bildenden Erzeugenden eines Rotationskegels und Cylinders soll gleich bei der in §. 2 gegebenen allgemeinen Lösungsweise, wo dieselbe zur Anwendung gelangt, gegeben werden.

Wir wollen nun die allgemeinen Methoden für die Verzeichnung der Selbstschattengrenzcurve einer eingehenden Behandlung unterziehen, und hierauf zu den Rotationsflächen der zweiten Ordnung übergehen.

Allgemeine Lösungsweisen.

§. 2. Bestimmung der Selbstschattengrenze mit Benützung von berührenden Kegeln.

Denkt man sich in irgend einem Punkte des Hauptmeridians an diesen eine Tangente gezogen und mit dem Hauptmeridiane gedreht, so beschreibt sie einen senkrechten Kegel, welcher die Umdrehungsfläche in einem, dem angenommenen Punkte entsprechenden Parallelkreise berührt, und dessen Selbstschattengrenzen, im Durchschnitte

mit diesem Parallelkreise, Punkte der zu suchenden Berührungscurve liefern. Auf diese Weise kann eine beliebige Anzahl von Punkten der Selbstschattengrenze gefunden werden.

Es sei *HH*, Fig. 1, Taf. II, die Horizontslinie, *A* der Augpunkt, *VV* die Verticallinie des Bildes, $A\frac{O}{3}$ der dritte Theil der Augdistanz, $V\left(\text{durch } \frac{V}{3} \text{ gegeben}\right)$ der Verschwindungspunkt der Lichtstrahlen; ferner *YZ* die (in der Bildfläche gelegene) Drehungsaxe, *abce*... der Hauptmeridian der Fläche, (welcher sich blos zu einer Seite der Axe vollständig verzeichnet vorfindet), und $a'b'c'e'f' \ldots x'$ der perspectivische Umriß der Fläche.

Nehmen wir nun irgend einen Parallelkreis aa_1 als Leitlinie eines die Rotationsfläche daselbst berührenden Kegels an, so wird die dem Punkte *a* zugehörige Erzeugende *at* den Hauptmeridian in *a* berühren, und im Durchschnitte *t* mit *YZ* die Kegelspitze bestimmen. Um die in dem angenommenen Parallelkreise gelegenen Punkte der Selbstschattengrenze zu erhalten, haben wir, dem Vorigen zufolge, an den Kegel parallel zur Strahlenrichtung *V* die berührenden Ebenen zu legen, also durch *t* einen Lichtstrahl zu führen, den Durchschnitt desselben mit der Parallelkreisebene zu suchen, und von diesem Punkte aus die beiden Tangenten an den Parallelkreis zu ziehen; die so erhaltenen Berührungspunkte werden, da sie gleichzeitig in der Kegel- und Umdrehungsfläche liegen, auch der zu suchenden Selbstschattengrenze angehören.

Behufs der einfachen Durchführung des eben Gesagten ist es am zweckmäßigsten derart vorzugehen, daß man sich die Ebene des Parallelkreises sammt diesem und dem Durchschnittspunkte des durch *t* geführten Lichtstrahls um aa_1 in die Bildfläche dreht, daselbst die Tangenten zieht, und die Berührungspunkte in die horizontale Lage zurückversetzt. Wir denken uns zu diesem Zwecke durch den Lichtstrahl und die Axe *YZ* eine Ebene gelegt. Dieselbe wird die Parallelkreisebene in einer Geraden schneiden, welche den Durchschnittspunkt in sich enthält und nichts anders als die horizontale Projection des Lichtstrahls auf der Parallelkreisebene ist, und welche Gerade, in die Bildfläche gedreht, nach $o\Delta$ gelangt. Die Richtung von $o\Delta$ wird offenbar durch den dem Punkte *v* entsprechenden, um *HH* in die Bildfläche gelegten Sehstrahl, also durch $\frac{v}{3}\frac{O}{3}$ angegeben.

Da es sich ferner um die Entfernung des besagten Durchschnittspunktes von der Drehungsaxe YZ handelt, so drehen wir die obige Ebene tV um YZ in die Bildebene. Die Richtung des so gedrehten Lichtstrahls kann wieder am einfachsten durch eine gleiche Drehung der den Punkt V mit dem Auge verbindenden Geraden gefunden werden. Überträgt man die Länge $\frac{O}{3}\frac{v}{3}$ nach $\frac{v}{3}W$ und verbindet W mit $\frac{V}{3}$. so gibt $W\frac{V}{3}$ die fragliche Richtung. Man hat demgemäß blos durch t die Gerade td parallel zu $\frac{V}{3}W$ zu ziehen, und die Länge do, als die zu suchende Entfernung, nach $o\Delta$ zu übertragen, um in Δ den umgelegten Durchschnitt zu erhalten.

Der umgelegte Parallelkreis ist selbstverständlich aus o über dem Durchmesser aa_1 zu beschreiben.

Werden schließlich aus Δ an den Kreis aa_1 die beiden Tangenten gezogen, die Berührungspunkte α, β in die horizontale Lage zurückversetzt, und dortselbst deren Perspectiven 1 und I bestimmt, so gehören diese Punkte der Selbstschattengrenze an.

Für einen oder mehrere Parallelkreise übergeht der berührende Kegel in einen senkrechten Cylinder. Diese Parallelkreise gehen bekanntlich durch Punkte der Meridiancurve, welchen zu YZ parallele Tangenten zukommen. Ist also mm_1 der Durchmesser eines solchen Parallelkreises, so wird für diesen die Entfernung $o\Delta$ unendlich groß, weßhalb man blos an den umgelegten Kreis mm_1 die beiden zu $\frac{v}{3}\frac{O}{3}$ parallelen Tangenten zu ziehen und die Berührungspunkte α_1 und β_1 in die Horizontalebene zurückzuführen hat, um die in dieser Ebene gelegenen Punkte 2 und II der Grenzcurve zu erhalten.

Berücksichtigt man, daß es sich nicht um die aus den umgelegten Durchschnittspunkten Δ an die bezüglichen Parallelkreise gezogenen Tangenten, sondern bloß um die Berührungspunkte handelt, so ist klar, daß diese einfacher gefunden werden können, wenn man anstatt dem Punkte Δ alsogleich den Halbirungspunkt der Länge $o\Delta$ sucht, und aus diesem, als Mittelpunkt mit dem Radius $o\frac{d}{2}$ einen Kreisbogen beschreibt, welcher den Parallelkreis in den fraglichen Punkten α und β betrifft.

Nehmen wir diesfalls z. B. den Parallelkreis bb_1, und führen in b die Tangente an den Hauptmeridian, wodurch in t_1 die Spitze des

bezüglichen Berührungskegels sich ergibt. Betreffs der Auffindung der bezeichneten halben Entfernung braucht man blos durch t_1 eine Gerade $t_1\delta$ parallel zu jener Linie $M\frac{V}{3}$ zu führen, welche den Halbirungspunkt M der Länge $\frac{v}{3}W$ mit $\frac{V}{3}$ verbindet. Diese Gerade trifft die Trace bb_1 in δ und schneidet auf derselben das Stück $o_2\delta$ ab, welches nach $o_2\omega$ übertragen, den obigen Halbirungspunkt ω und zugleich den Radius des aus ω zu beschreibenden Bogens $\alpha_2 o_2 \beta_2$ liefert. Die Punkte α_2 und β_2 des umgelegten Parallelkreises $b\alpha_2 b_1 \beta_2$, in die Horizontalebene zurückgeführt, geben in 3 und III weitere zwei Punkte der Curve.

Fällt für einen Parallelkreis cc_1 die Spitze des zugehörigen berührenden Kegels außer die Zeichnungsfläche, so kann ein beliebiger aliquoter Theil $o_3\gamma$ des Halbmessers co_3 (hier $o_3\gamma = \frac{1}{2} o_3 c$) derart gewählt werden, daß die im Theilpunkte γ parallel zur Tangente $c\sigma$ im Punkte c des Hauptmeridians gezogene Gerade $\gamma t_2'$ die Drehungsaxe noch auf der Papierfläche schneidet. Werden nun an den durch Rotation der Geraden $\gamma t_2'$ um YZ entstandenen Kegel parallel zur Strahlenrichtung V die Tangirungsebenen gelegt, und in der umgelegten Trace $\gamma\alpha_3'\beta_3'$ die Fußpunkte α_3', β_3' der Berührungserzeugenden auf dieselbe Weise wie früher bestimmt, indem man nämlich durch t_2' eine Parallele $t_2'\delta_1'$ zu $\frac{V}{3}M$ zieht, $o_3\omega_1' = o_3\delta_1'$ macht, und aus ω_1' den Kreisbogen $\alpha_3' o_3 \beta_3'$ beschreibt, so hat man bloß α_3' und β_3' mit o_3 zu verbinden, und diese Geraden bis zum Durchschnitte α_3, β_3 mit dem umgelegten Parallelkreise $o_3 c$ zu verlängern, um in α_3 und β_3 die in die Bildfläche gedrehten Punkte der Schattengrenzcurve zu erhalten.

Für die Verzeichnung der Perspectiven 4 und IV dieser Punkte (nachdem sie in die Horizontalebene zurückgedreht wurden) ist es jedoch zweckmäßiger aus α_3' und β_3' die Perpendikel auf die Parallelkreistrace cc_1 zu führen, und die Länge $o_3\alpha_3''$ dem Verhältnisse der Radien $o_3 c$ und $o_3\gamma$ entsprechend zu vergrößern, hier also $o_3\alpha''' = 2 . o_3\alpha_3''$ zu machen, wodurch in α''' die orthogonale Projection des Punktes α_3 im Raume auf der Bildfläche gefunden ist. Die Länge $\alpha_3'\alpha_3''$ gibt zugleich den entsprechenden aliquoten Theil der Entfernung dieses Punktes von der Bildebene, welches Stück, da man zur Verzeichnung der Perspective des Punktes ohnedies zumeist nur einen

aliquoten Theil der Augdistanz benützen kann, und hiezu auch denselben Theil der Entfernung $\alpha_3\alpha'''$ benöthigt, nicht erst durch Theilen dieser Länge ermittelt zu werden braucht.

Über die Anwendung von berührenden Kegeln wäre noch der Fall in Betracht zu ziehen, wo die Kegelspitze mit dem Auge zusammenfällt. Es ist sodann offenbar der sichtbare Umriß $ab'c'd'$.... zugleich die Bildflächtrace dieses Kegels, und die aus der Spitze parallel zu den Lichtstrahlen geführte Gerade schneidet die Bildfläche im Verschwindungspunkte V der Lichtstrahlen. Werden daher aus V die möglichen Tangenten an die Contour der Fläche gezogen, so berühren sie in Punkten der Schattengrenzcurve und bilden zugleich Tangenten derselben. Diese Punkte sind schon aus dem Grunde von besonderer Wichtigkeit weil sie die Grenze des sichtbaren Theiles der Curve bilden.

Wenn jedoch, wie dies häufig geschieht, V außer die Zeichnungsgrenze fällt, so dürfte es doch am gerathensten erscheinen, sich in irgend einer Weise die Zeichnungsfläche zu verlängern und aus dem Punkte V selbst die Tangenten zu ziehen, wiewohl der verlangte Punkt VI sich auch mit Zuhilfenahme des Punktes $\frac{V}{3}$ durch Verzeichnung einer fehlerzeugenden Curve ohne viele Mühe auffinden läßt.

Ist nämlich (Taf. I, Fig. 2) $a'm'x'$ die Contour, A der Augpunkt und $\frac{V}{3}A = \frac{1}{3}AV$, so ziehe man in einem beliebigen Punkte b' an den Umriß eine Tangente $b't$, und durch $\frac{V}{3}$ eine Gerade $\frac{V}{3}b$ parallel zu $b't$ bis zum Durchschnitte b mit der Verbindungslinie der Punkte b' und A. Es müßte nun, wenn die Tangente $b't$ durch V gienge, $Ab = \frac{1}{3}Ab'$ sein, wie dies aus den ähnlichen Dreiecken $Ab\frac{V}{3}$ und $Ab'V$ folgt. Das Stück bA von A dreimal nach $A1$ aufgetragen, gibt also einen Punkt 1, welcher um so näher dem Punkte b gelegen ist, je näher dieser dem zu suchenden Berührungspunkte VI der aus V an $a'm'x'$ zu ziehenden Tangente gewählt wurde.

Nimmt man mehrere Punkte c', d',... der Curve $a'm'x'$ an und verfährt in gleicher Weise wie mit b', so erhält man eine Reihe von auf einander folgenden Punkten 1, 2, 3..., die zu beiden Seiten des Umrisses liegen, und einer Curve angehören, welche die Contour $a'm'x'$ in dem zu suchenden Punkte schneidet. Diese Curve geht offenbar durch den Punkt A.

Daß man bei der Wahl der Punkte b', c', d'... vorzugsweise jene berücksichtigen wird, welche bei der Construction der Contour aufgefunden wurden, da die Tangenten $b't$... in diesen Punkten größtentheils gleichfalls bekannt sind, oder sich sehr einfach und genau bestimmen lassen, braucht wohl kaum weiter erörtert zu werden.

Schließlich wird die Tangente in VI erhalten, wenn man die Verbindungslinie VI A in 6 in drei gleiche Theile theilt, 6 mit $\frac{V}{3}$ verbindet, und VI T parallel zu 6 $\frac{V}{3}$ zieht.

§. 3. Verzeichnung der Selbstschattengrenze mit Hilfe von berührenden Cylinderflächen.

Dieses Verfahren ist im Allgemeinen nicht so einfach als das eben besprochene, und eignet sich auch weniger für den praktischen Gebrauch, gibt jedoch für einzelne Punkte der Curve eine besonders einfache Lösung.

Denkt man sich in sämmtlichen Punkten irgend eines Meridians der Umdrehungsfläche die berührenden Ebenen gelegt, so werden diese von einer auf der angenommenen Meridianebene senkrechten Cylinderfläche umhüllt, welche, der Annahme zufolge, die Rotationsfläche in der gewählten Meridianebene berührt. Die an diesen Cylinder parallel zur Strahlenrichtung gelegten Berührungsebenen werden, je nach der Form der Meridiancurve, eine oder mehrere Erzeugende desselben in sich enthalten, welch' letztere, im Durchschnitt mit der angenommenen Meridiancurve, Punkte der zu suchenden Schattengrenze bestimmen.

Behufs der Construction wird der besagte Meridian um die Drehungsaxe in die Hauptmeridianebene gedreht, daselbst die Richtung der gedrehten Tracen der Berührungsebenen auf der Meridianebene bestimmt, die Tangenten an den Hauptmeridian gezogen, und die Berührungspunkte in die ursprüngliche Lage zurückgeführt.

Zur Durchführung des eben Gesagten wählen wir gleich eine spezielle Lage der Meridianebene Fig. 1, indem wir uns die Aufgabe stellen, jene Punkte V der Schattengrenze zu bestimmen, deren Perspectiven in der Drehungsaxe YZ liegen. Für diese Punkte muß YZ zugleich als Bildflächtrace und Fluchtlinie der Meridianebene betrachtet werden.

Man wird vor Allem in der Horizontslinie HH den Verschwindungspunkt v_1 der Cylindererzeugenden, welche senkrecht auf dieser Ebene stehen, zu bestimmen haben, was bekanntlich in der Weise geschieht, daß man den in der Verticallinie VV liegenden Distanzpunkt O mit o_3 verbindet und in O auf diese Gerade Oo_3 eine Senkrechte errichtet, welche die Horizontslinie in v_1 schneidet. Dieser Punkt fällt jedoch zumeist weit außer die Zeichnungsgrenze, und es ist zur Bestimmung eines aliquoten Theiles seiner Entfernung Av_1 vom Augpunkte zweckmäßig, einen aliquoten Theil der Augdistanz, z. B. $A\frac{O}{4} = \frac{1}{4}AO = \frac{1}{4}D$ in der Verticallinie so anzunehmen, daß die Horizontslinie von der im Punkte $\frac{O}{4}$ auf die Verbindungslinie $\frac{O}{4}o_3$ errichteten Senkrechten $\frac{O}{4}\frac{v_1}{16}$ noch innerhalb der Zeichnungsfläche getroffen wird.

Wie aus der Ähnlichkeit der rechtwinkligen Dreiecke o_3OA und AOv_1 folgt, ist die Länge

$$Av_1 = \frac{\overline{AO}^2}{Ao_3},$$

daher auch

$$A\frac{v_1}{16} = \frac{\overline{A\frac{O}{4}}^2}{Ao_3} = \frac{(\frac{1}{4}AO)^2}{Ao_3} = \frac{1}{16}\cdot\frac{\overline{AO}^2}{Ao_3} = \frac{1}{16}\cdot Av_1.$$

Es erscheint somit der Punkt v_1 durch $\frac{v_1}{16}$ fixirt, weßhalb auch der 16te Theil von AV, d. i. $A\frac{V}{16}$ gesucht werden muß; denn es gibt offenbar die Verbindungslinie der Punkte V und v_1 die Verschwindungslinie der zur Strahlenrichtung parallelen Berührungsebenen des Cylinders, daher im Durchschnitte v_2 (außer der Zeichnungsfläche) mit der Verschwindungslinie YZ der gewählten Meridianebene, den Verschwindungspunkt der Tracen der Berührungsebenen auf der Meridianebene. Der 16te Theil der Entfernung Av_2 wird in $A\varphi$ gefunden, indem man $A\varepsilon = \frac{1}{16}\cdot Ao_3$ und $\varepsilon\varphi \perp HH$ macht, und die letztgezogene Gerade mit der Verbindungslinie $\frac{V}{16}\frac{v_1}{16}$ in φ zum Durchschnitt bringt.

Weil die Meridianebene um YZ in die Bildfläche zu drehen ist, wird es sich weiters um die Lage der gedrehten Tracen (v_2) handeln,

deren Richtung durch Drehung des dem Punkte v_2 zukommenden Sehstrahls, oder mit Hilfe des Punktes φ leicht gefunden werden kann. Zu diesem Zwecke hat man nämlich ein rechtwinkliges Dreieck zu verzeichnen, dessen eine Kathete $A\varepsilon$ ist, und dessen andere Kathete $\frac{1}{16}$ der Augdistanz beträgt, und die Hypothenuse desselben von ε nach $\varepsilon\pi$ aufzutragen. Die Gerade $\pi\varphi$ liefert sodann die Richtung der gedrehten Tracen Ts, welche tangentiell an den Hauptmeridian zu ziehen sind.

Von der Beschaffenheit der Meridiancurve wird es abhängen, wie viele Tangenten parallel zu $\pi\varphi$ an dieselbe geführt werden können, wie viele Punkte in der angenommenen Meridiancurve also resultiren. Ob die so gefundenen Punkte nach Zurückführung in die ursprüngliche Lage vor oder hinter die Blidfläche zu liegen kommen, erkennt man aus der Lage der Punkte s gegen die Drehungsaxe YZ, je nachdem dieselben nämlich auf derselben oder auf der entgegengesetzten Seite der Axe in Bezug auf jene Richtung liegen, in welcher die vorbezeichnete Hypothenuse $\varepsilon\pi$ vom Punkte ε aus aufgetragen wurde.

Das Zurückdrehen des Punktes s ist am zweckmäßigsten vermittelst des dem Fluchtpunkte o_3 zukommenden Theilungspunktes vorzunehmen, dessen Entfernung von o_3 durch obige Hypothenuse $\varepsilon\pi$ fixirt ist, indem $\varepsilon\pi$ den 16[ten] Theil dieser Entfernung angibt.

Wird der Hauptmeridian selbst als Leitlinie eines die Rotationsfläche berührenden Cylinders angenommen, so haben die Erzeugenden eine auf die Bildebene senkrechte Stellung, verschwinden daher im Augpunkte, aus welchem Grunde die Gerade $A\frac{V}{3}$ zugleich die Verschwindungslinie der Berührungsebenen und die Richtung der Tracen auf der Meridianebene angibt. Die parallel zu $A\frac{V}{3}$ an den Hauptmeridian geführten Tangenten werden daher denselben in Punkten VII der Schattengrenzcurve berühren.

Etwas einfacher gestaltet sich auch die Auffindung jener Punkte, welche in der auf der Bildfläche senkrechten Meridianebene liegen, weil die Verschwindungslinie dieser Ebene mit der Verticallinie VV zusammenfällt, und die Cylindererzeugenden zur Bildfläche parallel laufen.

§. 4. Lösungsweise mit Anwendung von berührenden Kugeln.

Ist in Fig. 3, Taf. I, bei sonst gleicher Annahme wie früher, *amx* die Hauptmeridiancurve und *mom'* der Durchmesser eines beliebigen Parallelkreises, so verzeichne man in *m* oder *m'* die Normale $m\omega$, $m'\omega$ der Meridiancurve und betrachte $m\omega$ als Radius einer Kugel, deren Mittelpunkt ω im Durchschnitte der Normale mit der Drehungsaxe *YZ* gelegen ist. Diese Kugel *K* wird die Umdrehungsfläche in dem angenommenen Parallelkreise *mm'* berühren, und es muß mithin die Selbstschattengrenzcurve der ersteren, im Durchschnitte mit dem Parallelkreise *mm'*, die in demselben gelegenen Punkte der Schattengrenzcurve der Umdrehungsfläche liefern.

Behufs der Durchführung des Gesagten wird zu berücksichtigen sein, daß die Berührungscurve der Kugel der in einer auf der Strahlenrichtung senkrechten Ebene gelegene größte Kreis der Kugel ist, daher dieser, wenn das Ganze um *YZ* so weit gedreht wird, bis die Strahlenrichtung parallel zur Bildfläche wird, also die Richtung $W\frac{V}{3}$ (§. 2) annimmt, sich in einer durch ω gehenden, auf $W\frac{V}{3}$ senkrechten Geraden *MN* auf der Bildfläche projecirt.

Der Durchschnitt dieser Kreisebene in der neuen Lage mit der Parallelkreisebene *mm'* erfolgt in einer bildflächprojecirenden Geraden, welche die Bildfläche in *f*, den Parallelkreis jedoch zumeist in zwei Punkten schneidet, welche in die anfängliche Lage zurückversetzt, die zu suchenden Punkte der Schattengrenze liefern.

Denkt man sich den Parallelkreis sammt der Schnittgeraden *f* um *mm'* in die Bildfläche gelegt, so ist ersterer aus *o* mit dem Radius *om* zu beschreiben, während die letztere durch *f* senkrecht auf *mm'* zu ziehen käme. Bei der vorbesprochenen Rückdrehung beschreibt der Punkt *f* den Kreis *fh*; es muß somit die Sehne 1 2 senkrecht auf $\frac{v}{3}\frac{O}{3}$ und tangentiell an den Kreis *fh* gezogen werden, wo dann sie den Parallelkreis *k* in 1 und 2 schneidet. Diese Punkte, um *mm'* in die Horizontalebene zurückgedreht, haben ihre Bildflächprojectionen in 1' und 2' und sind somit deren Perspectiven I und II, d. s. Punkte der Schattengrenze, einfach zu verzeichnen.

Für besondere Lagen des Parallelkreises erhält man auch durch das eben besprochene Verfahren die betreffenden Punkte der

Schattengrenze etwas einfacher. So z. B. gibt diese Lösungsweise die Punkte in jenen Parallelkreisen, für welche die Normale der Meridiancurve horizontal wird, durch dieselben Constructionslinien, wie das in §. 2 behandelte Verfahren. Überhaupt ist die interessante Gegenseitigkeit dieser beiden Methoden nicht zu verkennen.

Rotationsflächen der zweiten Ordnung.

§. 5. Allgemeine Bemerkungen.

In Folgendem sei die Construction der Selbstschattengrenze an Rotationsflächen des zweiten Grades in Betracht gezogen. Wie bereits anfangs erwähnt, könnten die eben besprochenen allgemeinen Lösungsmethoden auch hier Anwendung finden, doch ergibt sich durch diese selbstverständlich nicht die geringste Vereinfachung der Construction.

Die Grundsätze, deren Anwendung uns die Aufsuchung sowohl einzelner Punkte der Berührungscurve als auch der Bestimmungsstücke derselben im Bilde wesentlich vereinfachen wird, sind namentlich folgende:

1. Jede Fläche des zweiten Grades kann durch eine Ebene nur nach einer Curve des zweiten Grades (eingerechnet die gerade Linie) geschnitten werden.

2. Wird eine Fläche der zweiten Ordnung durch ein System paralleler Ebenen geschnitten, so sind die Schnittcurven ähnlich, d. h. sie haben ein gleiches Axenverhältniß.

3. Die Berührungslinien solcher Flächen mit andern Flächen desselben Grades, also auch deren Selbstschattengrenzcurven sind stets ebene Curven; die Ebene der letzteren ist zur Richtung der Lichtstrahlen conjugirt.

4. Die Perspective einer Kegelschnittslinie kann wieder nur eine Curve des zweiten Grades sein. [1])

Jene Grundsätze, von welchen bei der Asymptotenbestimmung der Berührungscurve in ihrem perspectivischen Bilde Gebrauch gemacht werden muß, sollen seinerzeit bei den betreffenden krummen Flächen erörtert und festgestellt werden.

---

[1]) Diese Wahrheit ist eigentlich blos eine Folge des erstaufgestellten Satzes.

Wir wollen nun der Reihe nach die Verzeichnung der Selbstschattengrenze bei den einzelnen Flächen sowohl punktweise als auch durch Auffindung ihrer Bestimmungsstücke durchführen, und in erster Reihe die wichtigste dieser Flächen, die Kugel, einer näheren Betrachtung unterziehen.

Die Kugel.

§. 6. Punktweise Bestimmung der Selbstschattengrenze[1]).

Es sei C Fig. 4, Taf. II, der Kugelmittelpunkt, welcher in der Bildfläche liegend angenommen werden soll, ab der Durchmesser derselben, daher der Kreis $abed$ der Schnitt der Kugel mit der Bildfläche. Die Richtung der Lichtstrahlen sei wieder durch den Verschwindungspunkt V, $\left(A\frac{V}{3} = \frac{1}{3}AV\right)$, gegeben.

Zum Behufe der Bestimmung einzelner Punkte der Berührungscurve schneiden wir die Kugel durch eine Reihe von Ebenen, welche auf der Bildfläche senkrecht stehen und parallel zur Strahlenrichtung sind, daher $A\frac{V}{3}$ zur gemeinschaftlichen Fluchtlinie haben. Der die Fläche berührende Strahlencylinder wird nach geraden Erzeugenden, die Kugel nach Kreisen geschnitten, und es werden sich in den Berührungspunkten beider Schnittlinien Punkte der zu suchenden Curve ergeben.

Legen wir eine solche Ebene durch den Kugelmittelpunkt C, so ist MN, parallel zu $A\frac{V}{3}$, die Bildflächtrace derselben, und der Schnitt mit der Kugel ein größter Kreis, welcher um MN in die Bildfläche gedreht, mit dem Kreise $abde$ zusammenfällt. Die Richtung des gedrehten Lichtstrahls wird bekanntlich erhalten, wenn man auf der im Punkte A auf $A\frac{V}{3}$ errichteten Senkrechten den dritten Theil der Augdistanz aufträgt und $\frac{O}{3}$ mit $\frac{V}{3}$ vereint.

---

[1]) Zwei neue und sehr einfache Constructionsweisen zur Bestimmung der Kugelcontour wurden von mir in der „Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architecten-Vereins“ Heft IX, 1866 veröffentlicht.

Da die Lichtstrahlen die Fläche berühren, so hat man parallel zu $\frac{O}{3}\frac{V}{3}$ die beiden Tangenten Tf, T_1g an den umgelegten Kreis zu führen, und die Berührungspunkte f, g in die Ebene MN, $A\frac{V}{3}$ zurückzudrehen, wo dann deren Perspectiven nach I und II fallen und zwei Punkte der zu suchenden Schattengrenze bilden. Zweckmäßiger ist es zur Bestimmung der Berührungspunkte f und g, anstatt der Tangenten, durch den Mittelpunkt C des Schnittkreises den die Punkte f und g verbindenden Durchmesser fCg senkrecht auf $\frac{V}{3}\frac{O}{3}$ zu errichten.

Weil der Durchmesser fCg zwei Punkte der Curve verbindet, also eine Sehne derselben bildet, so ist diese Gerade in der Ebene der Berührungscurve gelegen und es muß ihr Verschwindungspunkt in der Fluchtlinie der Ebene liegen. Führt man daher durch $\frac{O}{3}$ eine Parallele $\frac{O}{3}\frac{A_1}{3}$ zu fg und macht $A_1A = 3 . A\frac{A_1}{3}$, so ist A_1 dieser Verschwindungspunkt und es muß demgemäß die Verbindungslinie der Perspectiven I und II auf A_1 zugehen. Daß letztere Gerade auch durch C gehen wird, ist klar.

Werden die Berührungspunkte f und g mit den nächstliegenden Endpunkten des Durchmessers de verbunden, so erhält man zwei parallele Gerade, welche in der angenommenen Schnittebene liegend, in der Perspective gegen den Verschwindungspunkt v_1

$$\left(\frac{O}{3}\frac{v_1}{3} \parallel ef,\ Av_1 = 3 . A\frac{v_1}{3}\right)$$

gehen. Da die Punkte d und e während der Drehung ungeändert bleiben, so müssen die Bilder I und II auch in jenen Geraden liegen, welche die Endpunkte des in der Drehungsaxe liegenden Durchmessers des Schnittkreises mit dem eben gefundenen Fluchtpunkte v_1 vereinen.

Um nun weitere Punkte zu erhalten, hat man blos die Trace M_1N_1 einer zu MN, AV parallelen Ebene, und durch C ein für alle Mal eine auf AV senkrechte Gerade ab, als den geometrischen Ort der Mittelpunkte sämmtlicher Hilfsschnitte zu ziehen, den Mittelpunkt

o mit dem Fluchtpunkte A_1, und die Endpunkte m und n der in M_1N_1 gelegenen Sehne des Kreises *abde* mit v_1 zu verbinden; im Durchschnitte dieser drei Geraden ergeben sich sofort zwei Punkte 1 und 2 der Schattengrenze.

Die Richtigkeit der Construction findet ihre Begründung in dem Umstande, daß für sämmtliche Hilfsebenen MN, M_1N_1,... die Verbindungslinien der Berührungspunkte der Schnittkreise mit den zugehörigen Mittelpunkten, resp. Endpunkten der in der Bildfläche liegenden Durchmesser, zu einander parallel sind, mithin auf dieselben Verschwindungspunkte zugehen.

Bei Hilfsebenen, deren Bildflächtracen sehr nahe der Verschwindungslinie AV gewählt werden, tritt der Übelstand ein, daß die in diesen Ebenen liegenden Punkte der Schattengrenze durch sehr schiefe Schnitte erhalten werden. In solchen Fällen dürfte es am zweckmäßigsten sein, sich vorerst die in die Bildfläche gedrehten Punkte auf gleiche Weise wie f und g zu suchen, und sodann dieselben zurückzudrehen.

Ein Gleiches gilt für die folgenden Flächen, wenn zur Verzeichnung ihrer Schattengrenze ein ähnlicher Weg eingeschlagen wird.

Zwei Punkte a und b der Curve ergeben sich sehr einfach, wenn die schneidende Ebene MN so weit verschoben wird, bis sie in eine Berührungsebene übergeht. Demzufolge hat man parallel zu MN die beiden Tangenten, als Bildflächtracen besagter Ebenen, an den Kreis *abde* zu führen, oder einfach die Gerade Co, welche die Mittelpunkte sämmtlicher Schnittkreise enthält, bis zum Durchschnitte mit obigem Kreise zu verlängern, um die in Rede stehenden Punkte zu erhalten. In Anbetracht dessen, daß diese Punkte zugleich in der Bildfläche liegen, wird deren Verbindungslinie ab die Bildflächtrace E_b der Berührungscurven-Ebene geben.

Da ferner in A_1 ein Punkt der Fluchtlinie E_v dieser Ebene gefunden wurde, so wird erstere durch A_1 parallel zu E_b zu ziehen sein.

Weil endlich die durch a und b gelegten Hilfsebenen die Fläche tangiren, so müßen dieselben im Durchschnitte mit der Ebene $E_b E_v$ die Tangenten in den bezeichneten Punkten der Schattengrenze liefern, weßhalb dies bezüglich blos der Durchschnittspunkt A_1 der Fluchtlinien beider Ebenen mit a und b zu verbinden ist.

Würde der Punkt A_1 außer die Zeichnungsgrenze fallen, so könnte zur Verzeichnung der beiden Tangenten auch der Punkt $\frac{A_1}{3}$ benützt werden; man hätte sodann blos a und b mit A zu verbinden, diese Längen in drei gleiche Theile zu theilen, die dem Punkte A nächstliegenden Theilpunkte mit $\frac{A_1}{3}$ zu vereinen, und die Tangenten durch a und b geometrisch parallel zu letzteren Geraden zu ziehen.

Wenn man endlich berücksichtigt, daß jener Cylinder, welcher die Kugel in dem auf der Bildfläche senkrechten, größten Kreise dCe berührt, zu E_b parallele Mantellinien besitzt, so wird klar, daß die Tangenten $\varepsilon\varphi$ und $\pi\rho$ in den erstgefundenen Punkten I und II eine zu E_b parallele Lage haben müßen.

§. 7. Axenbestimmung.

Die Berührungscurve zwischen einer Kugel und einem Cylinder ist ein größter Kreis, also deren Perspective größtentheils eine Ellipse. Wie früher bewiesen wurde, entsprechen den in der Ebene MN, AV gefundenen Punkten I, II zu E_b parallele Tangenten, daher I II ein Diameter, E_b die Richtung des zu I II conjugirten Durchmessers, und der Halbirungspunkt c von I II der Mittelpunkt der Perspective ist.

Um nun die Endpunkte des durch c gehenden, zu E_b parallelen Durchmessers III IV zu bestimmen, kann man von folgendem Grundsatze ausgehen: Weil die Gerade I II und die beiden Tangenten in den Endpunkten des zu suchenden Durchmessers im Bilde zu einander geometrisch parallel sind, so müssen die diesen Perspectiven entsprechenden Geraden im Raume sich in einem Punkte jener Ebene schneiden, welche durch das Auge parallel zur Bildfläche geht. Dieser Durchschnittspunkt läßt sich hier leicht ermitteln; denn die Gerade I II, um E_b in die Bildfläche gelegt, fällt in die Gerade MN, und die Entfernung des zu suchenden Punktes von C ist der Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks gleich, welches die Länge AA_1 und die Augdistanz zu Katheten hat. Es ist demgemäß $\frac{A_1}{3}\frac{O}{3}$ gleich dem dritten Theil dieser Entfernung, deren Hälfte von C nach Δ aufgetragen wurde, so daß $C\Delta = \frac{3}{2} \cdot \frac{A_1}{3}\frac{O}{3}$ ist.

Wird nun aus Δ mit dem Radius ΔC ein Bogen bis zum Durchschnitte mit der um ab in die Bildfläche gelegten Berührungscurve, (die sodann in den größten Kreis $adbe$ fällt) gezogen, und werden die den zu suchenden Tangenten entsprechenden Geraden im Raume in den Punkten α und β tangentiell an diesen Kreis geführt, so gehen dieselben selbstverständlich durch den eben gesuchten Durchschnittspunkt und schneiden die Drehungsaxe ab in zwei Punkten p und q, durch welche die fraglichen Tangenten der Perspective parallel zu I II gezogen, auf der zweiten Axenrichtung III IV die Länge dieser Axe abgeschnitten wird.

Würde selbst der Punkt Δ außer die Zeichnungsfläche fallen, so könnte die Bestimmung der Punkte α und β mit jedem beliebigen aliquoten Theile der Länge $C\Delta$, in ähnlicher Weise, wie z. B. in Fig. 1 der Punkt α_3 durch α_3' ermittelt wurde, vorgenommen werden.

Bemerkung 1. Da C zugleich der Mittelpunkt der Schattengrenzcurve, und $ab \perp AV$ der in der Bildfläche liegende Durchmesser dieser Curve ist, so hat man hier eigentlich blos die Aufgabe zu lösen: „die Perspective eines Kreises von bekanntem Durchmesser in einer gegebenen Ebene zu verzeichnen", was auf verschiedene Weise und selbst dann leicht durchzuführen ist, wenn die Verschwindungslinie E_v der Kreisebene nicht benützbar sein sollte.

Bemerkung 2. Bei der im vorigen Paragraphe besprochenen Construction einzelner Punkte der Schattengrenze läßt sich auch die Verzeichnung der diesen Punkten zukommenden Tangenten äußerst einfach durchführen.

Denkt man sich nämlich E_b als Drehungsaxe für den Kreis $amdb$, welcher bei der Drehung die gegebene Kugel beschreibt, so ist die Ebene M_1N_1 eine Parallelkreisebene, und zwar jene der Punkte 1 und 2. Die in m und n an den Meridian gezogenen Tangenten mt schneiden E_b in t, und bilden die äußersten Mantellinien eines die Kugel in diesem Parallelkreise berührenden Kegels, dessen Spitze t in der Bildebene liegt. Hieraus erhellt, daß die Bildflächtracen, sämmtlicher durch Punkte des Parallelkreises mn gelegten Berührungsebenen der Kugel durch t gehen, und daß somit der Punkt t, weil er gleichzeitig in der Bildflächtrace der Ebene E_bE_v der Schattengrenze liegt, der Schnittlinie dieser Ebene mit den den Punkten 1 und 2 zukommenden Tangirungsebenen angehört, demnach mit 1 und 2 verbunden, die gesuchten Tangenten liefert.

Das Ellipsoid.

§. 8. Bestimmung einzelner Punkte der Schattengrenze.

Das Ellipsoid sei durch Rotation der Ellipse *aembf* Fig. 5, Taf. II, um ihre große Axe *ab* entstanden. Die punktweise Bestimmung der Berührungscurve ist der im vorigen Beispiele durchgeführten (§. 6) ähnlich. Man schneide nämlich wieder das Ellipsoid und den dasselbe berührenden Strahlencylinder durch bildflächprojecirende, zu den Lichtstrahlen parallele Ebenen, und drehe jede derselben sammt den darin befindlichen Schnittlinien in die Bildfläche. Vorerst lege man jedoch eine dieser Hilfsebenen durch den Mittelpunkt C des Ellipsoids, und zwei andere, als Grenzebenen, berührend an diese Fläche. Die erstgenannte Ebene hat die durch C gehende, zu $A\frac{V}{2}$ parallele Gerade MN zur Bildflächtrace (selbstverständlich $A\frac{V}{2}$ zur Fluchtlinie), und schneidet das Ellipsoid nach einer Ellipse, deren große Axe der in MN gelegene Durchmesser ef des Hauptmeridians, und deren kleine Axe gh der kleinen Axe dieses Meridians gleichkömmt. Legt man diese Ellipse um ef in die Bildebene, so kann sie daselbst über den bekannten Axen ef, gh verzeichnet werden, während die Richtung der gedrehten Lichtstrahlen durch die Gerade $\frac{O}{2}\frac{V}{2}$ angegeben wird.

Die umgelegten Mantellinien des Strahlencylinders sind nun tangentiell an die Ellipse $efgh$, parallel zu $\frac{O}{2}\frac{V}{2}$ zu ziehen, und die Berührungspunkte k und l in die Ebene MN, AV zurückzudrehen. Ihre Perspectiven I und II geben sofort zwei Punkte der zu verzeichnenden Curve.

Es ist klar, daß behufs der Auffindung der Berührungspunkte k und l das Ziehen der Ellipse $efgh$ nicht erforderlich ist, sondern daß dieselben auch aus den bekannten Axen vollkommen genau bestimmt werden können.

Die Verbindungslinie der Punkte k und l ist offenbar ein Durchmesser der Berührungscurve, weil diese mit der Fläche einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt besitzt und die Ebene MN durch denselben geführt wurde. Es muß folglich der Verschwindungspunkt v_2 dieser

in die anfängliche Lage zurückversetzten Geraden kl $\left(Av_2 = 2.A\frac{v_2}{2}\right.$, und $\left.\frac{O}{2}\frac{v_2}{2} \parallel kl\right)$ in der Verschwindungslinie E_v der Ebene der Berührungscurve, und mit dem Punkte C in einer die Perspectiven I und II verbindenden Geraden liegen.

Die Bildflächtracen der beiden zu MN, AV parallelen Tangirungsebenen des Ellipsoids berühren den Hauptmeridian in den Punkten m und n. Diese beiden Punkte liegen in der Bildfläche und gehören der Schattengrenze an, geben also verbunden die Bildflächtrace E_b der Ebene der Berührungscurve; die Verschwindungslinie E_v geht sonach durch v_2 parallel zu E_b. Weil E_b durch den Mittelpunkt C der Fläche geht, so gibt mn einen zweiten Diameter der Berührungscurve.

Die durch I und II an das Ellipsoid gelegten Berührungsebenen sind parallel zu E_b; hieraus folgt, daß ihr Schnitt mit der Ebene E_bE_v gleichfalls parallel zu E_b ist, daß daher der Schnittcurve in den Punkten I und II zu E_b parallele Tangenten zukommen; aus diesem folgt jedoch ferner noch, daß mn und kl zusammengehören, also ein conjugirtes Axenpaar der Curve im Raume geben.

Werden die Punkte k und l beziehungsweise mit f und e verbunden, so erhält man die Parallelen kf und el, deren Fluchtpunkt v_1 so, wie jener v_2 gefunden wird. Die Perspectiven I und II müssen mithin auch in den Geraden ev_1 und fv_1 gelegen sein.

Für irgend eine zweite Hilfsebene wird jetzt die Construction sich äusserst einfach gestalten. Ist z. B. M_1N_1 die Bildflächtrace einer solchen Ebene, so wird $\alpha\beta$ die große Axe der zu $ehfg$ ähnlichen Schnittellipse angeben, und es werden die in dieser Ebene gelegenen Punkte 1 und 2 der Schattengrenze erhalten, wenn man den in mn liegenden Mittelpunkt o mit v_2, die Endpunkte α und β der großen Axe der Schnittellipse mit v_1 verbindet, und die beiden letzteren Geraden mit der ersteren zum Durchschnitt bringt.

Für zu nahe dem Augpunkte gelegene Ebenen erhält man die bezüglichen Punkte ungenau, nämlich durch sehr schiefe Schnitte. In einem solchen Falle dürfte es zweckmäßig erscheinen, sich vorerst die um die Bildflächtrace in die Bildfläche gedrehten Punkte derart zu ermitteln, daß man durch die Endpunkte α, β der großen Axe des Hilfsschnittes zu kf parallele Gerade, und durch den Mittelpunkt o desselben Schnittes den den Berührungspunkten zukommenden Dia-

meter, parallel zu kl, bis zum Durchschnitte mit ersteren Geraden führt, und schließlich die so erhaltenen Punkte, in die ursprüngliche Ebene zurückversetzt, perspectivisch darstellt.

Sollen die Tangenten der Berührungscurve in den eben gefundenen Punkten 1 und 2 angegeben werden, so berücksichtige man, daß die Gerade E_b den geometrischen Ort der Mittelpunkte aller Kegelflächen bildet, welche das Ellipsoid in den verschiedenen hier angewandten Hilfsebenen berühren. Die äußersten Erzeugenden βt eines solchen, das Ellipsoid in der Ebene M_1N_1 berührenden Kegels werden somit durch α und β gehen, die Meridiancurve berühren und die Axe E_b im betreffenden Kegelmittelpunkte t schneiden.

Nachdem nun die Bildflächtracen aller in den einzelnen Punkten der Ellipse $\alpha\beta$ an das Ellipsoid geführten Berührungsebenen durch t gehen, der Punkt t jedoch in der Bildflächtrace der Ebene E_bE_v der Schattencurve liegt, so gehört er auch der Schnittlinie der beiden den Punkten 1 und 2 entsprechenden Tangirungsebenen mit der Ebene E_bE_v an, und liefert mit 1 und 2 verbunden die gewünschten Tangenten.

§. 9. Axen der Perspective.

Wie im vorigen Paragraphe gezeigt wurde, sind kl und mn die wahren Längen von zwei conjugirten Axen der Berührungscurve im Raume. Hiebei ist die Lage der einen Axe mn gegeben, während die Richtung der andern durch Umlegung des dem Fluchtpunkte v_2 zugehörigen Sehstrahls um E_v in die Bildebene leicht ermittelt werden kann. Diese Ellipse kann somit, um E_b in die Bildfläche gedreht, verzeichnet, und ein beliebiges Axenpaar ihrer Perspective gesucht werden.

Am gerathensten dürfte es jedoch sein, den zu mn parallelen Durchmesser der Perspective zu bestimmen, weil er sich am einfachsten ergibt, und sein conjugirter Durchmesser I II bereits bekannt ist.

Wird I II in c halbirt, so ist c der Mittelpunkt der Perspective und die durch c zu E_b Parallele III c IV gibt den Ort der zweiten Axe, deren Endpunkte, als Durchschnittspunkte der Geraden III IV mit dem Ellipsoide auf verschiedene Weise ohne Schwierigkeit bestimmt werden könnten.

Es ist jedoch am einfachsten, die halbe Länge dieses Diameters mit Benützung der zu III IV parallelen Sehne mn zu ermitteln, und

zu diesem Behufe eine bekannte Constructionsweise der Ellipse aus zwei conjugirten Axen, wo nämlich die Ellipse als schiefe Projection eines Kreises betrachtet und derart verzeichnet wird, in Anwendung zu bringen.

Wird nämlich aus c über I II als Durchmesser ein Halbkreis beschrieben, und werden in C und c die Senkrechten $C\pi$ und $c\gamma$ auf I II bis zum Durchschnitte mit dem Kreise errichtet, ferner die Punkte π und n verbunden, und wird endlich durch γ eine Parallele γ IV zu πn gezogen, so schneidet die letzterhaltene Gerade die Richtung III IV in dem verlangten Endpunkte IV der Axe, wodann bloß noch cIV nach cIII zu übertragen ist.

Schneiden sich die beiden Geraden cIV und γIV unter einem sehr spitzen Winkel, so ist es vortheilhaft, die Perpendikel $C\pi$ und $c\gamma$ zu verlängern, hierauf diese Längen doppelt oder mehrfach aufzutragen, und mit den so erhaltenen Endpunkten in gleicher Weise wie mit π und γ zu verfahren.

B e m e r k u n g. Betrachtet man die Berührungscurve als Schnittlinie des Ellipsoids mit der Ebene $E_b\ E_v$, so lassen sich selbstverständlich auch noch andere Constructionsweisen für die Lösung der gestellten Aufgabe angeben.

Das Hyperboloid.

§. 10. Punktweise Verzeichnung der Berührungscurve.

Bei der punktweisen Verzeichnung der Schattengrenze eines Hyperboloids mit Einem Mantel werden uns dieselben Grundsätze leiten, von welchen bei der Kugel und beim Ellipsoide ausgegangen wurde.

Ist xaz, Fig. 6, Taf. II, die Hyperbel, welche, indem sie um ihre imaginäre Axe rotirt, die Fläche erzeugt, und sind TCT die Asymptoten derselben, so lege man wieder durch den Mittelpunkt C eine Ebene ef senkrecht auf die Bildebene und parallel zur Strahlenrichtung V, und drehe dieselbe um ef in die Bildebene. Der Hilfsschnitt mit dem Hyperboloide ist eine Ellipse, welche den Diameter ef der Meridiancurve zur großen, und die reelle Axe aCb der Hyperbel zur kleinen Axe hat. Die Richtung des umgelegten Lichtstrahls ist $\frac{O}{2}\frac{V}{2}$.

Bestimmt man die Berührungspunkte k und l der an die besagte Ellipse parallel zu $\frac{O}{2}\frac{V}{2}$ geführten Tangenten, und dreht dieselben

in die Bildfläche zurück, so fallen deren Perspectiven nach I und II, und geben, aus gleichem Grunde wie beim Ellipsoide, die Endpunkte eines Diameters der zu suchenden Curve. Die Bildflächtrace E_b der Ebene der Berührungscurve geht durch C parallel zu den Tangenten T_1 in den Punkten e und f der Meridianhyperbel, und enthält zugleich die Mittelpunkte der Hilfsschnitte der Fläche mit sämmtlichen zu ef parallelen Ebenen, deren gemeinschaftliche Verschwindungslinie die Gerade AV bildet. Es entsprechen mithin der Berührungscurve in den Punkten I und II zu E_b parallele Tangenten.

Um weitere Punkte der Curve zu erhalten, bestimme man den Verschwindungspunkt v_1 der Sehne fl und den Fluchtpunkt einer zweiten durch den Berührungspunkt gehenden Geraden. Der Verschwindungspunkt des Diameters kl fällt in den meisten Fällen zu weit außer die Zeichnungsfläche, als daß es practisch wäre, denselben zu benützen. Es wird daher am zweckmäßigsten sein, die große Halbaxe Cf der Schnittellipse in eine beliebige Anzahl gleicher Theile zu theilen, einen Theilpunkt r mit l zu verbinden und den Verschwindungspunkt v_2 dieser Geraden rl zu bestimmen. Daß der Theilpunkt r so zu wählen sein wird, daß der Verschwindungspunkt v_2 gut benützt werden kann, ist selbstverständlich. Hier wurde Cf in r halbirt.

Für eine zweite Ebene MN hat man sodann bloß den Punkt α, in welchem die Bildflächtrace den Hauptmeridian schneidet, mit v_1, den Halbirungspunkt ω der halben Sehne $B\alpha$ mit v_2 zu verbinden, und ebenso auf der andern Seite von E_b vorzugehen, um im Durchschnitte der zusammengehörigen zwei Geraden je einen Punkt 1 der Curve zu erhalten.

Daß für den Fall, als der zweite Endpunkt α' und der Halbirungspunkt ω' der zweiten Sehnenhälfte nicht mehr auf die Zeichnungsfläche fallen sollte, die Verbindungslinien $\alpha' v_1$ und $v_2 \omega'$ mit Hilfe der Geraden αv_1, ωv_2 und mit Berücksichtigung des Umstandes, daß α' und ω' in der Geraden MN liegen und von B ebenso weit wie die Punkte α und ω abstehen, leicht gezogen werden können, ist klar.

§. 11. Asymptotenbestimmung.

Zum Behufe der Asymptotenbestimmung der Selbstschattengrenzcurve, welche bekanntlich in dem Falle, wo die Bildflächtrace ef der zu den Lichtstrahlen parallelen, bildflächprojecirenden Ebene

ef, *AV* die Meridiancurve schneidet, eine Hyperbel ist[1]), und sich auch als Hyperbel perspectivisch darstellt, kann ein doppelter Weg eingeschlagen werden. Es kann nämlich die Richtung der Asymptoten auf Grundlage des im vorigen Paragraphe gegebenen Verfahrens zur punktweisen Bestimmung der Curve gefunden, oder es kann die Aufsuchung dieser Richtungen von dem obigen Verfahren unabhängig durchgeführt werden.

Ein Verfahren, den asymptotischen Kegel zur Bestimmung der in Rede stehenden Richtungen zu benützen, aufzufinden, ist mir bisher nicht gelungen, trotzdem ich anfänglich einzig und allein diese Idee verfolgte. Ich glaube, daß wenn auch auf Grundlage dieses Kegels eine Lösung der eben gestellten Aufgabe möglich sei, diese kaum einfacher als die beiden folgenden sein dürfte, und daß selbst dann auch von dem in Auflösung *b)* festgestellten Gesichtspunkte ausgegangen werden müßte.

a) Indirecte Lösungsweise.

Vermittelst des in §. 10 gegebenen Verfahrens werden die einzelnen Punkte 1 der Curve als Durchschnitte je zweier Geraden erhalten, welche auf die constanten Verschwindungspunkte v_1 und v_2 zugehen. Läßt man die Ebene *MN* sich immer weiter vom Mittelpunkte der Fläche entfernen, so wird die Sehne $\alpha\beta$, also auch die Viertelsehne $\omega\alpha$, fortwährend größer, daher der Winkel $v_2 1 v_1$ der beiden den Punkt 1 bestimmenden Geraden stets kleiner, bis endlich für eine gewisse Lage der Ebene *MN* dieser Winkel gleich Null wird, d. h. bis die genannten Geraden zu einander parallel werden, wodann ihr Durchschnittspunkt in unendliche Entfernung fällt, und diese Geraden, als auf unendlich weit entfernte Punkte der Curve zugehend, die Asymptotenrichtungen der Schattengrenze angeben.

Weil die Geraden αv_1, ωv_2 parallel werden sollen, so muß für die diesfällige Lage der Ebene *MN*, (da $v_1 v_2$ ebenfalls parallel zu $B\alpha$ ist) offenbar die Viertelsehne $\omega\alpha$ der Entfernung $v_1 v_2$, also die halbe Sehne $B\alpha = 2.v_2 v_1$ sein. Demzufolge wird man zur Bestimmung des Punktes α auf der verlängerten Geraden *eCf* von *C* aus ein Stück

---

[1]) Dies ist hier nämlich in Bezug auf Fig. 6 gemeint; die Fälle, in welchen die Berührungscurve eine Hyperbel, Ellipse oder gerade Linie wird, sind aus der orthogonalen Projectionslehre bekannt.

gleich $2.v_1v_2$ aufzutragen, und durch den Endpunkt dieser Länge eine Paralle zu E_b zu ziehen haben, um im Durchschnitte der letzteren mit der Meridianhyperbel die zu suchenden Endpunkte der Sehnen zu erhalten.

Weil jedoch das Benützen solcher Längen in den meisten Fällen nicht möglich ist, so müßen wir in erster Reihe untersuchen, auf welche Weise die Construction mit aliquoten Theilen der vorkommenden Längenstücke vorgenommen werden könne.

Zu diesem Ende beziehen wir die Hyperbel auf ein schiefwinkeliges Coordinatensystem, dessen Ursprung mit dem Mittelpunkte C zusammenfällt, und dessen Coordinatenaxen die Geraden ef und E_b bilden.

Bezeichnen wir die Länge der Axe ef mit $2a$, und die Länge der in der Geraden E_b liegenden, zu ef conjugirten, imaginären Axe mit $2b$, so ist

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

die Gleichung der Meridiancurve.

Im Umfange dieser Hyperbel sind nun zwei Punkte, die wir mit P bezeichnen wollen, so anzugeben, daß denselben eine Abscissenlänge $2.v_1v_2 = 2.c$ entspricht, und sind die Geraden zu bestimmen, welche diese Punkte mit v_1 verbinden.

Die Ordinaten dieser Punkte haben somit die Länge

$$y_1 = \pm \frac{b}{a} \sqrt{(2c)^2 - a^2},$$

oder, um mit aliquoten Theilen, z. B. mit $^1/_4$ der einzelnen Längen, arbeiten zu können

$$\frac{y_1}{4} = \pm \frac{b}{a} \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2}.$$

Dieser Ausdruck läßt sich leicht construiren; denn trägt man auf der X-Axe von C aus das Stück $C\frac{x}{4} = \frac{1}{2}.v_1v_2$ auf, beschreibt über dieser Länge, als Durchmesser, einen Halbkreis, durchschneidet denselben aus $\frac{x}{4}$ mit einem Kreisbogen $\alpha_1\beta$ vom Radius

$$\frac{x}{4}\beta = \frac{1}{4}.Ce = \frac{1}{4}a,$$

und überträgt $C\beta$ nach $C\gamma$, so ist

$$C\gamma = C\beta = \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2}.$$

Um endlich $\frac{y_1}{4}$ als vierte geometrische Proportionale zu den Größen a, b und $C\gamma$ zu construiren, hat man blos durch γ eine Parallele $\gamma\varepsilon$ zu E_b bis zum Durchschnitte ε mit der Asymptote TCT der Meridianhyperbel zu ziehen, wo dann

$$\gamma\varepsilon = \frac{b}{a} \cdot C\gamma = \frac{1}{4}\, y_1$$

wird.

Es ist nun am zweckmäßigsten, die so gefundene Ordinate $\frac{y_1}{4}$ der Abscisse $\frac{x}{4}$ entsprechend aufzutragen, d. h. durch $\frac{x}{4}$ eine zu $\gamma\varepsilon$ Parallele $\frac{x}{4}\,\varepsilon_1$ zu führen, und auf derselben die Länge $\frac{x}{4}\,\varepsilon_1 = \gamma\varepsilon$ aufzutragen. Man hat hiemit einen Punkt ε_1 gefunden, welcher vom Mittelpunkte C eine viermal kleinere Entfernung, als der zu suchende Punkt P hat.

Verbindet man nun v_1 mit C, und macht $Cw = \frac{1}{4} . Cv_1$, so hat offenbar der Punkt w gegen ε_1 eine ähnliche Lage, wie v_1 gegen den Punkt P, und es muß demzufolge die Verbindungslinie $w\varepsilon_1$ die Richtung der einen Asymptote geben.

Für die zweite Asymptote ist das untere (negative) Zeichen in Betracht zu ziehen, d. h. die Ordinate $\varepsilon_1 \frac{x}{4}$ ist nach abwärts aufzutragen, und der so resultirende Punkt mit w zu verbinden. Halbirt man jedoch $w\varepsilon_1$ in w_1 und verbindet w_1 mit $\frac{x}{4}$, so muß, wie aus der Ähnlichkeit der Dreiecke $\varepsilon_1 w_1 \frac{x}{4}$ und $\varepsilon_1 w \varepsilon_2$ (wenn wir den untern Endpunkt der negativen Viertelordinate $\left(-\frac{y_1}{4}\right)$ mit ε_2 bezeichnen) folgt, $w_1 \frac{x}{4}$ parallel zur besagten Verbindungslinie $w\varepsilon_2$ sein, somit die Richtung der zweiten Asymptote angeben.

Die Asymptoten selbst sind schließlich durch den Halbirungspunkt c der Axe I II parallel zu den eben gefundenen Geraden $w\varepsilon_1$ und $w \frac{x}{4}$ zu ziehen und ergeben sich in L_1cL_1, L_2cL_2.

b) Directe Auflösung.

Um auf directem Wege die Richtungen der Asymptoten aufzufinden, müssen vorerst jene Punkte der Berührungscurve gesucht werden, welche in einer durch das Auge zur Bildfläche parallel gehenden Ebene, die wir Distanzebene heißen wollen, liegen; denn für diese Punkte sind die entsprechenden Sehstrahlen parallel zur Bildfläche, schneiden dieselbe somit in unendlicher Entfernung, weßhalb sie zu den Asymptoten der Schattencurve parallel laufen.

Zur Durchführung des Gesagten wird es nothwendig sein, die sämmtlichen in der Distanzebene oder in einer andern zur Bildfläche parallelen Ebene gelegenen Linien und Punkte auf die Bildfläche orthogonal zu projeciren, und die verschiedenen Constructionen in dieser Projection durchzuführen.

Um die in der Distanzebene liegenden Punkte der Schattengrenze zu erhalten, wird vorerst die Bestimmung des Schnittes der Distanzebene mit dem Hyperboloide erforderlich. Durch die aufeinanderfolgenden Punkte der Schnittcurve legen wir sodann berührende Ebenen an das Hyperboloid, bestimmen die entwickelbare Fläche, welche die sämmtlichen Berührungsebenen umhüllt, und führen an diese Fläche parallel zu den Lichtstrahlen die möglichen Tangirungsebenen; die Erzeugenden, in welchen die Berührung erfolgt, begegnen der Schnittcurve in den verlangten Punkten.

Legt man durch den Mittelpunkt C der Fläche ein rechtwinkliges Coordinatensystem derart, daß YZ die Y-Axe, FCF' die X-Axe bildet, und bezeichnen die reelle Axe ab der Meridiancurve mit $2a$, die imaginäre, in YZ liegende Axe mit $2b$, die Augdistanz mit d, so ist

$$\frac{x^2+z^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

die Gleichung des Hyperboloids,

$$z=d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

jene der Distanzebene, mithin beide zusammen, die Gleichungen der Schnittcurve.

Die Gleichung einer Berührungsebene des Hyperboloids in einem Punkte dieser Curve ist

$$z-z_1=\frac{dz_1}{dx_1}(x-x_1)+\frac{dz_1}{dy_1}(y-y_1),$$

wobei für x_1, y_1 und z_1 die Bedingungen (1) und (2) existiren.

Da nun

$$\frac{dz_1}{dx_1} = -\frac{x_1}{z_1} = -\frac{x_1}{d}$$

und

$$\frac{dz_1}{dy_1} = \frac{a^2 y_1}{b^2 z_1} = \frac{a^2 y_1}{b^2 d}$$

ist, so folgt

$$\frac{xx_1 + dz}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

als Gleichung der Berührungsebene, wobei noch für x_1 und y_1 die Relation

$$\frac{x_1^2 + d^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

besteht.

Soll die umhüllende Fläche sämmtlicher Tangirungsebenen gefunden werden, so sind aus den Gleichungen (3) und (4), sowie aus dem ersten Differentialquotienten derselben nach x_1, die Größen x_1 und y_1 zu eliminiren.

Aus (3) folgt:

$$\frac{x}{a^2} - \frac{y}{b^2} \cdot \frac{dy_1}{dx_1} = 0$$

und aus (4)

$$\frac{x_1}{a^2} - \frac{y_1}{b^2} \cdot \frac{dy_1}{dx_1} = 0$$

folglich durch Elimination von $\frac{dy_1}{dx_1}$

$$\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

oder, wenn der Werth $y = x \cdot \frac{y_1}{x_1}$ in die Gleichungen (3) und (4) substituirt wird,

$$x_1 = x \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{d}{a}\right)^2 - 1}{\left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}}$$

und

$$x_1 = x \cdot \frac{\frac{dz}{a^2} - 1}{\left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}.$$

Unter der Voraussetzung, daß $d > a$ ist, wie dies fast immer der Fall ist, ergibt sich sonach durch Gleichstellung dieser beiden Werthe und gehöriges Ordnen

$$\text{(I)} \quad \ldots\ldots \left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 = \frac{\left(\frac{dz}{a^2} - 1\right)^2}{\left(\frac{d}{a}\right)^2 - 1}$$

als Gleichung der entwickelbaren Fläche.

Diese Fläche ist somit ein hyperbolischer Kegel, dessen Axe mit der Z-Axe zusammenfällt, also in C senkrecht auf der Bildebene steht.

Für die Kegelspitze haben wir $x = o$, $y = o$ zu setzen, und erhalten für deren Abstand s von der Bildebene die Relation

$$\frac{d.s}{a^2} - 1 = 0$$

und hieraus

$$\text{(II)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; s = \frac{a^2}{d}.$$

Wie aus (I) ersichtlich ist, wird der Kegel durch jede zur Bildfläche parallele Ebene nach einer Hyperbel geschnitten, welche orthogonal auf die Bildfläche projecirt, dieselben Asymptoten TCT wie die Meridiancurve besitzt; nur sind die Richtungen der Axen beider Curven um 90° gegen einander verwendet. Soll eine schneidende Ebene so gelegt werden, das die Schnittcurve des Kegels dieselben Axenlängen a und b wie die Meridiancurve, nur mit dem Unterschiede, daß hier a die imaginäre, b die reelle Axe wird, besitzt, so muß offenbar der Ausdruck zur rechten Seite des Gleichheitszeichens [Relation (I)] gleich 1 werden, woraus der Abstand z_2 der verlangten Ebene von der Bildfläche resultirt. Es ist somit

$$\left(\frac{dz_2}{a^2} - 1\right)^2 = \left(\frac{d}{a}\right)^2 - 1$$

oder

$$\frac{dz_2}{a^2} = 1 \pm \sqrt{\left(\frac{d}{a}\right)^2 - 1}$$

und

$$\text{(III)} \quad z_2 = \frac{a^2}{d}\left[1 \pm \sqrt{\left(\frac{d}{a}\right)^2 - 1}\right] = s.\left[1 \pm \sqrt{\left(\frac{d}{a}\right)^2 - 1}\right],$$

daher der Abstand h dieser Ebene von der Kegelspitze

$$\text{(IV)} \quad . \; h = z_2 - s = \pm \frac{a^2}{d} . \sqrt{\left(\frac{d}{a}\right)^2 - 1} = \pm \sqrt{a^2 - s^2}.$$

Faßt man den Satz ins Auge, daß eine Fläche des zweiten Grades nur wieder von einer Fläche des zweiten Grades in einer ebenen Curve berührt werden kann, so folgt schon aus diesem, daß die eben analytisch bestimmte, entwickelbare Fläche nur ein hyperbolischer Kegel oder Cylinder sein könne. Da jedoch ein Cylinder die Fläche in einer Diametralebene berührt, was hier nicht der Fall ist, so wird ersichtlich, daß die entwickelbare Fläche ein Kegel ist. Ferner ist bekannt, daß die Ebene, in welcher die Berührung eines Kegels mit einer Fläche der zweiten Ordnung erfolgt, conjugirt ist zur Verbindungslinie der Kegelspitze mit dem Mittelpunkte der letzteren Fläche; da nun die Distanzebene parallel zur Rotationsaxe des Hyperboloids ist, so muß die Kegelspitze in einer durch den Mittelpunkt des Hyperboloids gehenden, auf der Bildfläche senkrechten Geraden gelegen sein.

Auf diese Weise haben wir das Nöthige ohne jede analytische Entwicklung gefunden, und können nun das Übrige leicht constructiv durchführen.

Denken wir uns nämlich durch die Axe YZ eine auf die Bildfläche senkrechte Ebene gelegt, und diese sammt den darin liegenden Linien in die Bildfläche gedreht. Das Hyperboloid wird nach einem Meridiane geschnitten, welcher nach der Drehung in den Hauptmeridian fällt, während der Schnitt mit der Distanzebene in einer zu YZ parallelen Geraden erfolgt, welche nach der Umlegung in einem der Augdistanz $2.A\frac{O}{2}$ gleichen Abstande von YZ zu ziehen wäre, und die Hyperbel in zwei Punkten schneiden würde, welche die umgelegten Endpunkte der reellen Axe der in der Distanzebene liegenden, die Leitlinie des Berührungskegels bildenden Hyperbel wären. Diesen Punkten entspricht also eine Abscissenlänge gleich der Augdistanz.

Die beiden Erzeugenden, in welchen der Berührungskegel geschnitten wird, berühren den Meridian in den besagten Punkten und schneiden die Gerade FCF', d. i. die Kegelaxe nach der Umlegung in der Kegelspitze S.

Um nun die obigen Punkte, welche gewöhnlich weit hinausfallen, nicht erst angeben zu müssen, ist es am zweckmäßigsten, den Punkt S in der Weise zu bestimmen, daß man die Länge CS (Subtangente) construirt.

Die Gleichung der Tangente an die Meridianhyperbel ist nämlich:

$$\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1,$$

also für $y = o$ und $x = CS$

$$\frac{xx_1}{a^2} = 1 \text{ oder } CS = \frac{a^2}{x_1} = \frac{a^2}{d},$$

wie dies auch in (II) erhalten wurde.

Zur Bequemlichkeit der Construction stellen wir den Ausdruck in der Form

$$CS = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{\frac{d}{4}}$$

dar. Macht man also $C\Delta = \frac{d}{4}$, beschreibt über dieser Länge als Durchmesser den Halbkreis $Cs\Delta$, und durchschneidet denselben in s mit einem aus dem Mittelpunkte C beschriebenen Kreisbogen vom Halbmesser $C\delta = \frac{1}{2}.Ca = \frac{1}{2}a$, so ist bloß durch s ein Perpendikel sS auf FCF' zu errichten, um in S die gesuchte Kegelspitze zu erhalten. Die Tangenten St, St_1 selbst, können nun, ohne daß die Berührungspunkte zugänglich sind, mit Benützung der Brennpunkte F und F' gefunden werden. Diese Tangenten stellen uns hier gleichsam die Umrisse des um 90° gedrehten Berührungskegels in der verticalen Projection vor.

Soll der Kegel so geschnitten werden, daß die reelle Axe der Schnittcurve gleich $2b = mn$ wird, so hat man nur durch m eine zu FCF' Parallele mm', und durch den Durchschnittspunkt m' derselben mit der Tangente St eine zu YZ parallele Gerade $m'yu$ zu führen. Cy ist sodann der Abstand (III) der Ebene von der Bildfläche, also Sy der Abstand (IV) von der Kegelspitze.

Die letztfixirte Schnittcurve projecirt sich demzufolge orthogonal auf der Bildfläche in einer Hyperbel, welche die reelle Axe nCm, die imaginäre Axe aCb und die Brennpunkte F_1, F'_1 $(F_1C = F'_1C = FC)$ besitzt.

Sollen an die Kegelfläche die Tangirungsebenen parallel zur Strahlenrichtung gelegt werden, so hat man durch die Kegelspitze S eine zur Richtung der Lichtstrahlen parallele Gerade zu legen, den Durchschnitt derselben mit der Basisebene, als welche wir die Ebene

$m'yu$ betrachten wollen, und die orthogonale Projection des Durchschnittspunktes auf der Bildfläche zu bestimmen. Nachdem C die Projection der Kegelspitze und $A\frac{V}{2}$ die Richtung der Bildflächprojection der Lichtstrahlen ist, wird der zu suchende Punkt in der durch C zu $A\frac{V}{2}$ parallel geführten Geraden fCe liegen müssen. Sein Abstand von C bildet offenbar die eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks dessen zweite Kathete die Höhe Sy des Kegels ist, und von welchem außerdem der dieser Kathete gegenüberliegende Winkel, d. i. der Neigungswinkel der Lichtstrahlen gegen die Bildfläche $\left(\sphericalangle \frac{O}{2}\frac{V}{2}A\right)$ bekannt ist.

Sucht man also in dem Dreiecke $\frac{O}{2}A\frac{V}{2}$ eine zu $A\frac{O}{2}$ parallele Sehne $S'y'$, derart, daß sie die Länge Sy besitzt, so ist $\frac{V}{2}S'$ der verlangte Abstand. Dieser wird, wie aus der Richtung der Lichtstrahlen und der Lage der Basisebene einleuchtet, von C nach aufwärts nach CD zu übertragen sein.

Werden aus D die beiden Tangenten DE_1 und DE_2 an die durch ihre Axen mn, ab und die Brennpunkte F_1, F_1' bestimmte Hyperbel gezogen, und die Berührungspunkte E_1, E_2 gesucht, so brauchen diese bloß mit C verbunden, und die Längen CE_1 und CE_2 im Verhältnisse der Abstände der Kegelspitze von der Distanzebene und von der Basisebene $m'yu$ verlängert zu werden, um die orthogonalen Projectionen der in der Distanzebene liegenden Punkte der Schattengrenze auf der Bildfläche zu erhalten, welche Projectionen mit A verbunden, die zu suchenden Asymptotenrichtungen gäben.

Sucht man jedoch in der Ebene $m'yu$ einen Punkt derart auf, daß er gegen die in derselben Ebene liegende Hyperbel eine ähnliche Lage wie der Gesichtspunkt gegen die in der Distanzebene befindliche Schnittcurve hat, so werden selbstverständlich die Verbindungslinien desselben mit E_1 und E_2 gleichfalls die Asymptotenrichtungen angeben.

Zur Bestimmung dieses Punktes wird zu berücksichtigen sein, daß die beiden Hyperbeln in der Oberfläche des berührenden Kegels Stt_1 liegen, daß somit der zu suchende Punkt nur als Durchschnitt der die Kegelspitze S mit dem Auge verbindenden Geraden mit der Ebene $m'yu$ gefunden werden kann.

Die Bildflächprojection der letztgenannten Verbindungslinie ist die Gerade CA, welche dem eben Gesagten zufolge, durch den gewünschten Punkt so getheilt werden wird, daß die ganze Länge CA zu dem abgeschnittenen Stücke in demselben Verhältnisse wie die Abstände der Kegelspitze von beiden Hyperbelebenen zu einander steht.

Dies kann einfach dadurch bewerkstelligt werden, daß man $C\frac{O_1}{2}$ der halben Augdistanz, und $\frac{O_1}{2}p = \frac{1}{2}CS$, ferner das Perpendikel pq auf FCF' gleich $\frac{1}{2}AC$ macht, und q mit S verbindet; die auf $m'yu$ abgeschnittene Länge $y2$ ist sodann der Abstand des zu bestimmenden Punktes 3 von A.

Man hat daher bloß $y2$ nach $C3$ zu übertragen, und 3 mit E_1 und E_2 zu verbinden, um die Richtungen $3E_1$, $3E_2$ der Asymptoten L_1cL_1, L_2cL_2 des Bildes zu erhalten, — diese somit durch den Halbirungspunkt c des Diameters I II parallel zu den gefundenen Richtungen zu ziehen.

Würde das in der orthogonalen Projection angewendete Verfahren zur Bestimmung der Asymptoten der Selbstschattengrenze in der Perspective benützt werden, so erhielte man bloß zwei Tangenten in jenen Punkten der Curve, in welchen diese von der Fluchtlinie des Hyperboloids geschnitten wird.

Aus der Axe I II und den Asymptoten läßt sich einfach die senkrechte, reelle Axe der Curve verzeichnen.

Das Paraboloid.

§. 12. Punktweise Verzeichnung der Selbstschattengrenze.

Die punktweise Aufsuchung der Selbstschattengrenze mit Benützung von bildflächprojecirenden, zu den Lichtstrahlen parallelen Ebenen ist der in den §§. 6, 8 und 10 durchgeführten gleich, weßhalb sie daselbst weiter nicht besprochen werden soll.

Bei dem Paraboloide ist es am zweckmäßigsten, behufs der Bestimmung der Berührungscurve von dem Satze Gebrauch zu machen, daß die Berührungscurve stets eine zur Meridianparabel xay, Fig. 7, Taf. II, congruente Curve ist, und in einer zur Axe YZ parallelen Ebene $E_b\ E_v$ liegt, welche senkrecht auf der zu den Lichtstrahlen parallelen Meridianebene steht.

Diesem zufolge wird man, da die Gerade Vv die Verschwindungslinie der zu den Lichtstrahlen parallelen Meridianebene, folglich $\frac{v}{2}\frac{O}{2}$ die Richtung einer in dieser Ebene liegenden, um HH in die Bildfläche gedrehten, horizontalen Geraden angibt, in $\frac{O}{2}$ eine auf $\frac{v}{2}\frac{O}{2}$ senkrechte Gerade $\frac{O}{2}\frac{v_1}{2}$ errichten, um im Durchschnitte $\frac{v_1}{2}$ derselben mit HH die halbe Entfernung $A\frac{v_1}{2}$ des in der Horizontslinie gelegenen Punktes v_1 der Verschwindungslinie E_v der Curvenebene vom Augpunkte begrenzt zu erhalten, welch' letztere (E_v) durch v_1 parallel zu YZ geht.

Ebenso einfach ergibt sich die Bildflächtrace E_b dieser Ebene, wenn man berücksichtigt, daß bei der bekannten Richtung derselben bloß die Bestimmung eines Punktes erforderlich wird, welcher, wie in allen vorhergehenden Fällen, am schnellsten im Hauptmeridiane gefunden wird. Sucht man nämlich die in dem Hauptmeridiane, also in der Bildebene liegenden Punkte der Berührungscurve, so hat man bloß parallel zu $A\frac{V}{2}$ an den Meridian die Tangente zu ziehen, welche diesen in dem gesuchten Punkte I berührt. Die fragliche Bildflächtrace E_b ist sofort durch I parallel zu YZ zu ziehen.

Ein Punkt der Bildflächtrace könnte auch in der Weise gefunden werden, daß man in einem beliebigen Parallelkreise mn die um mn in die Bildfläche gedrehten Punkte α und β der Selbstschattengrenze nach der allgemeinen Methode (§. 2) bestimmt, und durch eine Gerade vereint, welche, als in der Ebene der Berührungscurve liegend, im Durchschnitte γ mit der Drehungsaxe mn einen Punkt der Bildflächtrace liefert. Gleichzeitig gibt auch die Sehne $\alpha\beta$ die Richtung der horizontalen, in die Bildfläche gedrehten Sehnen der Curve.

Sollen nun einzelne Punkte der Selbstschattengrenze angegeben werden, so ist es am zweckmäßigsten, ein System von horizontalen Hilfsebenen anzuwenden, und diese in die Bildfläche zu drehen. Is z. B. MN die Bildflächtrace einer solchen Ebene, so schneidet diese das Paraboloid im Parallelkreise m_1o_1, die Ebene E_bE_v in der (umgelegten) Geraden $\alpha_1\beta_1$, welche durch den Durchschnittspunkt ω_1 der beiden Bildflächtracen MN und E_b parallel zu $\frac{O}{2}\frac{v_1}{2}$ oder $\alpha\beta$ läuft, und

den Parallelkreis in den Punkten $\alpha_1\beta_1$ schneidet, die in die Horizontalebene MN zurückgedreht, der Schattengrenze angehören und perspectivisch verzeichnet nach 1 und 2 zu liegen kommen.

Daß die Punkte 1 und 2 auch in der Geraden w_1v_1 liegen müssen, braucht wohl kaum bemerkt zu werden. Wenn jedoch v_1 unzugänglich ist, so kann hier die Richtung dieser Verbindungslinie einfach mit Benützung von $\frac{v_1}{2}$ $\left(\text{oder } \frac{v_1}{n}\right)$ gefunden werden, wenn man nämlich die Länge $A\gamma$ halbirt, (beziehungsweise in n gleiche Theile theilt) und durch den (dem Punkte A nächstliegenden) Theilpunkt B eine zu E_b parallele Gerade BF führt. Verbindet man den Punkt w_1 der Bildflächtrace mit A, so wird diese Gerade die Verticale BF in einem Punkte d_1 schneiden, welcher mit $\frac{v_1}{2}$ verbunden, eine zu $2w_1 1v_1$ geometrisch Parallele gibt.

Etwas complicirter gestaltet sich die Construction, wenn man Punkte in einzelnen Meridianen sucht. Hiefür dürfte es gerathen erscheinen, die Horizontsebene als Grundebene anzusehen, und selbe um HH in die Bildfläche zu drehen. Alsdann ist $\alpha\beta$ $\left(\text{durch } \gamma \text{ parallel zu } \frac{v_1}{2}\frac{O}{2}\right)$ die Trace der Ebene der Berührungscurve auf der Grundebene, während die Trace einer Meridianebene durch o beliebig gewählt, und die Ebene selbst, welche sich mit jener E_bE_v in einer sich im Punkte R projecirenden Geraden schneidet, um YZ in die Bildfläche gedreht werden muß, woselbst der Punkt R nach R', daher die besagte Gerade nach $R'\Delta$ gelangt. Letztere trifft den Hauptmeridian in Δ, welcher Punkt in die ursprüngliche Lage oR zurückzuführen ist.

Zu diesem Behufe fällen wir aus R ein Perpendikel $R5't$ auf HH und aus Δ eine Senkrechte Δo_2 auf YZ. Beide Senkrechten schneiden sich in der orthogonalen Projection $5'$ des zurückgedrehten Punktes Δ auf der Bildebene, und es gibt Rt den Abstand desselben von der Bildfläche, daher die Perspective 5 leicht gefunden werden kann, ohne daß es nöthig sei, die Fluchtlinie der Meridianebene aufzusuchen.

Soll in dem Punkte 4 die Tangente der Curve verzeichnet werden, so ist am einfachsten, wie folgt vorzugehen:

Man denke sich durch den Punkt 4 im Raume eine bildflächprojecirende, zu den Lichtstrahlen parallele Ebene gelegt. Diese muß sich mit der Parallelkreisebene desselben Punktes in einer auf der

Bildebene senkrechten Geraden, also im Perpendikel $\beta\beta'$ schneiden, aus welchem Grunde die Bildflächtrace rn' der ersteren Ebene durch β' parallel zu $A\frac{V}{2}$ läuft, und die Meridianparabel in n' schneidet.

Wird durch n' eine Tangente an den Hauptmeridian gezogen, so schneidet sie die Bildflächtrace E_b in t, welcher Punkt die Spitze eines das Paraboloid in der Ebene rn' berührenden Kegels, und zugleich einen Punkt der Bildflächtrace der durch 4 an das Paraboloid gelegten Berührungsebene liefert, und, weil er auch in der Bildflächtrace E_b der Curvenebene liegt, der Schnittlinie beider Ebenen angehört, also mit 4 verbunden, die gesuchte Tangente bestimmt.

Aus der bekannten Eigenschaft der Parabel folgt, daß $r\mathrm{I} = \mathrm{I}t$ ist, und es ergibt sich somit für die Tangentenverzeichnung das einfache Verfahren, daß man durch die Bildflächprojection β' des gegebenen Punktes 4 eine zu $A\frac{V}{2}$ Parallele $\beta'r$ bis zum Durchschnitte r mit der Bildflächtrace E_b der Curvenebene führt, den Abstand $r\mathrm{I}$ nach der entgegengesetzten Seite des Scheitels I, nach $\mathrm{I}t$ überträgt, und t mit dem gegebenen Punkte 4 vereint.

§. 13. Asymptotenbestimmung.

Bei verticaler Axe der Rotationsfläche ist die Perspective der Selbstschattengrenze eine Hyperbel, mit Ausnahme jenes Falles, wo die Lichtstrahlen in verticalen, auf der Bildfläche senkrechten Ebenen liegen, wodann deren Verschwindungspunkt in die Verticallinie fällt, und die Berührungscurve in einer zur Bildfläche parallelen Ebene liegt, sich also perspectivisch wieder als Parabel darstellt.

Berücksichtigt man, daß die Axe der die Schattengrenzcurve bildenden Parabel eine zur Bildflächtrace E_b ihrer Ebene parallele Lage hat, so folgt, daß die Verschwindungslinie E_v der Parabelebene eine Asymptote der Perspective dieser Curve bildet, daher es sich bloß noch um die Bestimmung der Lage und Richtung der zweiten Asymptote handeln wird.

Man könnte zu diesem Zwecke eine dem in §. 11, b beim Hyperboloide durchgeführten Verfahren ähnliche Lösungsweise der gestellten Aufgabe auffinden, die sich beim Paraboloide um so einfacher gestalten würde, als der Schnitt desselben mit der Distanzebene eine der Meridiancurve congruente Parabel ist, (welche sich durch

einfache Verschiebung in den Hauptmeridian versetzen läßt) und die das Paraboloid in der Distanzebene berührende entwickelbare Fläche ein parabolischer Cylinder wird, dessen Erzeugenden in bildflächprojecirenden Verticalebenen liegen, und in die Bildfläche umgelegt leicht erhalten werden können, wenn man in jenem Punkte der Hauptmeridiancurve, welchen eine der Augdistanz gleiche Ordinatenlänge (*YZ* die Abscissenaxe) zukommt, die Tangente verzeichnet.

Bestimmt man die Berührungserzeugenden der parallel zu den Lichtstrahlen an diesen Cylinder geführten Berührungsebenen und die Durchstoßpunkte derselben mit der Distanzebene, so geben die Verbindungslinien dieser Punkte mit dem Auge die gewünschten Asymptotenrichtungen.

Nach dem hier Angegebenen unterliegt die Durchführung der Construction weiter keinen Schwierigkeiten, weßhalb wir dieselbe nicht weiter verfolgen, und zu zwei anderen Lösungsweisen übergehen wollen, von welchen insbesondere die eine, sich auf die zum Schlusse des vorhergehenden Paragraphes gegebene Bestimmungsweise einzelner Punkte der Curve mit Benützung von Meridianebenen basirend, sich äußerst einfach gestaltet.

Endlich sei hier noch bemerkt, daß, wie aus dem Nachfolgenden ersichtlich werden wird, selbst bei verhältnißmäßig sehr kleiner Augdistanz die reelle Axe der sich als Perspective ergebenden Hyperbel sehr groß wird, und der Mittelpunkt weit hinausfällt, aus welchem Grunde es wohl kaum der Mühe werth erscheinen dürfte, die benannten Bestimmungsstücke der Curve aufzusuchen, und aus diesen die letztere zu verzeichnen. Diese Aufgabe hat somit mehr ein theoretisches Interesse.

a) Indirecte Lösungsweise.

Man bestimme vor Allem den im Hauptmeridian *xax* Fig. 8, Taf. I, liegenden Punkt I der Selbstschattengrenze und den Punkt v_1 der Verschwindungslinie E_v ihrer Ebene, auf die im §. 12 angegebene Weise. Wie bereits erwähnt, geht durch I die Bildflächtrace E_b parallel zur Drehungsaxe *YZ*.

Faßt man das Verfahren zur Bestimmung einzelner Punkte der Curve mit Benützung von Meridianebenen ins Auge, so wird klar, daß jede Meridianebene sich mit der Curvenebene in einer verticalen Geraden schneidet, deren Entfernung von der Bildfläche durch die Höhe *Rt*, Fig. 7, Taf. II, des Dreiecks *BγR*, welches die constante

Entfernung $B\gamma$ der Bildflächtrace E_b von der Drehungsaxe YZ zur Grundlinie, die umgelegte Horizontaltrace BR der Meridianebene und jene γR der Curvenebene $E_b E_v$ als Seiten hat, — und deren Abstand von der Drehungsaxe YZ durch die Seite BR dieses Dreiecks gegeben erscheint.

Diesem zufolge muß für in der Distanzebene liegende Punkte, welchen zur Bildfläche, also auch zu den Asymptoten parallele Sehstrahlen zukommen, die Meridianebene so gewählt werden, daß die Höhe des Dreiecks γBR der Augdistanz AO gleich wird. Die weitere Construction ist sodann in ähnlicher Weise wie beim Dreieck $B\gamma R$ Fig. 7, durchzuführen.

Ist nämlich αR, Fig. 8, Taf. I, die umgelegte Horizontaltrace der Curvenebene (αR durch γ parallel zu $v_1 O$), so ziehe man durch O die zu HH Parallele OR bis zum Durchschnitte R mit αR, wodann oR die umgelegte Horizontaltrace der bezüglichen Meridianebene angibt, drehe diesen Punkt um o in die Bildfläche nach R' ($oR' = oR$), und errichte in R' das Perpendikel $R'\Delta$ auf HH, welches die Meridiancurve in Δ trifft. Der Punkt Δ bestimmt den in die Bildfläche gedrehten, in der Distanzebene liegenden Punkt der Selbstschattengrenze, und bewegt sich beim Zurückdrehen in dem Parallelkreise $o_2\Delta$, daher seine orthogonale Projection t auf der Bildfläche in der Trace $o_2\Delta$ dieses Parallelkreises und in dem aus R auf $o_2\Delta$ errichteten Perpendikel Rt sich vorfindet.

Nachdem der Augpunkt A die Bildflächprojection des Auges ist, so hat man bloß t mit A zu vereinen, um die Richtung der fraglichen Asymptote zu erhalten.

Die Lage dieser Asymptote ergibt sich nun sehr einfach auf mehrfache Weise. Entweder, kann man die Tangente $v_2 b$ in dem Punkte I der Selbstschattengrenze, als Durchschnitt der betreffenden Berührungsebene, deren Verschwindungslinie AV ist, mit der schneidenden Ebene $E_b E_v$, ziehen, und die Länge v_2I nach Ib übertragen, wodurch in b ein Punkt der zweiten Asymptote $T_1 T_1$ gefunden ist, durch welchen diese parallel zu At läuft; oder man suche in derselben Weise, wie in §. 12 gezeigt wurde, die Tangente der Curve in jenem Punkte, welcher in dem Parallelkreise $o_2\Delta$ liegt. Zu diesem Behufe wird man einfach durch t eine zu AV Parallele $t\varphi$ bis zum Durchschnitte φ mit E_b zu ziehen und Iφ nach Iε zu übertragen haben, um in ε einen Punkt der verlangten Asymptote zu erhalten.

Directe Lösungsweise.

Man bestimme wieder, wie früher, den Punkt I sammt der Tangente v_2b in diesem Punkte der Curve, und lege v_2b um E_b in die Bildfläche, indem man bloß die Richtung dieser umgelegten Geraden, d. i. v_2O_1 $(v_1O_1 = v_1O)$ angibt.

Ebenso denke man sich die Schattengrenze, welche eine der Meridiancurve congruente Parabel ist, um E_b in die Bildfläche gedreht, und sodann parallel zu sich selbst so lange verschoben, bis sie mit dem Hauptmeridiane zusammenfällt. Dies kann einfach durchgeführt werden, wenn man berücksichtigt, daß E_b eine zur Hauptaxe parallele Axe der Selbstschattengrenze bildet, welcher Axe im Durchschnittspunkte mit der Parabel eine zu v_2O_1 parallele Tangente der letzteren zukommt.

Wir müssen also der obbezeichneten Verschiebung entsprechend eine gleichliegende Axe E_b' der Meridiancurve suchen, was auf doppelte Weise geschehen kann. Man kann nämlich parallel zu v_2O_1 eine Tangente an den Hauptmeridian ziehen, und durch den Berührungspunkt I′ die verlangte Axe parallel zu E_b ziehen, oder bloß auf die umgelegte Horizontaltrace γR der Curvenebene aus o ein Perpendikel $o\alpha$ führen, und das Stück $\alpha\gamma$ der Trace nach $o\beta$ übertragen, wodann β einen Punkt von E_b' gibt; denn es stellt uns offenbar α den umgelegten Fußpunkt der Hauptaxe der Berührungscurve auf der Horizontalebene, daher $\alpha\gamma$ den Abstand dieser Axe von der Bildflächtrace E_b vor. Nachdem jedoch die Hauptaxe nach der Verschiebung mit YZ zusammenfallen soll, so gibt die Länge $\alpha\gamma$ zugleich den Abstand der Geraden YZ und E_b'. Werden die Punkte I und I' mit einander verbunden, so zeigt uns diese Gerade sowohl die Richtung als auch die Größe der vorgenommenen Verschiebung eines jeden Punktes an.

Nun hat man den Durchschnitt der Curve mit der Distanztrace [1]) ihrer Ebene zu suchen. Die Entfernung der Distanztrace von der Bildflächtrace ist durch die Länge v_1O gegeben, daher dieselbe, in die Bildfläche umgelegt, in dem Abstande v_1O von E_b zu ziehen käme. Nehmen wir aber gleichzeitig die Verschiebung der Trace in der Richtung II' vor, so wird man dieselbe durch r, $(\beta r = v_1O)$, parallel zu YZ führen.

---

[1]) Distanztrace nenne ich den Durchschnitt einer Ebene mit der Distanzebene.

Die letztgezogene Gerade schneidet die Hauptmeridiancurve in λ. Die durch λ an den Hauptmeridian geführte Tangente $\lambda\varepsilon'$ stellt uns die umgelegte und verschobene Trace jener Berührungsebene des der Schattengrenzcurve entsprechenden Sehkegels auf der Basisebene $E_b E_v$ vor, welche durch den in der Distanzebene liegenden Punkt λ geht, und im Durchschnitt mit der Bildfläche die zu suchende Asymptote $T_1 T_1$ liefert. Demzufolge wird $T_1 T_1$ gefunden, wenn man durch O_1 eine Parallele $O_1 v_3$ zu $\lambda\varepsilon'$, bis zum Durchschnitte v_3 mit E_v, führt, den Punkt ε', in welchem $\lambda\varepsilon'$ der Geraden E_b' begegnet, parallel zu $I\,I'$ in die Bildflächtrace E_b nach ε zurückversetzt, und ε mit v_3 verbindet,

Da die Verschwindungslinie E_v eine Asymptote der Berührungscurve ist, so muß v_3 zugleich den Mittelpunkt c der Perspective darstellen, welcher hier, selbst bei der kleinen Augdistanz AO, noch außer die Zeichnungsgrenze fällt.

Behufs der Verbindung der Punkte v_3 und ε mußte eine Hilfsconstruction angewendet werden; es wurden nämlich durch ε zwei die Geraden $O_1 v_3$ in n, und E_v in m schneidende Linien, ferner $O_1 M$ durch O_1 parallel zu mn, $O_1 N$ durch O_1 parallel zu $n\varepsilon$ und MN parallel zu $m\varepsilon$ geführt und im Durchschnitte der beiden letztgezogenen Geraden ein zweiter Punkt N der Asymptote $T_1 T_1$ erhalten.

Die Tangente $\lambda\varepsilon'$ wird nicht zu ziehen nothwendig, wenn man berücksichtigt, daß die durch λ gehende, zu $v_3 O_1$ Parallele $\lambda\delta$ auf E_b' ein Stück $I'\delta$ abschneidet, welches, einer bekannten Eigenschaft der Parabel zufolge, blos von I' nach $I'\varepsilon'$, oder von I nach $I\varepsilon$ aufgetragen, die Punkte ε' und ε fixirt.

Sind die Asymptoten bekannt, so unterliegt die Bestimmung der senkrechten reellen Axe der Hyperbel weiter keinen Schwierigkeiten. Wir werden betreffs der Auffindung der Endpunkte dieser Axe zwei Tangenten der Schattengrenze so zu bestimmen suchen, daß sie zu einander geometrisch parallel und auf der Halbirungslinie XX des Asymptotenwinkels, welche eben die Richtung der Axe ist, senkrecht sind. Hiebei wird in Betracht zu ziehen sein, daß die sämmtlichen auf XX geometrisch senkrechten Perspectiven einem System gerader Linien im Raume entsprechen, welche sich in einem bestimmten Punkte der Distanztrace ihrer Ebene $E_b E_v$ schneiden. Um diesen Durchschnittspunkt zu erhalten, denken wir uns diese Geraden um E_b in die Bildfläche gedreht, und führen die Perspective $v_1 e$ einer solchen Linie durch v_1 senkrecht auf XX. Diese Gerade muß umgelegt

durch e senkrecht auf E_6 zu liegen kommen, weil v_1 der Fluchtpunkt aller in der Ebene $E_6 E_v$ liegenden, auf der Bildflächtrace senkrechten Geraden ist, und es wird demgemäß die Länge $v_1 O$ von e nach ed aufzutragen sein, um in d den verlangten Durchschnittspunkt zu erhalten, welcher, entsprechend verschoben, nach d' $(dd' \# II')$ gelangt.

Wird endlich durch d' eine Tangente an den Hauptmeridian und durch d und O_1 die zu $d'f'$ Parallelen df und $O_1 v_4$ gezogen, so erhält man in E_v den Verschwindungspunkt v_4, und in E_6 den Durchstoßpunkt f der zu suchenden Tangente $v_4 f$, daher in 1 den Scheitel der Hyperbel.

Selbstverständlich gibt $v_4 d_1$ zugleich die Größe der imaginären Axe dieser Curve.

Begnügt man sich mit einem conjugirten Axenpaar der Hyperbel, so ist am zweckmäßigsten, die Verbindungslinie der Punkte I und c als reelle Halbaxe und $v_2 b$ als wahre Länge der entsprechenden conjugirten imaginären Axe zu betrachten, und über diesen die Hyperbel zu verzeichnen.

Rotationsflächen mit einer auf der Bildfläche senkrechten Axe.

§. 14. Verzeichnung des Umrisses dieser Flächen.

Es sei mir erlaubt, gleichzeitig der Verzeichnung der Contour solcher Flächen zu erwähnen, insbesonders ein Verfahren anzugeben, vermittelst welchem man die senkrechten Axen der Contour einer so gestellten Rotationsfläche des zweiten Grades mit wenigen Linien finden kann.

Ist der Hauptmeridian eine beliebig gewählte Curve, so dürfte man wohl am schnellsten zum Ziele gelangen, wenn man sich die Fläche durch eine Reihe von zur Bildfläche parallelen Ebenen nach Parallelkreisen geschnitten denkt, die Perspectiven dieser Schnittlinien, die sich wieder als Kreise darstellen, verzeichnet, und durch eine Curve, den perspectivischen Umriß, umhüllt.

Nachdem die Bilder aller Kreismittelpunkte in die Perspective der Drehungsaxe fallen, und diese den Durchstoßpunkt der Axe mit der Bildfläche mit dem Augpunkte verbindet, so ist ersichtlich, daß diese Verbindungslinie immer eine Axe des Umrisses liefert, weil sie alle auf ihr senkrechten Sehnen desselben halbirt.

Um das Verfahren für die Bestimmung der senkrechten Axen des Umrisses einer Fläche des zweiten Grades gleich an einem Beispiele durchführen zu können, wählen wir den Punkt *o*, Fig. 9, Taf. II, als Durchstoßpunkt der Drehungsaxe eines Paraboloids mit der Bildebene, welche Fläche durch Rotation der Parabel *xax* um die Hauptaxe entstanden ist. Denken wir uns ferner die Meridiancurve vorerst in die durch das Auge gehende Meridianebene *Ao* versetzt, und hierauf um *Ao* in die Bildfläche gedreht, so ist die umgelegte Drehungsaxe durch *o* senkrecht auf *Ao* zu ziehen, und die Meridiancurve *xax* über der Hauptaxe durch den umgelegten Scheitel *a* zu verzeichnen. Das Auge gelangt nach der Drehung nach *O*, ($AO \perp Ao$ und gleich der Augdistanz).

Der den perspectivischen Umriß bildende Strahlenkegel wird durch die bezeichnete Meridianebene *Ao* nach zwei Erzeugenden *Ob*, *Oe* geschnitten, welche nach der Umlegung durch *O* tangentiell an die Parabel *xax* gehen, und im Durchschnitte *b* und *f* mit der verlängerten Trace *Ao* die Endpunkte der einen Axe *bf*, daher im Halbirungspunkt *o* derselben (welcher hier zufällig mit dem Durchstoßpunkte *o* der Drehungsaxe zusammenfällt), den Mittelpunkt der Contour geben.

Da sich die zweite Tangente *Oe* zumeist nicht direct an die Parabel ziehen läßt, indem der Berührungspunkt außer die Zeichnungsfläche fällt, so ist es am zweckmäßigsten derart vorzugehen, daß man vorerst die eine Tangente *Ob*, ferner in dem Punkte *c*, wo die Parabel von der Geraden *AO* getroffen wird, die Tangente *ecd* verzeichnet, das Stück *cd* nach *ce* überträgt, und *e* mit *O* verbindet, wodurch man die zweite Tangente *Oe* erhält.

Behufs der Bestimmung der zweiten Axe denke man sich an die Fläche einen dieselbe nach einem Parallelkreise berührenden Kegel gelegt, der seine Spitze im Durchschnitt der Rotationsaxe mit der Distanzebene hat. Weil die aus dem Auge an diesen Kegel gelegten Berührungsebenen zu *Ao* parallele Bildflächtracen besitzen und diese zugleich Tangenten an den Umriß bilden, so muß der Durchmesser der Bildflächtrace des in Rede stehenden Kegels die Länge der zweiten Axe des Umrisses geben.

Der besagte Kegel wird durch die Meridianebene *Ao* in zwei Erzeugenden geschnitten, welche, in die Bildfläche gedreht, durch die umgelegte Kegelspitze *S* ($OS \parallel Ao$) gehen, die Parabel *xax*

berühren, und die Trace Ao in g schneiden, daher in og die zu suchende zweite Halbaxe bestimmen.

§. 15. Allgemeine Methode für die Verzeichnung der Selbstschattengrenze.

Die allgemeine Methode, vermittelst welcher die punktweise Bestimmung der Berührungscurve einer jeden Rotationsfläche mit einer auf der Bildfläche senkrechten Drehungsaxe vorgenommen werden kann, ist von der in §. 2 gegebenen nur insofern verschieden, als die Durchführung der Construction durch die verschiedene Lage der Kegelaxe eine Änderung erleidet. Die Axe der die Rotationsfläche in einem Parallelkreise berührenden Kegelfläche hat nämlich in diesem Falle eine auf die Bildfläche senkrechte Stellung, daher sie sich in o projecirt. Ebenso wird sich der durch die Kegelspitze gelegte Lichtstrahl, folglich auch sein Durchschnittspunkt mit der Parallelkreisebene auf der Bildfläche in der durch o gehenden, zu $A\frac{V}{2}$ Parallelen oq orthogonal projeciren.

Nimmt man eine beliebige auf YZ senkrechte Gerade lp als Trace einer mit dem Meridiane xax gedrehten Parallelkreisebene auf der Bildebene an, und zieht durch l an die Parabel xax die Tangente lt, so ist t die umgelegte Kegelspitze.

Es wird sich weiters darum handeln, die Lage des in gleicher Weise umgelegten Lichtstrahls, nachdem derselbe zuvor in die Meridianebene Ao gedreht wurde, zu ermitteln. Ist $\frac{O}{2}\frac{V}{2}$ der um $A\frac{V}{2}$ gedrehte Lichtstrahl, so ist selbstverständlich, daß der Punkt $\frac{V}{2}$ bei der Drehung in die Trace Ao nach B gelangt, wobei $AB = A\frac{V}{2}$ ist, und daß bei der nachfolgenden Umlegung die halbe Augdistanz $A\frac{O}{2}$ in die Gerade AO, also nach $A\frac{O_1}{2}$ fällt. Es ist somit $B\frac{O_1}{2}$ die verlangte Richtung, zu welcher parallel durch t der Lichtstrahl gezogen, auf der Trace pl ein Stück abschneidet, welches der Entfernung des bezeichneten Durchschnittspunktes von der Kegelaxe gleichkommt.

Der Parallelkreis projecirt sich auf der Bildfläche in dem aus o beschriebenen Kreise K vom Radius $\omega l = \omega p$; die Entfernung des Durchschnittspunktes von der Kegelaxe wurde soeben gefunden, daher diese Länge von o auf die Gerade oq aufgetragen, und aus dem

Endpunkte die beiden Tangenten an K gezogen, die Berührungspunkte m und n erhalten werden, welche die Bildflächprojectionen der fraglichen Punkte der Schattengrenze bilden.

Da es sich blos um die Berührungspunkte m und n handelt, so wird es zweckmäßiger sein, blos die halbe Größe oq der obgenannten Entfernung zu benützen, und aus q mit dem Kreisbogen mon den Parallelkreis in den Punkten m und n zu durchschneiden. Diese halbe Entfernung wird jedoch einfach gefunden, wenn man durch die Kegelspitze t, statt der zu $B\frac{O_1}{2}$ Parallelen, jene Gerade tr führt, deren Richtung $F\frac{O_1}{2}$ durch Halbiren der Länge AB, als Verbindungslinie der Punkte F und $\frac{O_1}{2}$ bestimmt wird. Man hat sodann blos die Länge ωr nach oq zu übertragen und, wie oben angedeutet, vorzugehen.

Nachdem in m und n die Bildflächprojectionen der Punkte, und in $o\omega$ die Entfernung derselben von der Bildebene bekannt ist, so sind auch deren Perspectiven 1 und 2 leicht zu ermitteln.

§. 16. Zweite allgemeine Lösungsweise.

Die in §. 3 bei verticaler Drehungsaxe durchgeführte Methode mit Benützung von die Fläche nach Meridianen berührenden Cylindern, kann auch hier mit Vortheil angewendet werden, und gestaltet sich daselbst bedeutend einfacher, weil die Meridianebenen bildflächprojecirend, und die Cylindererzeugenden parallel zur Bildfläche werden, mithin die Verschwindungslinien der ersteren sämmtlich durch A gehen, also innerhalb die Zeichnungsgrenze fallen, und die Erzeugenden geometrisch senkrecht auf den angenommenen Fluchtlinien der Meridianebenen stehen.

Die Construction selbst wird wie in §. 3, nur mit den sich aus der veränderten Stellung der Drehungsaxe ergebenden Abänderungen durchzuführen sein, daher hier nur noch bemerkt werden soll, daß jeder Meridian vorerst in jenen Ao gedreht, und sodann um Ao in die Bildfläche gelegt wird, wodurch er in die Curve xax fällt. Daß dann auch die Verschwindungspunkte der Tracen der Berührungsebenen (parallel zu den Lichtstrahlen an die Hilfscylinder) auf den zugehörigen Meridianebenen in die Gerade Ao fallen, ist klar.

Ebenso einfach wie in §. 4, und in gleicher Weise, läßt sich auch die Kugel als Hilfsfläche in Anwendung bringen.

§. 17. Punktweise Bestimmung der Selbstschattengrenze für Flächen der zweiten Ordnung.

Für Rotationsflächen des zweiten Grades kann wieder das Verfahren angewendet werden, daß man die Fläche durch eine Reihe von bildflächprojecirenden, zu den Lichtstrahlen parallelen Ebenen schneidet, und an die Schnittlinien, welche der Meridiancurve ähnlich sind, parallel zur Strahlenrichtung Tangenten führt.

Auch hier muß bemerkt werden, daß es am zweckmäßigsten ist, den Mittelpunkt der Fläche (wenn die Fläche einen Mittelpunkt besitzt) in der Bildfläche anzunehmen, — was, wie bereits in §. 1 gezeigt wurde, stets geschehen kann, wenn man nur den Hauptmeridian entsprechend vergrößert oder verkleinert darstellt, — weil dadurch die Construction vereinfacht wird.

Daß man jede solche Hilfsebene sammt den darin befindlichen Schnittlinien des Rotationskörpers und des Strahlencylinders um ihre Bildflächtrace in die Bildfläche legt, daselbst die Berührungspunkte bestimmt, überhaupt in ganz derselben Weise vorgeht, wie dies in den §§. 6, 8 und 10 durchgeführt erscheint, ist von selbst verständlich.

Hat die Fläche keinen Mittelpunkt, wie dies gerade in dem gewählten Beispiele, Fig. 9, der Fall ist, so wird die Durchführung der Construction eine Änderung erleiden. Beim Paraboloide ist noch der Umstand günstig, daß die sämmtlichen so erhaltenen Schnittcurven der Meridiancurve congruent sind.

Der aus o mit dem Radius og beschriebene Kreis ist offenbar die Bildflächtrace der Rotationsfläche.

Nimmt man die Trace MN einer Hilfsebene parallel zu $A\frac{V}{2}$ an, so kann die als Schnittlinie der Fläche resultirende Parabel in jene xax versetzt werden, woselbst die Bildflächtrace MN nach $\varepsilon\varphi k\psi$ zu liegen kommt. Diese Gerade $\varepsilon\psi\varphi k$ muß natürlich derart bestimmt werden, daß man in der Parabel xax eine Doppelordinate $\varphi\psi$ von der Länge $\beta\gamma$ sucht, also $o\beta' = \beta\delta = \delta\gamma$ macht, und $\beta'\psi \parallel YZ$ bis zum Durchschnitte ψ mit der Parabel zieht.

Wird nun an die Parabel xax parallel zu den in gleicher Weise in die Parabel xax versetzten Lichtstrahl $B\frac{O_1}{2}$ die Tangente $T\varepsilon$

gezogen, und der Abstand des Berührungspunktes *s* von der Axe *YZ*, von δ nach $\delta'\delta$ übertragen, so ist δ' die Bildflächprojection des in der Ebene *MN* liegenden Punktes der Berührungscurve, dessen Perspective auch leicht gefunden werden kann, weil sein Abstand von der Bildebene durch die Entfernung des Punktes *s* von der Geraden $\varphi\psi$ gegeben ist.

§. 18. Axenbestimmung.

Die Bestimmung der Perspective der Selbstschattengrenze durch ihre Axen gestaltet sich hier gleichfalls etwas einfacher als bei verticaler Drehungsaxe.

Hat die Fläche einen Mittelpunkt, so sind (unter der Voraussetzung, daß dieser in der Bildfläche gedacht wird) die durch Punkte der Bildflächtrace der Fläche gelegten Berührungsebenen senkrecht auf der Bildfläche, weßhalb die an diese Trace parallel zu $A\frac{V}{2}$ geführten Tangenten, in den Berührungspunkten, zwei in der Bildfläche liegende Punkte der Selbstschattengrenze liefern. Die Verbindungslinie dieser Punkte gibt sofort die Bildflächtrace der Ebene dieser Curve und zugleich, da sie den Mittelpunkt der Fläche enthält, die Perspective eines Diameters.

Wird ferner durch den Mittelpunkt der Fläche eine zu $A\frac{V}{2}$ parallele Ebene gelegt, und werden die Perspectiven der in derselben liegenden Punkte der Schattengrenze gesucht, so entsprechen diesen Perspectiven auf $A\frac{V}{2}$ senkrechte Tangenten, daher die Verbindungslinie derselben eine Axe der Curve bilden wird.

Der zu dieser Axe conjugirte Durchmesser geht durch den Halbirungspunkt der ersteren parallel zu den besagten Tangenten, hat somit eine zur Bildfläche parallele Lage, woraus schon hervorgeht, daß die Endpunkte desselben mit Hilfe einer durch diese Gerade gelegten, zur Bildfläche parallelen Ebene, in der Perspective des in dieser Ebene liegenden Parallelkreises gefunden werden.

Bei einem Paraboloide gestaltet sich die Lösung noch einfacher, indem die Berührungscurve eine auf der Bildfläche und auf $A\frac{V}{2}$ senkrechte, der Curve *xax* congruente Parabel ist. Die Fluchtlinie

der Ebene, in welcher die Berührung erfolgt, ist somit durch A senkrecht auf $A\frac{V}{2}$ zu verzeichnen, und muß zugleich Tangente an die Perspective der Selbstschattengrenze im Augpunkte A sein.

Um die Bildflächtrace dieser Ebene zu bestimmen, denken wir uns die zu $A\frac{V}{2}$ parallele Meridianebene in die Lage Ao gedreht und sodann um Ao in die Bildfläche gelegt. Der Meridian fällt hiebei nach xax, während die Richtung des Lichtstrahls in $B\frac{O_1}{2}$ gegeben ist. Führt man daher parallel zu $B\frac{O_1}{2}$ an die Parabel xax die Tangente $Ts\varepsilon$, so berührt diese im Punkte s, welcher sich vertical in u projecirt. Der Punkt u beschreibt beim Zurückdrehen den Kreisbogen $u\alpha$, welchen die verlangte auf $A\frac{V}{2}$ senkrechte Bildflächtrace I II berührt.

Der Berührungspunkt gibt die Bildflächprojection, der Abstand su die Entfernung des zweiten Endpunktes des Durchmessers der Selbstschattengrenze von der Bildebene, daher ist dessen Perspective leicht gefunden, und gibt mit A verbunden diesen Durchmesser selbst.

Wie die zugehörige zweite Axe ermittelt wird, wurde bereits angegeben.

In dem hier gewählten Beispiele fiel zufällig die Bildflächtrace mit der Fluchtlinie zusammen, woraus hervorgeht, daß diesfalls die Ebene der Selbstschattengrenze durch das Auge geht, die Selbstschattengrenze sich daher als die Gerade I II perspectivisch darstellt. Dies war auch schon aus dem Umstande zu entnehmen, daß die Verbindungslinie der Punkte m und n durch den Augpunkt A gieng.

§. 19. Construction der Selbstschattengrenze bei zur Bildfläche parallelen Lichtstrahlen.

Nimmt man den Fluchtpunkt V der Lichtstrahlen in unendlicher Entfernung, und die Richtung AV als gegeben an, und führt auf Grundlage dieser Annahme die Lösung der bisher behandelten Aufgaben nach denselben Grundsätzen und in gleicher Weise wie bisher durch, so wird man ohne die geringsten Schwierigkeiten zu dem gewünschten Resultate gelangen, und es werden sich noch bedeutende, aus dieser besonderen Lage der Lichtstrahlen folgende Verein-

fachungen ergeben. So z. B. wird bei der ersten allgemeinen Lösungsweise (§. 2) der Mittelpunkt ω jenes Kreisbogens $\alpha_2 o_2 \beta_2$, welcher die in die Bildfläche umgelegten Punkte $\alpha_2 \beta_2$ der Berührungscurve enthält, in die verlängerte Trace $bb_1\delta$ der betreffenden Parallelkreisebene fallen, und es werden daher je zwei in einem Parallelkreise befindliche Punkte der Selbstschattengrenze gleich weit vor und hinter der Bildfläche liegen und dieselbe Bildflächprojection besitzen.

Bei den Rotationsflächen des zweiten Grades ist vorzugsweise zu beachten, daß die Ebene der Berührungscurve bildflächprojecirend wird, daher ihre Fluchtlinie durch den Augpunkt geht.

§. 20. Schlußbemerkungen.

Durch das bisher Gegebene wäre alles Wichtigere für die directe Construction der Selbstschattengrenze der Umdrehungsflächen bei parallelen Lichtstrahlen in perspectivischer Projection, für zur Bildfläche parallele oder auf derselben senkrechte Rotationsaxen angedeutet, und wäre höchstens nur noch zu bemerken, daß die Constructionen für den Fall, wo die Drehungsaxe nicht vertical, jedoch zur Bildfläche parallel ist, also gleichfalls in der Bildfläche liegend gedacht werden kann, keine wesentliche Änderung erfahren.

Complicirter jedoch gestaltet sich die Lösung der gestellten Aufgabe, wenn die Drehungsaxe gegen die Bildfläche geneigt ist, wiewohl eine entsprechende Anwendung derselben Grundgedanken auch hier zum gewünschten Ziele führt. Die diesbezüglichen Constructionen dürften in einer später folgenden Abhandlung erörtert werden.

Die directe Bestimmung der Selbstschattengrenze an Rotationsflächen mit verticaler, in der Bildfläche liegender Axe bei parallelen Lichtstrahlen ist in G. Schreiber's Port-Folio in einem speciellen Falle durchgeführt; es ist dort jenes in §. 2 angegebene Verfahren mit Benützung von berührenden Kegeln angewendet. Obzwar ich in §. 2 denselben Grundgedanken beibehalten mußte, so habe ich doch einige, meiner Ansicht nach wesentliche Vereinfachungen dieser Lösungsweise angeführt, welche es ermöglichen, mit jedem aliquoten Theile der Augdistanz, und bei beliebiger Neigung der Lichtstrahlen gegen die Bildfläche ohne bedeutende Mehrarbeit die Construction durchzuführen, was eben für die Praxis ein bedeutender Vortheil ist.

Weiter ist, so viel mir bekannt, über diesen Gegenstand nichts veröffentlicht worden.

Eine ähnliche Idee wie jene, welche der directen Bestimmung der Asymptoten der Berührungscurve (§. 11, *b*) zu Grunde liegt, habe ich auch bei der Construction der ebenen Schnitte der Kegel- und Cylinderflächen in der Perspective benützt, und die bezügliche Abhandlung in Dr. O. Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik, Jahrgang 1867, veröffentlicht.

Über die gegenwärtige Veränderung des Mondcraters „Linné“.

(Schreiben an Herrn k. Hofrath und R. W. Haidinger.)

Von J. F. Julius Schmidt,
Director der Sternwarte zu Athen.

Die Landschaft auf dem Monde, in welcher ich eine Veränderung nachzuweisen habe, ist das Mare Serenitatis, und zwar der östliche sehr ebene Theil dieser großen grauen Fläche, an einer Stelle, die niemals von den Schatten naher oder ferner Berge getroffen werden kann. Sie liegt nicht weit von der scheinbaren Mitte des Mondes, wird nicht merklich von der Libration entstellt, und kann auch durch die optische Verkürzung nicht merklich betroffen werden, da ihr westlicher Abstand in Länge, gerechnet vom Meridian der Mitte der Mondscheibe nur 12°, ihr nördlicher Abstand vom Äquator noch nicht 28° beträgt. Es handelt sich ferner um eine, seit 80 Jahren von Schröter, Lohrmann, Mädler und mir oft und genau untersuchte Gegend, und dabei nicht etwa um ein Minimum der Sichtbarkeit, sondern um einen vormals scharfbegrenzten hellen, sehr tiefen und ganz isolirten Crater von $1^1/_2$ geographischen Meilen, oder circa 5700 Toisen Durchmesser, und mindestens 170 Toisen Tiefe, der dem kundigen Auge selbst an nur 20maliger Vergrößerung eines guten Handfernrohres kenntlich wird. Dies habe ich voraus-schicken müssen, um anzudeuten, wie sich die Untersuchung auf sehr günstigem Boden bewege. Im Übrigen aber setze ich Alles als bekannt voraus, was sich auf die Natur solcher Beobachtungen bezieht, und gehe nicht ein auf kritische Erwägungen über die Sicherheit der topographischen Wahrnehmungen auf dem Monde, über welche allein der Beobachter zu entscheiden hat. Läge solcher Crater, wie es deren viele Hunderte auf dem Monde gibt, versteckt im Hochgebirge, oder in der Nähe des Randes, oder sonst wie

ungünstig, so würde es sehr gewagt sein, die Vermuthung einer eingetretenen Veränderung zur Geltung bringen zu wollen.

Was die angeblich großen Wirkungen der ungleichen Reflexion des Lichtes betrifft, so muss ich bemerken, daß mir im Laufe von 25 Jahren kein Fall vorgekommen ist, der diesen Ausspruch rechtfertigen könnte. Die größten Unterschiede im Stande der Sonne gegen einen Punkt der Mondoberfläche haben keinen Einfluss der Art, wie es Gewohnheit ist, darüber zu reden. Er würde stattfinden, wenn es sich um glatte, glasartig spiegelnde Flächen oder um Wasser handelte, aber selbst dann nicht so stark und häufig, als man glauben möchte. Viel größer ist der Einfluß unserer eigenen Erdluft, die uns gewöhnlich hindert, bei Anwendüng starker Oculare deutlich zu sehen, und das Gesehene richtig zu deuten.

Der fragliche Crater im Mare Serenitatis führt in Lohrmann's Sect. IV. die Bezeichnung *A*, und heißt bei Mädler „Linné“. Seine westliche Länge beträgt 12°, seine nördliche Breite 27°,8. Auf beiden Charten ist ein scharfer Crater dargestellt, bei Mädler fast so groß als der viel südlicher liegende Sulpicius Gallus; er ist der Größe nach, der dritte oder vierte im Range unter mehr als 130 Cratern, die man in diesem Mare sehen kann. Ein Blick auf die Charte zeigt die völlig freie Lage des Craters, und läßt erkennen, wie leicht es sei, in solcher Localität sich vor sogenannten Täuschungen sicher zu stellen. Dieser Crater „Linné“, sonst wahrscheinlich immer bei hoher Beleuchtung als weißer wolkenartiger Fleck sichtbar, ist, wenigstens seit 16. Octob. 1866 als Crater nicht mehr vorhanden, weder bei auf- oder untergehender Sonne nahe der Lichtgrenze, noch bei 10—20° dortiger Sonnenhöhe, wenn, wie bekannt, die kleinen und kleinsten Crater am Besten als solche erkannt werden.

Ebenderselbe ist ehemals von Lohrmann und Mädler bei der Triangulirung der Mondgebirge als Fixpunkt erster Ordnung benützt worden. Gegenwärtig würde es keinem Beobachter einfallen, ihn auch nur als einen Punkt zweiter Ordnung zu wählen, da in der Nähe bessere zu finden sind, die man bei keiner Beleuchtung vermissen wird.

Ich werde nun Alles zusammenstellen, was mir über den „Linné“ bekannt ist, weil ich es für den ersten streng nachweisbaren Fall einer Veränderung für nöthig erachte, die vorhandenen Angaben zur Vergleichung vorzulegen, um ein sicheres Urtheil

begründen zu können. Was mir unbekannt blieb, oder hier nicht zugänglich war, z. B. sämmtliche englische Beobachtungen über den Mond, mögen Andere ergänzen.

Vor Schröter's Zeit wird man schwerlich Zeichnungen finden, die für unsern Zweck nützlich wären. Doch wird es gut sein, die alte nicht publicirte Charte Lahire's zu vergleichen, falls sie (in Paris) noch vorhanden sein sollte. Auch Cassini's Charte wäre zu prüfen, die mir nicht zugänglich ist. Hevel's Fernröhre konnten einen so kleinen Gegenstand ebensowenig zeigen, als das Fernrohr Tob. Mayer's. Daher genügt hier die Bemerkung, daß in Hevel's Phasen von 1643 und 1644 man den Linné vergebens suchen wird. Selbst den viel größern Crater „Bessel" zeichnet Hevel nur einmal, stückweise in der Phase sichtbar, 2. Dec. 1643.

Die Nachweise seit 1788 sind die Folgenden:

I. Schröter. 5. Nov. 1758 Abends berührte die zunehmende Phase den Ostrand des Mare Serenitatis, so daß die Berge des Caucasus und der nördliche Apennin schon erleuchtet waren. Schröter beobachtete diesmal mit 95maliger Vergrößerung des siebenfüssigen Reflectors. Seine Abbildung vom 5. Nov. ist Tab. IX, Band I, der selenotopographischen Fragmente. Der kleine Crater *v* daselbst entspricht am nächsten dem Orte des Linné, keineswegs aber *y*, der jetzt noch sichtbar ist, und noch weniger der dunkle Fleck *g*.

1796 März 15. Abends, als die zunehmende Phase den Linné seit einigen Stunden überschritten hatte, sah Schröter im Mare Serenitatis 22 Crater; Linné war nicht darunter, aber wohl sah er sieben andere mehr nordwestlich, die theilweise bei Lohrmann und Mädler, sämmtlich bei mir vorkommen. Bd. II, p. 276 ff., Tab. LXIX. Mehr findet man bei Schröter nicht.

II. Lohrmann. Von seinem Werke ist nur ein Quartband mit vier Tafeln erschienen, darunter Tab. oder Sect. IV, auf welcher sich *A*, unser Linné, als Crater dargestellt zeigt. Ich habe auch Lohrmann's Handzeichnung derselben Tafel verglichen. Pg. XV, steht die einmalige Ortsbestimmung von *A*, 1823 Mai 27. Morgens 2 Uhr 15 Minuten zu Dresden. Der Vollmond war Mai 24. Abends 10 Uhr; also maß Lohrmann den Linné $3\frac{1}{4}$ Tage nach dem Vollmonde zu einer Zeit, als sich die abnehmende Phase bereits stark dem Westrande des Mare Serenitatis genähert hatte, und die Sonnenhöhe am Linné etwa noch 33° betrug. Gegenwärtig (1866) sieht man

unter eben diesen Umständen nur die kleine weißliche Wolke am Orte des Linné, während alle andern Crater des Mare sich deutlich als solche, zum Theile schon beschattet, erkennen lassen. Wann Lohrmann den Linné als Crater zeichnete, hoffe ich einst aus seinen Handschriften ermitteln zu können. Im Texte pag. 92 heißt es:

„*A*, ist die zweite Grube auf dieser Fläche.....neben einer von Sulpicius Gallus herkommenden Bergader, hat einen Durchmesser von etwas mehr als einer Meile, ist sehr tief, und kann in jeder Beleuchtung gesehen werden“.

III. Mädler. In seiner Selenographie findet man pag. 232 die Ortsangabe und Beschreibung. Auch Mädler maaß den Ort nur in einer Nacht, ebenso wie Lohrmann, und zwar 1831 December 12. Abends 5½ Uhr zu Berlin. An diesem Tage Mittags war das erste Viertel, so daß also Linné Abends sehr nahe an der Lichtgrenze liegen mußte. Wäre er nicht als ansehnlicher Crater erschienen, so hätte Mädler ihn ohne Zweifel nicht als Fixpunkt erster Ordnung gewählt. Im Jahre 1824 erschien Lohrmann's Werk, welches Mädler 1831 kannte. Letzterer maaß den Linné nochmals, weil ihm die einmalige Messung Lohrmann's nicht genügend schien. Er sah den Linné als Crater, ebenso wie Lohrmann; hätte Mädler hier den ansehnlichen Lohrmann'schen Crater *A* nicht als solchen gesehen, so würde er diesen Umstand unfehlbar als eine besondere Merkwürdigkeit hervorgehoben haben. Die Beschreibung bei Mädler p. 232 lautet „Linné“.... 1·4 Meilen im Durchmesser und 6° hell, im Vollmonde aber unbestimmt begränzt“.

IV. J. Schmidt. Die im Folgenden erscheinende Nummerirung bezieht sich auf meine topographischen Zeichnungen seit 1840. Es sind 95 ganze Phasen in Hevels Manier, und mehr als 1200 Handzeichnungen, die sämmtlich nicht publicirt sind, mit Ausnahme von Fünfen, die hier nicht in Betracht kommen. Die Phasen zeichnete ich 1840 bis 1842 zu Eutin an einem Dolloud von etwa 15maliger Vergrößerung bei sehr scharfem Bilde. Die übrigen Beobachtungen geschahen seit 1842 an größern Instrumenten (Refractoren von 4 bis 14 Fuß Focallänge) zu Hamburg, Bilk, Bonn, Berlin, Olmütz, Rom und Athen.

Auf einer Generalcharte des Mondes, von 12 Zoll Durchmesser, die ich nach eigenen Beobachtungen, wahrscheinlich Ende 1840 aus-

arbeitete, finde ich Linné als Crater angegeben. Lohrmann's und Mädler's Werke wurden mir erst 1843 in Hamburg zugänglich.

1841. April 27. Abends; zunehmende Phase im Ostrande des Mare Serenitatis. In Nr. 4 fehlt Linné, aber zwei kleine Crater im Nordwesten sind stark ausgezeichnet.

Mai 28. Abends; Phase über Eratosthenes und Plato. In Nr. 11 ist Linné nicht angegeben.

September 6. Abends, abnehmende Phase über Eudoxus und Menelaus. (Nr. 36.) Linné nicht gezeichnet.

December 2. Morgens; abnehmende Phase über Atlas und Gutenberg. In Nr. 52 habe ich Linné in großem Abstande von der Lichtgrenze als Crater gezeichnet.

December 2. Abends; abnehmende Phase über Isidorus und Fracastor. In Nr. 53 ist Linné verhältlich sehr groß als Crater angegeben.

December 3. Morgens; abnehmende Phase über Posidonius und Piccolomini. Nr. 54 stellt den Linné deutlich als Crater dar.

1842. Jänner 3. Morgens; abnehmende Phase über Eudoxus und Menelaus. In Nr. 63 ist Linné, hart an der Phase, nicht verzeichnet.

Februar 16. und **17.** (Nr. 74 und 75); bei zunehmender Phase ward Linné, der Lichtgrenze nahe, nicht gesehen.

Juli 14. Abends; zunehmende Phase im Ostrande des Mare Serenitatis. Beobachtet ward zu Hamburg an einem guten Fernrohre von Banks. Unter 88maliger Vergrößerung ward Linné als sehr kleiner Crater gezeichnet.

1843. Mai 9. Abends; zunehmende Phase schon über den Copernicus hinaus. Bei vorzüglich guter Luft zählte ich am zuletztgenannten Fernrohre 22 Crater im Mare Serenitatis, darunter in Nr. 270 sicher den Linné.

August 17. um 13 Uhr; am großen Fernrohre der Hamburger Sternwarte beobachtet bei guter Luft. Beide Bergadern von Sulpicius Gallus nach Norden ziehend, an der abnehmenden Phase gut sichtbar, aber vom Linné keine Spur. (Nr. 326.)

Von nun an erscheint Linné in meinen Zeichnungen nicht mehr; ich habe alle Okularzeichnungen bis Nr. 1200 genau durchgesehen. Aber auch in der langen Reihe meiner Höhenmessungen, 1853—1858 zu Olmütz ausgeführt, ist keine Angabe für Linné zu finden, obgleich

vorwiegend gerade solche günstigen Localitäten von mir zur Messung gewählt wurden.

Aus dem bisher Gesagten erhellt, daß Linné von 1788 — 1843 gelegentlich als Crater gesehen ward, und daß er sich muthmaßlich von 1822 bis 1831 besonders deutlich als solcher darstellte; ebenso noch im December 1841. Ein directes Zeugniß für sein Verhalten von 1843 bis 1866 October, kann aus meinen Beobachtungen nicht erlangt werden. Ich zweifle aber nicht, daß in den letzten 25 Jahren Linné bei hoher Beleuchtung immer als verwaschener Lichtfleck gesehen werden konnte, wie es noch jetzt der Fall ist. Die für meine Ansicht und Beurtheilung der Sache entscheidenden Athener Beobachtungen sind die Folgenden. Ich erhielt sie seit October 1866 am Plössl'schen Refractor mit 100- bis 600maligen Vergrößerungen, zum Theil bei guter ruhiger Luft.

1866. October 16. Abends; zunehmende Phase über den Caucasus. Luft sehr still, schwach dunstig. Viele kleine Crater im Mare Serenitatis sichtbar. Linné aber, obgleich höchst günstig beleuchtet, erschien nicht als Crater, sondern als kleine Wolke, ähnlich dem weißen Flecken östlich bei Posidonius, in der großen Bergader, welcher Fleck (in Wirklichkeit ein grauer höherer Gipfel jener Bergader) in Lohrmann's Sect. III mit 16 bezeichnet ist, bei Mädler aber γ heißt. Zum ersten Male vermißte ich den Linné, oder vielmehr seine Craterform, die sich jetzt tief beschattet, und in besonderer Deutlichkeit hätte zeigen müssen.

October 18. Abends. Schlechte Luft, Phase schon weit im Mare Imbrium. Linné erscheint als weiße Wolke von zwei Meilen Durchmesser, ganz gleich der ähnlichen, Posidonius γ.

Anmerkung. (Ich rechne geogr. Meilen; eine Meile = 3807 Toisen.)

November 14. Abends 5 bis 6 Uhr. Licht gut, Phase im Ostrande des Mare Serenitatis, also höchst günstig für die Sichtbarkeit des Linné. Aber an seiner Stelle war keine Spur eines Craters, während alle andern zahlreichen Crater des Mare mit ihrem Schatten gesehen wurden. Ich fand nur die kleine wolkenartige Stelle.

November 17. Abends. Luft nicht gut; die Phase hat schon den Sinus iridum überschritten. Linné erschien als starker

Lichtfleck, doch geringer als γ Posidonius. Die kleinen Crater nordwestlich bei Linné, selbst S. Gallus und Bessel, zeigten noch Schattenspuren.

November 19. Abends. Luft ungünstig. Linné als Lichtfleck etwas geringer denn γ Posidonius; nordwestlich von Ersterem drei kleine Crater als solche kenntlich, bei so großem Abstande von der Phase.

November 22. und **23.** Abends; schon nach dem Vollmonde war Linné ebenso wie an den vorigen Abenden als Lichtfleck sichtbar, wenig schwächer als γ Posidonius. Die große Änderung der Lage der Sonne gegen Linné hatte seit November 14 nichts in seinem Aussehen geändert.

November 23. Um 8½ Uhr hatten die Crater bei Posidonius, und selbst Bessel schon Schatten. Linné erschien als kleine weiße Wolke.

November 24. Als die meisten Crater des Mare Serenitatis bereits halb beschattet waren, erschien Linné nur als verwaschene Lichtwolke, etwas schwächer als γ Posidonius, aber heller als seine drei nordwestlichen Nachbarn, die deutlich als Crater gesehen wurden.

November 25. Von 9 bis 13 Uhr. Luft oft klar, aber selten still. Abnehmende Phase über Macrobius und Taruntius. Alle Crater im Mare Serenitatis deutlich wegen ihres Schattens; nur Linné hatte allein das Ansehen einer kleinen Wolke.

November 26. Nachts trübe, aber November 27. Morgens bei Sonnenschein sehr klar und still. Um 9 Uhr Früh hatte die Phase den Menelaus noch nicht überschritten, lag aber dem Linné schon nahe. Ich konnte nur das schwächste Ocular des Refractors anwenden, sah aber vom Linné keine Spur, dagegen sehr leicht den Sulpicius Gallus.

December 13. Abends. Luft mitunter recht gut. Die zunehmende Phase hatte soeben den Linné überschritten. An seiner Stelle war Anfangs nicht der geringste Gegenstand zu entdecken, obgleich die dortigen feinen, 10—30 Toisen hohen Adern sich eben so deutlich darstellten, als die kleinen Crater im Nordwesten. Unter Anwendung einer 300maligen Vergrößerung bemerkte ich am Orte des Linné, der sich

nicht durch helleres Licht auszeichnete, einen äußerst feinen schattenwerfenden Hügel, für den eine sorgfältige Schätzung 300 Toisen Durchmesser, und 5—6 Toisen Höhe ergab. Gegen 6 Uhr betrug die Sonnenhöhe für den Horizont des Linné 1½ Grad. Weder innerer noch äußerer Schatten war sichtbar; das ganze Cratergebirge fehlte durchaus, und ich sah nur glatte graue Ebene.

December 14. Abends 4 Uhr und später. Kurze Zeit klare unruhige Luft. Sonnenhöhe am Linné = 12°4; er hätte nun besonders deutlich als Crater erscheinen müssen. Ich fand aber nur die kleine weiße Wolke, etwas größer und heller als γ Posidonius. Die andern Crater des Mare sehr deutlich.

December 16. Die Lichtwolke des Linné völlig gleich γ Posidonius. So oft an den folgenden Abenden der Mond betrachtet ward, hatte Linné unverändert das Ansehen der kleinen Wolke.

December 25. Um 10½—15½ Uhr. Vier Tage nach dem Vollmonde, abnehmende Phase über Atlas. Viele kleine Crater im Mare Serenitatis sichtbar, aber Linné nur ein Lichtfleck wie γ Posidonius.

December 26. Von 12—16 Uhr. Vorzüglich klare, ganz stille Luft, so daß ich die stärksten Oculare anwenden konnte. Die Phase berührte den Westrand des Mare Serenitatis; Da γ Posidonius der Phase nahe, Schatten warf, und also nicht mehr als Lichtfleck erschien, konnte er nicht mehr mit Linné verglichen werden. Im Mare zählte ich über 100 Crater, darunter nordwestlich von Linné deren sieben fast in einer Reihe, die schon Schröter am 27füßigen Reflector bemerkt hatte. Aber auch jetzt war Linné ein gewöhnlicher Lichtfleck von geringer Augenfälligkeit. Von 14½—16 Uhr sah ich in ihm mit 500—600maliger Vergrösserung, einen äußerst feinen schwarzen Punkt, den ich $= \left(\frac{x}{6 \cdot 5}\right)$ schätzte, aber $x = \left(\frac{\text{Bessel}}{6 \cdot 5}\right)$, was auf einen wahren Durchmesser von 265 Toisen führt. Entweder war es der Schatten eines sehr kleinen Hügels, oder der Rest des ehemals 5700 Toisen

breiten Craters. Die Höhe der Sonne für diese Gegend war jetzt = 15°9.

December 27. Von 13 bis 19 Uhr. Luft sehr still, aber nur zeitweilig ganz dunstfrei. Anfangs zog die Lichtgrenze über Bessel, zuletzt war am Linné die Sonnenhöhe nur noch 3°. Keine Spur eines Craters erschien, kein Schatten, weder innen noch außen an dem unbedeutenden, matten Lichtfleck, dessen jetzt sehr verringerter Durchmesser nur etwa noch 2000 Toisen halten mochte. Der gestern in ihm sichtbare sehr kleine schwarze Punkt fehlte heute. Es war also nicht der Schatten eines Hügels, der heute viel größer hätte erscheinen müssen.

1867. Jänner 12. Abends, als für Linné die Sonne aufging, war die Luft trübe.

Jänner 13. Luft Anfangs vorzüglich klar und still. Phase schon über Huygens. Linné glich einer kleinen, weißen Wolke, geringer als γ Posidonius. Alle übrigen Crater des Mare Serenitatis waren scharf als solche zu erkennen.

Jänner 13., 14. Lichtwolke des Linné etwas schwächer als γ Posidonius.

Jänner 15., 16., 17., 18., 19. Linné unverändert wie früher.

Jänner 24. Nachts; abnehmende Phase über Römer; Linné ein Lichtfleck, westlich mit mattem Lichtfächer, der früher wohl fehlte.

Jänner 25. 13ʰ5 — 16ʰ5. Luft besonders gut. Sonnenhöhe nur noch 12—13°. Linné ein matter Lichtfleck. Aber an 500maliger Vergrößerung zeigt sich mitten ein äußerst feiner schwarzer Punkt, und östlich daneben eine sehr feine, weiße Kuppe. Beide im Durchmesser respective 200 und 300 Toisen. Keine Spur eines Crater, wie solche in scharfen Formen überall im Mare zu sehen sind. Auch der westliche matte Fächer am Linné noch kenntlich.

Nachdem nun vier Lunationen hindurch die sorgfältigste Prüfung dargethan hat, daß „Linné in seiner Tagesperiode etwa 13 Tage lang als kleine Lichtwolke, an der Lichtgrenze aber durchaus nicht als Crater gesehen wird, sondern zur Zeit sehr geringer Sonnenhöhen überhaupt ganz unsichtbar ist, halte ich jetzt, gestützt auf Thatsachen der Beobachtung, den Ausspruch genügend begründet,

„daß auf dem Monde gegenwärtig noch Veränderungen eintreten, die durch den Wechsel der Beleuchtung nicht erklärt werden können.“

Es liegt nahe, sich nach Erklärungen einer Thatsache umzusehen, die an ein ähnliches, längst vergessenes, nur von Mädler einmal citirtes Factum erinnert. Ich meine Schröter's Beobachtung 1791 November 1. (Bd. II, S. 704—708), als er den Centralcrater im Posidonius nahe an der Lichtgrenze schattenlos fand. Eben dieselbe Wahrnehmung machte ich zu Bonn am 11. Februar 1849. Sie wird uns zur Vergleichung für die Erscheinung am Linné nützlich werden. Für die erwähnten Fälle gibt es verschiedene Wege der Erklärung, ohne daß es nöthig wäre, Fabeln über die Wirkung des verschiedenen Lichtreflexes näher zu behandeln. Für die stete Wiederholung solcher Änderungen, bloß durch den Reflex des Lichtes bedingt, die aber keineswegs eintreten, die mir wenigstens nicht bekannt sind, gäbe es doch auf dem Monde viel tausendfältige Gelegenheit, wenn es nur auf Formen ankömmt, die der des Linné gleich oder ähnlich sind. Gehen wir jetzt näher auf die Erklärung ein, so werden wir uns schließlich derjenigen zuneigen, welche allen Beobachtungen am meisten entspricht. So sollte immer der Gang ähnlicher Untersuchungen sein, und Hypothesen sollten nur deßhalb aufgestellt werden, um durch sie die Wahrheit oder die Wahrscheinlichkeit eines Erklärungsversuches zu prüfen. Indem ich jetzt diesen Weg wähle, betrachte ich unseren Fall nach folgenden drei Hypothesen.

I. Hypothese. **Der Crater Linné ist versunken.** In diesem Falle muß, wenn das Ringgebirge nur bis zum Niveau der Ebene einsank, an der Phase nach wie vor ein schwarzer Schatten gesehen werden, welcher der einstigen Öffnung des Craters entspricht. Ging die Senkung aber tiefer, so muß das entstandene Loch bei niedrigem Sonnenstande einen um so größeren Schatten zeigen. Beides findet nicht statt. Wäre aber die Cratertiefe ausgefüllt, und das Ringgebirge zertrümmert, so würden die Reste des Letzteren unfehlbar an der Phase sichtbar sein, was ebenfalls nicht der Fall ist.

II. Hypothese. **Es findet eine Eruption statt,** welche uns durch Dampf oder Aschengewölk den Crater für lange Zeit ganz oder theilweise verdeckt. In diesem Falle kann allerdings, von der Erde gesehen, die senkrecht über dem Crater stehende dampfförmige Materie der Art von der Sonne beleuchtet werden, daß sie uns völlig den

Anblick einer kleinen, weißen, gegen das graue Mare projicirten Wolke gewährt. Ist eine solche Eruptionswolke aber dicht genug, daß sie uns den Crater völlig verdeckt, so ist klar, daß sie, in der Auf- oder Untergangszone der Sonne liegend, sich bei seitlicher Beleuchtung uns deutlich an Stelle des Craters als Wolke zeigen müßte. Dies ist aber (hart an der Phase) niemals gesehen worden. Zugleich aber leuchtet ein, daß jene Fumarole, wenn man sich dieselbe ähnlich, wie bei irdischen Vulkanen denkt, offenbar bei niedrigem Sonnenstande einen langen Schatten in die Ebene werfen müßte, viel größer, viel breiter und länger, als an sich der Craterwall des Linné seinen Schatten nach Außen vormals bilden konnte. Solcher Schatten müßte meilenweit im Mare sichtbar sein, und zwar leicht und deutlich. Wie großartig der Schattenwurf derartiger Eruptionsphänomene sei, habe ich selbst vielfach am Vesuv (1855) und an der Santorin'schen Kaméni (1866) zu beobachten Gelegenheit gehabt. Von solcher Erscheinung ist aber am Orte des Linné keine Spur zu bemerken, und es erhellt, daß, abgesehen von anderen Gründen, die zweite Hypothese nicht zulässig sei.

III. Hypothese. **Eruption flüssiger Massen.** Nehmen wir an, es steige aus der Tiefe des Craters Linné eine mehr oder weniger flüssige, oder auch staubförmige Materie auf, und bleibe im Niveau der Craterränder in Ruhe. Dabei braucht man gar nicht an unsere Lava zu denken, die im Sonnenschein betrachtet, überdies immer sehr dunkel erscheint. Setzen wir, jene Materie sei weiß, oder doch heller als das Grau der Ebene, und von gleicher Farbe und Helle mit dem Ringwalle. Zur Zeit des Auf- oder Unterganges der Sonne streifen die Lichtstrahlen horizontal über die Öffnung des Craters, der jetzt der angenommenen Bedingung gemäß nicht wie sonst seine schwarze, ganz beschattete Mündung, sondern nur eine matt beleuchtete runde Fläche zeigen kann, wobei nur der äußere, der Lichtgrenze nächste Wall des Craters seinen gewöhnlichen Schatten entwickelt. Das ist die Erscheinung, die Schröter am 1. November 1791, und ich am 11. Februar 1849 im inneren kleinen Crater des Posidonius wahrnahm. Dies Beispiel, auf Linné angewandt, würde die Unsichtbarkeit der Cratermündung nahe an der Phase, völlig erklären; allein offenbar müßte der äußere Schatten des Walles, und überhaupt (wie auch der Crater im Posidonius) die allgemeine Figur des Linné nahe an der Phase sichtbar bleiben. Nichts aber von Allem ist gegenwärtig

der Fall und wir sind genöthigt die dritte Hypothese folgendermaßen zu erweitern:

Nehmen wir an, jene den Crater bis zum Rande ausfüllende Materie beginne überzufließen, und den äußeren Abhang des Walles zu bedecken. Nach gewisser Zeit wird die helle Materie die graue Ebene ringsum erreichen, und sich darin ausbreiten, so daß nun das Licht der Ebene an den bedeckten Stellen heller denn zuvor erscheinen wird. Es bildet sich allmälig ein Hof oder Halo um den Crater, entweder von einfachem Weiß, oder, je nach der Localität, von verschiedenartiger Figur und bunter Zeichnung, wie z. B. um Aristarchus und Dionysius.

Das ist die auffallende Erscheinung vieler Crater des Mondes, die Mädler „umglänzte" nennt, und wie deren von der kleinsten Art auch im Mare Serenitatis gefunden werden.

Dauert solche Eruption des Craters lange genug, so bildet sich auf der äusseren, ohnehin stets sehr schwach geneigten Abdachung von 1—3° eine Schichte, welche jene Neigung noch mehr vermindert, und bald auf 1° oder weniger herabbringt. Dann aber kann der Wall keinen für uns noch erkennbaren Schatten mehr nach außen zeigen, wenn, nahe an der Lichtgrenze, der Mittelpunkt der Sonne im Horizonte des Berges steht, und der Erfolg ist nun der, wie wir ihn am Linné gesehen haben, „weder seine beschattete Cratermündung noch der äußere Schatten des Walles, noch irgend ein offenbarer Gegenstand bleibt in der Nähe der Lichtgrenze sichtbar." Nur der Halo in der Ebene tritt bei hoher Beleuchtung hervor, und stellt den Linné in der Form einer kleinen weißen Wolke dar.

Die letzte Modification der dritten Hypothese ist also völlig ausreichend, das Verhalten des Crater Linné unter allen Erleuchtungswinkeln zu erklären. — Es mag beiläufig noch bemerkt werden, daß in der Nachtseite des Mondes, im Lumen secundarium, Linné nie als auffallender Lichtpunkt gesehen wird, so daß man an keinen Feuerausbruch zu denken hat. Auch ist daran zu erinnern, daß, wenigstens nach meiner Erfahrung, die flüssige Lava, überhaupt das Feuer der Eruption an unseren Vulkanen, in den Nächten keine große Intensität entwickelt.

Ist es uns gelungen, eine Hypothese zu finden, welche den beobachteten Thatsachen genügt, und haben wir dargethan, daß es sich in unserem Falle nicht um einen Dampf- oder Aschenausbruch, auch

wohl nicht um eine Lavaeruption handelt, so liegt es freilich nahe, sich nach anderen Analogien umzusehen, wie solche die irdische Natur sie darbietet. Zunächst haben wir das Phänomen der Schlamm-Vulkane oder Salsen von Taman, und die Umgestaltung ihrer Umgebung. Hermann Abich's schöne Arbeit über die Formationen am Asow'schen Meere mag diejenigen Leser beschäftigen, die weitere Aufschlüsse verlangen. Mir genügt es, den Gang der Untersuchung, und zugleich meine jetzige Ansicht der Sachlage dargelegt zu haben, und es erübrigt mir nur noch daran zu erinnern, daß zwar ein neuer Weg der Erklärung eröffnet ist, daß aber deßhalb Niemand das Recht habe zu behaupten: „es sei auf dem Monde ein thätiger Schlamm-Vulkan entdeckt worden.

VI. SITZUNG VOM 14. FEBRUAR 1867.

Der Secretär legt folgende Abhandlungen vor:

„Kreidepflanzen aus Österreich", von Herrn Prof. Dr. F. Unger in Graz.

„Über genaue und invariable Copien des Kilogramms und des Meter-Prototyps der Archive zu Paris", von dem auswärtigen c. M. Herrn Dr. C. A. Steinheil in München. Diese Abhandlung ist für die Denkschriften bestimmt.

Das c. M. Herr Prof. Dr. K. Peters in Graz übersendet eine ihm von Herrn v. Malinovsky, k. osman. Obersten in Tuldscha, mitgetheilte Liste von Ortschaften im Quellengebiete des Euphrat, welche durch das daselbst am 30./11. Mai 1866 stattgehabte Erdbeben am meisten gelitten haben.

Herr Prof. Dr. E. Mach in Graz übermittelt eine weitere Notiz über wissenschaftliche Anwendung der Photographie & Stereoscopie.

Die Direction der kgl. land- und forstwirthschaftlichen Lehranstalt zu Kreuz dankt, mit Schreiben vom 10. Februar l. J., für die Betheilung dieser Anstalt mit den Sitzungsberichten der Classe.

Das w. M. Herr Prof. Dr. Aug. Em. Reuss überreicht eine Abhandlung: „Über Crustaceenreste aus der alpinen Trias Österreichs".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Astronomische Nachrichten. Nr. 1627. Altona, 1867; 4°.

Bauzeitung, Allgemeine. XXXII. Jahrg., 1. Heft. Nebst Atlas. Wien, 1867; 4° & Folio.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV, Nr. 4. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 6e Livraison. Paris, 1867: 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg. Nr. 6. Wien, 1867; 8°.

Jahres-Bericht, Sechzehnter, des Doctoren-Collegiums der medicin. Facultät in Wien. 1865—1866. Wien, 1867; 8°.

Jena, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften für 1866. 4° & 8°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. 17. Jahrg. Nr. 6. Wien, 1867; 4°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1867. I. Heft, nebst Ergänzungsheft Nr. 18. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 243° Livraison. Tome IX°, Année 1867. Paris; 4°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 12—13. Wien, 1867; 4°.

VII. SITZUNG VOM 28. FEBRUAR 1867.

Die Direction der k. k. Oberrealschule zu Rakovac in der Militärgrenze dankt, mit Schreiben vom 23. Februar, für die Betheilung dieser Lehranstalt mit den Sitzungsberichten der Classe.

Das c. M. Herr Vice-Director K. Fritsch übermittelt eine Abhandlung über „die Eisverhältnisse der Donau in den beiden Jahren $186^0/_1$ und $186^1/_2$."

Herr Dr. A. Boué übergibt eine Mittheilung „Über eine neu entdeckte Höhle im tertiären Conglomerat Gainfahrn's".

Herr Director K. v. Littrow legt „Einige Bemerkungen über Cometen" von Herrn Prof. C. Bruhns in Leipzig vor.

Das c. M. Herr Dr. G. Tschermak überreicht eine Abhandlung über „Quarzführende Plagioklasgesteine".

Herr Dr. O. Stolz legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Die Axen der Linien zweiter Ordnung in allgemeinen trimetrischen Punkt-Coordinaten."

Der Secretär liest den Bericht der Commission zur Berathung der Modalitäten bezüglich der Herstellung und Aufbewahrung des metrischen Urmasses und Urgewichtes, welcher von der Classe einstimmig genehmiget wird.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Apothcker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 5. Jahrg. Nr. 4. Wien, 1867: 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1628—1630. Altona, 1867; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV, Nrs. 5—6. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 7e—8e Livraisons. Paris, 1867; 8°.

Gelehrten-Gesellschaft, k. k., zu Krakau: Jahrbuch. X.—XI. Band. Krakau, 1866; 8°. — *Diplomata monasterii Clarae Tumbae prope Cracoviam.* Krakau, 1865; 4°.

Gesellschaft, k. k. zoolog.-botanische, in Wien: Verhandlungen. Jahrgang 1866. XVI. Band. Wien; 8°. — Neilreich, August, Nachträge zur Flora von Nieder-Österreich. Wien,

1866; 8°. — Brusina, Spiridione, Contribuzione pella fauna dei molluschi Dalmati. Vienna, 1866; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg. Nr. 7—8. Wien, 1867; 8°.

Gutzeit, W., Das Metersystem und dessen Einführung in Deutschland und Rußland. 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. 17. Jahrg. Nr. 7—8. Wien, 1867; 4°.

Lotos. XVII. Jahrgang. Januar 1867. Prag; 8°.

Moniteur scientifique. 244° Livraison. Tome IX°, Année 1867. Paris; 4°.

Pacini, Filippo, Della natura del Colera Asiatico etc. Firenze, 1866; 8°.

Reichsforstverein, österr.: Monatsschrift für Forstwesen. XVI. Band. Jahrgang 1866. November- und December-Heft. Wien, 1866; 8°.

Reise der österr. Fregatte Novara um die Erde etc. Zoologischer Theil. I. Band. Fische. 3. Abtheilung. Bearbeitet von Rudolf Kner. — Reptilien. Bearbeitet von Franz Steindachner. Wien, 1867; 4°.

Society, The Geological, of Glasgow: Transactions. Vol. II. Parts 1 & 2. Glasgow, 1865; 8°.

— The Asiatic, of Bengal: Journal. Part I, Nr. 2. 1866. Part II, Nr. 2. 1866. Calcutta; 8°.

Verein für Landeskunde von Nieder-Österreich: Blätter für Landeskunde von Nieder-Österreich. II. Jahrg. Nr. 9—12. Wien, 1866; gr. 8°.

Werner-Verein, XV. Jahresbericht. Brünn, 1866; 8°. — Foetterle Franz, Geologische Karte der Markgrafschaft Mähren und des Herzogthums Schlesien. (2 Blätter) Wien 1866; gr. Folio.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 16—17. Wien, 1867; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 4. Gratz, 1867; 4°.

Die Axen der Linien zweiter Ordnung in allgemeinen trimetrischen Punkt-Coordinaten.

Von Dr. Otto Stolz.

Im XXII. Bande der Nouv. Ann. de Math. (1863) p. 289 ff., findet sich ein Auszug aus einem Mémoire von Faure: „sur les coordonnées trilinéaires“, worin unter Anderem Ausdrücke für die Summe und das Product der Quadrate der Halbaxen eines Kegelschnittes angeführt sind. Dieselben Ausdrücke sind auch das hauptsächliche Ergebniß des vorliegenden Aufsatzes, der unabhängig von jener Abhandlung entstand. Wenn derselbe dennoch einer hohen kaiserlichen Akademie der Wissenschaften vorgelegt wird, so ist der Grund davon in der Ansicht des Verfassers zu suchen, daß derselbe immerhin eine nicht unwesentliche Ergänzung zu Faure's Arbeit bilden dürfte. Während sich dieselbe nur auf orthogonale Coordinaten erstreckt — die allerdings am häufigsten angewendet werden und auf welche sich nach dem Vorgange Plücker's (System der analytischen Geometrie p. 7) auch die Betrachtung allgemeiner trimetrischer Coordinaten zurückführen läßt, — so wird doch im Folgenden eine derartige Beschränkung vermieden. Denn ist dieselbe bei vielen Untersuchungen an sich lästig genug, so bietet sie im vorliegenden Falle den weit größern Nachtheil, daß die Hauptgleichung (24) wegen der zusammengezogenen Form des Coëfficienten von λ einer erschöpfenden Discussion nicht unterzogen werden kann. In der That glauben wir durch die Form, die wir dem genannten Coëfficienten ertheilen, über die oben erwähnte Abhandlung hinausgegangen zu sein. Wir werden dadurch nicht nur in den Stand gesetzt, Ferrers' Bedingungen, daß die allgemeine Gleichung II. Grades in trimetrischen Coordinaten einen Kreis darstelle, unmittelbar abzuleiten, sondern auch die Untersuchung über die verschiedenen Arten der Örter zweiter Ordnung zum Abschlusse zu bringen, so daß eine Vergleichung mit dem üblichen Schema derselben möglich wird. Dagegen genügt der bloße Anblick des von Faure gegebenen

Coëfficienten, um einzusehen, daß derselbe nicht ohne beträchtliche Schwierigkeit den zu diesem Zwecke nöthigen Transformationen zugänglich sei.

Was den Gang des Aufsatzes betrifft, so schien es, indem die Axen der Kegelschnitte als Maximum und Minimum der Durchmesser aufgefaßt werden, zweckmäßig, eine allgemeine Darstellung der Entfernung zweier Punkte in trimetrischen Coordinaten vorauszuschicken, wie sie sich meist nur angedeutet, ohne die wesentlichen Punkte hervortreten zu lassen, findet.

1. Der durch zwei gegebene Punkte M' und M'' begrenzten geradlinigen Strecke, die wir mit d bezeichnen, kommen vermöge ihres Begriffes folgende Eigenschaften zu: sie kann in zwei entgegengesetzten Richtungen durchlaufen werden, besitzt also zwei entgegengesetzte Werthe; sie hängt in derselben Weise vom Punkte M', wie von M'' ab; sie verschwindet endlich, wenn beide Punkte zusammenfallen. Durch unmittelbare Übertragung dieser Merkmale in die Ausdrucksweise der Analysis werden wir d als Function irgend welcher Coordinaten der Endpunkte darstellen können. Beschränken wir uns hiebei auf trilineare Coordinaten, so wird d^2 als Ausdruck zweiter Dimension in Bezug auf dieselben erscheinen, und zwar speciell als Function der Coordinatendifferenzen. Macht man über die Lage der begrenzenden Punkte keine besonderen Voraussetzungen, so ist d^2 bezüglich der drei Coordinaten homogen. Fassen wir dies zusammen, so ergibt sich, daß d^2 durch eine vollständige homogene Function zweiten Grades der Coordinatendifferenzen dargestellt werde. Es wird sich nur darum handeln, die Constanten derselben entsprechend zu bestimmen.

Sind x, y rechtwinkelige cartesianische Coordinaten, so werden die allgemeinen trimetrischen Coordinaten p, q, r durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} p &= ax + by + c \\ q &= a'x + b'y + c' \\ r &= a''x + b''y + c'' \end{aligned} \qquad (1)$$

eingeführt. Eliminiren wir aus diesen Gleichungen x, y, so erhalten wir als identische Gleichung des Systemes

$$\gamma p + \gamma' q + \gamma'' r = S \qquad (2)$$

worin

$$\begin{Bmatrix} a, & b, & c \\ a', & b', & c' \\ a'', & b'', & c'' \end{Bmatrix} = S$$

und die adjungirten Elemente der 3. Columne von S

$$a'b''-a''b'=\gamma,\quad a''b-ab''=\gamma',\quad ab'-a'b=\gamma''$$

gesetzt wurden.

Sind nun die Coordinaten von M', M'' beziehungsweise $p'q'r'$; $p''q''r''$, so ist nach dem vorausgehenden

$$(3)\quad \begin{aligned} d^2 = k\,(p'-p'')^2+l\,(q'-q'')^2+m\,(r'-r'')^2+2k'(q'-q'')\,(r'-r'') \\ +2l'(r'-r'')\,(p'-p'')+2m'(p'-p'')\,(q'-q'') \end{aligned}$$

zu setzen. Die 6 Constanten $k, l, \ldots. m'$ sind so zu bestimmen, daß der Ausdruck (3) zur Darstellung der Seiten des Fundamental-Dreieckes

$$p=0,\quad q=0,\quad r=0,$$

welche übereinstimmend mit den Geraden, in die sie fallen, mit P, Q, R bezeichnet werden, gebraucht werden könne. Es sind, wie man leicht sieht:

$$P^2=\frac{S^2(a^2+b^2)}{\gamma'^2\gamma''^2},\quad Q^2=\frac{S^2(a'^2+b'^2)}{\gamma''^2\gamma^2},\quad R^2=\frac{S^2(a''^2+b''^2)}{\gamma^2\gamma'^2}.$$

Ferner sind die Coordinaten der Ecken des Fundamental-Dreieckes nach (2)

$$\begin{aligned} p=0\ ,\ q=0\ ,\ r=\frac{S}{\gamma''} \\ p=0\ ,\ q=\frac{S}{\gamma'},\ r=0 \\ p=\frac{S}{\gamma},\ q=0\ ,\ r=0. \end{aligned}$$

Wendet man also den Ausdruck (3) auf die Längen P, Q, R an, so erhält man die drei Bestimmungsgleichungen

$$\begin{aligned}\frac{a^2+b^2}{\gamma'^2\gamma''^2}&=\frac{l}{\gamma'^2}+\frac{m}{\gamma''^2}-\frac{2k'}{\gamma'\gamma''}\\ \frac{a'^2+b'^2}{\gamma''^2\gamma^2}&=\frac{m}{\gamma''^2}+\frac{k}{\gamma^2}-\frac{2l'}{\gamma''\gamma}\\ \frac{a''^2+b''^2}{\gamma^2\gamma'^2}&=\frac{k}{\gamma^2}+\frac{l}{\gamma'^2}-\frac{2m'}{\gamma\gamma'}.\end{aligned}\tag{4}$$

Somit bleiben von den 6 Constanten $k, l, \ldots . m'$ drei völlig unbestimmt. Es liegt nahe, dieselben so zu bestimmen, daß in (3) die Producte der Coordinaten-Differenzen verschwinden; wir erhalten

$$\begin{aligned}d^2=-\frac{a'a''+b'b''}{\gamma'\gamma''}(p'-p'')^2-\frac{a''a+b''b}{\gamma''\gamma}(q'-q'')^2\\ -\frac{aa'+bb'}{\gamma\gamma'}(r'-r'')^2.\end{aligned}\tag{5}$$

Diese Form von d^2 findet sich bei Salmon (Analytische Geometrie der Kegelschnitte, deutsch von Fiedler. 1860. p. 78).

Wir haben uns, um den folgenden Entwickelungen die volle Allgemeinheit zu wahren, entschlossen, den Ausdruck (3) in seiner Allgemeinheit anzuwenden.

2. Wir gehen, wie bereits bemerkt wurde, davon aus, daß die Halbaxen einer Curve zweiter Ordnung das Maximum und Minimum der Radienvectoren ihres Mittelpunktes sind. Stellen wir die Curven zweiter Ordnung durch die Gleichung

$$F(p,q,r)=Ap^2+Bq^2+Cr^2+2A'qr+2B'rp+2C'pq=0 \tag{6}$$

dar, so ergeben sich bekanntlich für die Coordinaten p_0. q_0, r_0 ihres Mittelpunktes — als des Poles der in das Unendliche entfernten Geraden

$$\gamma p+\gamma' q+\gamma'' r=0$$

— die Gleichungen

$$\begin{aligned}Ap_0+C'q_0+B'r_0&=\gamma f\\ C'p_0+Bq_0+A'r_0&=\gamma' f\\ B'p_0+A'q_0+Cr_0&=\gamma'' f,\end{aligned}\tag{7}$$

worin f einen unbekannten Factor bezeichnet. Außerdem ist natürlich nach (2)

$$\gamma p_0+\gamma' q_0+\gamma'' r_0=S. \tag{8}$$

Durch diese vier Gleichungen sind p_0, q_0, r_0 (und f) vollkommen bestimmt.

Sind also die Coordinaten eines beliebigen Punktes der Curve (6) p, q, r; ρ dessen Radiusvector zum Mittelpunkte derselben, so haben wir diejenigen Werthe p, q, r aufzusuchen, für welche der Ausdruck

$$(9)\quad \begin{aligned}\rho^2 = k(p-p_0)^2+l(q-q_0)^2+m(r-r_0)^2+2k'(q-q_0)(r-r_0)\\ +2l'(r-r_0)(p-p_0)+2m'(p-p_0)(q-q_0)\end{aligned}$$

ein Maximum oder Minimum wird. Die Bedingungsgleichung derselben ist

$$(10)\quad \begin{aligned}\rho d\rho = \{k\ (p-p_0)+m'(q-q_0)+l'\ (r-r_0)\}\, dp +\\ \{m'(p-p_0)+l\ (q-q_0)+k'\ (r-r_0)\}\, dq +\\ \{l'\ (p-p_0)+k'\ (q-q_0)+m\ (r-r_0)\}\, dr.\end{aligned}$$

Da p, q, r außerdem noch den Gleichungen (2) und (6) zu genügen haben, so ergeben sich für dp, dq, dr ferner die Gleichungen

$$(11)\quad (Ap+C'q+B'r)\,dp+(C'p+Bq+A'r)\,dq+(B'p+A'q+Cr)\,dr=0$$

$$(12)\quad \gamma dp+\gamma' dq+\gamma'' dr = 0.$$

Um aus den Gleichungen (10)—(12) dp, dq, dr zu eliminiren, multipliciren wir die erste und dritte derselben beziehungsweise mit den unbestimmten Factoren λ, μ und addiren sie zur zweiten. Wir erhalten, indem wir sodann die Coëfficienten der dp, dq, dr der Nulle gleichsetzen, die Gleichungen

$$(13)\quad \begin{aligned}Ap+C'q+B'r+\lambda\{k\ (p-p_0)+m'(q-q_0)+l'\ (r-r_0)\}\\ +\mu\gamma=0\\ C'p+Bq+A'r+\lambda\{m'(p-p_0)+l\ (q-q_0)+k'\ (r-r_0)\}\\ +\mu\gamma'=0\\ B'p+A'q+Cr+\lambda\{l'\ (p-p_0)+k'\ (q-q_0)+m\ (r-r_0)\}\\ +\mu\gamma''=0.\end{aligned}$$

Ziehen wir von der 1., 2., 3. dieser Gleichungen beziehungsweise die 1., 2., 3. der Gleichungen (7) ab und ordnen nach den $p-p_0$, $q-q_0$, $r-r_0$, so folgen die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
&(\lambda.k\ +A)\ (p-p_0)+(\lambda.m'+C')\,(q-q_0)+(\lambda.l'+B')\,(r-r_0)\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +\gamma\ (\lambda.f+\mu)=0\\
&(\lambda.m'+C')\,(p-p_0)+(\lambda.l\ +B)\ (q-q_0)+(\lambda.k'+A')\,(r-r_0)\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +\gamma'\,(\lambda.f+\mu)=0\\
&(\lambda.l'\ +B')\,(p-p_0)+(\lambda.k'\ +A')\,(q-q_0)+(\lambda.m+C)\ (r-r_0)\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +\gamma''(\lambda.f+\mu)=0.
\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

Fügen wir hiezu noch die aus der Subtraction der Gleichungen (2) und (8) hervorgehende Gleichung

$$\gamma\,(p-p_0)+\gamma'(q-q_0)+\gamma''(r-r_0)=0, \qquad (15)$$

so sehen wir ein System von vier Gleichungen vor uns, aus dem sich die 4 Größen $p-p_0$, $q-q_0$, $r-r_0$, $\lambda.f+\mu$ eliminiren lassen. Das Resultat dieser Operation ist die quadratische Gleichung für λ:

$$\begin{Bmatrix}
\lambda.k\ +A\ , & \lambda.m'+C', & \lambda.l'+B', & \gamma\\
\lambda.m'+C', & \lambda.l\ +B\ , & \lambda.k'+A', & \gamma'\\
\lambda.l'\ +B', & \lambda.k'+A', & \lambda.m+C\ , & \gamma''\\
\gamma\ , & \gamma'\ , & \gamma''\ , & 0
\end{Bmatrix}=0 \qquad (16)$$

Hat man die Werthe von λ auf diese Weise ermittelt, so ergeben sich die Werthe der Halbaxen, welche wir mit R bezeichnen, aus dem System der Gleichungen (13), indem wir die erste derselben mit $p-p_0$, die zweite mit $q-q_0$, die dritte mit $r-r_0$ multipliciren und die Resultate addiren. Man erhält sofort unter Berücksichtigung der Gleichungen (6), (9), (15)

$$\begin{aligned}
\lambda.R^2 &= (Ap\ +C'q\ +B'r\ )\,p_0+(C'p\ +Bq\ +A'r\ )\,q_0\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad +(B'p\ +A'q\ +Cr\ )\,r_0\\
&=(Ap_0+C'q_0+B'r_0)\,p\ +(C'p_0+Bq_0+A'r_0)\,q\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad +(B'p_0+A'q_0+Cr_0)\,r
\end{aligned}$$

oder mit Rücksicht auf (9) und (2)

$$\lambda.R^2=f(\gamma p+\gamma' q+\gamma'' r)=f.S.$$

Wenn wir nun

$$\begin{Bmatrix}
A\ , & C', & B'\\
C', & B\ , & A'\\
B', & A', & C
\end{Bmatrix}=\Delta\quad ,\qquad
\begin{Bmatrix}
A\ , & C', & B', & \gamma\\
C', & B\ , & A', & \gamma'\\
B', & A', & C\ , & \gamma''\\
\gamma\ , & \gamma', & \gamma'', & 0
\end{Bmatrix}=D$$

setzen, so stellt sich der Werth von f, wie er sich aus der Auflösung der Gleichungen (7) und (8) ergibt, in der Form dar:

$$-D.f = \Delta.S;$$

man hat also

$$\lambda.R^2 = -\frac{S^2.\Delta}{D}. \tag{17}$$

3. Wir haben zunächst die auf der linken Seite von Gleichung (16) befindliche Determinante, die wir mit E bezeichnen werden, zu entwickeln. Man hat dabei natürlich auf die Gleichungen (4), welche die gegenseitige Abhängigkeit der sechs Constanten $k, l, \ldots m'$ ausdrücken, zurückzugehen. Setzt man für k', l', m' die aus (4) sich ergebenden Werthe in E ein, so folgt

$$E = \left(\begin{array}{llll} \lambda.k+A, & \frac{1}{2}\lambda\left\{-\frac{a''^2+b''^2}{\gamma\gamma'} + k.\frac{\gamma'}{\gamma} + l.\frac{\gamma}{\gamma'}\right\} + C', & \frac{1}{2}\lambda\left\{-\frac{a'^2+b'^2}{\gamma''\gamma} + m.\frac{\gamma}{\gamma''} + k.\frac{\gamma''}{\gamma}\right\} + B', & \gamma \\ \cdot\,, & \lambda.l+B, & \frac{1}{2}\lambda\left\{-\frac{a^2+b^2}{\gamma\gamma'} + l.\frac{\gamma''}{\gamma'} + m.\frac{\gamma'}{\gamma''}\right\} + A', & \gamma' \\ \cdot\,, & \cdot\,, & \lambda.m+C, & \gamma'' \\ \cdot\,, & \cdot\,, & \cdot & ,\ 0 \end{array} \right)$$

(Hier sind die leicht zu ergänzenden Elemente unter der Hauptdiagonale durch Punkte angedeutet). Zieht man in vorstehender Determinante die der Reihe nach mit

$$\tfrac{1}{2}\lambda.\frac{k}{\gamma}, \quad \tfrac{1}{2}\lambda.\frac{l}{\gamma'}, \quad \tfrac{1}{2}\lambda.\frac{m}{\gamma''}$$

multiplicirte 4. Columne beziehungsweise von der 1., 2., 3. Columne ab; ebenso die mit den nämlichen Factoren multiplicirte 4. Reihe beziehungsweise von der 1., 2, 3. Reihe, so erhält man ohne Mühe

$$E=\begin{Bmatrix} A & ,-\tfrac{1}{2}\lambda.\dfrac{a''^2+b''^2}{\gamma\gamma'}+C', & -\tfrac{1}{2}\lambda.\dfrac{a'^2+b'^2}{\gamma''\gamma}+B', & \gamma \\ -\tfrac{1}{2}\lambda.\dfrac{a''^2+b''^2}{\gamma\gamma'}+C', & B & ,-\tfrac{1}{2}\lambda.\dfrac{a^2+b^2}{\gamma'\gamma''}+A', & \gamma' \\ -\tfrac{1}{2}\lambda.\dfrac{a'^2+b'^2}{\gamma''\gamma}+B', & -\tfrac{1}{2}\lambda.\dfrac{a^2+b^2}{\gamma'\gamma''}+A', & C & ,\gamma'' \\ \gamma & , \gamma' & , \gamma'' & , 0 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Für unsern Zweck ist es wünschenswerth, λ aus den seitlichen Elementen in die der Hauptdiagonale zu verlegen. Wir erreichen dies leicht auf folgende Art: Es bestehen nach der Bedeutung der Größen γ, γ', γ'' (vgl. Nr. 1) — zufolge eines bekannten Satzes aus der Theorie der Determinanten — die Identitäten

$$a\gamma+a'\gamma'+a''\gamma''=0, \quad b\gamma+b'\gamma'+b''\gamma''=0. \tag{19}$$

Multipliciren wir die erste derselben mit a, die zweite mit b und addiren, so folgt

$$(a^2+b^2)\gamma+(aa'+bb')\gamma'+(a''a+b''b)\gamma''=0$$

und analog

$$\begin{aligned}(aa'+bb')\gamma+(a'^2+b'^2)\gamma'+(a'a''+b'b'')\gamma''=0\\ (a''a+b''b)\gamma+(a'a''+b'b'')\gamma''+(a''^2+b''^2)\gamma''=0.\end{aligned} \tag{20}$$

Addiren wir also in (18) die nacheinander mit

$$-\tfrac{1}{2}\lambda.\frac{a'a''+b'b''}{\gamma\gamma'\gamma''}, \quad -\tfrac{1}{2}\lambda.\frac{a''a+b''b}{\gamma\gamma'\gamma''}, \quad -\tfrac{1}{2}\lambda.\frac{aa'+bb'}{\gamma\gamma'\gamma''}$$

multiplicirte 4. Columne beziehungsweise zur 1., 2, 3. Columne, ebenso die mit denselben Factoren multiplicirte 4. Reihe nach einander zur 1., 2., 3. Reihe, so ergibt sich zufolge der Gleichungen (20), welche man sich zu diesem Zwecke durch $\gamma\gamma'\gamma''$ dividirt denken wird

$$(21)^{1)}\quad E=\begin{vmatrix} A-\lambda.\frac{a'a''+b'b''}{\gamma'\gamma''}, & C', & B', & \gamma \\ C', & B-\lambda.\frac{a''a+b''b}{\gamma''\gamma}, & A', & \gamma' \\ B', & A', & C-\lambda.\frac{aa'+bb'}{\gamma\gamma'}, & \gamma'' \\ \gamma, & \gamma', & \gamma'', & 0 \end{vmatrix}=0$$

Nun bietet die Entwickelung nach den Potenzen von λ keine weitere Schwierigkeit dar. Indem wir in der ganzen Gleichung die Zeichen ändern, erhalten wir als Coëfficienten von λ^2 den Ausdruck

$$\frac{(a'a''+b'b'')(a''a+b''b)}{\gamma\gamma'}+\frac{(a''a+b''b)(aa'+bb')}{\gamma'\gamma''}+\frac{(aa'+bb')(a'a''+b'b'')}{\gamma''\gamma}.$$

Bedenkt man, daß

$$\gamma\gamma'=\begin{vmatrix} a', & b' \\ a'', & b'' \end{vmatrix}.\begin{vmatrix} a'', & b'' \\ a, & b \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a'a''+b'b'', & aa'+bb' \\ a''^2+b''^2, & a''a+b''b \end{vmatrix}$$

und setzt nach Multiplication mit γ'' für $(a''^2+b''^2)\gamma''$ den Werth aus der 3. der Gleichungen (20) ein, so sieht man sogleich, daß der genannte Coëfficient $=1$ ist.

Bezeichnen wir ferner die adjungirten Elemente von D mit $d_{r,s}$, wo r, s die Indices des zugehörigen Elementes von D sind, so hat man unmittelbar als Coëfficienten von λ in Gleichung (21)

$$\frac{a'a''+b'b''}{\gamma'\gamma''}d_{1,1}+\frac{a''a+b''b}{\gamma''\gamma}d_{2,2}+\frac{aa'+bb'}{\gamma\gamma'}d_{3,3}.$$

Nun ist

$$(22)\quad d_{1,1}=-B\gamma''^2-C\gamma'^2+2A'\gamma'\gamma'',\qquad d_{2,2}=-C\gamma^2-A\gamma''^2+2B'\gamma'\gamma''$$
$$d_{3,3}=-A\gamma'^2-B\gamma^2+2C'\gamma\gamma';$$

---

1) Verwendet man zur Darstellung von ρ^2 den specialisirten Ausdruck (5), so bietet sich das Eliminationsresultat der Gleichungen (14) und (15) unmittelbar in der Form (21) dar.

bildet man ferner durch Multiplication mit a, a', a'' aus der 1. der Gleichungen (19) die Identitäten

$$\frac{a^2}{\gamma'\gamma''}+\frac{aa'}{\gamma''\gamma}+\frac{a''a}{\gamma\gamma'}=0,\quad \frac{aa'}{\gamma'\gamma''}+\frac{a'^2}{\gamma''\gamma}+\frac{a'a''}{\gamma\gamma'}=0 \text{ etc.},$$

so ergibt sich sofort die weitere Identität:

$$\frac{a'a''}{\gamma'\gamma''}d_{1,1}+\frac{a''a}{\gamma''\gamma}d_{2,2}+\frac{aa'}{\gamma\gamma'}d_{3,3}=F(a,a',a'') \tag{23}$$

und analog

$$\frac{b'b''}{\gamma'\gamma''}d_{1,1}+\frac{b''b}{\gamma''\gamma}d_{2,2}+\frac{bb'}{\gamma\gamma'}d_{3,3}=F(b,b',b'').$$

Mithin läßt sich der genannte Coëfficient in der Form

$$F(a,a',a'')+F(b,b',b'')$$

darstellen.

Faßt man dies alles zusammen, so erhält man an Stelle von (21) die folgende Gleichung:

$$\lambda^2+[F(a,a',a'')+F(b,b',b'')]\,\lambda-D=0. \tag{24}$$

4. Die Wurzeln der vorstehenden Gleichung sind stets reell; was sich durch eine Umformung von D leicht zeigen läßt. Wir suchen die Werthe von A', B', C' aus (22) und substituiren dieselben in D; dann ergibt sich durch eine der an der Determinante E in Nr. 3 ausgeführten ganz ähnliche Reduction:

$$4D=\begin{vmatrix} 0, & \frac{d_{3,3}}{\gamma\gamma'}, & \frac{d_{2,2}}{\gamma''\gamma}, & \gamma \\ \frac{d_{3,3}}{\gamma\gamma'}, & 0, & \frac{d_{1,1}}{\gamma'\gamma''}, & \gamma' \\ \frac{d_{2,2}}{\gamma''\gamma}, & \frac{d_{1,1}}{\gamma'\gamma''}, & 0, & \gamma'' \\ \gamma, & \gamma', & \gamma'', & 0 \end{vmatrix} \tag{25}$$

$$=\frac{\gamma^2 d_{1,1}^2}{\gamma'^2\gamma''^2}+\frac{\gamma'^2 d_{2,2}^2}{\gamma''^2\gamma^2}+\frac{\gamma''^2 d_{3,3}^2}{\gamma^2\gamma'^2}-2\frac{d_{2,2}d_{3,3}}{\gamma^2}-2\frac{d_{3,3}d_{1,1}}{\gamma'^2}-2\frac{d_{1,1}d_{2,2}}{\gamma''^2}.$$

Bedenkt man, daß einerseits

$$\gamma^2 = (a'b''+a''b')^2-4a'a''.b'b''$$
$$\gamma'^2 = (a''b+ab'')^2-4a''a.b''b$$
$$\gamma''^2 = (ab'+a'b)^2-4aa'.bb'$$

und andererseits

$$-\gamma'\gamma'' = \begin{Bmatrix} a'', & b'' \\ a, & b \end{Bmatrix} . \begin{Bmatrix} b, & a \\ b', & a' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a''b+ab'', & a'b''+a''b' \\ 2ab, & ab'+a'b \end{Bmatrix}$$
$$= (a''b+ab'')(ab'+a'b)-2aa'.b''b-2a''a.bb'$$

sowie

$$-\gamma''\gamma = (ab'+a'b)(a'b''+a''b')-2a''a.bb'-2aa'.b'b''$$
$$-\gamma\gamma' = (a'b''+a''b')(a''b+ab'')-2a'a''.b'b''-2a'a''.b''b,$$

so erkennt man mit Hilfe der Gleichungen (23) sofort, daß

$$4D = \left\{\frac{a'b''+a''b'}{\gamma'\gamma''}.d_{1,1}+\frac{a''b+ab''}{\gamma''\gamma}.d_{2,2}+\frac{ab'+a'b}{\gamma\gamma'}.d_{3,3}\right\}^2$$
$$-4F(a,a',a'')F(b,b',b'').$$

Setzt man also zur Abkürzung

$$\frac{a'b''+a''b'}{\gamma'\gamma''}d_{1,1}+\text{etc.} = N,$$

so folgt

(26) $$[F(a,a',a'')+F(b,b',b'')]^2+4D=[F(a,a',a'')-F(b,b',b'')]^2+N^2.$$

Somit ist die Diskriminante der Gleichung (24) negativ, d. h. die Wurzeln der Gleichung (24) sind stets reell und werden, falls genannter Ausdruck verschwindet, identisch. Dies ist nur dann möglich, wenn zugleich

$$\frac{a'b''+a''b'}{\gamma'\gamma''}d_{1,1}+\frac{a''b+ab''}{\gamma''\gamma}d_{2,2}+\frac{ab'+a'b}{\gamma\gamma'}d_{3,3}=0$$
$$F(a,a',a'')-F(b,b',b'')=0$$

ist. Letztere Gleichung kann nach (23) auch so geschrieben werden

$$\frac{a'a''-b'b''}{\gamma'\gamma''}d_{1,1}+\frac{a''a-b''b}{\gamma''\gamma}d_{2,2}+\frac{aa'-bb'}{\gamma\gamma'}d_{3,3}=0,$$

so daß aus beiden vorstehenden Gleichungen

$$\frac{d_{1,1}}{a^2+b^2}=\frac{d_{2,2}}{a'^2+b'^2}=\frac{d_{3,3}}{a''^2+b''^2} \tag{27}$$

abgeleitet werden kann. Der gemeinsame Werth dieser Brüche ist λ, wie sich sogleich ergibt, wenn man bedenkt, daß zufolge der Gleichungen (20) und einer in Nr. 3 vorgenommenen Reduction

$$\frac{a'a''+b'b''}{\gamma''\gamma'}(a^2+b^2)+\frac{a''a+b''b}{\gamma''\gamma}(a'^2+b'^2)+\frac{aa'+bb'}{\gamma\gamma'}(a''^2+b''^2)=-2$$

ist. Die Gleichungen (27) geben offenbar die Bedingungen, unter welchen die Gleichung (6) einen Kreis darstellt. In dieser Form wurden dieselben zuerst von Ferrers (vgl. Salmon a. a. Ort p. 163) angeführt, aber auf ganz anderem Wege gefunden.

5. Bezeichnen wir die beiden Werthe von λ mit λ_1 und λ_2 (für den ersteren wurde das Radical positiv genommen), so haben wir nach (24)

$$\lambda_1+\lambda_2=-F(a,a',a'')-F(b,b',b''); \quad \lambda_1\lambda_2=-D. \tag{28}$$

Durch Substitution dieser beiden Werthe von λ in (17) erhalten wir zwei Werthe R_1 und R_2, über deren Natur wir durch einen Blick auf (17) und (28) leicht entscheiden. Ebenso wird sich daraus ermitteln lassen, welcher von ihnen ein Maximum oder Minimum sei.

Ehe wir jedoch auf diesen Gegenstand näher eingehen, legen wir uns, theils zum genaueren Verständnisse, theils zur Abkürzung der folgenden Entwickelungen die Frage vor: Unter welcher Bedingung behält der Ausdruck

$$Ax^2+By^2+Cz^2+2A'yz+2B'zx+2C'xy=F \tag{a}$$

für ein beliebiges System von Werthen der x, y, z, das nur der Bedingung

$$ax+by+cz=0 \tag{b}$$

unterworfen ist, ein bestimmtes Zeichen?

Wir versuchen für diese bekannte Aufgabe eine dem Geiste dieses Aufsatzes entsprechende Lösung zu geben.

Es seien ρ_1, ρ_2, ρ_3 drei positive Größen, σ ein unbestimmter Coëfficient, endlich k ein mit einem unveränderlichen Zeichen behafteter Ausdruck. Setzt man

$$(c)\qquad \begin{aligned} Ax + C'y + B'z &= k.\rho_1 x + \sigma.a \\ C'x + By + A'z &= k.\rho_2 y + \sigma.b \\ B'x + A'y + Cz &= k.\rho_3 z + \sigma.c, \end{aligned}$$

so erhält man mit Rücksicht auf (b)

$$F = k(\rho_1 x^2 + \rho_2 y^2 + \rho_3 z^2),$$

woraus erhellt, daß, solange die x, y, z an die Gleichung (c) gebunden sind, F stets das Zeichen von k trage. Eliminirt man x, y, z aus den Gleichungen (b) und (c), so findet sich als Bedingungsgleichung für obige Forderung:

$$\begin{Bmatrix} A-k\rho_1, & C', & B', & a \\ C', & B-k\rho_2, & A', & b \\ B', & A', & C-k\rho_3, & c \\ a, & b, & c, & 0 \end{Bmatrix} = 0$$

oder

$$(d)\quad k^2(\rho_2\rho_3 a^2 + \rho_3\rho_1 b^2 + \rho_1\rho_2 c^2) + k(\rho_1 d_{1,1} + \rho_2 d_{2,2} + \rho_3 d_{3,3}) - D = 0$$

worin

$$\begin{Bmatrix} A, & C', & B', & a \\ C', & B, & A', & b \\ B', & A', & C, & c \\ a, & b, & c, & 0 \end{Bmatrix}$$

mit D und ihre Unter-Determinanten mit $d_{r,s}$ bezeichnet sind. Die dieser Gleichung genügenden Werthe von k sind stets reell; was sich am einfachsten durch eine von Cauchy herrührende Transformation der Gleichungen (c) zeigen läßt (vgl. Petzval „Theorie des größten und kleinsten“ in Haidinger's gesammelten naturwissenschaftlichen Abhandlungen Band II). Es seien k' und k'' die Wurzeln von (d), x', y', z' und $x''y''z''$ die ihnen entsprechenden Werthe von x, y, z; daher ist

$$\begin{aligned} (A-k'\rho_1)\, x' + C'y' + B'z' &= 0 \\ (A-k''\rho_1)\, x'' + C'y'' + B'z'' &= 0. \end{aligned}$$

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen mit x'', die zweite mit x', so folgt

$$(k'-k'')\,\rho_1 x'x'' + C'(x'y''-x''y') + B'(z''x'-z'x'') = 0$$

Analog ergibt sich:

$$(k'-k'')\rho_2 y'y''+A'(y'z''-y''z')+C'(x''y'-x'y'')=0$$
$$(k'-k'')\rho_3 z'z''+B'(z'x''-z''x')+A'(y''z'-y'z'')=0.$$

Die Addition der vorstehenden Gleichungen liefert die Relation

$$(k'-k'')(\rho_1 x'x''+\rho_2 y'y''+\rho_3 z'z'')=0 \qquad (e)$$

woraus wir — nach dem Vorgange von Poisson — schließen, daß k' und k'' reell sein müssen; denn wäre dies nicht der Fall, so müßten wir uns

$$k'=\varkappa_1+\varkappa_2\sqrt{-1} \qquad k''=\varkappa_1+\varkappa_2\sqrt{-1}$$

und dem entsprechend

$$x'=\xi_1+\xi_2\sqrt{-1} \qquad x''=\xi_1-\xi_2\sqrt{-1}$$
$$y'=\eta_1+\eta_2\sqrt{-1} \qquad y''=\eta_1-\eta_2\sqrt{-1}$$
$$z'=\zeta_1+\zeta_2\sqrt{-1} \qquad z''=\zeta_1-\zeta_2\sqrt{-1}$$

denken. Dann geht aber die Gleichung (e) in folgende über

$$2k_2\sqrt{-1}\{\rho_1(\xi_1^2+\xi_2^2)+\rho_2(\eta_1^2+\eta_2^2)+\rho_3(\zeta_1^2+\zeta_2^2)\}=0,$$

welche zufolge der über die Größen ρ oben gemachten Voraussetzung nur durch die Annahme

$$k_2=0$$

verwirklicht werden kann [1].

Damit nun die beiden Wurzeln von (d) gleichbezeichnet seien ist nothwendig, daß

$$D<0 \qquad (f)$$

sei. Das gemeinsame Zeichen derselben ist dem des Ausdruckes

$$\rho_1 d_{1,1}+\rho_2 d_{2,2}+\rho_3 d_{3,3}$$

entgegengesetzt, welchem wegen der Unbestimmtheit der ρ (mit Ausnahme des Zeichens) nur dann ein bestimmtes Zeichen zukommt, wenn die $d_{1,1}$, $d_{2,2}$, $d_{3,3}$ gleichbezeichnet sind. Diese Bedingung ist

[1]) Es ist nur durch langwierige Transformationen möglich, die Diskriminante der Gleichung (d) als Summe zweier Quadrate darzustellen. Daher wurde Cauchy's mehr indirecter Weg vorgezogen.

bereits in (f) enthalten; denn nach den bekannten Sätzen über adjungirte Systeme (oder insbesondere nach Gleichung (14) in Brioschi Teorica dei determinanti 1854, p. 11) bestehen die Relationen

$$(g)\quad -Da^2=d_{2,2}d_{3,3}-d_{2,3}^2,\ -Db^2=d_{3,3}d_{1,1}-d_{3,1}^2,\ -Dc^2=d_{1,1}d_{2,2}-d_{1,2}^2.$$

Wir gelangen also zum Schlusse, daß der Ausdruck (a) nur unter der Bedingung (f) für jedes Werthsystem x, y, z ein bestimmtes Zeichen behaupte, welches mit dem gemeinsamen Zeichen der Größen

$$-d_{1,1},\ -d_{2,2},\ -d_{3,3}$$

oder

$$(h)\quad Bc^2+Cb^2-2A'bc,\ \ Ca^2+Ac^2-2B'ca,\ \ Ab^2+Ba^2-2C'ab$$

übereinstimmt.

Ist dagegen $D>0$, so sind die Wurzeln der Gleichung (d) entgegengesetzt, so daß auch F sein Zeichen wechselt.

Im besondern Falle

$$D=0$$

verschwindet einer der Werthe von k, während der andere das durch die Ausdrücke (h) bestimmte Zeichen noch ferner behält. Demnach verschwindet F für alle Werthe x, y, z, welche außer der Gleichung (b) noch den Gleichungen

$$\begin{aligned} Ax+C'y+B'z&=\sigma.a\\ C'x+By+A'z&=\sigma.b\\ B'x+A'y+Cz&=\sigma.c \end{aligned}$$

genügen. Außerdem besitzt aber F ein bestimmtes Zeichen. Dies ist nur in der Art möglich, daß sich F — von einem constanten Factor, dessen Zeichen mit dem der Ausdrücke (h) übereinstimmt, abgesehen — als Quadrat eines in x, y, z linearen Ausdruckes darstellen lasse; und zwar wird dies auf unendlich verschiedene Art geschehen können.

6. Wir benützen das Resultat der vorigen Nummer sofort zur Beurtheilung des Zeichens von $d^2\rho$. Setzen wir zur Abkürzung

$$\begin{aligned} k\,(p-p_0)+m'(q-q_0)+l'\,(r-r_0)&=\mathfrak{P}\\ m'(p-p_0)+l\,(q-q_0)+k'(r-r_0)&=\mathfrak{Q}\\ l'\,(p-p_0)+k'\,(q-q_0)+m(r-r_0)&=\mathfrak{R}, \end{aligned}$$

so ergibt sich durch nochmalige Differentiation aus (10)

$$\begin{aligned} \rho d^2\rho+d\rho^2=&\,dp(kdp+m'dq+l'dr)+dq(m'dp+ldq+k'dr)\\ &+dr(l'dp+k'dr+mdr)+\mathfrak{P}d^2p+\mathfrak{Q}d^2q+\mathfrak{R}d^2r. \end{aligned}$$

Ebenso folgt aus (11) und (12)

$$dp(Adp+C'dq+B'dr)+dq(C'dp+Bdq+A'dr)$$
$$+dr(B'dp+A'dq+Cdr)+\frac{\partial F}{\partial p}.d^2p+\frac{\partial F}{\partial q}d^2q+\frac{\partial F}{\partial r}d^2r=0$$
$$\gamma d^2p+\gamma' d^2q+\gamma'' d^2r=0.$$

Addirt man diese Gleichungen, nachdem man die erste mit λ und die dritte mit μ multiplicirt hat, so erhält man mit Rücksicht auf die Gleichungen (13) und $d\rho=0$

$$\begin{aligned}\lambda\rho d^2\rho = & (\lambda.k+A)\,dp^2+(\lambda.l+B)\,dq^2+(\lambda.m+C)\,dr^2 \\ & +2(\lambda.k'+A')\,dq\,dr+2(\lambda.l'+B')\,dr\,dp+2(\lambda.m'+C')\,dp\,dq\end{aligned} \qquad (29)$$

Dabei sind die Differentiale dp, dq, dr, an die Gleichung (12) gebunden. Geht man auf die Gleichung (16) zurück, so wird man mit Hilfe dessen, was in Nr. 5 auseinandergesetzt ist, sogleich bemerken, daß die rechte Seite der Gleichung (29) sich als Quadrat eines nach dp, dq, dr linearen Ausdruckes darstellen lasse, abgesehen von einem gewissen constanten Factor, dessen Zeichen dem derjenigen Unterdeterminanten von E, welche zu den Elementen der Hauptdiagonale gehören, entgegengesetzt ist. Bezeichnet man diese Unterdeterminanten allgemein mit $e_{r,s}$, so hat man

$$e_{1,1}=\begin{Bmatrix}\lambda.l+B, & \lambda.k'+A', & \gamma' \\ \lambda.k'+A', & \lambda.m+C, & \gamma'' \\ \gamma', & \gamma'', & 0\end{Bmatrix}.$$

Wird diese Determinante ganz auf dieselbe Weise behandelt, wie E in Nr. 3, so ergibt sich ohne Mühe

$$e_{1,1}=\begin{Bmatrix}B-\lambda.\dfrac{a''a+b''b}{\gamma''\gamma}, & A', & \gamma' \\ A', & C-\lambda.\dfrac{aa'+bb'}{\gamma\gamma'} & \gamma'' \\ \gamma', & \gamma'', & 0\end{Bmatrix}$$

und daraus mit Rücksicht auf (20)

$$e_{1,1}=d_{1,1}-(a^2+b^2)\,\lambda;$$

auf ähnliche Weise findet man auch

(30) $e_{2,2} = d_{2,2} - (a'^2 + b'^2)\lambda$, $e_{3,3} = d_{3,3} - (a''^2 + b''^2)\lambda$.

Setzen wir in dem ersten dieser Ausdrücke für λ nacheinander seine Werthe λ_1 und λ_2 unter, so folgt, wenn die entsprechenden Werthe von $e_{1,1}$ mit $e'_{1,1}$ und $e''_{1,1}$ bezeichnet werden:

$$e'_{1,1} = d_{1,1} - (a^2+b^2)\lambda_1 \quad , \quad e''_{1,1} = d_{1,1} - (a^2+b^2)\lambda_2$$

also

$$e'_{1,1}e''_{1,1} = d^2_{1,1} - d_{1,1}(a^2+b^2)(\lambda_1+\lambda_2) + (a^2+b^2)^2\lambda_1\lambda_2.$$

Dieser Ausdruck läßt sich mit Rücksicht auf die Gleichungen (28), (23), (25) in folgenden transformiren

$$e'_{1,1}e''_{1,1} = -\left[\left(\frac{aa'+bb'}{\gamma''} - \frac{a''a+b''b}{\gamma'}\right)d_{1,1} + \frac{a^2+b^2}{\gamma}\left(\frac{\gamma' d_{2,2}}{\gamma''} - \frac{\gamma'' d_{3,3}}{\gamma'}\right)\right]^2.$$

Die Zusammenziehung der mit $d_{1,1}$ behafteten Glieder wird erleichtert, wenn man an Stelle von $(a^2+b^2)\gamma$ den Werth aus (20) einführt. Dann bietet nur noch die Transformation des Coëfficienten von $-d^2_{1,1}$ Schwierigkeit dar; unmittelbar erhält man dafür

$$-4 - 4\frac{(a'a''+b'b'')(a^2+b^2)}{\gamma'\gamma''} + \frac{(a^2+b^2)^2\gamma^2}{\gamma'^2\gamma''^2};$$

da, wie schon öfters bemerkt wurde,

$$\gamma'\gamma'' = (a''a+b''b)(aa'+bb') - (a^2+b^2)(a'a''+b'b''),$$

so kann man an Stelle dieses Ausdruckes

$$\frac{1}{\gamma'^2\gamma''^2}\cdot$$
$$\{-\gamma'^2(ab'-a'b)^2 - \gamma''^2(a''b-ab'')^2 - 2(a'a''+b'b'')(a^2+b^2)\gamma'\gamma''$$
$$-2(aa'+bb')(a''a+b''b)\gamma'\gamma'' + (a^2+b^2)[(a'\gamma'+a''\gamma'')^2$$
$$+(b'\gamma'+b''\gamma'')^2]\}.$$

setzen, worin man sogleich

$$\frac{1}{\gamma'^2\gamma''^2}\{(aa'+bb')\gamma' - (a''a+b''b)\gamma''\}^2$$

erkennt. Man sieht also, daß die beiden Größen $e'_{1,1}$ und $e''_{1,1}$ entgegengesetztes Zeichen besitzen. Da ferner

$$e''_{1,1} - e'_{1,1} = (a^2+b^2)(\lambda_1 - \lambda_2),$$

so ergibt sich, wenn man sich erinnert, daß in λ_1 das Radical der Gleichung (24) positiv vorausgesetzt wurde, daß $e'_{1,1}$ eine negative, $e''_{1,1}$ eine positive Größe ist; somit ist die rechte Seite der Gleichung (29) für λ_1 positiv, für λ_2 negativ. Das Zeichen von $d^2\rho$ findet sich sodann, wenn das von λ bekannt ist, indem ρ, als absolute Quantität, positiv gedacht wird.

7. Zur Discussion der Gleichungen (17) und (28) übergehend, werden wir sofort folgende Hauptfälle unterscheiden:

I. $D<0$; λ_1 und λ_2 gleichbezeichnet; also R_1 und R_2 zugleich reell oder imaginär;

II. $D>0$; λ_1 und λ_2 ungleich bezeichnet; eines der R reell, das andere imaginär;

III. $D=0$; beide R unendlich groß.

Jeder dieser Hauptfälle umfaßt mehrere specielle Fälle, die sich auf folgende Art ergeben:

I. Aus $D<0$ folgt nach Nr. 5, da a, a', a''; b, b', b'' beziehungsweise den Gleichungen (19) genügen, daß $F(a, a', a'')$ und $F(b, b', b'')$ gleiches Zeichen besitzen, welches nach (28) dem der Größen λ_1 und λ_2 entgegengesetzt ist. Es ergibt sich also, daß, wenn

1. $\frac{\Delta}{F(a, a', a'')} < 0$, R_1 und R_2 reell sind; das eine ist ein Maximum, das andere ein Minimum. Ist $F(a, a', a'')>0$, so sind die λ negativ, also nach Nr. 6 R_1 das Maximum; im entgegengesetzten Falle fällt dasselbe auf R_2. Diese Unterscheidung ist jedoch unwesentlich, indem man sofort bemerkt, daß, wenn man in (6) durchgehends die Zeichen ändert, auch Δ, $F(a, a', a'')$ und $F(b, b', b'')$ ihre Zeichen ändern, wodurch R_1 und R_2 sich vertauschen. — Der hieher gehörige Kegelschnitt ist also die reelle Ellipse.

2. $\frac{\Delta}{F(a, a', a'')} > 0$, R_1 und R_2 imaginär. — Imaginäre Ellipse.

3. $\Delta=0$, R_1 und R_2 verschwinden. Bekanntlich stellt unter dieser Bedingung die Gleichung (6) ein System von zwei imaginären Geraden mit reellem Durchschnittspunkte dar, die übrigens nicht identisch werden dürfen, weil dann D bereits verschwindet (vgl. unten).

II. 1. $\Delta \gtrless 0$: — Hyperbel. Da beide Werthe von λ entgegengesetztes Zeichen besitzen, so ist nothwendig λ_1 positiv, λ_2 negativ.

Ist also $\Delta < 0$, so ist nach (17) R_1 reell und zwar nach Nr. 6 ein Minimum; ist $\Delta > 0$, so gilt dasselbe von R_2. (Bezüglich dieser Unterscheidung vgl. das unter I 1. Bemerkte).

2. $\Delta = 0$: — Ein System von zwei reellen sich schneidenden Geraden, die nicht identisch werden können (I, 3).

III. Wenn D verschwindet, so genügen die Coordinaten des Centrums des Kegelschnittes neben den Gleichungen (7) auch noch der Gleichung

$$\gamma p_0 + \gamma' q_0 + \gamma'' r_0 = 0,$$

d. h. dasselbe liegt im Unendlichen. — Andererseits drückt dieselbe Bedingung nach Nr. 5 auch aus, daß die $F(a, a', a'')$, $F(b, b', b'')$ — von gewissen constanten Factoren, deren Zeichen mit dem der Größen $-d_{1,1}$, $-d_{2,2}$, $-d_{3,3}$ übereinstimmt, abgesehen — vollständige Quadrate seien.

1. $\Delta \gtrless 0$. Da für die Determinante D zufolge eines oben erwähnten Satzes

$$\begin{aligned} d_{1,1}d_{4,4} - d_{1,4}^2 &= (BC - A'^2)\,D \\ d_{2,2}d_{4,4} - d_{2,4}^2 &= (CA - B'^2)\,D \qquad (31) \\ d_{3,3}d_{4,4} - d_{3,4}^2 &= (AB - C'^2)\,D \end{aligned}$$

ist, worin $d_{4,4}$ nichts anders als Δ ist, so sieht man, daß für $D = 0$ die Größen $d_{1,1}$, $d_{2,2}$, $d_{3,3}$ mit Δ gleichbezeichnet sind, welches somit das dem Zeichen von $F(a, a', a'')$ entgegengesetzte trägt. Es verschwindet also von den λ im Falle $\Delta < 0 : \lambda_1$, im Falle $\Delta > 0 : \lambda_2$; das andere λ, im Zeichen mit Δ übereinstimmend, behält stets einen angebbaren Werth und kann nicht eher verschwinden, als bis die drei Größen $d_{1,1}$, $d_{2,2}$, $d_{3,3}$ zugleich $= 0$ werden, was bereits die Bedingung $\Delta = 0$ in sich schließt (vgl. unten). — Die Halbaxen-Quadrate sind unendlich groß, aber mit dem Unterschiede, daß dasjenige von ihnen, welches dem verschwindenden λ entspricht, sich als positiv nachweisen läßt, was man sogleich erkennt, wenn man in (17) an Stelle von D: $-\lambda_1\lambda_2$ einsetzt. Offenbar entspricht dasselbe der Richtung, auf welcher das Centrum in's Unendliche gerückt ist. — Die Curve ist eine Parabel.

2. $\Delta = 0$. Die Gleichung (6) stellt zwei parallele Gerade dar. Es erscheint R in der Form $\frac{0}{0}$. Der wahre Werth dieses Symboles wird auf folgende Art ermittelt. Aus (31) ergibt sich jetzt

$$d_{1,4} = d_{2,4} = d_{3,4} = 0.$$

Lassen wir aber vorläufig nur die beiden letzteren verschwinden und bedenken, daß identisch

$$D = \gamma d_{1,4} + \gamma' d_{2,4} + \gamma'' d_{3,4},$$

so bleibt

$$D = \gamma . d_{1,4}.$$

Setzt man für $d_{1,4}$ diesen Werth in die erste der Gleichungen (31) ein, so folgt

$$d_{1,1} . \frac{\Delta}{D} - \frac{D}{\gamma^2} = BC - A'^2$$

also, wenn $D = 0$ ist,

$$d_{1,1} . \frac{\Delta}{D} = BC - A'^2.$$

Aus der 2. und 3. der Gleichungen (31) findet man analog

$$d_{2,2} . \frac{\Delta}{D} = CA - B'^2$$

$$d_{3,3} . \frac{\Delta}{D} = AB - C'^2,$$

woraus man schließt:

$$\frac{BC - A'^2}{d_{1,1}} = \frac{CA - B'^2}{d_{2,2}} = \frac{AB - C'^2}{d_{3,3}},$$

daß also — nach (17) — die des Verschwindens von Δ wegen an sich gleichbezeichneten Ausdrücke

$$BC - A'^2, \ CA - B'^2, \ AB - C'^2,$$

daß dem Zeichen von $d_{1,1}\lambda . R^2$ entgegengesetzte besitzen. Von den R^2 bleibt eines unendlich groß und zwar für $d_{1,1} < 0 : R_1^2$, für $d_{1,1} > 0 : R_2^2$ (ein, wie oben, unwesentlicher Unterschied); ein bestimmtes Zeichen läßt sich dafür nicht mehr nachweisen. Das andere R^2 ist wieder endlich geworden und hat, da $d_{1,1}$ und λ gleichbezeichnet sind, das dem der Größen $BC - A'^2$ etc. entgegengesetzte Zeichen. Wir haben also die drei Fälle:

a) $BC - A'^2$, $CA - B'^2$, $AB - C'^2$ sind negativ, das zweite R ist reell: — ein System von zwei reellen parallelen Geraden.

b) Diese Größen sind positiv. Das zweite R ist imaginär: — ein System von zwei imaginären parallelen Geraden.

c) Diese Größen verschwinden. Die linke Seite der Gleichung (6) ist ein vollständiges Quadrat: eine doppelte Gerade.

Unter die Fälle *a)* und *c)* gehören auch die weitern Specialisirungen der Gleichung (6), welche vom gleichzeitigen Verschwinden der Größen $d_{1,1}$, $d_{2,2}$, $d_{3,3}$ ausgehen, so daß $\frac{\Delta}{D}$ wieder unendlich wird. Bemerkt man, daß jetzt zufolge (22)

$$(32)\ 2A' = B.\frac{\gamma''}{\gamma'} + C.\frac{\gamma'}{\gamma''};\ 2B' = C.\frac{\gamma}{\gamma''} + A.\frac{\gamma''}{\gamma};\ 2C' = A.\frac{\gamma'}{\gamma} + B.\frac{\gamma}{\gamma'}$$

so erkennt man sofort, daß die Gleichung (6) in folgende übergehe:

$$(\gamma p + \gamma' q + \gamma'' r)\left(\frac{A}{\gamma}p + \frac{B}{\gamma'}q + \frac{C}{\gamma''}r\right) = 0,$$

so daß also von beiden Geraden des Falles *a)* die eine in's Unendliche gerückt erscheint.

Verschwinden endlich noch einmal die Größen $BC - A'^2$ etc., so erscheint $\frac{\Delta}{D}$ wieder in der Form $\frac{0}{0}$. Quadrirt man die erste der Gleichungen (32) und setzt an Stelle von A'^2: BC, so folgt

$$B\frac{\gamma''}{\gamma'} - C\frac{\gamma'}{\gamma''} = 0;$$

also im Ganzen

$$\frac{A}{\gamma^2} = \frac{B}{\gamma'^2} = \frac{C}{\gamma''^2}$$

so daß sich die linke Seite von (6) auf $(\gamma p + \gamma' q + \gamma'' r)^2$ reducirt: die doppelte Gerade des Falles *c)* ist in's Unendliche gerückt. — Sohin ist vom Orte II Ordnung nichts mehr übrig; die Specialisirung hat ihr Ende erreicht.

Die Darstellung dieser zwei letzten Specialisirungen erleidet einige Abänderungen, wenn von den γ eines oder zwei verschwinden; das Resultat bleibt dasselbe.

Das eben gegebene Schema der Örter II. Ordnung wurde mit dem von Joachimsthal (Elemente der analytischen Geometrie 1863, p. 103) und Salmon (a. a. O. p. 422) mitgetheilten, die beide für Parallelcoordinaten giltig sind[1]), verglichen und nach

[1]) Bedeutet ω den Winkel der Coordinatenaxen $p=0$, $q=0$, so erhält man die bezüglichen Resultate durch die für jeden Werth von ω brauchbare Substitution

$$p = x - y\ \text{cotang.}\,\omega \quad ; \quad q = y\ \text{cosec.}\,\omega \quad ; \quad r = 1.$$

Berichtigung einiger Ungenauigkeiten damit in Übereinstimmung gebracht. Dahin gehört bei **Joachimsthal** die Scheidung der Fälle III. 2. *a*), *b*), *c*) (a. a. O. die beiden letzten Zeilen von 1., dann 3. und 4.) in zwei Abtheilungen, welche durch die Bemerkung, daß (in den dort gebrauchten Zeichen) $af-d^2$ und $cf-e^2$ gleichbezeichnet sind[1]), als identisch erkannt werden. Bei **Salmon** wird der Hauptfall I nach dem unwesentlichen Zeichen von Δ — statt $\frac{\Delta}{A}$ — abgetheilt, ohne daß eine bestimmte Annahme über das Zeichen von A oder C ersichtlich wäre.

8. Zu weiterer Bestätigung dieser Resultate suchen wir noch aus den Gleichungen (14) die Werthe für die Coordinatendifferenzen $p-p_0$, $q-q_0$, $r-r_0$. Wir erhalten unmittelbar:

$$\left.\begin{array}{l}
\frac{p-p_0}{e_{1,1}}=\frac{q-q_0}{e_{1,2}}=\frac{r-r_0}{e_{3,1}}=\frac{k(p-p_0)+m'(q-q_0)+l'(r-r_0)}{ke_{1,1}+m'e_{1,2}+l'e_{3,1}} \\
\frac{p-p_0}{e_{1,2}}=\frac{q-q_0}{e_{2,2}}=\frac{r-r_0}{e_{2,3}}=\frac{m'(p-p_0)+l(q-q_0)+k'(r-r_0)}{m'e_{1,2}+le_{2,2}+k'e_{2,3}} \\
\frac{p-p_0}{e_{\,,1}}=\frac{q-q_0}{e_{3,2}}=\frac{r-r_0}{e_{3,3}}=\frac{l'(p-p_0)+k'(q-q_0)+m(r-r_0)}{l'e_{3,1}+k'e_{2,3}+me_{3,3}}
\end{array}\right\} \quad (33)$$

Nun ist

$$\lambda(ke_{1,1}+m'e_{1,2}+l'e_{3,1})=\begin{Bmatrix} \lambda.k\;, & \lambda.m'\;, & \lambda.l'\;, & \gamma \\ \lambda.m'+C', & \lambda.l+B\;, & \lambda.k'+A', & \gamma' \\ \lambda.l'+B', & \lambda.k'+A', & \lambda.m+C\;, & \gamma'' \\ \gamma\;, & \gamma'\;, & \gamma''\;, & 0 \end{Bmatrix}-\gamma e_1,$$

Die hier auftretende Determinante läßt sich ganz in derselben Weise umformen, wie E selbst (vgl. Nr. 3). Das Ergebniß ist

---

[1]) Was sich aus der Relation

$$(af-d^2)\,(cf-d^2)-(bf-de)^2=f.\begin{Bmatrix} a, & b, & d \\ b, & c, & e \\ d, & e, & f \end{Bmatrix}$$

sogleich ergibt.

$$\begin{pmatrix} -\lambda . \dfrac{a'a''+b'b''}{\gamma'\gamma''}, & 0 & , & 0 & , \gamma \\ C' & , B-\lambda . \dfrac{a''a+b''b}{\gamma''\gamma}, & & A' & , \gamma' \\ B' & , & A' & , C-\lambda . \dfrac{aa'+bb'}{\gamma\gamma'}, & \gamma'' \\ \gamma & , & \gamma' & , \quad \gamma'' & , 0 \end{pmatrix}.$$

Benützt man ferner die a. a. O. ausgeführten Reductionen, so kommt schließlich

$$\lambda(ke_{1,1}+m'e_{1,2}+l'e_{3,1}) = \gamma(d_{1,4}-e_{1,4})$$
$$-\lambda\left\{\frac{a'a''+b'b''}{\gamma'\gamma''}.d_{1,1}+\frac{a''a+b''b}{\gamma''}(B'\gamma''-C\gamma)+\frac{aa'+bb'}{\gamma'}(C'\gamma'-B\gamma)\right\}-\lambda^2,$$

und analog

$$\lambda(m'e_{1,2}+le_{2,2}+k'e_{2,3}) = \gamma'(d_{2,4}-e_{2,4})$$
$$-\lambda\left\{\frac{a'a''+b'b''}{\gamma''}(A'\gamma''-C\gamma')+\frac{a''a+b''b}{\gamma''\gamma}d_{2,2}+\frac{aa'+bb'}{\gamma}(C'\gamma-A\gamma')\right\}-\lambda^2,$$

$$\lambda(l'e_{3,1}+k'e_{2,3}+me_{3,3}) = \gamma''(d_{3,4}-e_{3,4})$$
$$-\lambda\left\{\frac{a'a''+b'b''}{\gamma'}(A'\gamma'-B\gamma'')+\frac{a''a+b''b}{\gamma}(B'\gamma-A\gamma'')+\frac{aa'+bb'}{\gamma\gamma'}d_{3,3}\right\}-\lambda^2.$$

Multiplicirt man die erste Reihe der Gleichungen (33) durchaus mit $p-p_0$, die zweite durchaus mit $q-q_0$, die dritte durchaus mit $r-r_0$ und nimmt Rücksicht auf die Gleichungen (9), (23) sowie auf folgende Relationen

$$\begin{aligned} \gamma d_{1,4}+\gamma' d_{2,4}+\gamma'' d_{3,4} &= D \\ \gamma e_{1,4}+\gamma' e_{2,4}+\gamma'' e_{3,4} &= E = 0 \\ \gamma'(A'\gamma''-C\gamma')+\gamma''(A'\gamma'-B\gamma'') &= d_{1,1} \\ \gamma''(B'\gamma-A\gamma'')+\gamma(B'\gamma''-C\gamma) &= d_{2,2} \\ \gamma(C'\gamma'-B\gamma)+\gamma'(C'\gamma-A\gamma') &= d_{3,3}, \end{aligned}$$

so erhält man sogleich

$$\frac{(p-p_0)^2}{e_{1,1}} = \frac{(q-q_0)^2}{e_{2,2}} = \frac{(r-r_0)^2}{e_{3,3}} = \frac{\lambda . R^2}{D-2\lambda\,\{F(a,a',a'')+F(b,b',b'')\}-3\lambda^2}.$$

Der letzte Nenner geht, wenn man zuerst den Werth von D aus (24) und hierauf den von λ aus derselben Gleichung einsetzt, nacheinander über in:

$$-\lambda[F(a,a',a'')+F(b,b',b'')+2\lambda]$$
$$=\mp\lambda\sqrt{\{F(a,a',a'')-F(b,b',b'')\}^2+N^2}$$

(vgl. Nr. 4). Werden endlich für $e_{1,1}$, $e_{2,2}$, $e_{3,3}$ die Werthe aus (30) und für R^2 aus (17) eingesetzt, so folgt als Endergebniß

$$\frac{(p-p_0)^2}{d_{1,1}-(a^2+b^2)\lambda}=\frac{(q-q_0)^2}{d_{2,2}-(a'^2+b'^2)\lambda}=\frac{(r-r_0)^2}{d_{3,3}-(a''^2+b''^2)\lambda}$$
$$=\frac{\pm S^2.\Delta}{D\lambda\sqrt{[F(a,a',a'')-F(b,b',b'')]^2+N^2}} \tag{34}$$

Das obere Zeichen gilt für $\lambda=\lambda_1$; das untere für $\lambda=\lambda_2$. — Somit erhält man für jede Coordinatendifferenz zwei gleiche und entgegengesetzte Werthe. Welche davon auf denselben Endpunkt einer der Axen zu beziehen sind, läßt sich nur mit Hilfe von Gleichung (15) entscheiden.

Wir verzichten auf die Discussion der Gleichungen (34), die zu den bereits bekannten Ergebnissen führt. Nur die Bemerkung mag hier eine Stelle finden, daß dieselben mit den Gleichungen (27) vollkommen übereinstimmen, indem im Falle ihres Bestehens die Größen $p-p_0$ etc. völlig unbestimmt werden, wie es sich für den Kreis von selbst versteht. Auch das zum Falle III 1. bemerkte findet hier Bestätigung, wenn die Werthe von p_0, q_0, r_0 [vgl. Gleichungen (7) und (8)] berücksichtigt werden.

9. Die für die Quadrate der Halbaxen aufgestellten Ausdrücke können natürlich nur Invarianten sein. Um dies zu zeigen, führen wir durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} p&=\mathfrak{a}p_1+\mathfrak{b}q_1+\mathfrak{c}r_1\\ q&=\mathfrak{a}'p_1+\mathfrak{b}'q_1+\mathfrak{c}'r_1\\ r&=\mathfrak{a}''p_1+\mathfrak{b}''q_1+\mathfrak{c}''r_1\end{aligned} \tag{a}$$

ein neues Coordinatensystem p_1, q_1, r_1 ein und suchen die darauf sich beziehenden Ausdrücke, welche wir durch den unten beigesetzten Index „1" hervorheben, wieder durch die Constanten des ursprünglichen Systemes darzustellen.

Bezeichnet man die Determinante der Substitution (a) mit $\mathfrak{D}$ und die Unterdeterminanten derselben mit $\mathfrak{d}_{r,s}$, so ergibt sich durch Umkehrung von (a)

$$\begin{aligned}\mathfrak{D}\cdot p_1 &= \mathfrak{d}_{1,1}p+\mathfrak{d}_{2,1}q+\mathfrak{d}_{3,1}r\\ \mathfrak{D}\cdot q_1 &= \mathfrak{d}_{1,2}p+\mathfrak{d}_{2,2}q+\mathfrak{d}_{3,2}r\\ \mathfrak{D}\cdot r_1 &= \mathfrak{d}_{1,3}p+\mathfrak{d}_{2,3}q+\mathfrak{d}_{3,3}r.\end{aligned}$$

Setzt man hierin für p, q, r die Ausdrücke (1) und für p_1, q_1, r_1 die entsprechenden $a_1x+b_1y+c_1$ etc., so erhält man sofort

$$(b)\qquad \begin{aligned}\mathfrak{D}\cdot a_1 &= \mathfrak{d}_{1,1}a+\mathfrak{d}_{2,1}a'+\mathfrak{d}_{3,1}a''\\ \mathfrak{D}\cdot a_1' &= \mathfrak{d}_{1,2}a+\mathfrak{d}_{2,2}a'+\mathfrak{d}_{3,2}a''\\ \mathfrak{D}\cdot a_1'' &= \mathfrak{d}_{1,3}a+\mathfrak{d}_{2,3}a'+\mathfrak{d}_{3,3}a''\end{aligned}$$

und analog für die b_1, b_1', b_1'' und c_1, c_1', c_1'' zwei Systeme von Gleichungen, die aus (b) durch Vertauschung der a mit den b, bezüglich c hervorgehen. Man sieht jetzt unmittelbar, daß

$$(c)\qquad S_1 = \frac{S}{\mathfrak{D}}.$$

Die identische Gleichung des neuen Systemes wird durch

$$\gamma_1 p_1+\gamma_1' q_1+\gamma_1'' r_1 = \frac{S}{\mathfrak{D}}$$

dargestellt; mit ihr fällt die Gleichung zusammen, welche man erhält, wenn man in (2) die Substitution (a) ausführt. Diese Bemerkung liefert die Identitäten:

$$(d)\qquad \begin{aligned}\mathfrak{D}\cdot\gamma_1 &= \mathfrak{a}\gamma+\mathfrak{a}'\gamma'+\mathfrak{a}''\gamma''\\ \mathfrak{D}\cdot\gamma_1' &= \mathfrak{b}\gamma+\mathfrak{b}'\gamma'+\mathfrak{b}''\gamma''\\ \mathfrak{D}\cdot\gamma_1'' &= \mathfrak{c}\gamma+\mathfrak{c}'\gamma'+\mathfrak{c}''\gamma''.\end{aligned}$$

Um die Coëfficienten der transformirten Gleichung (6) einfach darzustellen, benützen wir die Größen

$$A\mathfrak{a}+C'\mathfrak{a}'+B'\mathfrak{a}''=\mathfrak{A},\quad C'\mathfrak{a}+B\mathfrak{a}'+A'\mathfrak{a}''=\mathfrak{A}',\quad B'\mathfrak{a}+A'\mathfrak{a}'+C\mathfrak{a}''=\mathfrak{A}'$$

und zwei weitere Systeme $\mathfrak{B}, \mathfrak{B}', \mathfrak{B}''$; $\mathfrak{C}, \mathfrak{C}', \mathfrak{C}''$, welche aus den $\mathfrak{A}$ durch Vertauschung der $\mathfrak{a}$ mit den $\mathfrak{b}$, bezüglich $\mathfrak{c}$ hervorgehen. Jetzt erscheinen die genannten Coëfficienten in folgender Form:

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \mathfrak{A}\mathfrak{a} + \mathfrak{A}'\mathfrak{a}' + \mathfrak{A}''\mathfrak{a}'', \quad B_1 = \mathfrak{B}\mathfrak{b} + \mathfrak{B}'\mathfrak{b}' + \mathfrak{B}''\mathfrak{b}'', \quad C_1 = \mathfrak{C}\mathfrak{c} + \mathfrak{C}'\mathfrak{c}' + \mathfrak{C}''\mathfrak{c}'' \\ A_1' &= \mathfrak{B}\mathfrak{c} + \mathfrak{B}'\mathfrak{c}' + \mathfrak{B}''\mathfrak{c}'' = \mathfrak{C}\mathfrak{b} + \mathfrak{C}'\mathfrak{b}' + \mathfrak{C}''\mathfrak{b}'' \\ B_1' &= \mathfrak{C}\mathfrak{a} + \mathfrak{C}'\mathfrak{a}' + \mathfrak{C}''\mathfrak{a}'' = \mathfrak{A}\mathfrak{c} + \mathfrak{A}'\mathfrak{c}' + \mathfrak{A}''\mathfrak{c}'' \\ C_1' &= \mathfrak{A}\mathfrak{b} + \mathfrak{A}'\mathfrak{b}' + \mathfrak{A}''\mathfrak{b}'' = \mathfrak{B}\mathfrak{a} + \mathfrak{B}'\mathfrak{a}' + \mathfrak{B}''\mathfrak{a}''. \end{aligned}\right\} \quad (e)$$

Mit Hilfe dieser und der Ausdrücke (d) findet man sofort

$$D_1 = D. \quad (f)$$

Ferner ergibt sich vermittelst (b)

$$\mathfrak{D}(A_1 a_1 + C_1' a_1' + B_1' a_1'') = a(A_1 \mathfrak{d}_{1,1} + C_1' \mathfrak{d}_{1,2} + B_1' \mathfrak{d}_{1,3}) \\ + a'(A_1 \mathfrak{d}_{2,1} + C_1' \mathfrak{d}_{2,2} + B_1' \mathfrak{d}_{2,3}) + a''(A_1 \mathfrak{d}_{3,1} + C_1' \mathfrak{d}_{3,2} + B_1' \mathfrak{d}_{3,3}).$$

Mit Rücksicht auf die Relationen

$$\mathfrak{d}_{1,1}\mathfrak{a} + \mathfrak{d}_{1,2}\mathfrak{b} + \mathfrak{d}_{1,3}\mathfrak{c} = \mathfrak{D}, \quad \mathfrak{d}_{1,1}\mathfrak{a}' + \mathfrak{d}_{1,2}\mathfrak{b}' + \mathfrak{d}_{1,3}\mathfrak{c}' = 0, \quad \mathfrak{d}_{1,1}\mathfrak{a}'' + \mathfrak{d}_{1,2}\mathfrak{b}'' + \mathfrak{d}_{1,3}\mathfrak{c}'' = 0$$

erhält man aus (e)

$$A_1 \mathfrak{d}_{1,1} + C' \mathfrak{d}_{1,2} + B' \mathfrak{d}_{1,3} = \mathfrak{A}.\mathfrak{D}$$

und analog

$$A_1 \mathfrak{d}_{2,1} + C_1' \mathfrak{d}_{2,2} + B_1' \mathfrak{d}_{2,3} = \mathfrak{A}'\mathfrak{D}, \quad A_1 \mathfrak{d}_{3,1} + B_1' \mathfrak{d}_{3,2} + C_1' \mathfrak{d}_{3,3} = \mathfrak{A}''\mathfrak{D};$$

also schließlich

$$A_1 a_1 + C_1' a_1' + B_1' a_1'' = \mathfrak{A}a + \mathfrak{A}'a' + \mathfrak{A}''a''.$$

Auf ähnliche Art verschafft man sich die Gleichungen

$$C_1' a_1 + B_1 a_1' + A_1' a_1'' = \mathfrak{B}a + \mathfrak{B}'a' + \mathfrak{B}''a''$$
$$B_1' a_1 + A_1' a_1' + C_1 a_1'' = \mathfrak{C}a + \mathfrak{C}'a' + \mathfrak{C}''a''.$$

Multiplicirt man diese Gleichungen der Reihe nach mit a_1, a_1', a_1'' und addirt, so folgt

$$F_1(a_1, a_1', a_1'') = a(\mathfrak{A}a_1 + \mathfrak{B}a_1' + \mathfrak{C}a_1'') + a'(\mathfrak{A}'a_1 + \mathfrak{B}'a_1' + \mathfrak{C}'a_1'') \\ + a''(\mathfrak{A}''a_1 + \mathfrak{B}''a_1' + \mathfrak{C}''a_1'').$$

Durch unmittelbare Substitution der Werthe von $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ ergibt sich ferner

$$\mathfrak{A}a_1 + \mathfrak{B}a_1' + \mathfrak{C}a_1'' = A(a_1\mathfrak{a} + a_1'\mathfrak{b} + a_1''\mathfrak{c}) + C'(a_1\mathfrak{a}' + a_1'\mathfrak{b}' + a_1''\mathfrak{c}') \\ + B'(a_1\mathfrak{a}'' + a_1'\mathfrak{b}'' + a_1''\mathfrak{c}'').$$

Man bemerkt mit Rücksicht auf die Identitäten (b) sogleich, daß die Coëfficienten der A, C', B' in vorstehender Gleichung nichts anderes sind, als a, a', a''; also ist

$$\mathfrak{A}a_1+\mathfrak{B}a_1'+\mathfrak{C}a_1''=Aa+C'a'+B'a''$$

und analog

$$\mathfrak{A}'a_1+\mathfrak{B}'a_1'+\mathfrak{C}'a_1''=C'a+Ba'+A'a''$$

$$\mathfrak{A}''a_1+\mathfrak{B}''a_1'+\mathfrak{C}''a_1''=B'a+A'a'+Ca'',$$

so daß man zur Gleichung gelangt

$$(g)\qquad F_1(a_1,a_1',a_1'')=F(a,a',a''),$$

der man sogleich die analoge an die Seite stellen wird:

$$F_1(b_1,b_1',b_1'')=F(b,b',b'')$$

Man sieht also, daß die Coëfficienten der Gleichung (24) durch eine Coordinaten-Transformation nicht geändert werden, daß somit

$$\lambda_1=\lambda.$$

Bemerkt man hiezu noch, daß den Gleichungen (e) zufolge

$$\Delta_1=\mathfrak{D}^2.\Delta,$$

so findet man unter Beachtung von (c) aus (17), daß

$$R_1=R.$$

10. Zum Schlusse sei es gestattet, die vorgeführten Ausdrücke auf die bekannte Aufgabe: „die größte Ellipse zu bestimmen, welche sich einem gegebenen Dreiecke einschreiben läßt", anzuwenden. Indem wir das gegebene Dreieck als Fundamentaldreieck

$$p=0,\quad q=0,\quad r=0$$

betrachten, erhalten wir bekanntlich als allgemeine Gleichung der demselben eingeschriebenen Kegelschnitte:

$$k^2p^2+l^2q^2+m^2r^2-2klpq-2lmqr-2mkrp=0,$$

worin k, l, m beliebige Constante sind. Für die Fläche F einer Ellipse haben wir im Allgemeinen [nach (28)]:

$$(35)\qquad F=R_1R_2\pi=\pi S^2.\frac{\Delta}{(-D)^{\frac{3}{2}}}.$$

In unserem Falle ist

$$\Delta = -4k^2l^2m^2 \quad . \quad D = -4klm\,(k\gamma'\gamma'' + l\gamma''\gamma + m\gamma\gamma').$$

Setzt man diese Ausdrücke in (35) ein, so sieht man sogleich, daß es sich um Untersuchung des Ausdruckes

$$U = \frac{klm}{(k\gamma'\gamma'' + l\gamma''\gamma + m\gamma\gamma')^3}$$

handle. Indem wir die Größen k, l, m als unabhängige Veränderliche betrachten, erhalten wir als Bedingungsgleichungen für die Maxima und Minima von U:

$$\begin{aligned} lm\,(-2k\gamma'\gamma'' + l\gamma''\gamma + m\gamma\gamma') &= 0 \\ mk\,(k\gamma'\gamma'' - 2l\gamma''\gamma + m\gamma\gamma') &= 0 \\ kl\,(k\gamma'\gamma'' + l\gamma''\gamma - 2m\gamma\gamma') &= 0. \end{aligned}$$

Das Verschwinden der Größen k, l, m ist offenbar nicht zulässig; also bleibt nur die Annahme

$$\frac{k}{\gamma} = \frac{l}{\gamma'} = \frac{m}{\gamma''}$$

übrig, welche in der That, wie man sich leicht überzeugt, einem Maximum von F entspricht. Man findet dasselbe sofort $= \frac{\pi}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{S^2}{\gamma\gamma'\gamma''}$.

Da der Flächeninhalt des Fundamentaldreieckes bekanntlich $\frac{1}{2} \cdot \frac{S^2}{\gamma\gamma'\gamma''}$ ist, so ist das Verhältniß desselben zur größten eingeschriebenen Ellipse $3\sqrt{3} : \pi$.

Nach den Gleichungen (7) ergibt sich für die Mittelpunkts-Coordinaten unserer Ellipse:

$$\gamma p_0 - \gamma' q_0 - \gamma'' r_0 = -\gamma p_0 + \gamma' q_0 - \gamma'' r_0 = -\gamma p_0 - \gamma' q_0 + \gamma'' r_0$$

oder

$$\gamma p_0 = \gamma' q_0 = \gamma'' r_0 = \frac{S}{3}$$

[nach (8)]: das Centrum fällt also in den Schwerpunkt des Dreieckes.

Die Berührungspunkte der Dreieckseiten bestimmen sich durch die Gleichungen:

$$\begin{array}{ll} p=0, & \gamma' q - \gamma'' r = 0 \\ q=0, & \gamma'' r - \gamma p = 0 \\ r=0, & \gamma p - \gamma' q = 0 \end{array}$$

und werden sofort als die Mittelpunkte derselben erkannt.

Um endlich die Axen unserer Ellipse zu bestimmen, suchen wir, da nach (35) $R_1 R_2$ schon bekannt ist, noch

(36) $$R_1^2+R_2^2 = -\frac{S^2.\Delta}{D}\left(\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\right) = -\frac{S^2\Delta}{D^2}\{F(a,a',a'')+F(b,b',b'')\}$$

[vgl. (17) und (28)]. Wenn wir diesen Ausdruck nach Gleichung (23) bilden, so ergibt sich ohne Mühe

$$R_1^2+R_2^2 = -\frac{S^2}{9\gamma^2\gamma'^2\gamma''^2}\cdot \{(a'a''+b'b'')\gamma'\gamma''+(a''a+b''b)\gamma''\gamma+(aa'+bb')\gamma\gamma'\}.$$

Multiplicirt man die Gleichungen (20) der Reihe nach mit γ, γ', γ'' und addirt, so erhält man an Stelle des in der Klammer stehenden Ausdruckes

$$-\tfrac{1}{2}\{(a^2+b^2)\gamma^2+(a'^2+b'^2)\gamma'^2+(a''^2+b''^2)\gamma''^2\},$$

also

$$R_1^2+R_2^2 = \frac{S^2}{18}\left\{\frac{a^2+b^2}{\gamma'^2\gamma''^2}+\frac{a'^2+b'^2}{\gamma''^2\gamma^2}+\frac{a''^2+b''^2}{\gamma^2\gamma'^2}\right\}$$

oder mit Rücksicht auf die in Nr. 1 für die Seiten P, Q, R des Fundamentaldreieckes aufgestellten Ausdrücke

$$R_1^2+R_2^2 = \frac{P^2+Q^2+R^2}{18}.$$

Die Hauschlagscurven des Mühlsteines.

Von Prof. Ludwig Martin.

(Vorgelegt in der Sitzung am 3. Jänner 1867.)

1.

Bekanntlich besteht der Mahlgang einer gewöhnlichen Mahlmühle aus zwei concentrisch übereinander gestellten Mühlsteinen, von welchen der obere gewöhnlich beweglich ist und Läufer-, der untere hingegen feststeht und Lieger- oder Bodenstein genannt wird.

Die arbeitenden Theile dieser Steine sind eigentlich nur die gegenseitig sich zugekehrten Kreisflächen, welche zu dem Zweck eigens mit einem Systeme regelmäßig um das Centrum herum vertheilter, rinnenförmiger Einkerbungen versehen werden, die man Hauschläge nennt.

Es ist eine längst bekannte Thatsache, daß die Leistung eines Mahlganges nicht nur von der Güte der beiden Mühlsteine, sondern auch noch von der Art und Weise abhängen, wie die Hauschläge auf den beiden Mahlflächen vertheilt und nach welchen Richtungen sie geführt werden.

Es gibt verschiedene Systeme von Hauschlägen, die aber alle nur auf empirischem Wege gefunden wurden; auf analytischem Wege wurden zwar Versuche gemacht die zweckmäßigste Form der Hauschläge zu ermitteln, aber unseres Wissens noch kein befriedigendes, den Gegenstand erschöpfendes Resultat gewonnen. In Anbetracht der wichtigen Rolle, die die Mühlenindustrie in der gewerblichen Technik heut zu Tage spielt, ist es aber von besonderem Interesse, die Frage befriedigend zu lösen; vorliegende Abhandlung ist diesem Zwecke bestimmt.

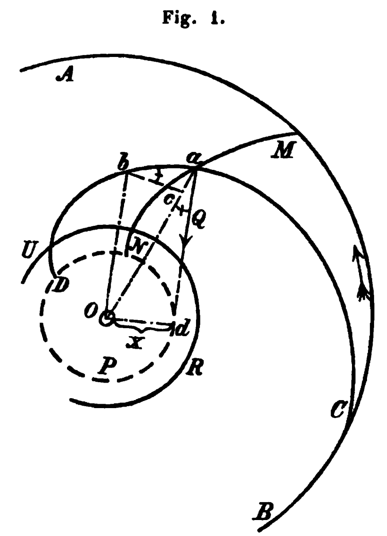
Um das vorgelegte Problem einer richtigen Lösung zuzuführen, müssen wir von jener Bedingung ausgehen, welcher ein Hauschlag jeder Zeit zu genügen hat. Diese ist aber von doppelter Natur, insoferne der Hauschlag das Mahlgut einerseits sicher zu erfassen und zu zerdrücken — und andererseits dieses vor und nach dem Zerdrücken

vom Läuferauge allmälig an den Umfang der Mahlscheibe abzuführen hat. Diese Doppelbedingung des Zerdrückens und Verschiebens muß aber gleichzeitig und in gleichem Grade berücksichtigt und erfüllt, und keines von beiden auf Kosten des andern begünstigt werden, soll nicht anders der Hauschlag in seiner Leistung zu anderweitigem Nachtheil kommen.

Es werden aber zwei Curven zu bestimmen sein; die eine derselben wird uns die Form des für den Läufer bestimmten Hauschlages, die andere hingegen die Form des für den Bodenstein erforderlichen Hauschlages geben. Wir wollen zuerst die erste in Angriff nehmen.

Es sei zu dem Zwecke *AMCB* (Fig. 1) der äußere Umfang des Läufers; *RU* das Läuferauge; *O* die Drehungsachse und *CaD* einer seiner Hauschläge, der von dem Hauschlage *MN* des Bodensteines in *a* geschnitten wird. An dem veränderlichen Durchschnittspunkte *a* werde ein Mahlkorn ergriffen; das von beiden Hauschlägen eingeklemmte Korn wird sich der um *O* zu erfolgenden rotirenden Bewegung des Hauschlages *CaD* mit einem gewissen Drucke widersetzen. Dieser nach der Normale *ad* der Curve *CD* gerichtete Druck *Q* kann offenbar nie größer als die absolute Festigkeit des Mahlgutes selbst entfallen, wodurch also der im ungünstigsten Falle eintretende Maximalwerth des Mahlwiderstandes gegeben ist, sobald man das Mahlgut kennt.

Fig. 1.



Da dieser Druck *Q*, einzelne Fälle ausgenommen, durch den Punkt *o* wenigstens nicht immer gerichtet ist, so wird er der Drehung allgemein mit einem gewissen statischen Momente widerstehen. Fällt man nämlich von *O* aus auf die *ad* die Senkrechte *Od*; so ist *od* der Hebelsarm des Druckes *Q* in Bezug auf den Drehungspunkt *O*; und es ist, wenn $od = x$ gesetzt wird:

$Q.x = \mathfrak{M}$ das Moment des Mahlwiderstandes an dem Punkte *a* der Curve *CD*.

Je größer dieses Moment entfällt, desto mehr Arbeitskraft wird dessen Überwindung in Anspruch nehmen; um also an dieser so viel wie möglich zu sparen, wird man trachten müssen, jenes so viel wie möglich herabzudrücken. Es kommt aber zu bemerken, daß das Mahlgut seinen Weg zwar am Läuferauge *RU* beginnt uud allmälig gegen den Scheibenumfang *AMB* sich vorschiebt, daß aber der Ort dieses Weges, d. h. der Punkt des Hauschlages *CD*, an dem die Zerdrückung stattfindet, gänzlich unbestimmt bleibt und bald näher bald entfernter von *O* liegen wird, daher auch das Moment des Widerstandes je nach der Form der Curve *CD* sehr verschieden entfallen kann.

Es unterliegt nun keinem Zweifel, daß, wenn es möglich wäre eine solche Combination zu treffen, für welche jene Momente an allen Punkten der Curve *CD* gleich groß entfallen, es dann auch ganz gleichgültig bleiben müßte, an welchem Punkt der Curve *CD* die Zerdrückung des Mahlkornes vor sich gehe; insoferne es nämlich fort und fort immer die Überwindung des nämlichen Mahlmomentes erfordert. Faßt man aber diese Combination schärfer in's Auge, so erkennt man in ihr die vorzüglichste Lösung des vorgelegten Problems. Denn es lassen sich alle Arten von Hauschlagscurven in drei Gattungen abtheilen. Die erste wird alle jene umfassen, denen constante Mahlmomente zukommen; die zweite jene, bei welchen die Mahlmomente vom Läuferauge gegen den Scheibenumfang hin abnehmen; zur dritten endlich werden jene gehören, bei welchen die Mahlmomente vom Läuferauge nach außen hin zunehmen. In Betreff der beiden letztern Gattungen kommt nun zu bemerken, daß die größten Mahlmomente bei der einen Gattung am Läuferauge, bei der andern hingegen am äußern Umfang der Mahlscheibe zu suchen sind. Da nun der Ort, wo das Mahlgut sich zerdrückt, ganz unbestimmt ist und bald näher zum Läuferauge hin, bald weiter davon zu liegen kommen kann, so sieht man, daß in Betreff der zwei letzteren Arten die Mahlmomente und diesem zufolge auch der zur Vermahlung der auf einander folgenden Mahlgutelemente erforderliche Kraftaufwand bei einer und derselben Curve sehr variabel entfallen muß. Vergleicht man nun bei dieser Bewandtniß der Sache jene drei Gattungen von Curven unter sich, so bleibt in allen jenen Fällen, in welchen ein Mahlgutelement in der Nähe des Läuferauges sich zerdrückt, die zweite —; hingegen in jenen Fällen, in welchen ein solches Element erst in der Nähe des äußern Scheibenrandes zerdrückt wird, die dritte

Gattung von Curven gegen die der ersten Gattung in offenbarem Nachtheil. Man sieht also, daß diese factisch vor jeder andern den Vorzug verdienen, sobald man nur bei ihnen das constante Mahlmoment möglichst klein entfallen machen kann.

Da wir nun diesem zufolge das Mahlmoment $\mathfrak{M}$ in unserer letzten Formel und auch die Festigkeit Q des Mahlgutes als unveränderlich betrachten müssen, so folgt mit Rücksicht auf die obige Gleichung, daß auch der Hebelsarm

$$x = \frac{\mathfrak{M}}{Q}$$

einen unveränderlichen Werth annehmen müsse. Nun ist aber ad eine durch den Punkt a an die Curve CD gezogene Normale und der Hebelsarm $x = od$ der senkrechte Abstand dieser Normalen vom Drehungspunkte O, um den sich die CD wie um einen Pol herumlegt; daher wir ersehen, daß der Natur der Aufgabe nur jene Polarcurven entsprechen können, welchen die Eigenschaft zukommt, vom Pole äquidistante Normalen zu besitzen. Diese Eigenschaft kommt aber nur der Evolvente des Kreises zu; daher wir endlich zu der Überzeugung gelangen, daß die Hauschlagscurven des Läufersteines nur eine Kreisevolvente sein könne.

Man kann sich die Gleichung dieser Curve auch leicht ableiten. Zu dem Zweck ziehe man zu dem zu a nächst nachbarlichen Punkte b den Radius ob und aus O als Centrum den Kreisbogen bc; so folgt aus den $\backsim \Delta\Delta\, abc$ und ado

$$do : ao = ac : ab$$

oder, wenn die Incremente ac und ab üblicherweise mit ∂r und ∂s, der Radius ao aber mit r bezeichnet wird

$$x : r = \partial r : \partial s,$$

woraus

(1) . . . . $x = \dfrac{r.\partial r}{\partial s}$

folgt. Nun soll aber x dem Vorigen zufolge constant sein, setzt man daher $x = a$; so folgt

$$a = \frac{r.\partial r}{\partial s},$$

oder, da im Polar-Coordinatensysteme ∂s bekanntlich $= \sqrt{\partial r^2 + r^2 \partial \varphi^2}$ ist

$$\partial \varphi = \frac{\partial r}{a.r} \sqrt{r^2 - a^2}.$$

Aus dem sofort, wenn man integrirt und die Größe a als kleinsten für r noch zulässigen Werth mit der untern Integrationsgrenze zusammenfallen läßt, und die Winkelordinate φ endlich von dieser an zählt

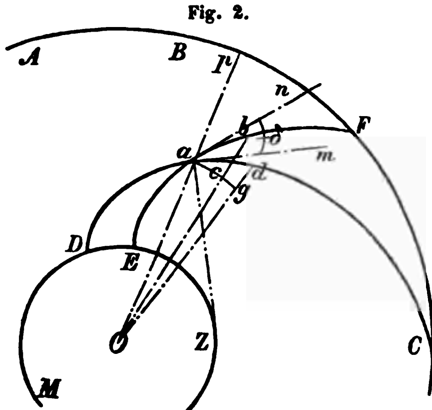
$$a\varphi = \sqrt{r^2 - a^2} - a . arc \cos\left(\frac{a}{r}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

sich ergibt, welches sofort die bekannte Gleichung der Evolvente eines Kreises ist, dessen Halbmesser $= a$. Offenbar muß, soll die Curve bis zum Läuferauge reichen, die Größe a gleich oder kleiner als der Halbmesser des Läuferauges sein.

2.

Nachdem wir solcher Art die Form des Läufer-Hauschlages gefunden haben, müssen wir auch die des Bodenstein-Hauschlages suchen. Es sei zu dem Zweck wieder ABC (Fig. 2) die Mahlscheibe, O die Drehungsachse und EF eine der gesuchten Hauschlagscurven, welche von einem der auf dem Läufer befindlichen Hauschlägen CD in a geschnitten wird, von dem wir also voraussetzen, daß er die Evolvente irgend eines Kreises $DEFM$ sei. Ziehen wir zu beiden Curven die Tangenten am und an, so schließen diese unter sich und mit dem Radius op die Winkel $pan = \beta$, $pam = \alpha$ un $nam = \delta$ ein, so daß

Fig. 2.



$$\beta = \alpha - \delta$$

also

$$\tang \beta = \frac{\tang \alpha - \tang \delta}{1 + \tang \alpha \cdot \tang \delta}$$

entfällt.

Geht man nun auf der Curve EF vom Punkte a zum nächstliegenden b, und zieht man zu diesem den Radius ob und den Kreisbogen ac, so ist in dem rechtwinkligen $\Delta\, abc$: Winkel $abc = pan = \beta$ und $\tang \beta = \frac{ac}{bc} = \frac{r\partial\varphi}{\partial r}$; — geht man aber von a auf der andern Curve DC zum nächsten Punkte d, so ist in dem analoger Weise entstehenden Δadg: Winkel $adg = pam = \alpha$

und, wenn die Winkelordinate dieser Curve zum Unterschiede von jener der andern Curve mit ψ bezeichnet wird, $\text{tang}\,\alpha = \frac{ga}{gd} = \frac{r\partial\psi}{\partial r}$. Endlich ist noch, da die *DC* eine Kreisevolvente sein soll, aus bekannten Gründen

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{r\partial\psi}{\partial r} = \frac{1}{a}\sqrt{r^2-a^2};$$

führt man diese Werthe ein und schreibt man an die Stelle von $\text{tang}.\delta$, der Kürze wegen m, so erhält man

$$\frac{r\partial\varphi}{\partial r} = \frac{\sqrt{r^2-a^2}-am}{a+m\sqrt{r^2-a^2}};$$

aus dem sich sofort

$$\varphi = \int\frac{\partial r}{r}\cdot\frac{\sqrt{r^2-a^2}-am}{a+m\sqrt{r^2-a^2}}$$

ergibt.

Diese Gleichung führt auf ein in der Regel sehr complicirtes Integrale. Um dessen Behandlung in einem speciellen Falle vor Augen zu führen, setzen wir den einfachsten Fall voraus, der eintritt, wenn die trigonometrische Größe m constant ist. Für diesen Fall führe man an die Stelle des r die neue Variable $u = \sqrt{r^2-a^2}$ ein, so daß $u\partial u = r\partial r$ wird. Man hat so

$$\varphi = \int\frac{u.\partial u(u-am)}{(a+mu)(u^2+a^2)};$$

woraus man endlich, wenn man den Bruch

$$\frac{1}{(a+mu)(u^2+a^2)}$$

in seine Partialbrüche auflöst, und hierauf theilweise integrirt, gehörig reducirt und schließlich $r = a$ also $u = o$ als untere Integrationsgrenze annimmt, von der an die Winkelordinate φ auch zu zählen ist, für die Hauschlagscurve des Bodensteins folgende Gleichung erhält:

$$(3) \quad . \; . \quad \varphi = \frac{1}{m}\,\text{log.nat}\left(\frac{mu+a}{a}\right) - \text{arc tang}\left(\frac{u}{a}\right);$$

in der aber überall noch $\sqrt{r^2-a^2}$ an die Stelle des u zu setzen kommt.

3.

Bevor wir unsere Untersuchung weiter fortschreiten lassen, müssen wir noch einen Augenblick bei der Betrachtung des vorhin eingeführten trigonometrischen Werthes m verweilen. Wir haben vorhin durch m die Tangente des Winkels δ bezeichnet, unter welchem sich die beiden Curven CD und EF in dem Punkte a durchschneiden; und haben beispielsweise den Werth m und in Folge dessen auch den Winkel δ constant sein lassen. Wir können hiebei nicht stehen bleiben; wir müssen uns über diese Winkelgröße noch näheren Aufschluß verschaffen.

Der Winkel δ kann, selbst auch wenn er constant vorausgesetzt wird, noch immer verschieden entfallen; er kann bald größer bald kleiner gemacht werden. Wie man aber auch immer dabei vorgeht, immer wird man an gewisse Grenzen gebunden sein. Macht man nämlich den Winkel δ zu klein, macht man ihn gleich Null, so werden die Curven CD und EF das zwischen sie gerathene Korn zwar zerdrücken aber nicht nach auswärts verschieben; macht man den Winkel hingegen zu groß, macht man ihn $>90^\circ$, so werden die beiden Mahlcurven das Korn zwar nach außen hin verschieben aber nicht zerdrücken. Wir sehen sonach, daß die beiden Curven nur durch eine geschickte Wahl des Winkels δ in die Lage versetzt werden, auch den zweiten Theil der Eingangs ausgesprochenen Doppelbedingung zu erfüllen.

Der Verschiebung des Mahlgutes widersetzt sich aber nur die Reibung, die das längs dem Bodenstein-Hauschlag hingeschleifte Korn unterwegs erleidet. Somit hängt die Größe des Winkels δ von der Größe der Reibung ab, die gerade nur so groß zu sein hat, damit es hinreicht, das Mahlgut so lange festzuhalten, bis es der Zerdrückung unterliegt.

Fig. 3.

Es sei, um in den Gegenstand tiefer einzudringen, ACB (Fig. 3) abermals die Mahlscheibe; UR der Erzeugungskreis der Evolventenlinie paq; O der Drehungspunkt; ferner sei mn eine der Hauschlagslinien des Bodensteines, der vom Läufer-Hauschlag pq in a geschnitten wird. Ein im Punkte a er-

faßtes Mahlkorn werde von der pq mit der Kraft $Q = ak$ nach der Richtung der Normalen Ra an die zweite Curve mn angedrückt. Da die Normale aR gleichzeitig nicht auch auf die zweite Curve $\perp$ stehen kann, so zerlegt sich die Kraft Q, dem Rechtecke $khal$ zufolge, in die Componenten al und $ah = P$ derart, daß erstere zur mn tangentiell, letztere aber zu dieser normal gerichtet ist. Der von den beiden Normalen ak und ah gebildete Winkel muß nun gerade so groß als derjenige sein, den die beiden Curven an und aq an dem Punkte a mit einander bilden; also ist

$$\sphericalangle hak = \delta,$$

so daß

$$m = \text{tang}.\delta = \frac{hk}{ha}$$

entfällt.

Nun soll das Korn nicht nur zerdrückt, sondern auch verschoben werden, was offenbar durch die Componente al bewirkt wird. Aus der normalen Componente ah erwächst aber ein Reibungswiderstand, der sonach von der al überwunden werden muß, ohne jedoch deßhalb die Zerdrückung zu verhindern. Wir haben nun $ah = P$ gesetzt; bezeichnet man den Reibungscoëfficienten mit f, so ist Pf die Größe des Reibungswiderstandes. Ist nun $Pf > al$, so wird das Korn eher zerdrückt als verschoben; ist wiederum $Pf < al$, so wird das Korn eher verschoben als zerdrückt; soll hingegen weder das eine noch das andere, soll also keines von beiden mehr begünstigt werden, so muß offenbar $Pf = al$ entfallen. Man hat also, wenn man für hk und ha diese Werthe setzt

$$m = \text{tang}.\delta = \frac{fP}{P} = f.$$

Aus dem wir sofort ersehen, daß der in Gleichung (3) eingeführte Werth m dem Reibungscoëfficienten f und der Winkel δ nur dem Reibungswinkel gleich sein könne.

4.

Nachdem wir nun die Gleichungen der zu wählenden Hauschlagscurven dargestellt, wollen wir noch Wege und Mittel zu deren geometrischer Darstellung aufsuchen.

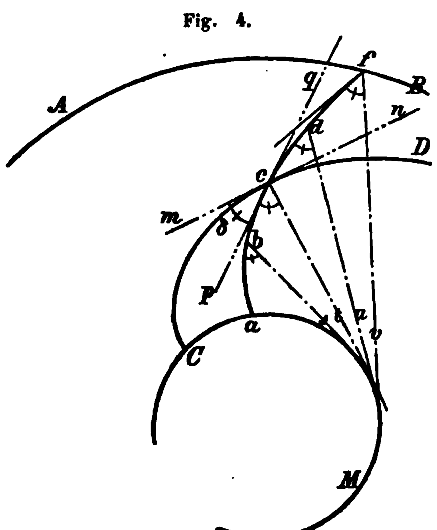
Die Curve für den Läufer-Hauschlag ist eine Kreisevolvente, der Construction, als hinlänglich bekannt, hier füglicherweise übergangen

werden kann. Selbstverständlich wird, wenn keine anderweitige Bedingung vorliegt, das Läuferauge selbst der Grundkreis der zu verzeichnenden Evolvente sein.

Anders verhält sich aber die Sache in Betreff der für den Bodenstein bestimmten Hauschlagscurve. Ihrer transcendenten Gleichung ist es schlechterdings nicht abzusehen, wie sie zu einer directen geometrischen Construction führen könne; man wird sich offenbar mit Näherungsmethoden behelfen müssen. Zum Glück bietet sich auch eine dar, die ihrer Kürze, Einfachheit und Sicherheit wegen vor jeder andern den Vorzug verdient.

Man denke sich auf der Mahlscheibe *AB* (Fig. 4) beide Mahlcurven *CD* und *abcdf*, sowie den Grundkreis *CM* der Evolvente *CcD* verzeichnet; an den Durchschnittspunkt *c* ziehe man an beide Curven die Tangenten *mn* und *pq*, sowie an den Grundkreis die Tangente *ct*: so ist Winkel $mcp = \delta$; Winkel $mct = 90^\circ$, somit ist Winkel $pct = 90^\circ - \delta$. Da nun δ constant ist, so ist auch Winkel *pct* als dessen Complementenwinkel constant; und da sich derselbe Sachverhalt in Bezug auf jeden andern Punkt der Curve *acf* wiederholt, so zeigsich, daß diese Curve sämmtliche Tangenten *fv*, *du*, *ct*, *bs*.... des Grundkreises *CM* unter einem constanten Winkel durchschneidet, der den Reibungswinkel δ auf 90° ergänzt.

Fig. 4.



Um also die gesuchte Curve *acf* zu verzeichnen, ziehe man durch *f* als äußern Endpunkt der Curve an den Grundkreis *CM* die Tangente *fv*, und mache $\sphericalangle dfv = 90^\circ - \delta$; hierauf schneide man den Schenkel *df* des $\sphericalangle dfv$ in *d* durch eine zweite entsprechend gewählte Tangente *du* des Grundkreises *CM* und mache, Punkt *d* als Scheitel beibehaltend, $\sphericalangle cdu = 90^\circ - \delta$; hierauf schneide man wieder neuerdings den erhaltenen Schenkel *cd* in *c* durch eine dritte entsprechend gewählte Tangente *ct* des Grundkreises und

lege an *ct*, Punkt *c* als Scheitel beibehaltend, neuerdings den $\sphericalangle bct = 90° - \delta$ an. Auf analoge Weise führt man nach und nach an den Grundkreis das Tangentensystem *fv, du, ct, bs* .... und legt an jede dieser Tangenten die Winkel $dfv = cdu = bct = abs = \ldots\ldots = 90° - \delta$ an; so geben die solcher Art erhaltenen Punkte einzelne Punkte der gesuchten Curve; legt man endlich durch alle den stetigen Zug *fdcba* durch, so erlangt man hiedurch endlich ein Bild der Curve, das selbstverständlich um so mehr der Wahrheit sich nähert, je näher die Punkte *a*, *b*, *c*, *d*, *f*, ... aneinander liegen.

5.

Im Vorhergehenden wird die Frage über den Hauschlag des Mühlsteines zwar in einer den Anforderungen der Praxis vollkommen entsprechenden Weise gelöst; indessen um in die Natur dieses Problems noch tiefer einzudringen, sei es uns gestattet den Gegenstand noch einer anderen, allgemeineren Behandlungsweise zu unterwerfen. Zu dem Zweck kehren wir neuerdings zur Gleichung (1) zurück.

Der durch diese Gleichung ausgedrückte Hebelsarm des Mahlwiderstandes wurde gleich Eingangs dieser Abhandlung auf Grund eines eigenen Raisonnements sogleich als constant vorausgesetzt. Allerdings hat sich im weiteren Verlaufe — wie dies auch gleich am betreffenden Orte bemerkt wurde — gezeigt, daß das auf diesem Wege gewonnene Resultat die vorzüglichste Lösung des in Frage schwebenden Problems gibt. Wir wollen indessen von diesem Sachverhalte ganz absehen und denselben Gegenstand nochmals einer Untersuchung unterziehen, indem wir uns von der Bedingung, den durch Gleichung (1) ausgedrückten Hebelsarm constant sein zu lassen, fernhalten und diesen vielmehr variabel sein lassen wollen. Wir werden aus einer solchen Untersuchung in soferne Nutzen schöpfen, als wir auf diesem Wege alle die verschiedenen Wendungen kennen lernen, die die Frage über die Hauschlagscurven zu nehmen hat; zugleich wird uns diese auch Aufschluß geben, warum gewisse Gattungen von Hauschläge keine allgemeinere Aufnahme gefunden haben.

Der Hebelsarm x in der Gleichung (1) soll also variabel sein; diese Veränderlichkeit kann zwar ganz unabhängig gedacht werden, immerhin wird es aber — ohne der Allgemeinheit zu schaden — gestattet sein, diese mit einer zweiten Variabeln, am bequemsten mit

dem Radius r in Vergleich zu stellen. Man kann x dabei geradezu als eine Function von r betrachten und durch eine Gleichung von der Form

$$x = f(r) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

bestimmen. Eine solche Gleichung drückt dann das Gesetz aus, nach welchem sich der Hebelsarm des Mahlwiderstandes ändert, wenn die Größe r ihren Werth verändert; wir wollen daher $f(r)$ geradezu das Hebelarmgesetz nennen.

Es bedarf also, um zur Kenntniß einer Mahlcurve überhaupt zu gelangen, nur der Annahme und Einführung eines bestimmten Hebelarmgesetzes in Gleichung (1); man hat dann

$$f(r) = \frac{r \,.\, \partial r}{\partial s}$$

oder, da für Polar-Coordinaten ∂s bekanntlich $= \sqrt{\partial r^2 + r^2 \partial \varphi^2}$,

$$\partial \varphi = \frac{\partial r \sqrt{r^2 - [f(r)]^2}}{r f(r)}$$

und wenn man integrirt

$$\varphi = \int \frac{\partial r}{r f(r)} \sqrt{r^2 - [f(r)]^2}. \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Dieses Integrale gibt uns aber nicht immer die Gleichung einer brauchbaren Hauschlagscurve. Es läßt sich nämlich nicht jede beliebige Functionsform an die Stelle von $f(r)$ setzen; es ist dies vielmehr von gewissen Bedingungen abhängig, die erfüllt werden müssen und, summarisch zusammengefaßt, in Folgendem bestehen:

I. Darf $f(r)$ für keinen endlichen Werth des r unendlich werden, weil sonst der Hebelarm des Mahlwiderstandes und in Folge dessen auch das Mahlmoment unendlich wäre.

II. Darf $f(r)$ für einen und denselben Werth nicht mehrere Werthe besitzen, mit andern Worten gesagt: $f(r)$ darf keine vielförmige Function sein; denn wäre dies der Fall, so bliebe es, da diese zusammengehörigen Werthe von $f(r)$ alle gleichberechtigt dastehen, für den Fall, als mehrere derselben zugleich reell entfielen, zweifelhaft der welche von ihnen zu gelten habe. Man würde daher in diesem Fall über das Mahlmoment der Curve (5) kein scharf bestimmtes Urtheil fassen können.

III. Darf $f(r)$ für keinen endlichen, zwischen die Integrationsgrenzen des Integrales (5) hineinfallenden, Werth des r größer als r

selbst entfallen; denn entfiele für einen solchen Werth des $r, f(r) > r$, so würde der im Integrale stehende irrationale Factor und in Folge dessen das Integral selbst imaginär entfallen, und die durch Gleichung (5) ausgedrückte Curve ihre Continuität unterbrechen. Die Verwendbarkeit der Gleichung (5) als Gleichung einer Mahlcurve hängt dann noch von dem Umstande ab, ob eine der Unterbrechungsstellen ihrer Continuität innerhalb die Ausdehnungsgrenze der Fläche der Mahlscheibe hineinfalle oder nicht. Im ersteren Falle ist die Curve unbrauchbar, da die Hauschlagslinie ohne Unterbrechung vom Läuferauge zum äußern Scheibenrande sich hinziehen muß.

Die Entscheidung der Frage aber, ob $f(r) \gtrless r$ entfalle, hängt:

a) von der Anzahl und Art der Vertheilung der ihr zukommenden Maxima und Minima;

b) von der Anzahl und Art der Vertheilung derjenigen Werthe des r ab, für welche $f(r) = r$ entfällt, endlich hängt es auch noch von dem Umstande ab, ob

c) der Quotient $\frac{\partial f(r)}{\partial r}$ für jene Werthe des r, für welche $f(r) = r$ entfällt, $\gtrless 1$ werde.

Man kann aber bei dieser Erörterung entweder auf dem Wege der Rechnung oder auf Grund einer geometrischen Construction vorgehen. Im letzteren Falle hat man die Gleichung (4) auf ein orthogonales Coordinatensystem zu beziehen, indem man r als Abscisse, x hingegen als Ordinate behandelt. Hat man solcherart Gleichung (4) construirt und die ihr entsprechende Curve dargestellt, so lege man durch den Ursprung des Coordinatensystems eine zur Abscissenaxe unter 45° geneigte Gerade. Offenbar sind die Ordinaten dieser Geraden den correspondirenden Abscissen gleich; sucht man demnach alle Orte auf, in welchen die Gerade die construirte Curve (4) schneidet, so geben diese alle Werthe von $f(r)$ an, welche $= r$ entfallen; sucht man ferner alle Orte auf, in welchen die 45° Gerade die Curve berührt, so kennt man alle jene Werthe von $\frac{\partial f(r)}{\partial r}$, welche $= 1$ entfallen, ebenso wird man leicht an jedem Punkt der Curve beurtheilen können, ob $\frac{\partial f(r)}{\partial r} \gtrless 1$ sei. Kurz man wird auf solche Weise mit einem Blick alle jene Theile der Gleichung (4) erkennen, für welche $f(r) > r$ oder für welche $f(r) < r$ ist.

6.

Vorhin wurde das Hebelarmgesetz als gegeben betrachtet und aus diesem die Mahlcurve abgeleitet. Man kann aber auch umgekehrt die Curve als gegeben betrachten und die Frage aufwerfen, welche Eigenschaften ihr als Mahlcurve zukommen. In diesem Falle wird also Gleichung (5) als gegeben betrachtet und Gleichung (4) daraus abzuleiten sein. Um den Vorgang dabei zu sehen, setze man der Kürze wegen

$$\int \frac{\partial r}{r f(r)} \sqrt{r^2-[f(r)]^2} = U,$$

so daß

$$\varphi = U$$

wird. Differenzirt man nach r, so hat man

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial r},$$

daher

$$\frac{r \partial \varphi}{\partial r} = r \cdot \frac{\partial U}{\partial r}.$$

Nun ist in jedem Polarsystem $\partial s = \sqrt{\partial r^2 + r^2 \partial \varphi^2}$, also

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \sqrt{1+\left(\frac{r\partial\varphi}{\partial r}\right)^2}$$

also wenn man substituirt

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \sqrt{1+r^2\left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)^2}.$$

Geht man endlich auf Gleichung (1) zurück, so folgt der Hebelsarm des Mahlwiderstandes

$$x = \frac{r.\partial r}{\partial s} = \frac{r}{\left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)} = \frac{r}{\sqrt{1+r^2\left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)^2}}; \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6)$$

wornach sofort die Curve selbst beurtheilt werden kann. Einige Beispiele mögen zur Aufklärung dienen.

Die Hauschlagslinie des Läufers sei Erstens eine logarithmische Spirale, die ihre Radien unter einem Winkel α durchschneidet. Man

setze tang. α kurzweg $= a$, und bezeichne den kleinsten, zulässigen Radius mit r_0, von dem auch die Winkelordinate φ gezählt werde, so ist

$$\varphi = a . \log . \text{nat}\left(\frac{r}{r_0}\right)$$

die Gleichung der vorgeschriebenen Curve, so daß also

$$U = a . \log . \text{nat}\left(\frac{r}{r_0}\right)$$

mithin

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{a}{r}$$

wird. Substituirt man diesen Werth in (6), so hat man für diese Spirale

$$x = \frac{r}{\sqrt{1+a^2}}.$$

Aus welcher Gleichung man sogleich ersieht, daß der Hebelarm des Mahlwiderstandes nach den ersten Potenzen des Radius zunehme. Die logarithmische Spirale arbeitet also als Hauschlagslinie um so nachtheiliger, je mehr das Mahlgut im Stande ist unzerdrückt gegen den Rand der Mahlscheibe sich vorzuschieben, um erst dort der Zerdrückung zu unterliegen. Dieser Übelstand mag auch der Grund sein, warum diese Spirale als Hauschlagslinie — so vortheilhaft sie auch, wie wir später ersehen werden, in Betreff der Verschiebung wirkt — für die Dauer sich nirgends einzubürgern vermochte.

Als zweites Beispiel wähle man einen durch das Centrum der Mahlscheibe gehenden Halbkreis als Mahlcurve. In diesem Falle liegt also das Centrum der Mahlscheibe in der Peripherie des Halbkreises. Die auf dieses Centrum als Pol bezogene Polargleichung eines Halbkreises, dessen Halbmesser c sei, ist folgende

$$r + 2c \cos\varphi = 0\,[1],$$

---

[1] Die Polargleichung eines Kreises bei beliebiger Lage des Poles ist bekanntlich

$$r^2 + 2r(a\cos\varphi + b\sin\varphi) = c^2 - (a+b)^2;$$

verlegt man den Pol in den Scheitel des Kreises, so ist $b = o$ und $a = c$, daher entfällt $c^2 - (a+b)^2 = o$ und $r^2 + 2r(a\cos\varphi\; b\sin\varphi)$ vereinfacht sich in dem obigen Ausdruck.

woraus

$$\varphi = \text{arc}\cos\left(-\frac{r}{2c}\right),$$

also daß

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{2}{\sqrt{4c^2-r^2}}$$

wird, führt man endlich diesen Werth in (6) ein, so hat man

$$x = \frac{r}{2c}\sqrt{4c^2-r^2}.$$

Es kommt nun zu beachten, daß r hier nie $< o$ und nie $> 2c$ werden kann; setzt man aber $r = o$, so folgt $x = o$; setzt man ein zweites Mal $r = 2c$, so folgt x abermals $= o$; für $r \gtrless^{o}_{2c}$ bleibt x endlich immer $> o$. Offenbar muß es also zwischen $r = o$ und $r = 2c$ irgend einen Werth des r geben, für welchen x sein Maximum erreicht. Dieses zu finden, differenzire man x nach r; man hat so

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \frac{1}{c}\left[\frac{2c^2-r^2}{\sqrt{4c^2-r^2}}\right] = 0,$$

also

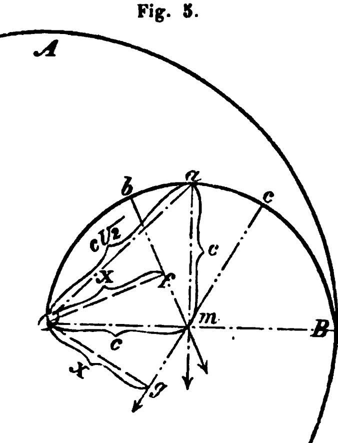
$$r = c\sqrt{2}.$$

Für diesen Werth wird aber

$$x = c.$$

Die überraschende Einfachheit der Rechnung für diese Curve verdient eine geometrische Betrachtung. Es sei AB (Fig. 5) die Mahlscheibe; O deren Drehachse und OaB einer der Halbkreise bildenden Hauschläge, dessen Centrum in m liegt. Man ziehe $am \perp om$ und verbinde o mit a, so ist $oa = \sqrt{om^2 + ma^2} = \sqrt{2Om^2} = Om\sqrt{2} = c\sqrt{2}$. Derjenige Werth des Radius oa, bei welchem der Hebelsarm des Mahlwiderstandes sein Maximum erreicht, und zwar wird, da der Mahlwiderstand nach der Richtung der Normalen am wirkt, der Hebelsarm desselben $= om = c$; für jeden andern

Fig. 5.



Punkt des Halbkreises z. B. *b* oder *c* wird nämlich der $\perp$ Abstand *of* oder *og* der entsprechenden Normalen *bm* oder *cn* vom Pole *O* kleiner sein als *om*. Dieses ist also factisch das Maximum der Hebelarme; für diese Curve kann also der Hebelarm den halben Halbmesser *OB* der Mahlscheibe nie übertreffen. Vergleicht man daher die Kreislinie mit der vorhin erörterten logarithmischen Spirale als Mahlcurven, so zeigt sich, daß der ersteren weit kleinere Mahlmomente zukommen als der letzteren. In Anbetracht der Mahlmomente verdient also die Kreislinie der logarithmischen Spirale vorgezogen zu werden; wie denn auch factisch die holländischen Mühlen, in welchen die Kreislinie analog, wie Fig. 5 es zeigt, als Hauschlag verwendet wird, hinsichtlich der Quantität des Mahlproductes alle andern Mühlen übertreffen.

7.

Wir haben vorhin nur die eine Curve als gegeben betrachtet; es können aber auch beide Curven für den Läufer sowohl als auch für den Bodenstein vorgeschrieben sein, und man hat über deren Brauchbarkeit oder Unbrauchbarkeit ein Urtheil zu fällen.

In Betreff der Mahlmomente haben wir den Weg der Untersuchung im Frühern kennen gelernt; es bleibt also nur zu untersuchen, ob die beiden Curven in Betreff der Verschiebung des Mahlgutes die Bedingung erfüllen. Die Frage wird entschieden durch den Winkel, unter welchem sich die beiden Mahlcurven wechselseitig durchschneiden.

Die beiden Curven werden durch zwei Gleichungen gegeben werden müssen; es sei daher

$$\varphi = f(r)$$

die Gleichung der einen und

$$\psi = F(r)$$

die Gleichung der zweiten Curve; wo wir die Winkelordinate der zweiten Curve nur zur bequemern Unterscheidung von denen der ersten Curve mit ψ bezeichnen. Nun schneide die erste den Radius r unter einem Winkel α, die zweite denselben unter einem Winkel β, beide aber sich wechselseitig unter einem Winkel δ; so daß

$$\delta = \alpha - \beta$$

und

$$\operatorname{tang}\delta = \frac{\operatorname{tang}\alpha - \operatorname{tang}\beta}{1 + \operatorname{tang}\alpha . \operatorname{tang}\beta}$$

wird. Es ist aber, aus bekannten Gründen, $\operatorname{tang}\alpha = \frac{r\partial\varphi}{\partial r}$ und $\operatorname{tang}\beta = \frac{r\partial\psi}{\partial r}$, daher folgt

$$\operatorname{tang}\delta = \frac{\frac{r\partial\varphi}{\partial r} - \frac{r\partial\psi}{\partial r}}{1 + \frac{r\partial\varphi}{\partial r} . \frac{r\partial\psi}{\partial r}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Welche Gleichung sofort uns in Hinsicht auf das Verschieben des Mahlgutes den erforderlichen Aufschluß gibt; und zwar darf δ nicht gleich Null, also $\frac{r\partial\varphi}{\partial r}$ nicht $= \frac{r\partial\psi}{\partial r}$ entfallen; anderseits darf δ nicht $> 90°$ überhaupt nicht $>$ als der Reibungswinkel sein, demnach darf der rechtsseitige Theil der Gleichung (7) nicht negativ entfallen. Auch darf nicht $\frac{r\partial\psi}{\partial r} = \infty$ entfallen, weil sonst $\operatorname{tang}\delta = -\frac{1}{\left(\frac{r\partial\varphi}{\partial r}\right)}$, also abermals negativ entfiele. Ein Paar Beispiele dürften nicht ungelegen kommen.

Der Hauschlag des Läufers sei eine logarithmische Spirale, deren Gleichung

$$\varphi = a . \log . \mathrm{nat} \left(\frac{r}{r_0}\right)$$

ist; der Hauschlag des Bodensteines sei eine zweite solche Spirale, deren Gleichung

$$\psi = b . \log . \mathrm{nat} \left(\frac{r}{r_0}\right)$$

ist. Aus diesen Gleichungen folgt

$$\frac{r\partial\varphi}{\partial r} = a \text{ und } \frac{r\partial\psi}{\partial r} = b;$$

daher, wenn man substituirt

$$\operatorname{tang}\delta = \frac{a-b}{1+ab}.$$

Da nun dies ein von r unabhängiger Werth ist, so bleibt auch δ ein constanter Werth. Wurden die beiden Constanten a und b überdies noch so gewählt, daß δ dem Reibungswinkel gleich wird, so erfüllen beide Curven in Betreff der Verschiebung des Mahlgutes die

Bedingung; und man sieht demnach, daß die logarithmische Spirale nur den einen Theil der Doppelbedingung einer Hauschlagslinie erfüllt.

Als zweites Beispiel setze man, daß beide Hauschlagslinien — wie dies auch in Holland gebräuchlich ist — Halbkreise bilden, deren Peripherien durch das Centrum der Mahlscheibe gehen und deren convexe Seiten gegen einander gekehrt sind. Es sei c der Halbmesser der beiden Halbkreise; die Gleichungen derselben sind

$$\psi = \text{arc.}\cos\left(-\frac{r}{2c}\right)$$

und

$$\varphi = -\text{arc.}\cos\left(-\frac{r}{2c}\right).$$

Aus welchen sofort

$$\frac{r\partial\psi}{\partial r} = \frac{r}{\sqrt{4c^2-r^2}} \quad \text{und} \quad \frac{r\partial\varphi}{\partial r} = -\frac{r}{\sqrt{4c^2-r^2}}$$

folgt, so daß

$$\text{tang}\,\delta = -\frac{r\sqrt{4c^2-r^2}}{2c^2-r^2}$$

sich ergibt. Da nun der rechtsseitige Theil dieser Gleichung das Zeichen — vor sich hat, so ist δ ein stumpfer Winkel; die beiden Curven schneiden sich also unter Winkeln, die zwischen 90° und 180° liegen. Woraus man endlich ersieht, daß der Kreis in Betreff des Verschiebens des Mahlgutes die Bedingung eines Hauschlages nicht erfüllt. Dies mag auch der Grund sein, warum der holländische Hauschlag das — wie bekannt — qualitativ schlechteste Mahlproduct liefert.

8.

Endlich kann auch noch der für den Bodenstein bestimmte Hauschlag vorgeschrieben sein und der Läufer-Hauschlag für ein bestimmtes Gesetz des Winkels δ gesucht werden. Die Curve für den Bodenstein sei gegeben durch die Gleichung

$$\varphi = f(r);$$

die gesuchte Curve für den Läufer werde durch die Gleichung

$$\psi = F(r)$$

bestimmt, in welcher die Winkelordinate nur der bequemeren Unterscheidung wegen mit ψ bezeichnet wird. Man denke sich aus beiden Gleichungen die Quotienten

$$\frac{r\partial\varphi}{\partial r} = u \quad \text{und} \quad \frac{r\partial\psi}{\partial r} = v$$

gebildet und tang δ kurzweg durch m bezeichnet, so hat man, mit Rücksicht auf Gleichung (7)

$$m = \frac{u-v}{1+uv},$$

woraus umgekehrt

$$v = \frac{u-m}{1+um} \quad \text{oder} \quad \frac{r\partial\psi}{\partial r} = \frac{\frac{r\partial\varphi}{\partial r} - m}{1+m\,.\,\frac{r\partial\varphi}{\partial r}}$$

und wenn man integrirt

$$\psi = \int \frac{\partial r}{r}\left(\frac{\frac{r\partial\varphi}{\partial r} - m}{1+m\,.\,\frac{r\partial\varphi}{\partial r}}\right);$$

durch welches Integral sofort die Gleichung der Läufercurve bestimmt wird. Selbstverständlich wird man, aus bereits bekannten Gründen, m constant und zwar gleich dem Reibungscoëfficienten sein lassen. Auch hier mögen Beispiele dienen.

Es sei

$$\varphi = \frac{r}{a} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (8)$$

die Gleichung der Curve für den Bodenstein und m dem Reibungscoëfficienten gleich, also constant. Man hat dann $\frac{r\partial\varphi}{\partial r} = \frac{r}{a}$, also

$$\psi = \int \frac{\partial r}{r}\left(\frac{r-am}{mr+a}\right) = \int \frac{\partial r}{mr+a} - am\int \frac{\partial r}{r\,(mr+a)}$$

somit, wenn man theilweise integrirt und ψ vom kleinsten zulässigen Radius r_0 an zählt

$$(9) \quad \dots\dots \psi = \log.\text{nat}\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^m \left(\frac{a+mr}{a+mr_0}\right)^{\frac{m^2+1}{m}}\right].$$

Hat man aber auf solche Weise die Curve bestimmt, so kommt noch die Natur derselben zu untersuchen. Zu diesem Zwecke wird man alle merkwürdigen Punkte, Assymptoten, geschlossenen Äste u. s. w. aufsuchen und bestimmen, hauptsächlich aber das Hebelarmgesetz der Curve fleißig studiren. Man kann den letzteren Zweck auf zweifache Weise erreichen; man kann den Weg der Rechnung einschlagen, man kann aber auch auf Grund einer geometrischen Con-

struction vorgehen. Wir wollen an der letztabgeleiteten Curve zeigen, in wie weit geometrische Constructionen zur Entscheidung der Frage beitragen können.

Vorerst müssen wir uns unter Zuhilfenahme der Gleichung (1) aus der Gleichung der Curve den Hebelarm x ableiten. Man hat aber

$$x = \frac{r\partial r}{\partial s} = \frac{r}{\left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)} = \frac{r}{\sqrt{1+\left(\frac{r\partial\varphi}{\partial r}\right)^2}}.$$

Nun folgt aus Gleichung (9)

$$\frac{r\partial\psi}{\partial r} = \frac{r-am}{mr+a};$$

aus diesem ergibt sich nach einer leichten Reduction

$$x = \frac{r(mr+a)}{\sqrt{(m^2+1)(r^2+a^2)}}.$$

Um diese Gleichung zur geometrischen Construction vorzubereiten, wollen wir sie noch so schreiben:

$$x = \frac{r}{\sqrt{r^2+a^2}}\left(\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}\cdot r + \frac{1}{\sqrt{m^2+1}}\cdot a\right).$$

Nun kommt zu beachten, daß $m = \operatorname{tang}\delta$ gesetzt wurde, wo δ der constante Durchschneidungswinkel ist, unter welchem die Läufercurve die Bodensteincurve schneidet; also ist

$$\frac{m}{\sqrt{m^2+1}} = \sin\delta \quad \text{und} \quad \frac{1}{\sqrt{m^2+1}} = \cos\delta,$$

daher hat man noch

$$(10) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad x = \frac{r}{\sqrt{r^2+a^2}}(r\sin\delta + a.\cos\delta).$$

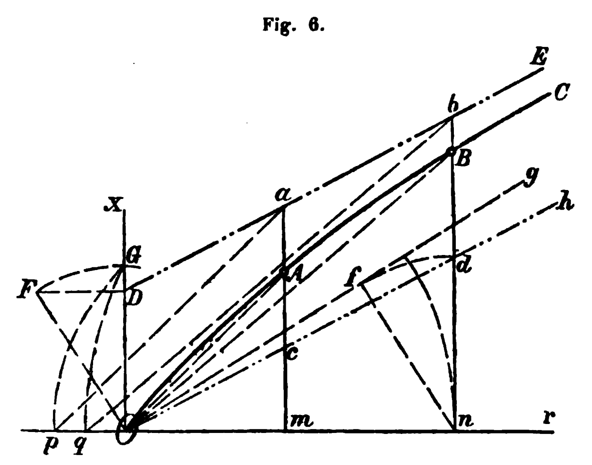
Um nun diese Gleichung geometrisch zu construiren, denke man sich (in Fig. 6) in dem rechtwinkeligen Coordinatensystem xor die Gerade go unter dem Winkel $gor = \delta$ gezogen, und mache $OF \perp Og$ und trage $OF = a$ auf dieser auf; zieht man hierauf $FD \| Or$, so ist

$$OD = a\cos\delta,$$

weil Winkel FOD auch $= \delta$ ist. Man wähle sodann die beliebige Abscisse $On = r$, ziehe $nf \perp$ auf Og und $nb \perp Or$; hierauf trage man $nf = nd$ auf der nb auf und lege durch d die Gerade Oh; dann ist

$dn = fn = On . \sin\delta = r \sin\delta$. Zieht man endlich durch D die $DE \parallel$ zu Oh, so ist $bn = bd + dn = DO + dn = a\cos\delta + r\sin\delta$; ebenso wird für eine zweite Abscisse $Om = r$ die Ordinate $am = ac + cm = DO + cm = a\cos\delta + r\sin\delta$, so daß die Gerade DE von den Ordinaten am, bn,.. . solche Stücke abschneidet, welche immer dem Ausdrucke $a\cos\delta + r\sin\delta$ gleich sind.

Fig. 6.



Man mache nun $OG = OF$, und ziehe aus n mit dem Radius nG den Kreisbogen Gq, so wird $qn = Gn = \sqrt{GO^2 + On^2} = \sqrt{a^2 + r^2}$. Setzen wir ferner $a\cos\delta + r\sin\delta = h$ und $\sqrt{a^2 + r^2} = u$, so gibt Gleichung (10)

$$x = \frac{r}{u} . h,$$

also ist x die vierte geometrische Proportionale zu r, h und u. Um nun dies zu erhalten, lasse man die nb von der DE in b schneiden, und lege durch b und q die bq und ziehe $OB \parallel bq$, so ist:

$$Bn : On = bn : qn,$$

d. h.

$$x : r = h : u,$$

so daß $Bn = x = \frac{r . h}{u}$ wird; ebenso wird für die Abscisse Om die $Oa \parallel$ zur pa gezogen $Am : Om = am : pm$, d. h. $Am = x = \frac{r . h}{u}$ geben. Es sind also A, B,.... Punkte, die einer der Gleichung (10) entsprechenden Curve $OABC$ angehören, deren Ordinaten somit die

Werthe der Hebelarme ausdrücken, die der Curve (9) entsprechen. Wenn man sonach die Natur der Curve *OABC* kennt, so kennt man auch die Natur des in Frage stehenden Hebelarmgesetzes.

Untersucht man nun die Curve *OABC*, so findet man, daß sie durch den Ursprung des Coordinatensystems geht, also verschwindet die Ordinate mit der Abscisse zugleich, mithin verschwindet für die Hauschlagslinie (9) der Hebelarm mit dem Radius. Von dem Ursprung *O* erhebt sich dann die Curve auf der Seite der $+$ Ordinaten, indem sie sich einer bestimmten Geraden *DE* assymptotisch nähert. Die Lage dieser Assymptote *DE* wird einerseits durch ihren Neigungswinkel zur Abscissenaxe, andererseits durch das Segment *DO* bestimmt. Je größer der Neigungswinkel ist, desto rascher wird die *OABC* ansteigen, desto größer werden also ihre Ordinaten, mithin auch die Hebelarme der Curve (9) entfallen; es hängt aber die Neigung der *DE* von dem Reibungswinkel $\delta = gon$ ab, da dieser für jede Construction der nämliche bleibt, so läßt sich daran nichts ändern. Untersucht man hingegen das Segment *DO*, so findet man, daß *DO* um so größer oder kleiner entfällt, je größer oder kleiner *FO* angenommen wird. Es ist aber $FO = a$, also sieht man, daß, um die Assymptote *DE* und mit ihr die Curve *OABC* möglichst nahe zur Abscissenaxe heranzurücken, man nur $a = FO$ möglichst klein zu machen braucht. Es ist aber a eine Constante, deren Werth durch die Gleichung (8) der Bodensteincurve bestimmt wird; man sieht also, daß man die Größe a in letzterer möglichst klein zu wählen hat, um die Hebelarme und mit diesen die Mahlmomente der Läufercurve (9) möglichst klein entfallen zu machen. Es hat uns sonach eine einfache leichte Construction über die Natur der Mahlcurven (8) und (9) aufgeklärt und die Wege gezeigt, die zur Erzielung des günstigsten Erfolges hier einzuschlagen waren.

9.

Zum Schlusse dieser Abhandlung müssen wir endlich noch auf den Umstand hindeuten, daß das Problem über die Hauschlagscurven mit einem zweiten Probleme verwandt ist, so daß die auf erstere sich beziehenden Resultate auch auf letzteres sich übertragen lassen.

Die Einrichtung einer Blechscheere ist bekannt. Die wichtigsten Theile derselben sind die beiden Schneidebacken, von welchen der

eine gewöhnlich fix und unbeweglich ist, während der andere durch einen eigenen Mechanismus um einen doppelten Stirnzapfen eine drehende Bewegung erhält, während welcher er gegen den unbeweglichen Schneidebacken andrückt. Die Schneiden beider Backen, durch welche das Blech eigentlich geschnitten wird, bilden gewöhnlich geradlinige Kanten. Schon einiges Nachdenken reicht hin, von der Unzweckmäßigkeit dieser Form zu überzeugen; denn der zu zerschneidende Gegenstand setzt, wie wir diesen Umstand an jeder Papierscheere erfahren können, den geradlinigen Schneidekanten ein um so größeres Widerstandsmoment entgegen, je weiter die Angriffspunkte der Schneidekanten vom Drehungspunkt des beweglichen Backens abstehen. Daher kommt es auch, daß Blechscheeren meist nur sehr kurze Schneidebacken erhalten und zu ihrer Bewegung bedeutende Kräfte oder stark potenzirte Übersetzungen erfordern.

Diesen Übelständen läßt sich aber ausweichen, sobald man nur die geradlinigen Schneidebacken mit krummlinigen vertauscht; und zwar wird man die Schneidekante des beweglichen Backens nach einer Kreisevolvente zu krümmen haben, deren Grundkreis proportionirt zur bewegenden Kraft und zum bewältigenden Widerstande gewählt werden müßte. Der unbewegliche Backen hingegen wird nach jener Curve gekrümmt, die die Evolventenlinie des beweglichen Backens unter einem constanten Winkel schneidet, der dem Reibungswinkel des Bleches höchstens gleichkommt, und deren Gleichung und Construction in Fig. 4 gegeben wurde.

Berichtigungen

zur Abhandlung: „Die Summe der Logarithmus- und Arcustangensreihe mit alternirenden Zeichengruppen“.

	Sonder-Abdruck	Jän.-Heft 1867 II. Abtheilung				
Seite	3	77	Zeile 15	von oben	X_{2n} statt X_2
„	4	78	„ 9	„ „	$\frac{x^n-1}{x^n+1}$ statt $\frac{x^n-1}{x^n-1}$
„	6	80	„ 10	„ „	$lg\,(x^{2r}+1)$ statt $x^{2r}+1$
„	7	81	„ 3	„ „	$r-1$ Paare „ r Paare
„	12	86	„ 6	„ unten	$\frac{\sqrt{3}}{3}\Big\}$ statt $\sqrt{3}\Big\{$
„	18	92	„ 8	„ „	$n \lesseqgtr m+1$ statt $n \gtrless m+1$.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LV. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

3.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

VIII. SITZUNG VOM 14. MÄRZ 1867.

Se. Excellenz Herr Graf von Taaffe zeigt mit Zuschrift vom 11. März l. J. an, daß er, von Sr. k. k. Apost. Majestät mit der Leitung des Ministeriums des Innern betraut, sein Amt angetreten habe, und es sich zur angenehmen Pflicht machen werde, den Wünschen und Interessen der kais. Akademie der Wissenschaften in dem ihm anvertrauten Wirkungskreise die kräftigste Förderung angedeihen zu lassen.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über die Hydrokaffeesäure und die Hydroparacumarsäure", von Herrn Prof. Dr. H. Hlasiwetz.

„Über Seidenraupenkrankheit", von Herrn J. A. Hübner in Prag.

Herr Prof. Dr. Aug. Em. Reuss überreicht eine Abhandlung: „Zur Foraminiferenfauna in Österreich", von Herrn F. Karrer.

Herr Prof. Dr. C. Freih. v. Ettingshausen legt den III. Theil seiner für die Denkschriften bestimmten Abhandlung: „Die fossile Flora des Tertiärbeckens von Bilin" vor.

Herr Dr. S. Stricker übergibt eine Abhandlung: „Experimentelle Untersuchungen über die traumatische Leberentzündung", von Herrn Dr. F. Holm aus St. Petersburg.

Herr Dr. Fr. Steindachner legt eine Abhandlung: „Ichthyologische Notizen" IV. vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. November 1866. Berlin; 8°.

Annales des mines. VIe Série. Tome IX, 3e Livraison de 1866. Paris, 1866; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 5. Jahrg. Nr. 5. Wien, 1867; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1631—1632. Altona, 1867; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV. Nrs. 7—8. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 9e—10e Livraisons. Paris, 1867; 8°.

Discours prononcés sur la tombe de M. Auguste Viquesnel le 11 février 1867. Paris, 1867; 4°.

Gesellschaft, Oberlausitzische, der Wissenschaften: Neues Lausitzisches Magazin. 43. Band, 2. Doppelheft. Görlitz, 1867; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg. Nr. 9—10. Wien, 1867; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. 17. Jahrg. Nr. 9 — 10. Wien, 1867; 4°.

Lotos. XVII. Jahrgang. Februar 1867. Prag; 8°.

Ludwig, C., Arbeiten aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig vom Jahre 1866. Leipzig, 1867; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1867, III. Heft. Gotha; 4°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 18— 21. Wien, 1867; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 5. Gratz, 1867; 4°.

Über die Hydrokaffeesäure und die Hydroparacumarsäure.

Von H. Hlasiwetz.

Ich habe kürzlich gezeigt, daß die, aus der Kaffeegerbsäure abscheidbare Kaffeesäure mit der Zimmtsäure, Cumarsäure und Paracumarsäure einer Reihe angehört, in der der Sauerstoff von Glied zu Glied um ein Atom steigt.

Die Zimmtsäure nun hat Erlenmeyer in eine Hydrozimmtsäure (Homotoluylsäure) [1], die Cumarsäure Zwenger in eine Hydrocumarsäure (Melilotsäure) [2], verwandelt, Säuren, welche sich von den ersteren durch $+H_2$ unterscheiden.

Es war mir darum von Interesse, zu erfahren, ob die Kaffeesäure und die Paracumarsäure ebenso leicht wie die beiden genannten in Hydrosäuren überführt werden können.

Der Versuch hat gezeigt, daß das der Fall ist.

Hydrokaffeesäure.

Erhält man Kaffeesäure mit Wasser und einer angemessenen Menge Natriumamalgam in einem Kolben, der mit einem Kühlapparat verbunden ist, nur $^1/_2$ bis $^3/_4$ Stunden lang im schwachen Sieden, so ist die Bildung der Hydrokaffeesäure vollendet. Die anfangs dunkelgelbe Flüssigkeit ist dann fast farblos geworden, ist aber bei dem freien Alkali, was sie enthält, so empfindlich für den Sauerstoffzutritt, daß man sie absättigen muß, ohne den Kolben zu öffnen. Man läßt zu dem Ende durch das Kühlrohr verdünnte Schwefelsäure zufließen, und gießt die angesäuerte Lösung schnell in eine Schale vom Quecksilber ab.

Nach dem Erkalten zieht man die neue Säure mit Äther aus. Man verjagt den Äther, nimmt den syrupösen Rückstand in Wasser auf, und läßt durch langsames Verdunsten krystallisiren.

---

1) Annal. d. Ch. CXXXVII. 327.

2) Annal. d. Ch. CXXXVI. 256.

Bei der Leichtlöslichkeit der Hydrokaffeesäure dauert es mehrere Tage, bis die größte Menge diese Form angenommen hat. Die Krystalle sind dem rhombischen Systeme angehörig, oft sehr schön ausgebildet, völlig farblos, von schwachsaurem Geschmak, entschieden saurer Reaction, und ohne Gehalt an Krystallwasser.

Ihre wässerige Lösung reducirt die Trommer'sche Kupferflüssigkeit und Silbersalpeter mit Leichtigkeit.

Sie wird von Bleizucker weiß gefällt, und von Eisenchlorid intensiv grün gefärbt. Diese grüne Färbung wird auf Zusatz von Soda dunkel kirschroth.

Mit einem Alkali versetzt und der Luft dargeboten, wird die Lösung der Hydrokaffeesäure schwach röthlich oder bräunlich. Wird sie hierbei grün, so ist die Säure nicht rein, muß noch einige Male umkrystallisirt, und von den Mutterlaugen gut abgespült werden. Bromwasser färbt sie braunroth, ohne etwas auszuscheiden. Dampft man ein, so hinterbleibt ein, in Wasser unlöslicher dunkelbrauner harzartiger Rückstand, der nicht krystallisirt erhalten werden konnte.

Die Analysen der Hydrokaffeesäure ergaben die Formel:

$$C_9H_{10}O_4.$$

I.	0·3384	Gr. Substanz	gaben	0·7352	Gr. Kohlens.	und	0·1682	Gr. Wasser.
II.	0·3386	„	„	0·741	„	„	0·169	„
III.	0·293	„	„	0·6342	„	„	0·139	„

$C_9H_{10}O_4$	I.	II.	III.
C—59·3	— 59·3	— 59·4	— 59·0
H— 5·5	— 5·5	— 5·5	— 5·6

Die Säure scheint nur amorphe Salze zu geben. Mit kohlensaurem Baryum oder Calcium abgesättigte Lösungen färben sich an der Luft dunkler und trocknen gummiartig ein. Ich habe daher, um eine Zersetzung zu vermeiden, die concentrirten Laugen mit Alkohol gefällt, die weissen Niederschläge abgepreßt und getrocknet. Sie sind von erdigem Ansehen und werden beim Reiben sehr elektrisch.

Verdünnte Lösungen derselben mit Eisenchorid zusammengebracht, färben sich dunkelblau; bei einem Überschnß des Chlorids grün. Salpetersaures Silber wird sofort schwarz, pulvrig reducirt. Ebenso scheidet sich auf Zusatz von essigsaurem Kupfer fast momentan rothes Kupferoxydul aus.

Baryumsalz. 0·322 Gr. bei 130° getr. gab 0·152 Gr. schwefels. Baryum.
Calciumsalz. 0·260 „ „ „ „ „ 0·089 „ „ Calcium.

$C_9H_8CaO_4$		Gefunden	$C_9H_8BaO_4$ [1]		Gefunden
Ca—9·9	—	10·0	Ba—27·5	—	27·7

Bleisalz. Der weisse Niederschlag, den Bleizuckerlösung in einer Hydrokaffeesäurelösung hervorbringt, trocknet zu grünlichen Stücken ein, gibt zerrieben ein grau-grünliches Pulver, und entspricht bei 130° getrocknet der Formel $C_9H_7Pb_3O_4$ [2]).

I. 0·2982 Gr. Substanz gaben 0·2204 Gr. Kohlens. und 0·043 Gr. Wasser.
0·2982 „ „ „ 0·206 „ Bleioxyd.

II. 0·4694 Gr. v. anderer Bereit. gaben 0·3838 Gr. Kohlens. u. 0·065 Gr. Wass.
0·4694 „ „ „ „ „ 0·3099 Bleioxyd.

$C_9H_7Pb_3O_4$		I.		II.
C—22·1	—	21·2	—	22·3
H— 1·4	—	1·6	—	1·5
Pb—63·5	—	63·8	—	63·2

Die Hydrokaffeesäure hat demnach dieselbe empirische Formel wie die Umbellsäure [3]).

Mit ihr zugleich bildet sich bei der Reaction zwischen Natriumamalgam und Kaffeesäure constant eine kleine Menge eines Körpers den ich im reinen Zustande noch nicht darstellen konnte, der sich in den letzten Mutterlaugen ansammelt, die sehr gefärbt sind und nicht mehr krystallisiren.

Er ist ausgezeichnet durch die Eigenschaft, seiner selbst sehr verdünnten Lösung, prächtig grasgrün zu werden, wenn man sie mit einer Spur freien Alkalis versetzt.

Diese Eigenschaft theilt er mit einer Verbindung, die sich neben Protocatechusäure bildet, wenn man Guajakharz mit Kalihydrat oxydirt. In der betreffenden Abhandlung [4]) ist für sie unter andern die Formel $C_9H_{10}O_3$ als möglich angeführt, die an eine Beziehung zur Kaffeesäure $C_9H_8O_4$ und Hydrokaffeesäure $C_9H_{10}O_4$ denken ließe.

---

[1]) Ca=20; Ba=68·5.
[2]) Pb=103.
[3]) Annal. d. Ch. CXXXIX. 102.
[4]) Annal. d. Ch. CXXX. 353.

Ohne Zweifel ist sie die Protocatechusäure liefernde Substanz des Guajakharzes. Vielleicht kann ich später hierüber Genaueres mittheilen.

Bei dieser Gelegenheit will ich noch angeben, wie man sich grössere Mengen Kaffeesäure mit Leichtigkeit darstellen kann.

Herr H. Trommsdorff in Erfurt bereitet ein *Extract. Coffeae alc.* und verzeichnet es in seiner Preisliste mit 5 Thl. 10 Sgr. das Pfund.

Dasselbe ist das beste Material für die Gewinnung der Kaffeesäure und überhebt aller umständlichen Vorarbeiten.

Ich nehme 50 Grammen dieses steifen Extracts, löse es in 100 bis 120 CC warmen Wassers, füge 50 Grammen festes Ätzkali hinzu, und lasse in einem geräumigen Kolben, der mit einem Kühlapparat versehen ist, eine Stunde lang kochen. Dann wird der Inhalt in eine Schale geleert, mit etwa 200 CC Wasser nachgespült, mit verdünnter Schwefelsäure übersättigt, filtrirt und mit Äther dreimal ausgeschüttelt.

Die nach dem Abdestilliren des Äthers hinterbleibende Kaffeesäure wird in siedendem Wasser gelöst und mit Thierkohle behandelt.

50 Grammen Kaffee-Extract gaben mir 6—7 Grammen reiner Kaffeesäure.

Hydroparacumarsäure.

Mit einer, von der Untersuchung der Paracumarsäure [1]) erübrigten Quantität Substanz hat Herr Malin den im Vorstehenden beschriebenen mit der Kaffeesäure ausgeführten Versuch wiederholt.

Bei der Isomerie der Paracumarsäure mit der Cumarsäure war zu erwarten, daß man hiebei eine der Hydrocumarsäure (Melilotsäure) Zwenger's isomere Säure erhalten werde.

Nach $^3/_4$stündigem Kochen einer Lösung der Paracumarsäure mit Natriumamalgam war die Bildung der neuen Verbindung erfolgt, und Äther entzog sie der, mit verdünnter Schwefelsäure abgesättigten Flüssigkeit nach zweimaligem Ausschütteln vollkommen.

Nach dem Abdestilliren des Äthers, Auflösen des syrupartigen Rückstandes in heißem Wasser und Verjagen der letzten Äthermengen

---

1) Annal. d. Ch. CXXXVI. 31.

krystallisirte sie sehr bald in schönen, wohlausgebildeten kleinen Krystallen des monoklinoedrischen Systems.

Sie verliert bei 100° nichts an Gewicht, und schmilzt bei 125°

0·3271 Gr. Substanz gaben 0·7793 Gr. Kohlensäure und 0·1791 Gr. Wasser.

	$C_9H_{10}O_3$		
C	65·1	—	65·0
H	6·0	—	6·1

Die Hydroparacumarsäure löst sich leicht in Wasser, Alkohol und Äther. Die Lösung wird nicht gefällt von essigsaurem Blei, schwefelsaurem Kupfer, Quecksilberchlorid; kaum verändert durch Eisenchlorid.

Salpetersaures Quecksilberoxydul gibt einen weißen Niederschlag. Alkalische Kupferlösung wird beim Kochen reducirt.

Mit Bromwasser entsteht eine milchige Trübung, weiterhin eine harzige Ausscheidung einer Bromverbindung. Eine Lösung der Säure in Ammoniak gibt beim freiwilligen Verdunsten strahlige Krystalle eines Ammoniumsalzes. Die Lösung desselben bleibt unverändert auf Zusatz von Chlorbaryum, Chlorcalcium, schwefelsaurem Kupfer. Salpetersaures Silber bringt darin einen amorphen Niederschlag hervor, der sich am Lichte etwas färbt.

0·3706 lufttrockener Substanz verloren bei 100° 0·0227 Gr. Wasser.
0·3479 Gr. trockener „ gaben 0·1456 Gr. Silber.

$C_9H_9AgO_3$		Gefunden			Berechnet	Gefunden
Ag—39·6	—	39·0	$C_9H_9AgO_3$	—	—	—
			H_2O	—	6·2	6·1

Die Hydroparacumarsäure ist das dritte Glied einer Gruppe isomerer Säuren, in welche noch die Melilotsäure und die Phloretinsäure gehören.

IX. SITZUNG VOM 21. MÄRZ 1867.

Der Präsident des Central-Comité für die Pariser Welt-Ausstellung, Se. Ex. Herr Graf v. Wickenburg theilt, mit Zuschrift vom 19. März l. J. das Programm über die Einsetzung der internationalen wissenschaftlichen Commission neben der kaiserlichen Commission bei der Pariser Ausstellung mit, und ersucht um Bekanntgabe der eventuellen Beschlüsse darüber, ob und wiefern die kais. Akademie der Wissenschaften geneigt sei, der kaiserlichen Commission ihre Ansichten über die im Schooße der gedachten internationalen wissenschaftlichen Commission zu pflegenden Untersuchungen und zu prüfenden Fragen zu unterbreiten.

Das c. M. Herr Prof. Dr. A. Rollett in Graz übersendet zwei Abhandlungen, und zwar: *a)* „Über die Änderung der Farben durch den Contrast; *b)* „Zur Lehre von den Contrastfarben und dem Abklingen der Farben."

Das w. M. Herr Director Dr. K. Jelinek überreicht eine Abhandlung: „Die Methodik der darstellenden Geometrie, zugleich als Einleitung in die Geometrie der Lage", von Herrn Dr. W. Fiedler, Professor am Landes-Polytechnicum zu Prag.

Das w. M. Herr Dr. A. Boué legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Beiträge zur Erleichterung einer geographischen Aufnahme der europäischen Türkei".

Das c. M. Herr Dr. G. Tschermak theilt „einige Bemerkungen über die isomorphe Reihe Glaukodot, Danait, Arsenkies" mit.

Das c. M. Herr Prof. Dr. V. v. Lang übergibt eine Abhandlung: „Krystallographisch-optische Bestimmungen mit Rücksicht auf homologe und isomorphe Reihen."

Herr Prof. J. Seegen spricht „über die Ausscheidung des Stickstoffs der im Körper zersetzten Albuminate."

Herr Dr. S. Stricker übergibt eine Abhandlung des Herrn Dr. W. Reitz aus St. Petersburg: „Untersuchungen über die künstlich erzeugte croupöse Entzündung der Luftröhre“.

Herr Dr. S. L. Schenk legt eine Abhandlung „Zur Entwickelungsgeschichte des Auges der Fische“ vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift, 5. Jahrg. Nr. 6. Wien, 1867; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1633. Altona, 1867; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV. Nr. 9. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 11e Livraison. Paris, 1867; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg. Nr. 11. Wien, 1867; 8°.

Kuczyński, Stefan, Dwie rozprawy. Kraków, 1865; 8°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. 17. Jahrg. Nr. 11. Wien, 1867; 4°.

Mittheilungen des k. k. Genie-Comité. Jahrgang 1867. 1. Heft. Wien; 8°.

Moniteur scientifique, 245e & 246e Livraisons. Tome IXe. Année 1867. Paris; 4°.

Santini, Giovanni, Delle interpolazioni e quadrature mecaniche per gli usi astronomici. (Estr. dal Vol. XIII delle Memorie dell' Istituto Veneto.) Venezia, 1866; 4°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 22—23. Wien, 1867; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 6. Graz, 1867; 4°.

Über die Änderung der Farben durch den Contrast.

Von Alex. Rollett in Graz.

Die nachfolgenden Versuche sind zunächst nur zu dem Zwecke zusammengestellt worden, um die durch den Contrast bewirkten Modificationen einer Farbe in ihren Beziehungen zum Farbensysteme darzulegen, wegen der letzteren Beziehung dürfte man sie anderen Versuchen über unsere Erscheinung vorziehen.

Es ist bekanntlich im Allgemeinen leicht die letztere darzustellen, jedes farbige Papierschnitzel auf anders farbigen Grund gelegt. kann dazu dienen.

Einen Versuch nach besonderer Methode angeordnet, hat Chevreul in den Memoiren der französischen Akademie [1]) und später in seinem Werke: „De la loi du contraste simultané des couleurs etc.“ Paris 1839, pag. 7—12 angegeben.

Man erklärt die Farbenmodificationen, welche man bei diesen Versuchen beobachten kann, insoferne man sie den Erscheinungen des simultanen Contrastes zurechnet, gewöhnlich aus einer Zumischung des Complementes der contrasterzeugenden Farbe zu der anderen ihrer Wirkung unterworfenen Farbe, indem man sich dabei auf das complementäre Verhalten der eigentlichen Contrastfarben, wie sich dieselben auf helleren oder lichtärmeren weißen Feldern in Folge einer danebengesetzten Farbe entwickeln, stützt.

So heißt es z. B. der Contrast von Blau ist Gelb, tritt dieser zu nebengesetztem Roth, so wird das letztere gegen Orange verschoben.

Ich will der Mittheilung meiner Versuche eine Verständigung über diese Ausdrucksweise voranschicken.

Ein gelber Contrast als solcher existirt nicht.

Das Concrete beim Auftreten einer subjectiven Contrastfarbe über einem objectiv weißen Felde ist die subjective chromatische Abänderung des Weiß in Gelb, um bei dem gewählten Beispiele zu bleiben, wenn das Weiß im Contrast zu Blau beobachtet wird.

---

1) T. XXXIII p. 1—944 und T. XI p. 447.

Die Annahme, daß das Weiß in diesem Falle geändert werde, dadurch, daß die contrasterzeugende Farbe auf der von objectiv weißem Lichte getroffenen Nutzhautpartie einen Zuwachs an Erregung und zwar ihrem Complement entsprechend bewirke, entbehrt jedes Grundes. Auch wenn man die Contrastfarbe nicht aus einer Änderung der Empfindung, sondern aus einer unrichtigen Beurtheilung erklären wollte, ist nicht abzusehen, was uns veranlassen sollte einfach dem Weiß das Complement der contrasterzeugenden Farbe zuzusetzen.

Man muß sich vielmehr vorstellen, daß das Weiß unter dem Einflusse des Contrastes subjectiv zerlegt werde und ein aliquoter Theil der mit der contrasterzeugenden Farbe gleichnamigen Componente für die Bildung des Urtheiles entfällt, sei es durch eine physiologische Wechselwirkung gleichzeitiger Eindrücke auf differente Netzhautstellen [1]), sei es in Folge blos psychischer Processe.

Denke ich mir nicht Weiß, sondern eine beliebige Farbe im Contrast zu einer anderen Farbe betrachtet, so wird die Modification, welche jene Farbe dabei erleidet, ebenso auf eine Reduction der mit der contrasterzeugenden Farbe gleichnamigen Componente zurückzuführen sein.

Das ist für alle Farben möglich, da ich mir jeden Farbeneindruck in Bezug auf seinen physiologischen Werth als zusammengesetzt aus einer bestimmten Intensität einer einfachen Farbe und einer bestimmten Intensität Weiß vorstellen kann. Daß die letztere selbst für die gesättigsten Farben, welche wir kennen noch einen endlichen Werth besitzt, hat Helmholtz [2]) nachgewiesen.

Denke ich mir aber einen Farbeneindruck also zerlegt und das in ihm enthaltene Weiß allein unter die Wirkung der contrasterzeugenden Farbe gestellt, dann kann ich die Modification, welche jene Farbe durch den Contrast mit einer anderen erleidet auch so auffassen, als ob sie entstünde durch Zumischung des Complementes der contrasterzeugenden Farbe. Es ist dies aber nur eine bequeme Betrachtungsweise der Farbenmodificationen deren man sich innerhalb gewisser Grenzen bedienen kann.

---

[1]) Ich werde demnächst in der Lage sein, eine Reihe von zum Theile älteren, zum Theile neuen Beobachtungen und Versuchen zusammenzustellen, welche gerade dieser Ansicht das Wort reden.

[2]) Physiologische Optik in der Encyclopädie der Physik. Bd. IX. p. 370.

Die im Eingange erwähnten Versuche sind nun die folgenden.

Man schneide sich aus einer Anzahl nebelhaft gefärbter Papiere viereckige Blätter von etwa 18 Centim. Breite und 20 Centim. Länge, ferner aus eben denselben Papieren und zwar aus je einem derselben eine Anzahl von je n—1 Ringen. Jeder dieser Ringe habe einen inneren Durchmesser von 52 Millim. und eine Breite von 15 Millim., dann lege man die Papierblätter etwa in der Ordnung wie die Farben im Spectrum sich folgen in einem wechselseitigen Abstande von 30 Millim. neben einander und auf die Mitte eines jeden mit Ausnahme von einem, je einen von den n—1 Ringen einer bestimmten Farbe und zwar so, daß nur das mit den Ringen gleichgefärbte Blatt unbelegt bleibt.

In einer zweiten Versuchsreihe benütze man die n—1 Ringe einer anderen Farbe in derselben Weise, ebenso in einer dritten und n[ten] Versuchsreihe.

Die Papiere, welche ich gewöhnlich benütze, sind:

ein rothes . . . . . Carmin auf gelber Unterlage,
„ oranges . . . . Mennige mit etwas Chromgelb,
„ gelbes . . . . . Chromgelb,
„ grünes . . . . . Emerald-Green,
„ blaues . . . . Ultramarin,
„ violettes . . . . Anilinfarbe.

Sie sind nur zum Theile aus dem Handel bezogen, zum Theile von mir selbst bemalt.

Stellt man mit solchen Papieren die beschriebenen Versuche an und vergleicht die Farbe der Ringe eines Versuches untereinander sowohl, als auch mit dem leer gebliebenen Blatte, so treten die durch den Contrast bewirkten Abweichungen der Ringfarbe überaus deutlich hervor.

Belehrender werden aber die Versuche, wenn man für jede Versuchsreihe die Papiere in einer anderen Reihenfolge anordnet.

Man denke sich um diese Anordnung zu gewinnen, einen durch das bichromatische Purpur geschlossenen Farbenkreis [1]) und nehme für jede Versuchsreihe aus diesem Kreise die Farbe der für den Versuch benützten Ringe heraus, dann denke man sich den geöffneten

---

[1]) S. die drittfolgende Seite.

Kreis zu einem Bande aufgerollt. In der erhaltenen Farbenfolge setze man an die Stelle oder neben und über das Complement der herausgenommenen Farbe diese letztere selbst.

Wie die Farben in diesen Schemen nebeneinander liegen, lege man nun in den einzelnen Versuchen, die durch jene sechs Papiere repräsentirten Farben in den früher gewählten Abständen nebeneinander.

Dann ist die Ordnung der Blätter z. B. für den Versuch mit den rothen Ringen

Violett | Blau | Roth | Grün | Gelb | Orange

oder für den Versuch mit den gelben Ringen

Gelb

Orange | Roth | Violett | Blau | Grün

und entsprechend anders für die übrigen Ringe.

Man erhält dann die in den folgenden, den sechs Versuchsreihen entsprechenden Tabellen verzeichneten Resultate.

I.

Farbe der Blätter	Violett	Blau	Roth	Grün	Gelb	Orange
Farbe der Ringe	Roth	Roth	—	Roth	Roth	Roth
Farbe des Ringes zieht zufolge des Contrastes in ...	Roth-orange	Lebhafter Roth-orange	—	Carmesinroth	Purpur	Purpur und ist matt

II.

Farbe der Blätter	Roth	Violett	Blau	Orange	Grün	Gelb
Farbe der Ringe	Orange	Orange	Orange	—	Orange	Orange
Farbe des Ringes zieht zufolge des Contrastes in ...	ein mattes Gelb-orange	Gelb-orange	ein feurig. Gelb-orange	—	ein feurig. Röthlich-orange	ein mattes Roth-orange

III.

Farbe der Blätter	Orange	Roth	Violett	Gelb / Blau	Grün	—
Farbe der Ringe	Gelb	Gelb	Gelb	— / Gelb	Gelb	—
Farbe des Ringes zieht zufolge des Contrastes in ...	ein mattes Grünlichgelb	Grünlichgelb	ein lebhaft. Gelb zum Gelbgrün	— / lebhaftes Gelb	ein lebhaft. Gelb zum Orange	—

IV.

Farbe der Blätter	Gelb	Orange	Roth	Grün	Violett	Blau
Farbe der Ringe	Grün	Grün	Grün	—	Grün	Grün
Farbe des Ringes zieht zufolge des Contrastes in ...	ein mattes Blaugrün	Blaugrün	Bläulichgrün	—	Gelblichgrün	Gelbgrün

V.

Farbe der Blätter	Grün	Blau / Gelb	Orange	Roth	Violett	—
Farbe der Ringe	Blau	— / Blau	Blau	Blau	Blau	—
Farbe des Ringes zieht zufolge des Contrastes in ...	Violett	— / ein lebhaft. Blau	Cyanblau	lichter Cyanblau	weißlich Cyanblau	—

VI.

Farbe der Blätter	Blau	Grün	Violett	Gelb	Orange	Roth
Farbe der Ringe	Violett	Violett	—	Violett	Violett	Violett
Farbe des Ringes zieht zufolge des Contrastes in ...	ein Röthlichbraun zum Violett	Purpurviolett	—	Blauviolett	Lichter Blauviolett	ein mattes lichtes Blauviolett

Zu beiden Seiten der nicht modificirten Farbe des ringlosen Blattes die objectiv mit der Farbe der Ringe übereinstimmt, liegen also in jedem unserer Versuche, die durch den Contrast mit allen übrigen Farben bedingten Modificationen. Die auf der einen Seite

liegenden Farben der Blätter verschieben die Ringfarbe in der Richtung gegen die am anderen Ende der Farbenreihe beginnende Nachbarfarbe in der Spectralreihe.

Im Allgemeinen sehen wir jede Farbe *a* durch den Contrast mit denjenigen Farben, die im Farbenkreise in der einen Richtung zwischen *a* und seinem Complemente liegen gegen die in entgegengesetzter Richtung an *a* stoßende Nachbarfarbe verschoben.

Es ist ferner der directen Beobachtung in unseren Versuchen sehr leicht zu entnehmen, daß die Verschiebung einer Farbe *a* durch den Contrast mit einer beliebigen anderen *b* um so größer ist, je weiter *b* von dem Complement von *a* nach der einen oder anderen Seite sich entfernt, die Verschiebung ist dagegen um so geringer, je näher *b* dem Complement von *a* liegt. So wie Complemente durch Nebeneinandersetzen sich heben, so erfährt eine Farbe auch durch die an das Complement sich anschließenden Nachbarfarben noch eine solche Hebung. Je mehr aber dann eine Farbe durch den Contrast mit den weiter vom Complement abliegenden Farben in ihrem Character geändert wird, um so mehr verliert sie im Allgemeinen auch an Sättigung.

Unter unserer obigen Voraussetzung ist die in zweisinniger Richtung erfolgende Verschiebung einer Farbe durch alle andern und die dabei auftretende Änderung der Sättigung einfach eine Consequenz der Grassmann - Helmholtz'schen Sätze über die Farbenmischung.

Geradezu den Eindruck von unter den obigen Voraussetzungen entstandenen Mischfarben erhalten wir von den Farbenmodificationen durch eine geringe Abänderung der mitgetheilten Versuche.

Eine Abänderung auf welche deswegen ein besonderer Werth zu legen ist, weil die Versuche in ihrer neuen Form frei sind von dem Einwurf, daß die beobachteten Erscheinungen wenigstens zum Theile nicht dem simultanen, sondern dem successiven, d. h. von Nachbildern abhängigen Contraste [1]), der in Folge von schwankenden Blicken sich geltend machen könnte, ihr Entstehen verdanken.

[1]) Helmholtz l. c. pag. 388—392.

Diese Abänderung besteht darin, daß man in den obigen Versuchen unter gleichzeitiger Verringerung der Intensität der objectiven Farben durch Zusatz von weißem Licht dieselben in weißliche Farben verwandelt, wie dies geschehen kann, wenn man die in jeder Versuchsreihe nebeneinander liegenden und mit den entsprechenden Ringen belegten Papiere jedes einzelne mit einer mattgeschliffenen Tafel aus weißem Glase bedeckt, und zwar mit der matten Seite nach oben [1]).

Stellt man sich solche Versuche bei guter Beleuchtung zusammen und sieht direct von obenher auf die Platten, so nimmt man die auffallenden Abweichungen in der Farbe der einzelnen Ringe und des ringlosen Blattes schon wahr, sie können aber dadurch, daß man unter einem mehr oder weniger spitzen Winkel darauf hinsieht und so die Farbe der Blätter noch mehr zurücktreten, läßt noch bemerklicher gemacht werden.

Die folgenden Tabellen sind an hellen Tagen entworfen, und dabei lagen die mit der matten Tafel bedeckten Papiere etwa 50Centim. von den Augen entfernt, horizontal auf einem Tisch zwischen mir und dem Fenster. Man hat es dabei den Bedingungen der Versuche entsprechend mit weißlichen Farben zu thun und sind die verzeichneten Eindrücke nur unter sich und mit dem ringlosen Blatte verglichen.

I.

Papier der Blätter	Papier des Ringes	Eindruck der Ringe auf das Auge während des Versuches
Violett	Roth	Rothorange
Blau	Roth	Gelborange (feuriger)
Roth	—	—
Grün	Roth	Helles Carmesinroth
Gelb	Roth	Purpur
Orange	Roth	Purpur (bläulicher und matter)

[1]) Dieses Princip zur Verdeutlichung der Contrastfarben wird gewöhnlich Herm. Meyer zugeschrieben, der über ein auf farbigem Grunde befindliches graues Papierschnitzel ein Blatt aus durchscheinendem Briefpapier deckte. Poggendorf Annal. Bd. XCV. pag. 170, allein es kommt schon bei Joh. Müller ein ähnlicher

II.

Papier der Blätter	Papier des Ringes	Eindruck der Ringe auf das Auge während des Versuches
Roth	Orange	Matt Gelborange
Violett	Orange	Gelborange
Blau	Orange	Gelborange (feuriger)
Orange	—	—
Grün	Orange	Ziegelroth
Gelb	Orange	Rosa

III.

Papier der Blätter	Papier des Ringes	Eindruck der Ringe auf das Auge während des Versuches
Orange	Gelb	Mattes Grüngelb
Roth	Gelb	Gelb ins Grünliche ziehend
Violett	Gelb	Gelb
Blau	Gelb	Lebhafter Gelb
Gelb	—	—
Grün	Gelb	Orange

IV.

Papier der Blätter	Papier des Ringes	Eindruck der Ringe auf das Auge während des Versuches
Gelb	Grün	Blaugrün
Orange	Grün	Blaugrün (heller und mehr zum Grün neigend)
Roth	Grün	Bläulich Grün (lebhafter)
Grün	—	—
Violett	Grün	Gelblich Grün
Blau	Grün	Gelbgrün

Versuch vor. Bei Müller Handbuch der Physiologie Bd. 2. 1837. pag. 372 heißt es von den Contrastfarben: „Am deutlichsten ist die Erscheinung, wenn man ein farbiges mit dünnem Papier bedecktes Glas vor ein Lampenlicht hält und eine Stelle des Glases und Papiers mit einem Papierschnitzel bedeckt.

V.

Papier der Blätter	Papier des Ringes	Eindruck der Ringe auf das Auge während des Versuches
Grün	Blau	Violett
Blau	—	—
Gelb	Blau	Blau zum Violett neigend (hier kommt nämlich die Zumischung von Weiß in Betracht)[1]
Orange	Blau	Lichtblau
Roth	Blau	Lichter Blau
Violett	Blau	Lichter und matter Blau

VI.

Papier der Blätter	Papier des Ringes	Eindruck der Ringe auf das Auge während des Versuches
Blau	Violett	Mattes braun Rosa
Grün	Violett	Röthlich Violett
Violett	—	—
Gelb	Violett	Blau ins Violett
Orange	Violett	Licht Blau
Roth	Violett	Lichter und matter Blau

Wird Jemand der über die Zusammenstellung der eben angeführten Versuche nichts weiß aufgefordert, die Unterschiede in der Farbe der Ringe eines Versuches anzugeben und hat er das gethan, so ist es ihm überraschend zu hören, dass sämmtliche fünf Ringe und das ringlose Blatt aus demselben Papiere geschnitten sind und man kann ihm erst, wenn alle Ringe und das betreffende Blatt nebeneinander auf einen schwarzen Grund gelegt werden, die Überzeugung von der Richtigkeit jener Behauptung verschaffen.

Mit der Entfernung der Glastafeln allein geht dies nicht, denn unter dem Eindrucke der eben gesehenen Abweichungen, werden sofort nach dem Abdecken der einzelnen Blätter auch die weniger

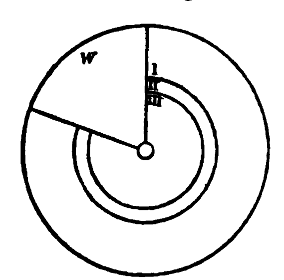
---

[1]) Siehe Aubert, Physiologie der Netzhaut. Breslau 1864. pag. 186 — 188 und Brücke die Berichte Bd. LI, pag. 470 u. d. f.

deutlichen Abweichungen, die bei dem Versuch mit den gesättigten Farben zu beobachten sind, bei der besonders darauf gerichteten Aufmerksamkeit mit Bestimmtheit wahrgenommen, wie ich mich überzeugte auch von solchen Personen, die wenn man ihnen die letzteren Versuche allein zeigte, nur zu dem unbestimmten Gefühle vorhandener Verschiedenheiten, aber zu keinem ganz bestimmten Urtheile über die Richtung der Farbenabweichungen gelangten.

Ähnliche Resultate, wie man sie in den mitgetheilten Versuchen durch Einführen der matten Glastafel erhält, bekommt man auch an rotirenden Scheiben.

Man schneide sich aus den lebhaft gefärbten Papieren je drei Scheiben von verschiedenem Durchmesser, so zwar, daß wenn man zu unterst die größte I, darauf die mittelgroße II und darauf die kleinste Scheibe III legt, etwa in der Mitte des Radius der größten Scheibe ein Ring der zweiten von gewisser Breite über den Rand der sie deckenden dritten Scheibe hervorragt.



Man nehme nun für je einen Versuch immer die größte und kleinste Scheibe von derselben, die mittlere von einer beliebigen anderen Farbe und schiebe sämmtliche drei Scheiben die nach Maxwells [1]) Angabe aufgeschnitten, sind in eine eben so aufgeschnittene weiße Scheibe von dem Durchmesser der größten farbigen und stelle beliebig große Sectoren der weißen Scheibe ein.

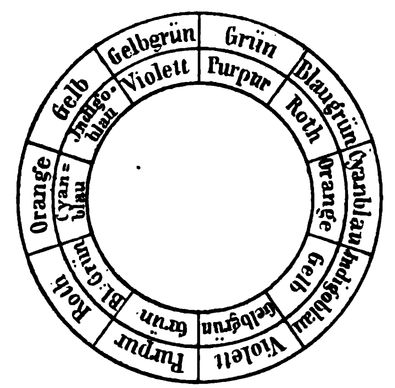
Auch hier kann man auf einem mehrscheibigen Rotationsapparat die Farbenabweichungen miteinander vergleichen. Mit Weglassung des weißen Sectors stellen die drei farbigen Scheiben in Ruhe betrachtet, ein Analogon zu unseren früheren Ringversuchen mit gesättigten Farben dar.

Weit weniger wirksam als die beschriebenen Methoden zur Verdeutlichung der Farbenabweichungen, aber immerhin noch brauchbar, erweist sich die Zumischung von weißem Lichte nach der Lambert-Helmholtz'schen Methode zu jeder einzelnen Farbencombination und dem ringlosen Blatte der zuerst angeführten Versuchsreihen.

---

1) Transactions of the Royal Society of Edinburgh XXI. 1857.

Im Allgemeinen können die Modificationen, welche jede beliebige Farbe durch den Contrast mit allen anderen Farben erleidet, übersichtlich gemacht werden durch zwei Farbenkreise, welche so in einander gelegt sind, daß der eine gegen den andern um 180° gedreht erscheint. Der äußere Kreis soll die Farben enthalten, welche der Modification unterworfen werden, der innere Kreis die modificirenden Farben.



In diesen Kreisen liegen die Complemente, welche sich durch den Contrast einfach verstärken in denselben Sectoren. Geht man von einer bestimmten Farbe des äußeren Kreises aus, so erhält man zu beiden Seiten des im innern Kreise befindlichen Complementes die modificirenden Farben, und zwar auf der einen Seite diejenigen, welche die gewählte Farbe nach derselben Seite im äußeren Kreise verschieben, auf der andern Seite diejenigen Farben, welche die zu modificirenden Farben im äußeren Kreise nach dieser anderen Seite verschieben. Die Modification einer Farbe liegt nämlich immer zwischen ihr und dem im äußeren Kreise befindlichen Complement der contrasterzeugenden Farbe. Die beiderseits an das Complement der gewählten Farbe sich anschließenden Farben des inneren Kreises folgen unter sonst gleichen Verhältnissen in der Ordnung aufeinander, daß bei zunehmender Entfernung derselben, die Modification, welche sie hervorbringen, größer wird.

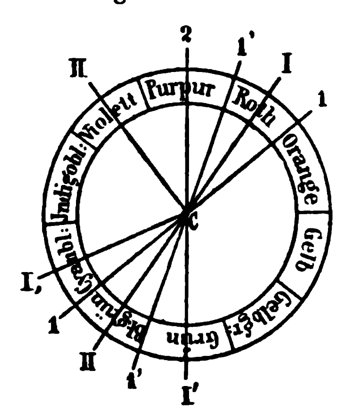
Die Wirkung zweier Farben aufeinander ist eine wechselseitige. Wir haben in unseren obigen Versuchen davon abgesehen, weil wir einer Farbe im Vergleich zur andern eine viel größere Ausdehnung auf der Netzhaut gaben und sie so zur herrschenden machten. Bei genauer Aufmerksamkeit wird man indeß, namentlich an der von den Ringen umschlossenen Kreisfläche unserer farbigen Blätter die von der Ringfarbe ausgeübte Wirkung wahrnehmen. Besser tritt diese wechselseitige Modification zweier nebeneinander gesetzter Farben hervor, wenn man sie möglichst gleich auf der Netzhaut vertheilt, wie es z. B. in dem Eingangs erwähnten Versuch von Chevreul der Fall ist. Stellt man mit Rücksicht darauf die Farben des Farben-

kreises paarweise zusammen, so läßt sich eine Übersicht über die Wirkung nichtcomplementärer Farben auf einander gewinnen, wenn man sich die beiden Mischfarben, welche jede dieser Farben mit dem Complement der andern gibt zwischen die Farben des Paares eingetragen denkt.

Die Modification, welche eine Farbe durch die andere erleidet, liegt zwischen ihr und der betreffenden Mischfarbe der esteren näher, bei kleinerer der letzteren näher bei größerer Contrastwirkung z. B.

	Modification ⟵			Modification ⟶	
1. Roth	‖ Roth + Orange	. . .	Cyanblau + Blaugrün	‖ Cyanblau,	
2. Roth	‖ Roth + Purpur	. . .	Grün + Blaugrün	‖ Grün	
3. Violett	‖ Purpur	. . .	Grün	‖ Blaugrün;	

zwei durch Nebeneinandersetzen geänderte Farben stehen im Farbenkreise um eine größere Winkelbreite von einander ab als die nicht modificirten Farben, sie nähern sich durch den Contrast bald mehr, bald weniger zweien um die Winkelbreite von 180° abstehenden Complementen an, wie dies unserer Betrachtungsweise der Farbenmodificationen ebenso, wie dem Wesen derselben, dem Zurücktreten der der modificirenden Farbe gleichnamigen Componente entspricht.



In der beistehenden Figur sind unsere gewählten drei Beispiele dargestellt, und zwar entspricht dem Abstand I*c*I, der nicht modificirten Farben, der Abstand 1*c*1 der Modificationen, ebenso dem I*c*I′ das 1′*c*1′ und dem II*c*II der Abstand 2*c*I′

Die Farben werden aber nicht allein in tangentialer Richtung durch den Contrast verschoben, sie erleiden auch radiäre Verschiebungen, indem sie sich von dem in der Mitte der Farbentafel zu denkenden Weiß entfernen oder demselben annähern. Ob und in welchem Grade das eine oder das andere der Fall ist, hängt davon ab, in welcher Menge die durch die modificirende Farbe verdrängte gleichnamige Componente aus der nebengesetzten Farbe zurücktritt und ob die Mischfarbe aus dem gleichsam frei gewordenen

Complement der modificirenden Farbe und der nebengesetzten Farbe eine mehr oder weniger weißliche ist.

Es muß späteren Untersuchungen aufbehalten bleiben nachzuweisen, welche Rolle die hier berührten Verhältnisse bei der angenehmen oder unangenehmen Wirkung von Farbenverbindungen [1]) auf das Auge spielen, jedenfalls wird man sich bei derlei Untersuchungen an gegebene und untereinander geordnete Farben halten müssen.

[1]) Vergleich einstweilen die empirischen Angaben von Chevreul l. c. pag. 111 bis 140 und die späteren von Brücke Physiologie der Farben etc. Leipzig 1866. pag. 180—194.

Über die Ausscheidung des Stickstoffes der im Körper zersetzten Albuminate.

Von Prof. Dr. **Josef Seegen.**

Ich habe vor mehreren Jahren Untersuchungen über den Einfluß des Glaubersalzes auf einige Factoren des Stoffwechsels ausgeführt. Da ich mir die Aufgabe gestellt hatte, die Einwirkung der wichtigsten in den Mineralwässern vorkommenden Salze auf den Stoffumsatz kennen zu lernen, wollte ich zunächst die Wirkungen des kohlensauren Natrons zum Gegenstande der Untersuchung machen.

Aufschluß über die Umsetzung der Fettgebilde ist nur mittelst eines Respirationsapparates zu erhalten. Da mir ein solcher nicht zu Gebote stand, wollte ich wie beim Glaubersalz meine Untersuchungen wieder ausschließlich auf die Umsetzung der Eiweißgebilde richten. Die Grundlage für solche Untersuchungen bildet die Annahme, daß aller umgesetzte Stickstoff im Koth und Harn erscheine. Bischoff und Voit haben bekanntlich diese Annahme als Gesetz formulirt. Bischoff hatte zuerst ausgesprochen, der Harnstoff sei das Maß für den Stoffumsatz und Voit hat auf Grundlage seiner zahlreichen Untersuchungen es als unumstößliches Axiom aufgestellt, daß aller umgesetzte Stickstoff einzig und allein durch Harn und Koth aus dem Körper entfernt werde. Mit Recht hält Voit[1]) diese Anschauung für den Angelpunkt, um den sich die zum Zwecke des Studiums der Umsetzung der stickstoffhaltigen Substanzen angestellten Untersuchungen von Harn und Koth drehen — „denn wie kann man den Stickstoffumsatz unter verschiedenen Bedingungen feststellen wollen, wenn man einen unbestimmten Theil davon verliert.“ Als ich meine Untersuchungen begann, hatte ich das von Voit und Bischoff aufgestellte Gesetz als Grundlage adoptirt. Die wichtigste Stütze für

---

[1]) Voit: Untersuchungen über die Ausscheidungswege der stickstoffhältigen Zersetzungsproducte etc. Zeitschrift für Biologie. II. Bd. 1. Heft.

dieselben waren jene Versuchsreihen, in welchen während einer langen Fütterungsperiode bei gleichbleibendem Körpergewichte aller Stickstoff der Nahrung im Harn und Koth erschien. Gegen die Stoffwechselgleichungen von Voit und Bischoff bei Stickstoffdeficit hatte ich mich damals schon ausgesprochen [1]) in den Worten: „so geistreich auch alle diese Combinationen sind, vermochten sie doch nichts zu beweisen, denn alle diese Rechnungen litten an dem Grundgebrechen, daß man es mit zwei unbekannten Größen zu thun hatte, mit der Stickstoffdifferenz und mit den ungekannten Perspirationsproducten.“ Erst als durch Voit und Pettenkofer die Perspirationsproducte untersucht wurden und so eine annähernd vollständige Bilanz ermöglicht wurde, die mit dem Rechnungsergebnisse von Voit und Bischoff stimmte, glaubte ich, die Frage über den Stickstoffumsatz sei damit vollkommen erledigt und ohne direct an den Quellen zu prüfen hielt ich die Arbeiten die eine andere Stickstoffausscheidung als durch Koth und Harn zu beweisen schienen, für abgethan.

In diesem guten oder schlechten Glauben begann ich im Herbst 1865 eine neue Reihe von Untersuchungen. Schon in den ersten Tagen war mir ein bedeutendes Stickstoffdeficit auffallend. Wie natürlich war ich bereit, dieses Deficit als Fleischansatz zu berechnen, aber das Deficit war für die Gewichtszunahme zu groß, ich mußte schon mit einigem Mißbehagen an eine Thiermetamorphose denken und für das angesetzte Fleisch Fett oder Wasser verausgaben lassen. Ich setzte die Untersuchungsreihe durch 70 Tage fort. Das Stickstoffdeficit war im Verlaufe dieser langen Periode ein so bedeutendes, daß, wenn man annehmen wollte, es sei dieser N als Eiweißgewebe angesetzt worden, es sich herausstellen würde, daß das Thier während seiner Metamorphosen nicht blos sein Fett und Wasser abgegeben, sondern daß auch selbst Haut und Knochen sich in Fleisch umgewandelt hätten. Es war also unzweifelhaft, daß in dieser Versuchsreihe das Stickstoffdeficit nicht als Fleischansatz zu berechnen sei, sondern daß ein Theil dieses fehlenden Stickstoffes auf einem andern Wege als durch Koth und Harn den Körper verlassen haben mußte.

Ich war von diesem Resultate, welches meinen Glauben an das Voit'sche Gesetz zerstörte und damit auch die Grundlage für meine

---

[1]) Über den Einfluß des Glaubersalzes. Sitzungsb. d. k. Akademie 49. Bd. 1864.

beabsichtigten und bereits ausgeführten Arbeiten vernichtete, so peinlich überrascht, daß ich an eine Veröffentlichung dieses Resultates nicht gehen mochte, und ich beschloß noch eine zweite Versuchsreihe anzustellen. Diese wurde im November 1866 begonnen und durch fast 3 Monate fortgesetzt. Diese ergab abermals in den ersten 90 Versuchstagen ein sehr bedeutendes Stickstoffdeficit und dieses Deficit kann um so weniger als Fleischansatz berechnet werden, weil während der ganzen Versuchsdauer eine Gewichtsabnahme stattgefunden hat. Wollte man trotz dieser Abnahme einen Fleischansatz annehmen und dafür eine im Gewicht gleiche Fett- oder Wasserausscheidung ansetzen, bliebe wieder zum Schlusse ein Fleischklumpen statt des Versuchsthieres zurück. In der zweiten wie in der ersten Versuchsreihe war unter gewissen Bedingungen die Stickstoffausfuhr durch Harn und Koth der Stickstoffeinfuhr ganz gleichwerthig. Dieser letzte Umstand mußte dazu beitragen die aus beiden langen Versuchsreihen gewonnene Überzeugung zu befestigen, daß der Stickstoffgehalt des Harns nicht immer als das Maß des umgesetzten Stickstoffes zu betrachten ist, und daß unter Bedingungen, die wir nicht kennen, einmal aller Stickstoff der umgesetzten Eiweißbestandtheile im Harn und Koth erscheine, daß derselbe in anderen Fällen aber auch andere Abzugswege habe und wahrscheinlich in den Perspirationsproducten erscheine.

Im Nachstehenden übergebe ich dem wissenschaftlichen Publikum die Resultate einer langen und gewissenhaften Arbeit. Ich habe jede mir denkbare Fehlerquelle möglichst vermieden, ich gestehe aber offen, daß mir nichts erwünschter wäre, als wenn eine vorurtheilslose eingehende Kritik in meiner Arbeit eine mir unbekannte das Stickstoffdeficit erklärende Fehlerquelle entdecken würde. Mir ist es leider nicht gelungen.

Das Versuchsobject bildete ein kräftiger Fleischerhund. Derselbe befand sich in einem eigens zu diesem Zwecke construirten Stalle, dessen Boden mit Zinkplatten bekleidet und abschüssig gebaut war, so daß der im Stalle gelassene Harn abfließen und in einem Glasgefäße gesammelt werden konnte, welches sich unter der im abschüssigsten Theile angebrachten Öffnung befand. Der Hund wurde überdies gewöhnt den Harn außer dem Stalle in ein ihm untergehaltenes Glas zu entleeren, und in der spätern Versuchszeit

wurde der Gesammtharn in dieser Weise gesammelt. Um die etwaigen Verluste zu ermitteln, welche, so lange der Hund noch einen Theil seines Harns im Stalle entleerte, durch ungenügendes Abfließen entstehen konnten, wurde in acht auf einander folgenden Tagen der Stallboden täglich mit einem großen trockenen Schwamme vorsichtig aufgetrocknet. Der Schwamm wurde vor und nach der Operation gewogen und als Mittel einer achttägigen Untersuchung ergab sich eine Gewichtszunahme von 15 Grm. Später als das Thier den Harn direct ins Glas entleerte, entfiel auch dieser Verlust.

Den Koth entleerte das Thier immer außer dem Stalle und derselbe konnte ohne Verlust gesammelt werden. In jeder Versuchsperiode wurde ein-, zweimal der Wassergehalt der Faecalmassen bestimmt und eine Stickstoffanalyse gemacht. Der Wassergehalt variirte zwischen 50 und 60 Pct. Ich habe als Mittel für den trockenen Koth 46 Pct. berechnet. Der Stickstoffgehalt zeigte bei allen Analysen eine bemerkenswerthe Übereinstimmung; er betrug fast ausnahmslos circa 5 Pct., die Variationen bewegten sich zwischen ± 0·1 — 0·3 Pct. Da sich diese Beständigkeit der Zusammensetzung herausstellte, wurden 5 Pct. als Stickstoffgehalt in der Rechnung angesetzt. Die Untersuchungsreihen *A* und *B* wurden begonnen, nachdem das Thier gekotet hatte.

Der gesammelte Harn wurde täglich gemessen und aus der Gesammtmenge 5 c. c. zur Stickstoffbestimmung verwendet. Diese Bestimmung wurde in dem von mir angegebenen [1]) Apparate durch Glühen mit Natronkalk ausgeführt. Die Besorgniß, daß das Stickstoffdeficit in der ungenügenden Zersetzung der stickstoffhaltigen Harnbestandtheile seinen Grund haben könnte, veranlaßte außer den bereits früher (bei Beschreibung des Apparates) erwähnten, noch weitere Controlversuche. Strecker's Wahrnehmung (Annal. d. Chemie u. Pharmacie, Bd. 118, pag. 151 ff.), daß bei der Stickstoffbestimmung der Guanidinsalze mittelst Natronkalk keine übereinstimmenden Resultate erhalten werden, ließ es fraglich erscheinen, ob bei der Stickstoffbestimmung des Harns mittelst Natronkalk eine vollständige Umwandlung in Ammoniak stattfindet oder ob etwa ein Theil des Stickstoffes in der Form von Cyanverbindungen im Natronkalk zurückgehalten werde. Wiewohl die übereinstimmenden Resul-

[1]) Beschrieben und in Abbildung mitgetheilt a. a. O.

tate mehrerer mit demselben Harne vorgenommenen Stickstoffbestimmungen die letztere Voraussetzung wenig wahrscheinlich machte, so wurde doch zu wiederholten Malen der zu mehreren Stickstoffbestimmungen verwendete Natronkalk mit destillirtem Wasser ausgelaugt und die filtrirte Lösung auf Cyan-Schwefelcyan- und cyansaures Kalium geprüft. Ein Theil der Lösung mit Eisenvitriol gekocht und dann mit Salzsäure angesäuert, gab keinen blauen Niederschlag, ein anderer Theil vorsichtig mit Salzsäure neutralisirt und mit Eisenchlorid versetzt, gab keine tief rothe Färbung, und ein dritter Theil der vorerst angesäuerten und dann nach längerem Stehen alkalisch gemachten Lösung entwickelte beim Aufkochen Dämpfe, die rothes Lackmuspapier nicht bläuten.

Es darf demnach angenommen werden, daß die Umwandlung der stickstoffhältigen Harnbestandtheile in Ammoniak beim Glühen mit Natronkalk vollkommen erfolgt sei.

Das Thier wurde täglich um 12 Uhr, nachdem es in das ihm untergehaltene Glas Harn entleert hatte, auf einer genauen auf 5 Grm. Belastung ausschlagenden Decimalwage gewogen. Nachher wurde ihm die Nahrung gereicht. Das zur Fütterung verwendete Fleisch war Pferdefleisch; es wurde von mir selbst möglichst von Fett und Sehnen befreit. Als mir das große Stickstoffdeficit zuerst auffiel, glaubte ich, dieses könnte seinen Grund darin haben, daß die der Stickstoffeinnahme zu Grunde gelegte Ziffer für den Stickstoffgehalt des Fleisches (3·4 N in 100 Grm. frischen Fleisches) zu hoch angenommen sei. Prof. Schneider war so gütig, den Stickstoffgehalt des Fleisches durch Elementaranalyse zu bestimmen. Diese ergab sogar einen etwas höheren N-gehalt.

Das Fleisch war meist von demselben Körpertheil (die glutei), es wurde für 3—4 Tage vorausgekauft und in der Kälte aufbewahrt. Wenn etwa eine Wasserverdunstung statt gehabt hätte, würde dadurch bei derselben Fleischportion eine größere Stickstoffzufuhr stattgehabt haben, der etwaige Fehler nach dieser Richtung würde also ein noch größeres Stickstoffdeficit zur Folge haben.

A.

Die erste Untersuchungsreihe wurde im Februar 1866 begonnen. Der Hund hatte durch vier Wochen 500 Grm. Fleisch, 100 Grm. Fett und 500 Grm. Wasser erhalten. Während dieser Zeit war sein

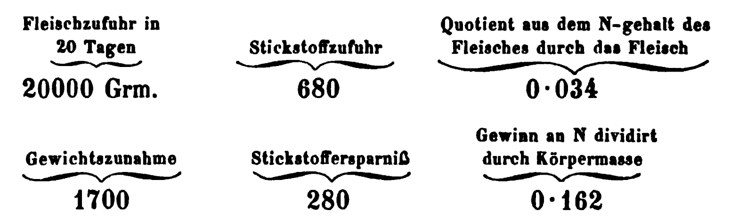
Gewicht von 32040 Grm. auf 26400 Grm. gesunken. Es wurde nun am 5. Februar bei unveränderter Fett- und Wasserzufuhr die tägliche Fleischmenge auf 1000 Grm. erhöht und die tägliche Untersuchung der Ausscheidungen begonnen.

Als Ergebniß der ersten zwanzigtägigen Reihe stellte sich folgendes heraus:

Körpergewichtszunahme	1700	Grm.
Stickstoffzufuhr	680	„
N-ausfuhr durch Harn	392·10	„
„ „ Koth	7·85	„
Differenz zwischen Ein- und Ausfuhr	280·00	„

Innerhalb zwanzig Tagen stieg das Körpergewicht von 26400 auf 28100, die Stickstoffzufuhr betrug $20 \times 34 = 680$ Grm., durch Harn wurde ausgeschieden 390 Grm. N, mit den Faecalmassen wurden nahezu 8 Grm. N ausgeführt. Die Summe der Stickstoffausfuhr innerhalb zwanzig Tagen betrug 400 N. Es wurden also innerhalb dieser zwanzig Tage um 280 Grm. weniger Stickstoff ausgeschieden, das Stickstoffdeficit betrug 41% der Einnahme.

Wenn wir das Stickstoffdeficit als Ersparniß ansehen wollen und wir das Verhältniß zwischen der Stickstoffzufuhr und eingeführtem Fleisch einerseits und Stickstoffersparniß und Körpergewichtszunahme andererseits vergleichen, ergeben sich folgende Zahlen:



Fleischzufuhr in 20 Tagen	Stickstoffzufuhr	Quotient aus dem N-gehalt des Fleisches durch das Fleisch
20000 Grm.	680	0·034
Gewichtszunahme	**Stickstoffersparniß**	**Gewinn an N dividirt durch Körpermasse**
1700	280	0·162

Wenn wir also auf 100 Grm. Fleisch 3·4 Grm. N eingeführt haben, würden auf 100 Grm. Gewichtszunahme 16·2 Grm. N zurückgeblieben sein.

Es war nicht daran zu denken, daß ein so stickstoffreiches Gewebe sich gebildet habe, man konnte also, wollte man an keine Stickstoffausfuhr auf anderem Wege glauben, dieses Deficit nur als Fleischansatz berechnen und annehmen, daß mehr Fleisch angesetzt wurde als der Gewichtszunahme entspricht, daß aber für das ange-

setzte Fleisch Fett oder Wasser abgegeben wurde. Wenn wir die 280 Grm. des Stickstoffdeficits auf Fleisch berechnen, würde dieses einem Fleischansatz von 8232 Grm. gleich kommen. Da die Gewichtsvermehrung nur 1700 Grm. beträgt, müßte das 26400 Grm. schwere Thier 6532 Grm. also nahezu $1/4$ Theil seines Körpergewichtes Fett und Wasser ausgegeben und dafür Fleisch angesetzt haben. So unwahrscheinlich diese Annahme auch ist, war sie doch noch immer denkbar, man konnte sich sagen, das Thier sei früher fleischarm gewesen, die Zufuhr von 500 Grm. Fleisch war ungenügend, das Thier hatte einen bedeutenden Gewichtsverlust erlitten. Bei der vermehrten Fleischzufuhr sei das Gewicht gestiegen, der Ansatz war also Fleich, es war eine Fleischmästung eingetreten. Nach Untersuchungen von Lawes und Gilbert (Proceedings of the royal society, Juni 1858) enthalten die fleischigen Theile bei gemästeten Thieren bis 23 Pct. weniger Wasser als bei magern. Die verminderte Gewichtszunahme könnte also vorzüglich auf eine größere Wasserabgabe zu beziehen sein. Wohl zeigte sich keine größere Wasserausscheidung durch den Harn als in der dieser Periode vorangegangenen Zeit, bei welcher in Folge mangelhafter Nahrung eine Gewichtsabnahme stattgefunden hatte, indeß war noch immer denkbar, daß diese vermehrte Wasserausscheidung durch gesteigerte Wasserperspiration statt gehabt hatte. Es war also nach dieser zwanzigtägigen Versuchsepoche noch immer anzunehmen, daß Harn und Koth allen ausgeschiedenen Stickstoff enthalten und das Deficit konnte noch als Ersparniß angesehen werden.

Es wurde nun der Nahrung ein Grm. geglühtes CO_2NaO hinzugefügt und schon am nächsten Tage war die Stickstoffausscheidung durch den Harn bedeutend gestiegen.

Die Resultate der zehntätigen Untersuchungsperiode waren folgende:

Körpergewichtszunahme	610	Grm.
Stickstoffzufuhr	340	„
N-ausfuhr durch Harn	310	„
„ „ Koth	4·65	„
Differenz	25·00	„

Die Stickstoffzufuhr betrug 340 Grm., die Ausfuhr durch Koth und Harn 315 Grm., es war also bloß ein Deficit von 25 Grm., gleich 7 Pct. Wird die Gewichtszunahme als Fleischansatz betrachtet und

dafür 20·7 Grm. Stickstoff in Rechnung gebracht, dann beträgt das Deficit für zehn Tage nur 4·3 Grm. gleich 1 Pct. oder 0·4 Grm. für den Tag. Dieses Deficit fällt noch vollständig innerhalb der Fehlergrenze, die sich bei den zahlreichen Messungen und Analysen und deren Umrechnung auf große Quantitäten naturgemäß ergeben. Man kann also behaupten, daß innerhalb dieser zehn Tage ein vollständiges Gleichgewicht zwischen Einnahme und Ausgabe stattgefunden habe, und daß aller umgesetzte Stickstoff durch Harn und Koth ausgeschieden wurde.

Nun wurden der Nahrung 2 Grm. CO_2NaO hinzugefügt, es erfolgte wieder eine Verminderung der Stickstoffausfuhr durch den Harn. Es ergab sich:

Körpergewichtszunahme . .	1760	Grm.
Stickstoffeinnahme	680	„
N-ausfuhr durch Harn . .	486·8	„
„ „ Koth . . .	7·9	„
Differenz	185·3	„

Die Differenz zwischen Ein- und Ausfuhr beträgt 185·3 Grm., gleich 27·2 Pct. Wenn wir dieses Deficit als Fleisch berechnen, käme es einem Fleischansatze von 5470 Grm. gleich. Die Gewichtsvermehrung beträgt 1760 Grm., das Thier müßte also abermals 3710 Grm. Fett oder Wasser abgegeben haben.

In einer vierten Versuchsreihe wurde während zwanzig Tagen die gleiche Nahrung ohne kohlensaures Natron gereicht, die Verhältnisse der Stickstoffausscheidung blieben dieselben wie in der vorangegangenen Reihe.

Körpergewichtszunahme . .	1190	Grm.
Stickstoffzufuhr	680	„
N-ausfuhr durch Harn . . .	519	„
„ „ Koth . . .	7·8	„
Differenz	153	„

Die Differenz zwischen Stickstoffein- und Ausfuhr beträgt 153 Grm. gleich 22·5 Pct. Die Stickstoffdifferenz als Fleisch berechnet, gäbe eine Gewichtszunahme von 4500 Grm. Fleisch, es müßten, da die Gewichtszunahme nur 1190 Grm. beträgt, abermals an der Stelle des nicht nachweisbaren Überschusses von 3310 Grm. andere Körperbestandtheile ausgeschieden worden sein.

Die nachstehende Tabelle faßt die Resultate der gesammten 70 Tage dauernden Versuchsepoche zusammen.

Periode	Nahrung und sonstige Einfuhr	Versuchsdauer in Tagen	Körpergewichtszunahme	Harnmenge		Stickstoffzufuhr	Stickstoffausfuhr im Harn und Koth	Stickstoffdifferenz	
				im Ganzen	im Mittel p. d.			in Grammes	p. c.
I.	1000 Grm. Fleisch	20	1700	15035	752	680	400	280	41
II.	gleiche Nahrung 1 Grm. CO_2NaO..	10	610	8510	851	340	315	25	7
III.	gleiche Nahrung 2 Grm. CO_2CaO..	20	1760	15720	786	680	494·7	185·3	27·2
IV.	gleiche Nahrung kein CO_2NaO ...	20	1190	16280	814	680	527	153	22·5
	Summe..	70	5260			2380	1736·7	643·3	

Das wichtigste Ergebniß dieser langen Versuchszeit ist das große Stickstoffdeficit. Es betrug innerhalb 70 Tagen 643·3 Grm.

Die Hauptfrage, die nun zur Erörterung kommt, ist die: können wir diese als Differenz zwischen Ein- und Ausfuhr sich herausstellende Stickstoffmenge als ein im Körper zurückgebliebenes Ersparniß ansehen?

Wenn wir die Stickstoffdifferenz durch die Gewichtszunahme dividiren, erhalten wir als Quotient 0·122 d. h. es kommen auf 100 Grm. Gewichtszunahme 12·2 Stickstoffdifferenz, es würde, wenn die Gewichtszunahme der Ausdruck wäre für das Stickstoffersparniß, diese Zunahme von einem Gewebe herrühren, welches fast viermal stickstoffreicher ist als Fleisch, eine Annahme, die von vornherein auszuschließen ist.

Denken wir uns, wie es Voit in seinen Stoffwechselrechnungen gethan, die Stickstoffdifferenz als Fleischansatz, würde dieselbe einem Fleischquantum von 18920 Grm. gleich kommen. Das Thier hat an Körpergewicht 5260 Grm. zugenommen, als Compensation für den in der Gewichtszunahme nicht zum Ausdrucke kommenden Fleischansatz müßten 13660 Grm. andere Körperbestandtheile (nach Voit, Fett und Wasser) ausgeschieden worden sein. Das ursprüngliche Gewicht des Thieres beim Beginne unserer Untersuchung war 26400 Grm. Bidder und Schmidt[1]) fanden, daß eine wohlgenährte Katze,

[1]) Die Verdauungssäfte und der Stoffwechsel 1852.

welche sie getödtet hatten, auf 1505 Grm. Körpergewicht 677 Grm. Muskeln und Sehnen hatte, also auf ein Kgrm. Thier 450·3 Grm. Fleisch. Voit [1]) bestimmte bei einer nach reichlicher Fleischnahrung getödteten Katze das Gewicht der einzelnen Organe und fand wie Bidder und Schmidt das Gewicht der Muskeln = 45·3 Pct. des Lebendgewichtes des Thieres. Bei einer nach 14tägigem Hunger getödteten Katze war der Percentgehalt des Thieres an Fleisch = 46·7 Pct.

Wenn wir diese von beiden Forschern übereinstimmend gefundenen Zahlen auf unser Thier anwenden, würde es beim Beginne des Versuches 11880 Grm. Fleisch gehabt haben; wenn wir nun den neuen Fleischansatz von 18920 hinzuaddiren, würde das Thier, welches zu Ende des Versuches 31660 Grm. schwer ist, 30800 Grm. Fleisch besitzen. Für diesen Fleischansatz hat das Thier nach der Hypothese 13660 Grm. andere Bestandtheile abgeben müssen. Da beim Beginne des Versuches, wenn wir den Fleischgehalt von 11880 Grm. abrechnen, die Summe aller anderen Gewebe und Flüssigkeiten circa 14600 Grm. betrug, müßte es bei der Fleischmetamorphose seinen Gesammtkörperbestand umgesetzt und sich schließlich in einen Fleisch- oder Eiweißkörper umgewandelt haben.

So lange es sich um kürzere Versuchsperioden handelte, konnte man jene Hypothese des Stickstoffansatzes mit compensirendem Fett- oder Wasserverluste gelten lassen. Die lange Versuchsreihe hat die Unhaltbarkeit dieser Hypothese ziffermässig dargelegt.

Wir müssen also davon abgehen die Stickstoffdifferenz als Ersparniß zu betrachten, wir sind gezwungen, sie als eine Ausgabe anzusehen, und zwar als eine solche, welche den Körper auf einem andern Wege als durch Harn und Koth verlassen hat.

B.

Nachdem derselbe Versuchshund den Sommer über mit Fleisch gefüttert war, wurde im Winter 1866 eine neue Versuchsreihe begonnen. Diese Versuche variirten von den früheren darin, daß die Nahrung bloß aus Fleisch bestand, und daß dasselbe in steigender Quantität gereicht wurde. Als Getränk erhielt das Thier während der ganzen Versuchsdauer täglich 1300 Grm. Wasser.

---

[1]) Voit. Über die Verschiedeneit der Eiweißzersetzung beim Hungern. Zeitschrift für Biologie II. Bd. 3. Heft.

In den ersten zehn Tagen erhielt das Thier täglich 1 1/2 W. Pf. = 840 Grm. Fleisch. Es betrug innerhalb dieser Zeit die:

Gewichtsabnahme	550	Grm.
Stickstoffzufuhr	285·6	„
N-ausfuhr durch Harn und Koth	227·9	„
Differenz	— 57·7=20·2 Pct.	

Die Nahrungsmenge hat nicht zur Erhaltung des Gleichgewichtes hingereicht, das Thier hat an Lebendgewicht verloren. Da das Thier zu seiner Erhaltung von seinem eigenen Körper zusetzen mußte und dieser Zusatz doch wahrscheinlich zum Theile aus stickstoffhaltigen Gewebselementen bestand, mußte man erwarten im Harn eine Stickstoffmenge zu finden, welche die mit der Nahrung zugeführte Menge übertraf. Statt dessen blieb die Ausfuhr wesentlich hinter der Einfuhr zurück. Das Stickstoffdeficit hat 1/5 der Stickstoffeinfuhr betragen.

Da die durchschnittliche Gewichtsabnahme per Tag circa 50 Grm. betrug, wurde nun die Nahrung um ein entsprechendes Quantum gesteigert. Es wurde nun täglich 1 Pfund 20 Loth = 910 Grm. zugeführt und diese Ernährung durch 20 Tage fortgesetzt. Das Ergebniß dieser Versuchsreihe gibt die nachfolgende Zusammenstellung:

Gewichtsabnahme	600	Grm.	
Stickstoffzufuhr	618·8	„	
N-ausfuhr durch Koth und Harn . . .	484·9	„	
Differenz	—133·9	„	21·6%.

Das Plus der Nahrung hat nicht zur Erhaltung des Körpergewichtes hingereicht, dasselbe hat noch immer abgenommen, aber in geringerem Grade als in der ersten Periode, die tägliche Gewichtsabnahme betrug 30 Grm. Das Stickstoffdeficit war aber nahezu ganz dasselbe wie in der ersten 10tägigen Versuchsperiode.

Die Nahrung wurde abermals und nun auf 1 Pf. 24 Loth gleich 980 Grm. vermehrt und diese Ernährung durch 18 Tage fortgesetzt. Innerhalb dieser Zeit war:

Körpergewichtsabnahme . . .	880	Grm.	
Stickstoffeinfuhr	600	„	
N-ausfuhr durch Harn und Koth	480	„	
Differenz	—120	„	= 20 Pct.

Es hat also auch jetzt noch eine Gewichtsabnahme und ein Stickstoffdeficit stattgefunden. Eigenthümlich ist es, daß in allen drei

Versuchsperioden nahezu dasselbe Percent des eingenommenen Stickstoffes in den sensiblen Ausgaben fehlte.

Es wurde nun der Nahrung 1 Grm. CO_2NaO hinzugefügt und durch zehn Tage 980 Grm. Fleisch + 1 Grm. CO_2NaO verabreicht. Das Resultat dieser zehntägigen Periode war:

Körpergewichtsabnahme . . .	440	Grm.	
Stickstoffzufuhr	333·2	„	
N-ausfuhr durch Harn und Koth	294	„	
Differenz	— 39·2	„	= 11·3 Pct.

Mit der Zufuhr des CO_2NaO war also die Sfickstoffausfuhr durch den Harn wie in der vorjährigen Versuchsreihe vermehrt, das Stickstoffdeficit sank von 20 auf 11 Pct.

Dasselbe Verhältniß hielt an, nachdem das kohlensaure Natron ausgesetzt wurde; es war in den nächstfolgenden zehn Tagen die:

Gewichtsabnahme	600	Grm.	
Stickstoffzufuhr	333·2	„	
N-ausfuhr durch Harn und Koth	300	„	
Differenz	— 33·2	„	= 10 Pct.

Das Thier erhielt jetzt 1100 Grm. Fleisch, es begann nun an Körpergewicht zuzunehmen. Innerhalb zehn Tagen ergaben sich folgende Verhältnisse:

Körpergewichtszunahme . . .	400	Grm.	
Stickstoffeinfuhr	374	„	
N-ausfuhr durch Harn und Koth	353·7	„	
Differenz	— 20·3	„	= 5.4 Pct.

Berechnet man die Gewichtszunahme als Fleisch, ergibt die Differenz in der Ausscheidung —7·7 Grm. für 10 Tage = 1·2 Pct.

Abermals wurde der Nahrung von 1100 Grm. 1 Grm. COaNaO hinzugefügt. Es betrug die

Gewichtszunahme	210	Grm.	
Stickstoffzufuhr	474	„	
N-ausfuhr durch Harn und Koth	382·4	„	
Differenz	+ 6·4	„	= 1·7 Pct.

Zum ersten Male trat ein Überschuß der Stickstoffausscheidung durch Harn und Koth auf, das Plus der Ausscheidung gegen die Aufnahme betrug 1·7 Pct. und wenn die Gewichtszunahme als Fleisch berechnet wird, war das Plus = 3·6 Pct.

Ich wollte nun sehen, wie die Ausscheidung sich gestaltet, wenn man wieder auf die frühere ungenügende Nahrungsmenge herabginge. Das Thier erhielt durch 10 Tage täglich 900 Grm. Fleisch. Es ergaben sich folgénde Verhältnisse:

Gewichtsabnahme	690	Grm.	
Stickstoffeinfuhr	306	„	
N-ausfuhr durch Harn und Koth	319·2	„	
Differenz	+ 13·2	„	= 4.3 Pct.

Das Körpergewicht hat abgenommen, die Stickstoffausfuhr durch Harn und Koth beträgt mehr als die Einfuhr in der Nahrung. Da ein Theil des Gewichtsverlustes auf Rechnung des Fleisches gesetzt werden und die diesem Verluste entsprechende N-menge noch in die Umsetzung einbezogen werden kann, dürfte sich in dieser Reihe ergeben daß der gesammte umgesetzte Stickstoff durch Koth und Harn entleert wurde.

Die nachstehende Tabelle resumirt die Ergebnisse der gesammten Versuchsepoche.

Periode	Nahrung	Dauer der Periode	Gewichtsveränderung	Harnmenge während der ganzen Periode	Harnmenge per Tag	Stickstoff Einfuhr	Stickstoff Ausfuhr durch Harn und Koth	Differenz in Grammen	Differenz in Pct.
I.	840 Grammen Fleisch	10	— 550	13990	1399	285·6	227·9	— 57·7	20·2
II.	910 Grammen Fleisch	20	— 600	29990	1499	618·8	484·9	—133·9	21·6
III.	980 Grammen Fleisch	18	— 880	28020	1556	600·0	480·0	- 120·0	20·0
IV.	980 Grammen Fleisch, 1 Grm. CO_2NaO	10	— 440	17320	1732	333·2	294·0	— 39·2	11·3
V.	980 Grammen Fleisch	10	— 600	17670	1767	333·2	300·0	— 33·2	10·0
VI.	1100 Grammen Fleisch	10	+ 400	18380	1838	374·0	353·7	— 20·3	5·4
VII.	1100 Grammen Fleisch, 1 Grm. CO_2NaO	10	+ 210	19640	1964	374·0	382·4	+ 6·4	1·7
VIII.	900 Grammen Fleisch	10	— 690	17610	1761	306·0	319·2	+ 13·2	4·3

Die drei ersten Perioden weisen ein sehr bedeutendes Stickstoffdeficit nach, dieses Deficit ist percentisch dasselbe, trotzdem die Nahrung eine steigende war. Mit der Zufuhr des kohlensauren Natrons sinkt das Deficit und bleibt bei unveränderter Nahrung auch dann noch geringer, als das kohlensaure Natron der Nahrung nicht mehr zugesetzt wird. Bei einer Zufuhr von 1100 Grm. Fleisch ist wohl noch ein Stickstoffdeficit, aber es ist gleichzeitig Gewichtsvermehrung, und wenn diese als Fleisch berechnet wird, ist die Differenz zwischen Stickstoffzufuhr- und Ausfuhr eine minimale. Bei abermaliger Hinzuführung von CO_2NaO wird die Stickstoffausscheidung größer als die Zufuhr.

Wieder ist die Frage, wie ist die Stickstoffdifferenz zwischen Einfuhr und Ausfuhr zu deuten? Ist sie als Deficit oder als ein dem Körper zu gut gekommenes Ersparniß aufzufassen?

Als Gesammtresultat dieser 98tägigen Versuchsreihe ergibt sich eine Differenz zwischen Einfuhr und Ausfuhr von 384·7 Grm. N. Es wurden innerhalb dieser Zeit 384·7 Grm. N mit der Nahrung mehr zugeführt, als durch Harn und Koth ausgeschieden. Wenn wir diesen Stickstoffbetrag in Fleisch umsetzen, ergibt dies über 11 Kilo Fleisch. Das Thier müßte also 11 Kilo Fleisch angesetzt haben, wenn diese Stickstoffdifferenz als Ersparniß aufgefaßt werden sollte. Das Thier hat aber nicht an Gewicht zugenommen, es hat im Gegentheil an Gewicht verloren, wir hätten uns nun zu denken, daß außer dem durch die Wage nachweisbaren Gewichtsverlust noch weitere 11 Kilo des Thieres umgesetzt wurden als Compensation für die durchs Gewicht nicht zu ermittelnden 11 Kilo Fleischansatz. Das Gewicht des Thieres beim Beginn des Versuches war 28620 Grm. Nach den durch Voit, Bidder und Schmidt gefundenen Verhältnißzahlen, war das Muskelgewicht dieses Thieres gleich 12879 Grm. Wenn nun all' der fehlende Stickstoff als Fleisch angesetzt worden wäre, wäre zum Schlusse des Versuches das Fleischgewicht des nun 25610 Grm. wiegenden Thieres gleich 12879 + 11310 = 24189. Das Thier behielte für die Summe aller stickstofffreien Gewebe und Flüssigkeiten 1421 Grm. Es leuchtet von selbst ein, daß eine solche Annahme undenkbar ist. Wir sind also auch in diesem Falle gezwungen die Stickstoffdifferenz als ein Deficit anzusehen und zwar als ein Deficit, welches dadurch veranlaßt wurde, daß der umgesetzte Stickstoff den Thierleib auf einem andern Wege als durch Nieren und Darm verlassen hat.

Wenn wir die einzelnen Reihen dieser langen Versuchszeit prüfen, finden wir, daß das Verhältniß der Stickstoffausscheidung durch Harn und Koth zum Stickstoff der Einnahme in den einzelnen Reihen wesentlich verschieden ist. In den drei ersten Reihen ist trotz steigender Nahrungszufuhr das Verhältniß zwischen Einnahme und Ausfuhr durch Harn und Koth ungefähr dasselbe, in allen drei Reihen beträgt das Deficit 20—21 Pct. Durch die Einführung von kohlensaurem Natron wird die Stickstoffausscheidung durch Harn wesentlich vermehrt, das Deficit wird wesentlich vermindert. Dieselbe Erfahrung machten wir in der Versuchsreihe A. Durch Einnahmen von kohlensaurem Natron sank das Stickstoffdeficit von 41 auf 7 Pct., d. h. es wurden 93 Pct. des eingenommenen Stickstoffes, durch Harn und Koth ausgeschieden. Da die Stickstoffausscheidung mit dem Kothe nur eine verhältnißmäßig sehr geringe ist und fast in allen Perioden stettig bleibt, trifft diese vermehrte Ausscheidung bloß die Nieren. In A dauerte diese vermehrte Stickstoffausfuhr nicht lange, nach 10 Tagen trat wieder eine vermehrte Ausfuhr auf anderen Wegen ein, das Deficit stieg, wenn es auch nie so bedeutend wurde, als es im Beginn der Untersuchungsreihe und vor Einfuhr des kohlensauren Natrons war.

Im Versuche B hielt die vermehrte Stickstoffausfuhr durch den Harn an und sie steigerte sich in Periode VI, als nach der Einfuhr des kohlensauren Natrons die Fleischzufuhr eine wesentlich größere wurde, das Deficit sank auf 5·4 Pct. Gleichzeitig stieg das Körpergewicht. Würde man diese Körpergewichtszunahme als Fleisch berechnen, dann könnte man das anscheinende Deficit als im Körper angesetzt ansehen, und es wäre in dieser 10tägigen Reihe aller umgesetzter Stickstoff der Nahrung durch Harn und Koth ausgeschieden.

In Periode VII wurde nun abermals ein Versuch mit der Einfuhr von kohlensaurem Natron zur Nahrungsmenge der Vorperiode gemacht. Wieder steigt die Stickstoffausfuhr durch den Harn, sie übertrifft dieses Mal selbst die Einfuhr durch die Nahrung, es ist ein Theil der Körpersubstanz in die Umsetzung einbezogen und deren N durch die Nieren ausgeschieden. Diese gesteigerte Stickstoffausfuhr dauert fort, als auch die Fleischzufuhr eine wesentlich geringere wird.

In Periode VIII übertrifft die Ausfuhr die Einfuhr um 13 Grm., die Nahrung war für den Verbrauch nicht hinreichend, es mußte stickstoffhaltige Körpersubstanz umgesetzt werden, und ein Theil der

Körpergewichtsabnahme kommt unzweifelhaft auf Rechnung des Fleisches, dessen Stickstoff durch den Harn ausgeschieden wurde.

Interessant und lehrreich ist die Zusammenstellung der beiden Perioden II und VIII. In beiden Perioden wird ungefähr dieselbe Nahrungsmenge gereicht. Die Nahrung ist für den Körper unzureichend, was sich in einer Körpergewichtsabnahme ausspricht. Ja sogar das kleine Minus von Nahrung in der Periode VIII im Vergleiche zur Periode II, nämlich 900 Grm. gegen 910 Grm., drückt sich durch eine um 90 Grm. gesteigerte Körpergewichtsverminderung in Periode VIII aus.

Trotz dieser gleichen Ernährungsverhältnisse sahen wir in Periode II eine Stickstoffdifferenz zwischen Einnahme und Ausgabe durch Harn von 134 Grm., während in Periode VIII die Ausfuhr durch Harn, noch ein kleines Plus über die Einnahme beträgt. Hier haben wir bei gleichen Endresultaten für den Körper die Beispiele für die zwei verschiedenen Formen der Ausscheidung des umgesetzten Stickstoffes. In Periode II entstand das Deficit, weil ungefähr $1/_{5}$ der Einfuhr durch Lungen und Haut ausgeführt wurde, während in Periode VIII der gesammte Stickstoff der Nahrung und vielleicht auch der ganze Stickstoff des umgesetzten Fleisches durch den Harn ausgeschieden wurde. Würde der Gesammtgewichtsverlust in Periode VIII durch Fleischumsatz entstanden sein, dann würde auch in dieser Periode eine minimale Stickstoffausfuhr auf anderem Wege als durch Harn und Koth stattgefunden haben.

Wodurch diese Verschiedenheit der Stickstoffausführung bewirkt wird, ist uns noch völlig räthselhaft. Wir sind nach den Resultaten unserer Untersuchung zu der Annahme berechtigt, daß kohlensaures Natron die Stickstoffausfuhr durch den Harn steigert; in welcher Weise das kohlensaure Natron diesen Einfluß übt, darüber ist kaum eine Vermuthung gestattet. Sollte es die durch kohlensaures Natron bewirkte Steigerung der Diurese sein, welche diese vermehrte Ausfuhr der Umsatzproducte in Form von Harnstoff veranlaßt? Es ist aus den Versuchen von Becker, Moßler, Genth u. A. bekannt, das mit vermehrter Harnausfuhr auch die Summe des durch Harn ausgeführten Harnstoffes wesentlich gesteigert wird. Für die Versuchsreihen B würde diese Erklärung passen, dort ist vom Momente der Einfuhr des kohlensauren Natrons die Harnausfuhr wesentlich vermehrt und dieser entsprechend auch die Ausfuhr der stickstoff-

haltigen Umsatzproducte. In den Versuchen A wird durch die Einfuhr des kohlensauren Natrons die Diurese ebenfalls vermehrt, aber die Harnausfuhr ist auch in Periode IV jener in II gleich, ohne daß die Harnstoffausscheidung in beiden Perioden gleichen Schritt geht.

Liebig hat dem Alkali des Blutes eine große Rolle bei den Oxydationsprocessen zugeschrieben. Sollte die Einfuhr des kohlensauren Natrons die Oxydation der Albuminate in der Art steigern, daß der C und H der Umsetzungsproducte zu CO_2 und HO oxydirt werden, und mit diesen zugleich der frei gewordene elementare N ausgeschieden werde?

Es ist kaum mehr als eine vage Vermuthung, wenn wir eine solche Ansicht aussprechen, denn es fehlt uns noch jeder positive Anhalt über die Art und Weise, in welcher die Zersetzung der Albuminate vor sich geht. Wir wissen nicht ob durch Oxydation des C und H der Stickstoff frei wird und in seiner elementaren Form zur Ausscheidung gelangt, oder ob eine Spaltung der Stickstoffgewebe eintritt in der Weise, daß sich aus denselben Fett bildet und aus den Residuen des frühern Atomencomplexes der frei gewordene Stickstoff zur Ausscheidung gelangt. Vielfache Beobachtungen sind nöthig um über die Einflüsse unter welchen die verschiedene Umsetzung der Albuminate im Körper stattfindet und über diese Umsetzungsprocesse selbst ins Klare zu kommen.

Vorläufig sind wir auf Grundlage unserer Untersuchungen zu folgenden Schlüssen berechtigt:

1. Die stickstoffhaltigen Umsetzungsproducte werden nicht blos mit Koth und Harn ausgeschieden. Es gibt für dieselben auch andere Ausscheidungswege und wahrscheinlich wird ein Theil des Stickstoffes durch Lungen und Haut ausgeschieden.

2. Unter verschiedenen noch nicht ermittelten Einflüssen ist die Ausscheidung der umgesetzten Stickstoffelemente durch den Harn die vorwaltende, während unter anderen Bedingungen ein großer Theil und selbst bis zur Hälfte des umgesetzten Stickstoffes auf anderen Wegen den Körper verläßt.

3. Das kohlensaure Natron scheint die Ausscheidung der stickstoffhaltigen Umsatzproducte durch die Nieren, in Form von Harnstoff wesentlich zu steigern.

4. Man ist nicht berechtigt jedes Deficit zwischen Stickstoffeinfuhr und Ausfuhr durch Harn und Koth als ein dem Körper zu Gute kommendes Stickstoffersparniß anzusehen und als Fleischansatz zu berechnen.

Das Resultat, zu welchem ich in meinen Versuchen gelangt bin, daß nämlich Stickstoff auf anderem Wege als durch Koth und Harn ausgeschieden wird, ist nicht neu, es haben es vor mir schon sehr ausgezeichnete Beobachter gefunden, und bis auf die neueste Zeit haben die namhaftesten Physiologen, ich nenne nur Donders, Funke, Wundt, einen Stickstoffverlust auf anderem Wege als durch Koth und Harn angenommen. Auch Ludwig hält die Ergebnisse aus Voit's Versuchen nicht für maßgebend für ein allgemeines Gesetz, und glaubt eben nur, daß bei Hunden, aber nicht für den Hund im Allgemeinen, und noch weniger für andere Thierklassen, der ganze Stickstoffgehalt der Nahrung, welcher ins Blut überging, durch den Harnstoff entleert werden kann.

Voit hat in einer Abhandlung[1], welche den ganzen Stand der Frage zusammenfaßt, viele hieher gehörige Arbeiten resumirt und ist zu dem Schlusse gelangt, den er in folgenden Worten ausspricht: „Ich stehe nicht an es als ein allgemein gültiges Gesetz hinzustellen, daß unter gewöhnlichen Verhältnissen aller Stickstoff der im Körper zersetzten stickstoffhaltigen Stoffe denselben durch Koth und Harn verläßt.“ „Der Glaube an eine anderweitige Stickstoffausfuhr“ heißt es weiter, „wurde nur durch die fehlerhaften Resultate dieser Untersuchungen (jene von Boussingault, Barral u. s. w.) hervorgerufen“ ferner: „Ich habe dargethan, daß, nachdem einmal durch die Versuche an Hunden die Sache richtig aufgefaßt und das einzuschlagende Verfahren festgestellt war, seitdem bei keiner Untersuchung und bei keinem Thiere bei Erhaltungsfutter ein Deficit im Harn und Koth gefunden wurde.“

Es drängte mich nun vor Allem jene Versuche aufmerksam zu studiren, welche bis jetzt den Glauben (!) an eine andere Stickstoffausfuhr unterhalten hatten und zu sehen, ob die Resultate derselben auf Grundlage der von Voit erhobenen Einwendungen als fehlerhaft

---

[1]) Voit: Untersuchungen über die Ausscheidungswege der stickstoffhaltigen Zersetzungsproducte aus dem thierischen Organismus. Zeitschr. für Biologie II. Bd. 1. u. 2. Hft.

zu betrachten sind; ich studirte ferner die Versuche jener Forscher, die Voit für die Allgemeinheit seines Gesetzes als beweiskräftig anführt.

Die nachfolgenden Blätter enthalten nun das Resultat dieses kritischen Ganges.

Bischoff fand in seinen früheren von ihm allein angestellten Versuchen ein bedeutendes Stickstoffdeficit. Es fehlte im Harn nahezu ein Drittel des eingenommenen Stickstoffes. Voit (a. a. O. S. 195) ist wie Bischoff der Ansicht, daß dieses Deficit zum größten Theile von einer Zersetzung des Harnstoffs in CO_2 Ammoniak herrühre und glaubt, daß sich dies ohne Zwang dadurch erklären lasse, weil der Harn des Hundes I manchmal, der des Hundes II immer alkalisch reagirte. Nach den Ergebnissen meiner Untersuchungen scheint mir diese Erklärung nicht begründet. Der Harn meines Versuchshundes reagirte stets sauer, nur wenn ich CO_2NaO gab, war der in den nächsten zwölf Stunden gelassene Harn stark alkalisch. Und trotzdem war wie die Versuche ergaben gerade der während des Alkaligebrauches gelassene Harn reicher an Stickstoff, es war also zum mindesten kaum wahrscheinlich, daß bei den Hunden von Bischoff in Folge der Alcalescenz des Harns ein N-verlust statt gehabt haben könnte. Ich überzeugte mich ferner durch directe Untersuchung, daß selbst in einem hochgradig alkalisch gewordenen Harn mindestens innerhalb zehn Tagen, soweit reichen meine Untersuchungen, kein N-Verlust eintritt. Ich untersuchte frisch gelassenen Harn am:

$^{16}/_1$, er reagirt sauer . . . . . . N-gehalt 1·71 Pct.

derselbe Harn untersucht

$^{20}/_1$ hochgradig alkalisch . . . . N-gehalt 1·72.

Ein anderesmal bestimmte ich in frischem Harn den $\overset{+}{U}$-gehalt durch Titriren und den N durch Glühen mit Natronkalk, ich ließ den Harn drei Tage stehen bis er stark alkalisch wurde und bestimmte den $\overset{+}{U}$ abermals, ohne eine wesentliche Abnahme, zu finden.

$^{5}/_2$ frischer Harn sauer $\overset{+}{U}$ 3·8% . . N 1·79 Pct.

$^{8}/_2$ stark alkalisch $\overset{+}{U}$ 3·7%

in einer dritten Probe hatte die Untersuchung folgende Resultate:

$^{25}/_1$ frischer Harn sauer N 1·68 Pct.

$^{1}/_2$ stark alkalisch N 1·68

$^{6}/_2$ derselbe Harn . . . $\overset{+}{U}$ 3·2 = 1·42 N.

Bidder und Schmidt [1]) fanden in sieben Versuchen bei Hunden und Katzen nur zweimal (bei Katzen) fast allen eingeführten Stickstoff im Harn wieder. In den fünf anderen Versuchen war viermal ein Deficit von 9 bis 10—16—28 Pct. und einmal eine Mehrausgabe von N durch den Harn von 17 Pct. Bidder und Schmidt berechnen diese N-Differenz als Fleischansatz.

Hoppe [2]) hat einen Hund sieben Tage mit Fleisch und sieben Tage mit Fleisch und Rohrzucker gefüttert.

Bei ausschließlicher Fleischkost nahm der Hund in der Nahrung ein:

	88·3 N
Ausscheidung durch Harn . . .	66·9
„ „ Koth . . .	7·6
	74·5
Deficit	13·8 Grm. = 17·1 Pct.

Bei der Fleisch und Rohrzuckerfütterung hat das Thier in der Nahrung aufgenommen:

	86·4 N
im Harnstoff ausgeschieden	41·1
„ Koth „	6·3
	47·4
das Stickstoffdeficit beträgt	39·0 = 48·1 Pct.

Die wichtigsten Versuche an Herbivoren, die aus der vor Voit'schen Zeit datiren, sind die von Boussingault. Boussingault [3]) stellte seine Untersuchungen an einer Kuh und an einem Pferde an. Die Kuh hat vor dem Versuche durch einen Monat und das Pferd durch drei Monate vor dem Versuche dieselbe Nahrung erhalten. Die Thiere haben Beharrungsfutter (ration d'entretien) erhalten und wie Boussingault ausdrücklich bemerkt, in der dem Versuche vorausgehenden Periode ein stationäres Körpergewicht behalten.

Die Resultate der Untersuchungen waren folgende:

---

[1]) Bidder & Schmidt, Die Verdauungssäfte etc.

[2]) Hoppe, Virchov's Archiv. Bd. X, S. 159.

[3]) Boussingault, Analyses comparées etc. Annales de Ch. et de Phys. T. 71.

Die Kuh erhielt innerhalb 24 Stunden in der Nahrung:

		201 Grm. N
sie schied aus:	in der Milch	46·0
	im Harn	36·5
	in der Faecalmasse .	92·0
		174·0

Das Deficit beträgt 27 Grm., und wenn wir dieses Deficit mit Abzug des N der Faecalmassen berechnen, ist dasselbe = 24·7 Pct. des ins Blut aufgenommenen Stickstoffes.

Das Pferd hatte innerhalb 24 Stunden eingenommen:

		139·4 Grm. N
ausgeschieden:	im Harn . . .	37·8
	im Koth . . .	77·6
		115·4

Differenz — 24 Grm. = 38·8 Pct. des ins Blut übergeführten N der Nahrung.

Die Untersuchungen an der Taube [1]) umfassen zwei Versuchsreihen, die eine von fünf Tagen, die andere von sieben Tagen. Die Nahrung war Hirse. Das Thier, welches sich selbst rationirte, genoß täglich nahezu dieselbe Nahrungsmenge und schied täglich fast dieselbe Excrementenmenge aus.

In der ersten fünftägigen Versuchsreihe betrug die N-einfuhr mit der Nahrung:

	2·17 Grm.
die Stickstoffausfuhr . . .	1·39
Differenz . . .	0·78 Grm. = 35·9 Pct.

das Thiergewicht im Beginne des Versuches war 187·90
" " zum Schlusse " " " 186·27

Das Thier hatte an Gewicht 1·63 Grm. verloren.

In der zweiten siebentägigen Versuchsperiode betrug

die Stickstoffeinnahme	3·34
die Ausgabe	2·20
die Differenz war . . .	1·14 = 34·1 Pct.

das Körpergewicht beim Beginne des Versuches 186·70
" " " Schlusse " " 185·47

---

1) Annales de Chimie et de Physique. T. 11 3me Série.

Boussingault untersuchte bei der Taube auch die durch Respiration ausgeschiedene CO_2 und fand die direct bestimmte CO_2 fast gleich an Menge jener, welehe durch Rechnung aus der Differenz zwischen eingenommenem und mit den Excrementen ausgeschiedenem C gefunden war.

Die wichtigsten Versuche über die Ernährungsstatik des Menschen hat Barral angestellt. Barral [1] hat seine Versuche an vier (nicht zwei wie Voit angibt) Individuen gemacht. Die jeweilige Versuchsdauer war fünf Tage. Die Versuchsindividuen waren drei erwachsene Menschen und ein Knabe. Es wurde nicht eine vorausbestimmte Nahrung gegeben, sondern nach gewohntem Appetite gegessen. Speisen und Getränke wurden der strengsten Controle unterzogen und ihre Zusammensetzung durch die Elementaranalyse bestimmt.

In nachfolgender Tabelle sind die Resultate der Untersuchungen in Bezug auf N-aufnahme und Ausscheidung zusammmengestellt.

Nummer des Versuches	Stickstoff				Differenz in Grammes	in Percent
	der Nahrung	des Urins	der Faeces	der Gesammt-Entleerung		
1	28·0	10·9	2·8	13·7	14·3	51·0
2	21·2	9·8	1·3	11·1	10·1	48·9
3	7·9	3·1	1·8	4·9	3·0	37·9
4	27·3	15·2	2·5	17·7	9·6	35·1
5	22·4	10·0	0·8	10·8	11·6	51·0

Barral führt diese Differenz als Perspirationsstickstoff an.

Dies waren die wichtigsten aus indirecten Untersuchungen gewonnenen Stützen, welche man früher für die Annahme hatte, daß ein Theil des umgesetzten Stickstoffes nicht nur durch Koth und Harn, sondern auch auf anderem Wege fortgehen könne. Voit nimmt von vorneherein an „es sei all diesen Untersuchungen nicht gelungen, den N der Nahrung in Harn und Koth aufzufinden“. Er will die Resultate dieser Untersuchungen nicht einfach verwerfen, sondern durch eine vollständige Kritik eine Erklärung für die Differenzen geben.

Die Gründe für das Deficit liegen nach ihm in der eingeschlagenen Methode. Man hat häufig die Zusammensetzung der Nahrung, vorzüglich ihren Stickstoffgehalt, nicht genau gekannt. Für die pflanzenfressenden Thiere sei es nicht leicht, wie vor Allem die sorg-

---

[1]) Annales de Chemie et de Phys. 3me Série T. 25.

samen Untersuchungen von Henneberg und Stohmann beweisen, die Stickstoffmenge des ungleichmäßigen Futters einer Probe zu entnehmen. Die gemischte und durch Kochkunst zubereitete Kost läßt die Elementarzusammensetzung nicht ermitteln, man muß ferner nur ganz einfache Stoffe genießen, „denn wer wäre im Stande von allen den Brühen, Kräutern, Würsten und anderen Zusätzen auch nur annähernd die Zusammensetzung zu eruiren". Bei den früher hieher gehörigen Beobachtungen, ist in dieser Hinsicht am meisten gefehlt worden „und es ist unstreitig ein Verdienst von Ranke, nach den von uns angegebenen Principien für den Menschen eine Lösung der Aufgabe versucht zu haben".

Dieses sind die Einwendungen die Voit gegen die in den früheren Bilanzen angesetzten Einnahmeposten macht. Eine nähere Prüfung dieser Versuche zeigt diese Einwendungen als völlig ungerechtfertigt.

Boussingault hat seine Fütterungen einmal mit Kartoffeln und Heu, das anderemal mit Kartoffeln und Hafer gemacht, während Henneberg und Stohmann ein sehr complicirtes Futtergemenge aus Klee, Haferstroh, Runkelrüben, Rapskuchen und Bohnenschrott verabreichten. Boussingault gibt ferner ausdrücklich an, daß das Heufutter am Beginne und am Ende der Fütterung analysirt wurde. Für jede der Bestimmungen wurden zwei Analysen gemacht.

Die von Barral benützte Nahrung ist wie natürlich im rohen Zustande analysirt worden, es bedarf dies keiner speciellen Angabe, aber als ein kleiner Beleg für die Sorgfalt dieser Analysen gilt die von Barral angeführte Notiz „daß beim Kochen zum Ersatze des Verdünstungswassers destillirtes Wasser angewendet wurde, um nicht der Nahrung Salz zuzuführen". Daß übrigens die Nahrung nicht viel complicirter war als in einzelnen Versuchen Ranke's beweist die Zusammenstellung der analysirten Nahrungsmittel.

Barral		Ranke	
Brod,	Bohnen,	Brod,	Eier,
Fleisch,	Milch,	Fleisch,	Schmalz.
Kartoffel,	Käse.		

Die weiteren Einwendungen Voit's gelten den Ausgabeposten. Der erste Einwand lautet, es sei für das Auffangen von Harn und Koth nicht gehörig gesorgt worden und dieser Vorwurf scheint

Boussingault zu gelten, da die Vorrichtungen von Henneberg und Stohmann und von Grouven als mustergiltig entgegengestellt werden.

Auch diese Einwendung ist vollkommen unbegründet. Boussingault gibt ausdrücklich an, daß der Stall, in welchem die Kuh war, so eingerichtet war, daß beim Sammeln der Excremente kein Verlust eintreten konnte. Beim Pferde wurde der Stall noch gewaschen, das Waschwasser verdampft und der Rückstand analysirt. Henneberg und Stohmann haben dasselbe Verfahren adoptirt, d. h. auch den Stall so eingerichtet, daß der Harn ordentlich ablaufen und gesammelt werden konnte, und nur Grouven hat bei seinen Versuchen den Harntrichter angewendet. In Bezug auf die Versuche bei der Taube hat auch Boussingault einen eigenen Käfig construirt, und er bemerkt ausdrücklich „elle a été mise dans une cage dont le fond recouvert par une plaque de verre laissant recueillir sans aucune perte les excrements“. Daß er auch der ungleichen Zusammensetzung der Excremente Rechnung trug, und ein möglichst gleichförmiges Gemenge zu erzielen suchte, sagt er in den Worten: „la matière sêche a été broyée, introduite dans un flacon et melangée intimement. C'est a cet état qu'elle a été analysée“. Voit suchte diese Mischung in anderer Weise zu erzielen, das Resultat war wohl in beiden Fällen dasselbe. Wer überhaupt die Arbeiten von Boussingault und Barral aufmerksam liest, wird keinen Augenblick daran zweifeln, daß diese eminenten Analytiker keine jener Cautelen außer Acht ließen, welche für den geübten und gewisenhaften Beobachter selbstverständlich sind, wenn er ehrliche Resultate erzielen will. Ohne daß sie in unnöthige Details eingehen, geben sie immer genau die Versuchsmethode an, und nach dieser Richtung kann man ihnen im besten Falle gleichkommen, sie aber gewiß nicht übertreffen.

Eine der Hauptschwierigkeiten macht es nach Voit, den auf eine bestimmte Zeit und auf eine bestimmte Nahrung treffenden Koth festzustellen. Von Bedeutung werde diese Schwierigkeit bei Wiederkäuern und Pferden, die das Futter lange im Darme behalten, und wenn man diesem Umstande nicht Rechnung trägt, tritt es mit Sicherheit ein, daß nicht aller Stickstoff des während der Versuchsreihe verzehrten Fressens nach dem Abschlusse der Reihe schon entleert ist, und umgekehrt wird Stickstoff, welcher der früheren Reihe angehört, in Rechnung gebracht.

Diese Einwürfe haben gewiß ihre große Bedeutung und verdienen bei allen Versuchen die größte Berücksichtigung. Die Fehler, welche entstehen durch die Unmöglichkeit, den Koth einer gewissen Zeit und Nahrung mit dem Abschlusse der Versuchsreihe ganz in Rechnung zu bringen, werden nie ganz zu eliminiren sein.

Auf die Versuchsresultate in den Untersuchungen Boussingault's haben diese Fehler gewiß nur einen verhältnißmäßig geringen Einfluß.

Die Kothausscheidung in den zwei Versuchsepochen betrug in den drei aufeinanderfolgenden Tagen:

beim Pferd		bei der Kuh	
$^{10}/_{11}$	14·13	$^{19}/_{20}$	26·25
$^{11}/_{12}$	14·82	$^{20}/_{21}$	28·95
$^{12}/_{13}$	13·80	$^{21}/_{22}$	30·60

Es war also eine ziemlich gleichmäßige Kothausscheidung. Die Kuh hatte einen Monat und das Pferd durch drei Monate vor der Untersuchung dieselben Nahrungsmengen erhalten wie während der Versuchszeit. Es ist also anzunehmen, daß auch in den früheren Tagen das gleiche durchschnittliche Kothquantum als Nahrungsresiduum zurückblieb. Würde also auch die Kothelimination eine sehr langsame sein und der während der Versuchszeit erhaltene Koth von der früheren Nahrung stammen, würde sie doch immerhin als das Kothquantum für das während der Versuchszeit gegebene Futter in Rechnung zu bringen sein, da diese Futtermengen qualitativ und quantitativ ganz gleich waren.

Die Hilfsmittel, die Henneberg und Stohmann angewendet haben, um die Fehler in Bezug auf die Kothausscheidung in Rechnung zu bringen, und die nach Voit, weil sie früher nicht beachtet wurden, theilweise das N-deficit erklären sollen, waren Correcturen. Nach Henneberg [1]) gibt die Kothcorrectur aus seiner dreitägigen Versuchszeit im Vergleiche zu der fünfzehntägigen Vorperiode ein Kothplus von fünf Pct. Wenn an den Resultaten von Boussingault's Versuchen diese Kothcorrectur angebracht wird, vermindert sich das Deficit, bei der Kuh auf 21 und beim Pferde auf 35 Pct.

„Häufig," so fährt Voit fort, „hat aber noch etwas anderes zur Annahme eines Deficits mitgewirkt, als die Fehler in der Methode,

1) Beiträge zur Begründung einer rationellen Fütterung der Wiederkäuer. I. Heft.

nämlich eine falsche Auslegung der Versuchsergebnisse". Man hat nämlich die Differenz zwischen Einnahme und Ausgabe als Deficit gedeutet, während man dieselbe als Fleischansatz anzunehmen hatte. Die Gegner dürften fragen, ob nicht gerade diese Voit'sche Deutung eine falsche sei. Sowohl in den Versuchen von Boussingault wie in jenen von Barral handelte es sich um Erhaltungsfutter. Boussingault bemerkt ausdrücklich, daß seine Thiere seit Monaten ein gleiches Körpergewicht behalten hatten. Der Stickstoffansatz ist also durchaus nicht nachweisbar. Wollte man für den Stickstoffansatz Fett- oder Wasserausgabe annehmen, käme man, zum mindesten beim Pferde, mit der begründeten Annahme, daß die Stickstoffdifferenz wie sie sich in den Versuchstagen herausstellte, schon durch Monate statt hatte, ungefähr zu einem solchen Thiermonstrum, wie es mein Versuchshund wäre, wenn die Stickstoffdifferenz als Fleischansatz berechnet würde.

Bei der Taube beträgt die Stickstoffdifferenz innerhalb zwölf Tagen 1·92 Grm. Dieses wäre als Fleichansatz berechnet circa 60 Grm. Die Taube, die aber kaum um zwei Grm. zugenommen hat, kann für diesen präsumptiven Fleischansatz kein Fett ausgegeben haben, da die ausgeathmete CO_2 nur dem in den Excrementen fehlenden C der Nahrung entspricht. Man müßte also annehmen, daß sie ungefähr $1/_8$ Theil ihres Gewichtes als Wasser verloren hat, eine Annahme, die doch schon ins Reich der kühnen Hypothesen gehört.

Als Gegensatz und Widerlegung der in den Versuchen von Boussingault und Barral gewonnenen Resultate weist Voit auf die Untersuchungen von Henneberg und Stohmann, von Grouven und von Ranke hin und führt einige dieser Versuchsresultate an.

„Die mühevollen und exacten Versuche von W. Henneberg und F. Stohmann [1]) an Ochsen haben dargethan, daß man auch bei diesen Thieren im Beharrungszustande den Stickstoff des Futters vollständig oder nahezu vollständig in den Excrementen wieder finden kann. Sie schlossen daraus, daß innerhalb gewisser und enger Grenzen der Stickstoff des Futters keinen andern Ausgang hat als im Harn und Koth".

---

[1]) Henneberg und Stohmann, Beiträge zur Begründung einer nationellen Fütterung der Wiederkäuer 1. u. 2. Heft. Braunschweig 1860—1864.

Voit führt nun dafür Belege aus den Versuchsreihen von Henneberg und Stohmann an, bei welchen das Maximum der Differenz 7—8 Pct. beträgt. Leider hat Voit jene Versuchsreihen unberücksichtigt gelassen, welche in ihren Resultaten mit jenen von Boussingault ganz übereinstimmen und die zu dem oben angeführten Schlusse gar nicht berechtigen.

Henneberg und Stohmann haben an zwei Ochsen eine Reihe von Versuchen über Erhaltungsfutter von verschiedener Zusammensetzung angestellt. Sobald bei der jeweiligen Fütterung der Beharrungszustand eingetreten war, wurden die Einnahmen und Ausgaben durch die Analyse festgestellt. Die nachstehende Tabelle gibt die Ergebnisse der Untersuchung in Bezug auf die Stickstoff-Ab- und Zufuhr für 1000 Pfund Lebendgewicht.

Ochse Nr.	Versuchsmonat	Stickstoffgehalt des			Differenz zwischen Zu- und Abfuhr	
		Futters	Harns	Kothes	in Grammes	in Perct.
I.	Februar	0,306	0,158	0,144	— 0,004	— 1·3
II.		0,294	0,171	0,157	+ 0,034	+ 11·6
I.	März	0,139	0,049	0,077	— 0,013	— 9·3
II.		0,312	0,165	0,330	+ 0,018	+ 5·8
I.	Mai	0,146	0,051	0,059	— 0,036	— 24·7
II.		0,158	0,061	0,064	— 0,033	— 20·9
I.	Juli	0,146	0,060	0,074	— 0,012	— 8·2
II.		0,158	0,066	0,074	— 0,018	— 11·4

Noch weit höher stellen sich die Differenzen zwischen dem ins Blut übergegangenen N der Nahrung (Stickstoff des Futters Minus Stickstoff des Kothes) und dem durch Harn ausgeschiedenen N. Wenn wir z. B. die Maiversuche in dieser Weise berechnen, so finden wir

I. N-einnahme 0·087 N-ausfuhr im Harn 0·051 Differ. — 0·036 = 41 Pct.
II. „ 0·094 „ „ „ 0·061 „ — 0·033 = 35 Pct.

In diesen Versuchsreihen finden sich trotz des Beharrungszustandes des Thieres die verschiedensten Verhältnisse zwischen N-ein-

nahme- und Ausgabe und die Maiversuche geben Differenzen, die jene welche Boussingault bei seinen Versuchen gefunden noch übertreffen.

Im zweiten Hefte der Beiträge [1]) werden die Resultate von weiteren 30 Fütterungsversuchen mitgetheilt. Zur Ergänzung der von Voit mitgetheilten Versuche mit geringem Deficit, führe ich einige dieser Versuche an, bei welchen ein großes Stickstoffdeficit vorhanden war.

Nummer des Versuches	Stickstoff			Differenz zwischen N. der Nahrung und N. des Kothes und Harns	
	der Einnahme	des Harns	des Kothes	in Grammes	in Percent
1	0,26	0,08	0,09	— 0,09	51
2	0,30	0,08	0,11	— 0,11	42
16	0,30	0,07	0,18	— 0,05	41
19	0,68	0,23	0,25	— 0,20	46
20	0,70	0,29	0,22	— 0,19	39
21	0,58	0,18	0,23	— 0.17	48
27	0,73	0,29	0,25	— 0,19	46
29	0,85	0,41	0,25	— 0,19	37

Henneberg und Stohmann [2]) fragen wie das Deficit in den Versuchen mit Erhaltungsfutter und bei Beharrungszustand der Thiere zu deuten sei. Sollte die Stickstoffdifferenz als Fleischansatz zu berechnen sein? Der Einwand gegen die Zulässigkeit einer solchen Annahme aus dem Gleichbleiben des Lebendgewichtes des Thieres ließe sich dadurch beseitigen, daß man eine gleichzeitige Verminderung anderer Körperbestandtheile annehmen würde. Aber eigenthümlicher Weise findet sich gerade bei den stickstoffreichen Fütterungen das geringste Deficit, ja sogar ein Überschuß von Stickstoff in den Excrementen, während gerade bei den stickstoffarmen Futtermischungen sich das größte Deficit findet. Es müßte also gerade bei diesen eine Fleischproduction angenommen werden, die bei stickstoffreichem Futter nicht statt hätte.

Es bleibt also nur übrig in Übereinstimmung mit den Versuchsresultaten von Regnault und Reiset das Stickstoffdeficit als Stick-

[1]) A. a. O. 2. Heft. Tabelle S. 246—257.

[2]) A. a. O. 1. Heft. S. 104.

stoffausscheidung durch die Lungen zu berechnen. „Es findet also auf Kosten der Bestandtheile des Thierkörpers eine Ausscheidung von gasförmigem Stickstoff durch die Lungen statt und damit verliert der Stickstoffverlust als Anzeige einer Zunahme des Fleischgewichtes den größten Theil seiner Beweiskraft.“

Allmälig bekehrten sich Henneberg und Stohmann zu Voits Annahme jede Differenz in der N-Ausscheidung als Fleischansatz zu berechnen, und im zweitens Hefte bewegen sie sich bereits ganz munter im Fahrwasser dieser Hypothese und adoptiren jede Consequenz derselben. Jedes Stickstoffdeficit wie z. B. jenes von Boussingault gefundene wird dadurch erklärt, daß „ein wirklicher Beharrungszustand der betreffenden Thiere keineswegs genügend constatirt war, also immer noch Fleisch angesetzt wurde“.

Hat etwa das Gleichbleiben des Lebendgewichtes durch mehrere Monate nicht genügt, um den Beharrungszustand zu constatiren? Wie beantworten Henneberg und Stohmann die Einwendung, die sie sich selbst früher machten, daß, wenn in ihren Versuchen das Stickstoffdeficit als Fleischansatz angenommen würde, dieser Ansatz gerade bei stickstoffarmer Kost am größten wäre?

Die Frage wird nicht beantwortet, aber die Wandlung in Henneberg's und Stohmann's Ansichten hat das Resultat [1]) „daß sie damit ein wichtiges Princip gewonnen haben zur Beurtheilung der Fleischbildung im Thierkörper“. (!)

Grouven [2]), der in einigen seiner Versuche ein annäherndes Gleichgewicht zwischen Stickstoffeinfuhr durch Nahrung und Ausfuhr durch die Excremente fand, und sich den Anschauungen von Bischoff und Voit anschließt, sagt„ er habe das nicht gethan, weil er sich von der Unmöglichkeit einer Stickgasperspiration so sehr überzeugt finde, wie diese Herren, sondern weil er auf dieser Seite stehen muß, um überhaupt Gleichungen über Stoffwechsel aufstellen und in diesem Gebiete schon jetzt für die landwirthschaftliche Thierfütterung etwas thun zu können“. Nachdem er den Stand der Streitfrage über die Bedeutung des Stickstoffdeficits skizzirt und sie als eine der folgenschwersten Fragen der practischen Physiologie hingestellt, sagt er: „Alle unsere Berechnungen des Fleischumsatzes oder Ansatzes im

1) A. a. O. 2. Heft. S. 11.

2) Grouven Physiologisch-chemische Fütterungsversuche über den Nährwerth etc. Berlin 1864.

Körper werden unrichtig, wenn sich außer im Harn und Koth eine schwankende unbekannte Stickstoffmenge noch durch die Haut entfernte. Entweder muß dann die Stickgasmenge, wie sie unter normalen Verhältnissen ein Versuchsthier ausscheidet, überall genau bestimmt werden, oder wir müssen darauf verzichten, die Gesetze des Fleischumsatzes zu erfahren und den Schleier zu heben, welcher bis heute dem menschlichen Geiste die Gesetze der thierischen Ernährung verdeckt. Eine fatale Alternative!" So schließt Grouven seine Betrachtung, die besser als ganze Bücher es thun und besser als alle gewundenen Beweisführungen es vermögen, erklärt, wie so die Voit-Bischoff'sche Hypothese überall da Eingang gefunden, wo man die Forschungen der Wissenschaft möglichst rasch praktisch verwerthen will.

Die Franzosen, die sich mit Ernährungsphysiologie im Interesse der Thierzüchtung beschäftigen, sind in diesem Punkte viel nüchterner. Wir haben schon die Versuche Boussingault's besprochen. In neuerer Zeit hat Reiset [1]) Versuche an Hammeln gemacht in Bezug auf die Verwerthung der stickstoffhaltigen Nahrung für den Fleischansatz.

Die Versuche wurden an zwei Hammeln angestellt und umfassen einen Zeitraum von 168 Tagen. Innerhalb dieser Zeit war

die Stickstoff-Aufnahme	3836	Grm.
„ „ -Ausgabe	763·1	
Differenz —	3072·9	

Die Thiere sind um 19 Kilo innerhalb der Versuchszeit schwerer geworden.

Um nun eine Einsicht in die Ernährungsresultate zu erlangen, hatte Reiset vor dem Beginne des Versuches zwei Hammel, die den Versuchsthieren möglichst gleich waren geschlachtet und das Gewicht von Fleisch, Fett und Wolle bestimmt. Man konnte die so gefundenen Ziffern annähernd auf die Versuchsthiere übertragen. Diese wurden am Schlusse des Versuches gleichfalls geschlachtet und nun ihre Fleisch-, Fett- und Wollmenge genau bestimmt, und da fand sich, daß eine Vermehrung der Albuminate stattgefunden hatte, die einer Stickstoffmenge von 942·55 Grm. entspricht. Von den als Differenz sich ergebenden 3072·9 N waren also 942·55 im Körper angesetzt

---

[1]) Comptes rendus 1863.

und 2130 Grm. durch die Perspiration verloren gegangen. Hätte Reiset die ganze Differenz als Fleischansatz berechnet, hätte er wohl ein Thier errechnet, welches dem der Wirklichkeit sehr wenig ähnlich gewesen wäre.

Sowie die Versuche von Henneberg und Stohmann und von Grouven als Widerlegung der Versuchsresultate von Boussingault angeführt werden, so soll nach Voit durch Ranke's Versuche an Menschen der Irrthum jener von Barral gewonnenen Untersuchungsresultate dargethan werden, „die bis jetzt von den Physiologen als Paradigma angesehen werden".

Ranke [1] hat an sich selbst vier Versuchsreihen mit gemischter Nahrung angestellt. Nachfolgend sind die aus Ranke's Tabellen gewonnenen Daten übersichtlich zusammengestellt.

Nummer des Versuches	Dauer in Tagen	Körpergewichts-veränderung	Stickstoff der		Differenz	
			Nahrung	Ausscheidung	in Grammen	in Percent
1	7	— 970	136·92	153·40	+ 16·48	11
3	11	— 5060	224·87	246·99	+ 22·12	9·8
4	6	— 800	91·32	96·18	+ 6·86	7·3

Die zweite Versuchsreihe umfaßt nur 3 Tage und mußte wegen fieberhafter Erkrankung unterbrochen werden, ich habe sie darum unberücksichtigt gelassen.

Diese Versuchsresultate werden als Beweise angeführt, daß aller Stickstoff der Nahrung in den 24stündigen Excrementen sich findet, daß also kein N durch Perspiration weggegangen sein kann. Das auffallende Plus der N-ausscheidung wird weiter nicht sehr berücksichtigt. Voit bemerkt hierüber nur so beiläufig, „es werde vielleicht später möglich den Grund für dies in den meisten Fällen im Harn und Koth des Menschen gefundene Plus von Stickstoff zu entdecken". Ist nicht die Lösung für dieses anscheinende Plus eine sehr einfache, wenn man die Gewichtsverluste innerhalb der Versuchsperiode berücksichtigt. Wenn man diese auch nur theilweise auf Körperfleisch bezieht, dann entfällt sogleich das auffallende Plus und es tritt dafür ein Deficit ein, welches je nach der Quantität des umgesetzten Körperfleisches sogar ein bedeutendes sein kann.

[1]) Archiv für Anatomie, Physiologie und wissenschaftliche Medizin. 1862.

Es heißt doch Götzendienst mit einer Theorie treiben, wenn man ihr zu Liebe einmal einen Beharrungszustand da nicht gelten läßt, wo nach Monate lang dauernder gleicher Nahrung das Körpergewicht gleich geblieben ist, und ein anderes Mal diesen Beharrungszustand eingetreten wähnt, wenn durch mehrere Tage gleiche Nahrung genommen wurde, trotzdem das Körpergewicht von Tag zu Tag die auffallendsten Veränderungen zeigt, nur weil man in jenem Falle eine Stickstoffdifferenz nicht als Deficit gelten lassen will, und weil man in diesem Falle ein solches Deficit nicht entstehen lassen will.

Allerdings wurde in der vierten Versuchsreihe ein Controlversuch im Respirationsapparate gemacht und nur so viel C in Form von CO_2 gefunden, als dem C der Nahrung entspricht, aber selbst abgesehen davon, daß ein Versuchstag doch kaum beweisend ist, wäre es doch denkbar, daß eine Spaltung des Fleisches stattgefunden hatte, bei welcher der C als Fett zurückgeblieben wäre.

Ranke hat noch überdies drei eintägige Versuche mit reichlicher Fleischfütterung gemacht und stets ein großes N-Deficit gefunden. Die Ergebnisse dieser drei Versuche waren:

I. Stickstoff-Einnahme	62·29	
Ausgabe	44·19	
Differenz —	18·10	= 29 Pct.
II. Stickstoff der Nahrung	66·3	
der Ausscheidung	43·9	
Differenz —	22·4	= 33 Pct.
III. Stickstoff-Einnahme	43·55	
Ausgabe	37·91	
Differenz —	5·64	= 13 Pct.

In allen drei Versuchsreihen war überdies eine Körpergewichtsabnahme von 146, 1179 und 1088 Grm. Diese Versuche werden von Voit unerwähnt gelassen.

Im Jahre 1866 hat Cand. Med. Gaehtgens [1]) unter Bidder und Schmidt eine interessante 40tägige Untersuchungsreihe über den Stoffwechsel eines Diabetikers verglichen mit dem eines Gesunden angestellt. Das uns zunächst angehende Resultat der Untersuchung war folgendes:

[1]) Gaehtgens: Über den Stoffwechsel eines Diabetikers etc. (Dissertation) Dorpat 1866.

Der Gesunde hat an N eingenommen	1206 Grm.	
Durch Harn und Koth ausgeschieden	937	
Differenz —	269	= 22 Pct.

Die Nahrung war eine vorwaltende Fleischnahrung, die Gewichtszunahme innerhalb der Versuchszeit beträgt 813 Grm. Gaethgens berechnet nach Voits Vorschrift diese Differenz als Fleischansatz und für das im Gewichte nicht erscheinende Fleisch wurden natürlich andere Körperbestandtheile ausgegeben. Die Unwahrscheinlichkeit einer solchen Metamorphose springt in diesem Falle recht in die Augen. Die Differenz von 269 Grm. als Fleischansatz berechnet, gibt 7910 Grm. Fleisch. Da die Zunahme nur 813 Grm. beträgt, hätten circa 7000 Grm. in Fett oder Wasser abgegeben werden müssen. Eine Wasserabgabe vom Körper ist doch nicht wahrscheinlich bei einem Menschen, der (um unter gleichen Bedingungen mit dem Diabetiker zu leben) mehr Flüssigkeiten einnimmt als bei normaler Ernährung. Ebenso wenig dürfte ein 23jähriger junger Mann, der 54 K. schwer ist und selbst von sich aussagt, „daß sein panniculus adiposus schwach sei", innerhalb 40 Tagen 14 Pfund Fett verausgabt haben. Statt das Ergebniß in das Procrustesbett der Theorie zu zwängen, wollen wir uns an die Thatsache halten, die mit jenen von Barral und Ranke übereinstimmend ein beträchtliches Deficit zwischen Einnahme und sensibler Ausgabe beim Menschen constatirt.

Als die wichtigste Stütze für das von ihm formulirte Gesetz hat Voit in seiner Abhandlung [1]) aus allen seinen Schriften, wie als Ergebnisse neuer, früher nicht veröffentlichten Untersuchungen, 32 Versuchsreihen zusammengestellt, bei welchen der Stickstoff der Nahrung im Harn und Koth zu finden war. — Ich möchte mir nur in Bezug auf diese Beobachtungen zwei Bemerkungen erlauben:

1. Sind bei manchen Versuchsreihen, bei welchen in den ersten Versuchstagen die Stickstoffausscheidung durch den Harn eine geringere war als die Stickstoffeinnahme, diese Versuchstage in der Bilanz gar nicht berücksichtigt, und es ist nicht blos der erste Tag der Reihe als noch unter dem Einflusse der früheren Ernährung stehend weggelassen worden, sondern 2—3—5 Tage sind oft in die Bilanz nicht einbezogen. Wie natürlich wird dadurch die erzielte Bilanz eine ganz andere, als wenn die Einnahms- und Ausgabsposten

---

1) A. a. O. 1. Hft. S. 25. ff.

der ganzen Reihe verglichen werden. Unter 42 Reihen ist dieser Vorgang 14mal adoptirt. Ich will von jenen, wo die Differenz 1—2 Tage ausmacht, absehen und nur beispielsweise anführen, daß bei Versuch Nr. 7 von der 9tägigen Ernährungsreihe nur die letzten 6 Tage in Rechnung gebracht werden, in Versuch Nr. 8 von 16 Tagen 12, in Versuch Nr. 10 von 20 Tagen 14, in Versuch Nr. 11 von 27 Tagen 13, in Nr. 19 von 3 Versuchstagen 1 und in Nr. 20 wird von einer 2tägigen Reihe nur einer in der Bilanz berücksichtigt.

Um den dadurch erzielten Unterschied in der Bilanz zu beweisen, hebe ich ein Beispiel heraus. Nr. 10 bei gemischter Nahrung. Es wurde nach einer zehntägigen Fütterung mit 1800 Grm. Fleisch durch sieben Tage 1800 Grm. Fleisch und 250 Grm. Fett gegeben. Von dieser siebentägigen Reihe wurden die beiden letzten in Rechnung gebracht, in folgender Weise:

Einnahme im Fleisch . .	122·4
Ausgabe im Harn . . .	120·2
„ „ Koth . . .	1·4
Differenz . .	— 0·8 = 0·6 Pct.

Würde dagegen die Bilanz der gesammten Ernährungsperiode von sieben Tagen gezogen, so ergäben sich folgende Ziffern:

Einnahme	428·4
Ausgabe im Harn . . .	394·4
„ „ Koth . . .	1·4
Differenz . .	— 32·6 = 7·6 Pct.

ein kleines Plus von Koth würde dieses Deficit nur wenig ändern.

Eine zweite Bemerkung ist die, daß manche der Untersuchungsreihen sehr kurz sind und darum nicht maßgebend sein können. Es finden sich nämlich neben langen Versuchsreihen von 58—49 — 23—20 Tagen auch sieben Versuche von drei Tagen, einige von vier, von fünf und sechs Tagen und sogar drei von einem Tage. Ich habe mein Bedenken gegen kurze Reihen schon früher ausgesprochen [1]), ich äußerte, „der thierische Organismus arbeitet nicht so regelmäßig, daß in gleichen Zeitabschnitten ein gleicher Umsatz stattfindet etc.“ Voit [2]) erklärt nun zwar diese Ansicht „für vollkommen unrichtig“ und führt aus seinen „neueren Versuchen“ Reihen auf, bei welchen unter gleichen Ernährungsverhältnissen nur

[1]) A. a. O. — [2]) A. a. O. 2. Hft.

sehr geringe Schwankungen in der Ausscheidung vorkommen. Er fordert sogar, daß jeder in Zukunft seine Geschicklichkeit zu solchen Arbeiten documentire „durch das Auffinden des Stickstoffes in Harn und Koth und durch Regelmäßigkeit der Harnstoffausscheidung". Aber wenn Voit nach diesem Grundsatze alle hieher gehörigen Arbeiten beurtheilt, so wird er sie zum großen Theile verwerfen müssen und dieser Ostracismus träfe nicht blos fremde Forscher und darunter solche, die auch Voit in Stoffwechselarbeiten für maßgebend hält, wie Bischoff, Bidder und Schmidt, er müßte diesen Ostracismus gegen viele seiner Arbeiten selbst anwenden. Ich hebe nur einige Versuche aus Voit's früheren Arbeiten heraus, die diese Schwankungen bei gleicher Nahrungszufuhr illustriren.

In Versuch I über Kaffeewirkungen [1]) schwankt die Harnstoffausscheidung zwischen 55 und 90 Grm.

In Versuch II finden sich Harnstoffausscheidungen von 92 und 61 und in zwei aufeinander folgenden Tagen finden wir die Harnstoffausscheidung 104 und 42 Grm.

In Versuch III schwankt die Harnstoffausscheidung ununterbrochen zwischen 66 und 87 Grm.

In den im ersten Hefte seiner Abhandlung mitgetheilten Versuchen finden sich S. 33 Schwankungen in der Harnstoffausscheidung zwischen 145 und 163, zwischen 146 und 166 Grm. und diese Beispiele ließen sich bei einiger Mühe aus Voit's Schriften in großer Zahl anführen.

Doch ich will von allen dem Zwecke dieser Arbeit ferne stehenden Einwendungen ganz absehen und alle von Voit mitgetheilten Versuchsreihen für vollberechtigt gelten lassen. Was beweisen dieselben? Daß in allen diesen Versuchen eine dem Stickstoffgehalt der Nahrung entsprechende Stickstoffmenge in den sensiblen Excretionen zum Vorschein kam. Ich will selbst annehmen, daß in diesen Versuchen kein weiterer Stickstoff vom Körper abgegeben wurde, wiewohl man für Beurtheilung dieses Verhältnisses keinen Anhalt hat, da bei den meisten Versuchen die Angaben über das Verhältniß des Körpergewichtes fehlen, und obwohl selbst beim Gleichbleiben des Körpergewichtes noch immer die Annahme einer Abgabe von N

[1]) Voit: Untersuchungen über den Einfluß des Kochsalzes, des Kaffees etc. München 1860. S. 110 ff.

denkbar wäre durch Spaltung von stickstoffhältiger Substanz in elementaren N und in einen dem Gewichtsverluste entsprechenden Ansatz von Fett und Wasser; aber ich nehme an, das Körpergewicht sei gleich geblieben, der ausgegebene N sei jener der Nahrung und es habe kein Umsatz vor Körpersubstanz stattgefunden. Aber was beweist dies für alle jene Versuchsreihen, in welchen eine Differenz zwischen Stickstoffzufuhr und Stickstoffausscheidung statt hat? Um die Bedeutung dieser Differenz handelt es sich. Ist diese Differenz im Körper zur Bildung von Gewebselementen zurückgeblieben, oder ist sie in ihrer Gänze oder zum Theile als eine Ausgabe zu betrachten, die auf einem andern Wege als durch Harn und Koth erfolgte. Voit hat diese Frage dahin entschieden, daß jedes Stickstoffminus als Ansatz zu deuten sei. Für ihn repräsentiren alle jene Versuche, bei welchen Einnahme und Ausfuhr durch Harn und Koth sich decken, den Beharrungszustand des Thieres, und daraus wurde das Gesetz deducirt, daß, wenn der Organismus mit dem Stickstoffe der Nahrung sich im Gleichgewichte befindet, sich aller Stickstoff der Nahrung im Harn und Koth finden müsse, wo immer sich eine Differenz findet, dann beweist dies, daß jener Gleichgewichtszustand nicht vorhanden ist, und daß Ansatz oder Umsatz der stickstoffhaltigen Körpersubstanz stattgefunden hat.

Für ein Gesetz von solcher Tragweite, bedarf es aber vollgewichtiger unantastbarer Beweise. Selbst wenn Voit die Zahl jener Untersuchungsreihen, in welchen Einnahme und Ausfuhr sich deckten, verzehnfacht hätte, würden sie nicht genügen, um über die Differenz wo sic sich findet, maßgebend zu entscheiden.

Damit dieses möglich würde, hätte Voit in einigen Fällen, wo eine Differenz, also z. B. ein Minus von Stickstoff sich findet, nachweisen müssen, daß dasselbe im Körper zurückgeblieben ist, oder zum mindesten zeigen müssen, daß dieser Stickstoff nicht durch Perspiration den Körper verlassen hat. Diese Wege mögen große Schwierigkeiten bieten, vielleicht mit den heutigen Mitteln der Wissenschaft nicht zu erzielen sein, dann muß man es auch vorläufig noch aufgehen, ein so wichtiges Ernährungsgesetz zu statuiren. Die französischen Forscher haben die beiden angedeuteten Wege eingeschlagen um über die Umsetzung des eingeführten Stickstoffes ins Klare zu kommen, und sie gelangten auch zu Resultaten, die der von Voit als Gesetz formulirten Ansicht geradezu entgegengesetzt sind.

Ich theilte bereits früher die Untersuchungen von Reiset mit, die an Hammeln angestellt waren. Um über die durch die Ernährung im Körper hervorgebrachten Veränderungen Aufschluß zu erlangen, sucht er sich mindestens annähernd über den Thierbestand vor und nach der Ernährung Aufschluß zu schaffen, und wie ganz verschieden von den theoretischen Anschauungen Voit's war in Wirklichkeit der Stoffumsatz des Thieres gewesen!

Die wichtigsten directen Untersuchungen über den Stickstoffgehalt der Respirationsluft sind die berühmten Versuche von Regnault und Reiset. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen galten immer als Beweis, daß eine Stickstoffausfuhr durch Haut und Lungen statt haben könne und man glaubte sich dadurch berechtigt, ein Deficit zwischen Stickstoff der Nahrung und jenem der Excremente als Ausfuhr von elementarem Stickstoff anzusehen.

Voit hält diesen Schluß auf Grundlage der durch Reiset und Regnault gewonnenen Resultate für unberechtigt, „denn Regnault und Reiset haben in keinem einzigen Falle eine beträchtliche Änderung des Stickstoffes gefunden, es ist weiter zu bemerken, daß sie bald eine Abnahme bald eine Zunahme des Stickstoffes eintreten sahen, also durchaus nichts Gesetzmäßiges sich herausstellte, und endlich, daß sie selbst nicht ein Wort darüber äußerten, wodurch eine Alteration im Stickstoffgehalt bedingt sein könnte." Voit findet sogar, daß man die Zahlen von Regnault und Reiset, die man als Beweis für eine Exhalation ansieht, eher zur Widerlegung einer solchen Exhalation hätte benützen können, nur die vorgefaßte Meinung hat aus den Regnault- und Reiset'schen Zahlen falsche Schlüsse gezogen und „es ist gewiß, die Angaben von Regnault und Reiset wären ganz anders aufgefaßt worden, wenn das bei Fütterungsversuchen erhaltene Deficit nicht zu erklären gewesen wäre."

Also die geringe Menge Stickstoff, welche Regnault und Reiset gefunden, gestattet die Annahme nicht, daß Lunge und Haut eine wesentliche Abzugsquelle des Stickstoffes seien, diese geringe Menge würde im Gegentheil als Beweis dienen, daß die bei den Fütterungsversuchen gefundene oft bedeutende Stickstoffdifferenz nicht auf diesem Wege den Körper verlassen haben könne.

Diese Einwendung ist nicht gerechtfertigt, es ist im Gegentheile ziffermäßig erwiesen, daß selbst sehr bedeutende Stickstoffdeficits, wenn sie als Perspirationsproducte berechnet werden, noch unter

der von Regnault und Reiset gefundenen Durchschnittsziffer der Stickstoffexhalation stehen.

Regnault und Reiset [1]) haben ungefähr hundert Versuche an Thieren aller Classen mit Ausnahme an Fischen und Menschen angestellt. Reiset [2]) hat später diese Versuche dadurch vervollständigt, daß er sie an größeren Thieren, als: Kälber, Schafe, Schweine u. s. w. anstellte. Wir stellen als uns zunächst interessirend die wichtigsten Resultate die bei den Versuchen an Hunden gefunden wurden hier tabellarisch zusammen.

Versuchs-Nummer	Ausgeathmeter Stickstoff	Verbrauchter Sauerstoff	Erzeugte Kohlensäure	Auf 1 Grm. verbrauchten O, entbundener N	O-verbrauch per Stunde auf 1 Kg. Thier
27	0·182	182·288	185·961	0·0010	1·164
28	0·624	182·381	188·050	0·0034	1·286
29	1·016	146·479	150·406	0·0069	1·095
30	0·530	170·520	173·472	0·0031	1·016
31	1·536	87·839	86·378	0·0174	1·393
32	0·948	69·168	70·648	0·0137	1·106
33	0·672	87·568	89·316	0·0077	1·481
34	0·076	115·656	119 661	0·0007	1·224
35	0·059	156·330	196·270	0·0004	1·384
36	0·688	85·686	111·081	0·0080	1·100
37	—0·689	114·517	114·073	—0·0006	1·902
38	0·000	82·960	78·960	0·0000	1·138

Als Mittel aus diesen zwölf Versuchen ergibt sich das Verhältniß zwischen Sauerstoffaufnahme und Stickstoffausscheidung = 1 : 0·0056. Die Thiere haben im Mittel (nach Columne 6) auf 1 Klgr. per Stunde 1·2 Grm. Sauerstoff verbraucht, in 24 Stunden = 28·8 Grm. O. Nach dem Verhältniß von 1 : 0·0056 hat 1 Klgr. Thier in 24 Stunden 0·16128 N. exhalirt. Unsere Versuchshunde von durchschnittlich 26 Klgr. hätten im Mittel in 24 Stunden 4·19 Grm. Stickstoff ausgeschieden.

Diese Stickstoffausscheidung kann auf Grundlage derselben Verhältnißzahlen in einzelnen Fällen bedeutend größer sein. Nehmen wir z. B. Versuch Nr. 31 heraus, der ausgeathmete Stickstoff in 10 Stunden 15 Minuten betrug 1·536 Grm., das Körpergewicht des Thieres war 6256 Grm., in 24 Stunden hätte dieses Thier ausgeschie-

[1]) Regnault und Reiset, Chemische Untersuchungen über die Respiration der Thiere. Ann. d. Chem. und Pharm. Bd. 73.

[2]) Comptes rendus Bd. 73.

den 3·6 Grm. Stickstoff und bei einem Körpergewicht von 26 Kilogr. hätte die 24stündige Stickstoffausscheidung 14·9 Grm. betragen.

Im Versuche 32 betrug die Stickstoffausscheidung 0·948 = 0·0137 Gewichtstheil des verbrauchten Oxygens. Das Kilo Thier verbrauchte in einer Stunde 1·106 O, in 24 Stunden 26·544 Grm. O. Daraus berechnet sich 1 : 0·0137 = 26·544 : x die Stickstoffausscheidung von 1 Kilogr. Thier in 24 Stunden auf 0·3636 Grm. und auf 26 Kilogr. Thier 9·45 Grm.

Aber da das Thier nicht seiner Gewichtszunahme entsprechend Sauerstoff aufnimmt, sondern dieser im umgekehrten Verhältnisse zur Größe steht, habe ich in einer weiteren Berechnung jene Sauerstoffaufnahme zu Grunde gelegt, welche sich in den Respirationsversuchen von Voit und Pettenkofer [1]) aus den sechs Versuchstagen mit 1500 Grm. Fleisch als Mittel ergeben hat. Das Versuchsthier war im Mittel 30 Kilogr. schwer und die durchschnittliche Sauerstoffeinnahme betrug per Kilogr. Thier für 24 Stunden 16·3 Grm. Nach dem früher mitgetheilten Verhältniß zwischen Sauerstoffeinnahme und Stickstoffexhalation von 1 : 0·0056 wäre die Stickstoffausscheidung per Kilogr. Thier = 0·09 und auf 30 Killogr. Thier = 2·73 Grm. Diese Ziffer wäre natürlich eine viel bedeutendere, wenn man nicht das Durchschnittsverhältniß zwischen N-ausscheidung und O-aufnahme zu Grunde legt, sondern wenn man das Verhältniß wie es sich aus einzelnen Versuchen ergibt, als Ausgangspunkt der Berechnung nimmt, es könnte dann in einzelnen Fällen die N-ausscheidung um das 2—4fache die gefundene Durchschnittsziffer übersteigen.

Prüft man aus der vorstehenden Tabelle die Beziehung zwischen CO_2-exspiration und N-exhalation, so ergibt sich als Verhältnißzahl 100 : 0·29.

Henneberg und Stohmann [2]) haben bevor sie sich zu Voit's Ansichten bekannten, und als sie noch das Deficit zwischen Stickstoffeinfuhr- und Ausfuhr durch Harn als Ausgabe durch die Perspiration ansahen, das Verhältniß, welches Regnault und Reiset (aus vier Kaninchenversuchen) zwischen Kohlensäure- und Stickstoffausscheidung gefunden, mit jenem verglichen, welches zwischen der Kohlensäureausscheidung und dem Stickstoffverluste in ihren Mai- und Juliversuchen besteht.

---

1) Annalen d. Chem. u. Pharm. I. Supplementband.

2) A. a. O. I. Heft. S. 105. Anmerkung.

Das Verhältniß zwischen CO_2 und N-exhalation nach Regnault und Reiset als Mittel aus vier Versuchen ist = 1000 : 3·5. Das Verhältniß zwischen CO_2-ausscheidung und Stickstoffverlust in Henneberg und Stohmann's Versuchen ist folgendes:

In den Maiversuchen Ochse Nr. I. . . .	12·4 : 0·036	= 1000 : 2·9
„ „ „ „ „ „ II. . . .	12·5 : 0·033	= 1000 : 2·6
„ „ Juli „ „ „ I. . . .	13·5 : 0·012	= 1000 : 0·9
„ „ „ „ „ „ II. . . .	13·7 : 0·018	= 1000 : 1·3
	25·1 : 0·099	= 1000 : 1·9

Die von Regnault und Reiset ermittelte Ziffer der Stickstoff-exhalation ist also fast zweimal so groß, als das bedeutende Stickstoffdeficit, welches Henneberg und Stohmann in ihren Mai- und Juliversuchen gefunden haben.

Reiset [1]) hat die Ergebnisse seiner Ernährungsversuche mit den Resultaten der von ihm im Vereine mit Regnault und später von ihm allein gemachten Respirationsversuche direct verglichen. Wie bereits früher mitgetheilt, hat er in seinen Ernährungsversuchen ein bedeutendes Stickstoffdeficit gefunden, es beträgt für einen Hammel im Durchschnitte 6 Grm. per Tag auf circa 11·4 Grm. Stickstoffeinnahme. „Nous avons demontré Mr. Regnault et moi," so spricht Reiset in seinem Mémoire an die Akademie" que les animaux des diverses classes dégagent constamment de l'azote, quand ils sont à l'état d'entretien: la proportion de ce gaz exhalé est aussi considérable, que celle qui vient d'être déduite par la méthode indirecte. D'ailleurs, pour ne laisser aucun doute sur ce fait, j'ai entrepris une série d'expériences dans le but d'étudier directement la réspiration des grands animaux de la ferme . . . Je me bornerai à dire que j'ai trouvé 5·4 Grm. d'azote exhalé en 24 heures pour un brébis à l'état d'entretien et 4·3 Grm. pour un mouton dans les mêmes conditions. Je tenais à signaler dès à prèsent la concordance rémarquable des résultats obtenus par deux méthodes d'observation tout à fait differentes". Der Schlußsatz dieses Citats widerlegt am besten den Einwurf Voits, daß die minimalen N-mengen, welche Regnault und Reiset gefunden haben, nicht zur Deckung des in den Ernährungsversuchen gefundenen Stickstoffdeficits hingereicht haben würden. Gleichzeitig enthält dieses Citat auch den authenti-

[1]) Comptes rendus. T. 63, pag. 575.

schen Commentar darüber, wodurch Regnault und Reiset „die Alteration im Stickstoffgehalt des Respirationsraumes bedingt ansahen". Die dritte Bemerkung, welche Voit über die Resultate der Regnault-Reiset'schen Respirationsversuche macht, „daß sie bald eine Abnahme bald eine Zunahme des Stickstoffes eintreten sahen, daß also durchaus nichts Gesetzmäßiges sich herausstellte", ist, was das Thatsächliche betrifft, mit einer wesentlichen Beschränkung wahr. Regnault und Reiset fanden in der sehr großen Mehrzahl von Fällen eine Zunahme des N im Athemapparate. Auf die angeführten zwölf Untersuchungen kommt zehnmal eine Stickstoffexhalation, einmal ein Gleichbleiben des N, und nur einmal eine Absorption. Aber trotz der vorwaltenden Exhalation glaubten Regnault und Reiset sich nicht berechtigt, es als Gesetz zu statuiren, daß N ausgehaucht werde, sie registrirten die Thatsachen und aus diesen ergibt sich vorläufig, daß in Bezug auf N-ausscheidung durch die Lungen und Haut, daß also in Bezug auf diesen einen wichtigen Factor des Stoffumsatzes ein Gesetz sich noch nicht erkennen läßt, daß diese Exhalation in den meisten Fällen stattfindet, daß sie aber in großen Grenzen schwankt, daß in einzelnen Fällen keine Ausscheidung stattfindet und daß selbst eine Absorption möglich ist.

Gerade dieses „nicht Gesetzmäßige" in den Untersuchungsresultaten von Regnault und Reiset stimmt in wunderbarer Weise mit den „nicht gesetzmäßigen" Verhältnissen, welche die Ernährungsversuche auf indirectem Wege über N-exhalation ergeben haben. In manchen Fällen, bei manchen Thier-Individualitäten und unter manchen Verhältnissen wird wahrscheinlich aller umgesetzte Stickstoff durch Harn und Koth ausgeschieden, in vielen und wohl in den meisten Fällen wird nur ein Theil des eingenommenen N durch Harn und Koth ausgeschieden, ein anderer Theil wird zur Gewebsbildung verwendet und noch ein anderer Theil verläßt den Körper durch Lunge und Haut. Unzweifelhaft liegen diesen diversen Vorgängen des Stoffumsatzes bestimmte Gesetze zu Grunde, denn in der Natur ist nichts Zufall, aber uns sind diese Gesetze noch verborgen, ihre Enthüllung ist Aufgabe der Ernährungsphysiologie und jeder Schritt, den wir auf diesem Wege thun, führt uns zwar langsam aber sicher zur wirklichen Erkenntniß des Stoffwechsels im thierischen Organismus.

Ich will zum Schlusse noch die Gegenversuche, welche Voit über die Wirkung des Glaubersalzes [1]) angestellt hat, und seine Kritik meiner Versuche in Kürze besprechen.

Ich habe es bis jetzt zu thun unterlassen, weil die Schlüsse, die ich an die damals gewonnenen Ergebnisse knüpfte, auf der Voit-Bischoff'schen Anschauung fußten, daß aller Stickstoff der Umsetzungsproducte in Harn und Koth erscheine. Diese Schlussfolgerungen waren unberechtigt, wenn es sich herausstellte, daß der Stickstoff der Umsetzung auch auf anderen Abzugswegen den Körper verlassen könne. Ich wollte daher vor Allem den Abschluß meiner Untersuchungen über die Stickstoffausscheidung abwarten. Wenn ich nun für meine Arbeit über die Wirkung des Glaubersalzes eintrete, habe ich dabei nur die beobachtete Methode und die gewonnenen positiven, ziffermäßig constatirten Daten im Auge, und für diese muß ich um so mehr einstehen, da die bei jenen Untersuchungen beobachtete Methode auch die Basis meiner jetzigen Versuche bildete.

Das wichtigste von jeder Deutung entkleidete Ergebniß meiner Versuche über den Einfluß des Glaubersalzes war folgendes: Die Einfuhr von Glaubersalz verminderte die Ausscheidung der stickstoffhältigen Umsatzproducte durch den Harn. Meine Untersuchungen waren an drei Hunden ausgeführt; die Verminderung der Stickstoffausscheidung durch das Glaubersalz war, wie aus den Tabellen ersichtlich, nicht stets dieselbe, sie variirte wesentlich in Bezug auf die Quantität und zwar von 6—25 Pct., sie trat unter gewissen Bedingungen gar nicht ein. Ich bemühte mich die Bedingungen, an welche die Wirkung geknüpft ist, kennen zu lernen, und glaube auf Grundlage ausgedehnter Versuche, die im Detail mitgetheilt sind, eine der Hauptbedingungen für die erfolgreiche Glaubersalzwirkung darin zu finden, daß das Thier fettreich sein müsse.

Vielleicht hängt die ungleiche Wirkung, welche das Glaubersalz bei meinen Versuchsthieren übte, noch mit anderen Verhältnissen des Thierleibes zusammen, dieselben müßten Gegenstand weiterer Untersuchungen sein, und ich habe zum Schlusse meiner Arbeit angedeutet, daß es weiterer, zahlreicher, unter den verschiedensten

---

[1]) Voit: „Über den Einfluß des Glaubersalzes auf den Eiweisumsatz im Thierkörper." Zeitschrift für Biologie. I. Bd., 2. Heft.

Bedingungen ausgeführter Versuche bedarf, um die Allgemeingiltigkeit der gewonnenen Thatsachen zu bestätigen.

Voit hat in seinem Laboratorium durch zwei Studirende zwei „Nach - Untersuchungen“ über die Wirkungen des Glaubersalzes machen lassen. Die Versuche wurden an einem Hunde in zwei Versuchsreihen ausgeführt. In der einen Reihe erhielt das Thier durch acht Tage 1500 Grm. Fleisch und darauf durch acht Tage zur selben Nahrung 3 Grm. Glaubersalz, dann wieder durch fünf Tage kein Salz und durch sechs Tage 3—6 Grm. Glaubersalz. In der zweiten Versuchsreihe wurden durch acht Tage 5 Grm. Fleisch und 100 Grm. Fett als tägliche Nahrung gegeben, und dann dieser Nahrung durch acht Tage 3 Grm. Glaubersalz hinzugefügt. In beiden Versuchsreihen zeigte das Glaubersalz keinen Einfluß auf die Stickstoffausscheidung.

Voit wäre nun zu dem Schlusse berechtigt gewesen, daß das Glaubersalz nicht unter allen Bedingungen die Stickstoffausfuhr durch den Harn vermindere. Er hätte zunächst untersuchen sollen, in wie ferne die Bedingungen, unter welchen er das Glaubersalz einführte, von jenen abweichen, unter welchen ich bei meinen Versuchshunden es gethan, und es hätte sich herausgestellt, daß sein Versuchsthier in ganz anderer Weise ernährt worden war, daß also die Zusammensetzung seines Leibes eine andere war. Das einemal hatte das Thier eine Fleischnahrung in übergroßer Menge erhalten, in der zweiten Versuchsreihe wurde dem Thiere durch acht Tage ein mäßiger Fettzusatz zur Nahrung gereicht, von einem Fettansatze konnte also auch in dieser Reihe nicht die Rede sein. Voit's Resultate würden also nur bestätigen, was ich auf dem Wege des directen Versuches gefunden habe, daß nur nach langer oder nach reichlicher Fettnahrung das eingeführte Glaubersalz die Stickstoffausscheidung durch den Harn vermindert. Wollte Voit die Richtigkeit dieser Anschauung prüfen, dann hätte er ganz unter denselben Bedingungen, unter denen ich es gethan, seine Versuche anstellen müssen.

Voit trägt der Verschiedenheit der Ernährungsbedingungen, unter welchen unsere beiderseitigen Versuche angestellt wurden, gar nicht Rechnung, er hält einfach die Ergebnisse meiner Untersuchungen für null und nichtig, da sie durch die in seinem Laboratorium gefundenen Resultate nicht bestätigt werden, und er richtet seine Aufmerksamkeit nur darauf, die Fehler zu finden, die dieses falsche Resultat zu Wege gebracht haben können, „denn er ist bei der

Entwickelung der Methode dieser Untersuchungen zu sehr betheiligt, als daß er es unterlassen könnte, da wo dieselbe unrichtig angewendet wurde, darauf aufmerksam zu machen."

Er gesteht mir freundlichst zu, daß meine Versuche sich „sehr zu ihrem Vortheile unterscheiden von den meisten bis jetzt ausgeführten, welche die Wirkung irgend einer Substanz auf die Excretion von Stickstoff prüfen sollten" er kann trotz allem Nachdenken nicht ergründen, „was in meinen Versuchsreihen nicht in Ordnung ist", aber es müssen doch Fehler gemacht worden sein, und als einziger Beweis, daß es so sein müsse, führt er aus meinen Tabellen Versuchsreihen auf, in welchen die Stickstoffausscheidung sehr schwankt, „denn der Körper arbeitet nicht so unregelmäßig". Ich habe bereits früher im Verlaufe dieser Abhandlung besprochen, daß die ausgezeichnetsten Forscher auf dem Gebiete der Ernährungsphysiologie ähnliche Schwankungen in der Stickstoffausscheidung beobachtet haben, und ich habe aus Voit's früheren Arbeiten Untersuchungsreihen angeführt, bei welchen diese Schwankungen gleichfalls nicht unerheblich waren.

Die beiden Hauptgebrechen meiner Untersuchungen findet Voit darin, daß erstens meine Hunde nicht ins Stickstoffgleichgewicht gesetzt worden waren, ehe das Glaubersalz zugeführt wurde und daß zweitens die Harnblase meiner Versuchsthiere nicht täglich vollständig entleert war.

Was den ersten Einwurf betrifft will ich hier nicht discutiren, ob Voit's Ansicht berechtigt ist, daß man den Einfluß einer Substanz auf die Stickstoffausscheidung nicht eher ermitteln könne als bis Stickstoffgleichgewicht eingetreten ist, ich will ferner nur im Vorbeigehen erwähnen, daß Voit selbst nicht immer seiner Lehre entsprechend gehandelt hat, denn in seiner Arbeit über die Wirkung des Kaffees sind die Versuche mit dem Kaffee angestellt, ehe das verlangte Stickstoffgleichgewicht hergestellt ist, ich will mich nur einfach darauf beschränken, nachzuweisen, daß Voit's Einwurf thatsächlich unbegründet ist, da in einigen meiner Versuchsreihen die von ihm verlangte Bedingung des vorausgehenden Stickstoffgleichgewichtes eingehalten wurde, und gerade in diesen Versuchen ist die Wirkung des Glaubersalzes auf Verminderung der Stickstoffausscheidung eine sehr eclatante.

Bei dem Versuchsthiere *A* ging der Einfuhr des Glaubersalzes unmittelbar eine fünftägige Versuchsperiode voraus, in welcher die

Stickstoffausfuhr der Einfuhr nahezu gleichkam. Voit kennt diese Periode, er erwähnt sie ausdrücklich als eine solche, „in welcher sich das Thier mit dem Stickstoffe der Nahrung ins Gleichgewicht gebracht hat", aber er findet für gut, hinzuzufügen, „Seegen legt aber auf das Resultat dieser fünf Tage kein besonderes Gewicht, denn er verglich die Glaubersalzreihe nicht mit der fünftägigen, sondern mit der früheren dreißigtägigen Normalreihe", während ich ausdrücklich hervorhebe, daß ich jene Reihe nur wegen ihrer Länge zum Maßstabe des Vergleiches nehme, und daß der Einfluß, welchen das Glaubersalz geübt hat, noch viel auffallender wäre, wenn ich die Glaubersalzperiode mit der unmittelbar vorangehenden fünftägigen Normalperiode verglichen hätte.

Bei dem Versuchsthier *B* hatte ich, nachdem das Thier 500 Grm. Fleisch und 200 Grm. Fett erhalten hatte, die Glaubersalzperiode gleichfalls erst begonnen, nachdem durch acht Tage ein vollständiges Stickstoffgleichgewicht vorhanden war.

Die tägliche Stickstoffeinfuhr betrug 17 Grm., das Thier schied aus durch den Harn

	in der Normalperiode	in der unmittelbar darauf folgenden Glaubersalzperiode
	17·6	12·3
	14·9	12·5
	17·7	19·0
	16·8	12·6
	17·9	13·6
	17·6	12·6
	14·9	15·4
Summe	117·4 = 16·8 p. d.	98·3 = 14·0

Was den zweiten Einwurf betrifft, dürfte er wohl kaum einer ernsten Widerlegung bedürfen. So lange man nicht die Blase mittelst Katheter entleert, wird man nie die Gewißheit haben, daß die Blase vollständig entleert wurde. Aber angenommen, die Blase wäre nicht täglich vollständig entleert worden, dann würde der zurückgebliebene Harn den nächsten Tag entleert werden, und da ich nur lange Reihen mit einander verglichen habe, würde der Fehler, der nur den letzten Versuchstag treffen könnte, ein verschwindend kleiner sein. Voit gesteht dies selbst zu, doch schließt er mit den

Worten: „Wenn Seegen einmal gelernt haben wird, allen während 24 Stunden in der Blase angesammelten Harn genau zu erhalten, und wenn er vor Beginn einer Reihe abwartet, bis das Thier sich in das Stickstoffgleichgewicht gesetzt hat, so wird er so wenig wie ich beim Zusatz von 2—4 Grm. Glaubersalz zu gleicher Nahrung im Stande sein, eine Änderung in dem Eiweißumsatz nachzuweisen". Ich will an dieser Stelle den unberechtigten Magisterton dieses Satzes, mit welchem Voit seine Kritik meine Arbeit schließt, nicht weiter aufheben, es genügt mir das Wesen dieser Kritik charakterisirt zu haben, indem ich nachgewiesen, daß derselben vollständig der Boden der Thatsachen fehlt.

Jede wissenschaftliche Arbeit muß die schärfste eingehendste Kritik der Fachgenossen erwarten, und bei Stoffwechselarbeiten, wo die Fehler so zahlreich sein können, muß die Controle um so schärfer sein; aber es dürfte kaum den wissenschaftlichen Fortschritt auf einem Gebiete fördern, wenn man die Übereinstimmung mit selbst gefundenen Resultaten als den Maßstab für den Werth der Arbeit eines Andern ansieht, und jede von vorneherein für fehlerhaft hält, die dieser Anforderung nicht entspricht. Voit kommt wiederholt in seiner Kritik darauf zurück, dieses oder jenes meiner Resultate müsse unrichtig sein, weil — er ein anderes gefunden hat. Diese Anschauung zieht sich überhaupt als rother Faden in der ganzen Art und Weise, in der Voit gegnerische Arbeiten bespricht und beurtheilt, und diesem Umstande ist es unzweifelhaft zuzuschreiben, daß trotz so eminenter Leistungen in einer so wichtigen Frage wie die über die Ausscheidungswege des Stickstoffes zwei Ansichten einander so schroff gegenüberstehen.

A.

Datum	Körpergewicht	Menge	Stickstoff	Menge	Stickstoff
		des Harnes		der Faeces	
	I. Periode. Nahrung 1000 Grm. Fleisch „ 100 „ Fett.				
5/2	26400				
6	26450	1340	21·2		
7	26350	880	11·2		
8	26280	710	13·5		
9	26370	1200	16·6	54	1·25
10	26350	700	14·6		
11	26550	290	10·8		
12	26870	650	19·3		
13	26900	1220	22·0		
14	27110	310	11·6	62	1·40
15	27120	730	24·3		
16	27150	790	20·8	50	1·15
17	27500	810	29·0		
18	27600	625	16·5		
19	27500	950	26·4		
20	27450	610	15·6	93	2 15
21	27600	830	26·9		
22	27950	840	31·2		
23	27900	620	26·2		
24	28100	320	12·8	82	1·90
25	28100	610	22·0		
	II. Periode, tägliche Einnahme von 1 Grm. CO_2NaO.				
26	28070	1000	35·0		
27	28010	870	32·9		
28	28050	910	29·5	80	1.85
1/III	28210	790	30·9		
2	28350	880	32·8		
3	28270	690	26·4	45	1·00
4	28530	900	34·0		
5	28330	860	31·5		
6	28650	810	31·2		
7	28710	800	26·0	78	1·80
	III. Periode. — 2 Grm. CO_2NaO.				
8	28700	690	21·4		
9	28970	710	24·1	32	0·75

Datum	Körpergewicht	Menge des Harnes	Stickstoff des Harnes	Menge der Faeces	Stickstoff der Faeces
10	29020	450	14·9		
11	29170	410	15·4		
12	29200	900	27·0		
13	29150	700	16·9	63	1·45
14	29270	710	23·7		
15	29450	800	23·3		
16	29550	550	19·2		
17	29550	1060	30·0	74	1·70
18	29630	940	29·2		
19	29940	830	27·6		
20	29810	1100	29·6		
21	29900	870	31·0		
22	29980	790	23·1	82	1·90
23	30000	520	18·0		
24	30190	1050	30·5		
25	30170	930	25·3		
26	30350	800	28·9	103	2·12
27	30470	910	27·7		
IV. Periode — ohne CO_2NaO.					
29	30650	660	23·1		
30	30670	1000	30·6		
31	30680	880	28·0		
1/IV	30680	820	21·8	70	1·60
2	30860	840	27·3		
3	30970	820	27·5		
4	30920	1010	32·2	52	1·20
5	31020	820	20·8		
6	31140	810	29·0		
7	31020	820	23·2		
8	31030	830	25·2	54	1·25
9	31170	740	26·9		
10	31080	840	25·8		
11	31160	780	21·7		
12	31400	715	23·0	78	1 80
13	31350	910	29·3		
14	31510	730	23·8		
15	31350	880	32·5		
16	31700	780	23·5	84	1·95
17	31660	600	23·8		

B.

Versuchs-Periode	Datum	Nahrung	Körper-gewicht	Harn-menge	Stickstoff des Harnes p. c.	Stickstoff des Harnes in Grm.	Menge der Faeces	Stickstoff der Faeces
I.	11/11 1866	840 Grm. Fleisch	28620					
	12	1300 „ Wasser	28670	1450	1·48	21·53		
	13		28640	1230	2·25	27·70		
	14		28520	1440	1·12	16·12		
	15		28460	1720	1·29	22·18	85	1·95
	16		28430	1460	1·73	25·20		
	17		28420	1310	1·62	21·20		
	18		28380	1440	1·62	23·30		
	19		28290	1210	1·62	19·60		
	20		28210	1270	1·73	22·00	80	1·85
	21		28070	1460	1·73	25·30		
II.	22	910 Grm. Fleisch	28140	1240	1·79	22·2		
	23		28040	1510	1·73	26·2		
	24		28020	1380	1·51	20·8		
	25		28100	1640	1·51	24·8		
	26		27820	1440	1·28	18·5	62	1·40
	27		28030	1330	1·73	23·0		
	28		28000	1420	1·73	24·6		
	29		28050	1560	1·62	25·3	50	1·15
	30		27940	1690	1·50	25·3		
	1/12		27900	1610	1·79	28·8		
	2		27940	1220	1·62	19·8	90	2·00
	3		27940	1560	1·68	26·2		
	4		27860	1400	1·48	20·7		
	5		27660	1550	1·79	27·7		
	6		27750	1440	1·31	18·9	84	1·90
	7		27640	1560	1·51	23·5		
	8		27620	1530	1·68	25·7		
	9		27600	1630	1·62	26·4		
	10		27370	1570	1·73	27·2	66	1·50
	11		27470	1710	1·73	29·6		
III.	12	980 Grm. Fleisch	27320	1470	1·84	27·1		
	13		27170	1410	1·90	26·8		
	14		27340	1550	1·75	27·1	72	1·15
	15		27370	1520	1·79	27·2		

Versuchs-Periode	Datum	Nahrung	Körpergewicht	Harnmenge	Stickstoff des Harnes p. c.	Stickstoff des Harnes in Grammes	Menge der Faeces	Stickstoff der Faeces
III.	16 1866	980 Grm. Fleisch	27020	1515	1·73	26·3	30	0·70
	17		27130	1560	1·79	27·9		
	18		27090	1600	1·71	27·3		
	19		27020	1800	1·62	29·1	54	1·25
	20		27040	1370	1·73	23·7		
	21		26820	1450	1·50	21·7		
	22		26880	1690	1·62	28·1		
	23		26950	1750	1·68	29·4	48	1·10
	24		26950	1480	1·64	22·9		
	25		26900	1620	1·56	25·4		
	26		26670	1590	1·70	27·1		
	27		26620	1570	1·62	24·9		
	28		26540	1400	1·73	24·3	94	2·10
	29		26590	1680	1·62	27·4		
IV.	2/1	980 Grm. Fleisch 1 Grm. CO_2NaO	26610	1870	1·57	29·3		
	3		26520	1670	1·90	32·7		
	4		26540	1430	1·84	26·4	90	2·05
	5		26420	1630	1·71	27·8		
	6		26370	1800	1·62	29·2		
	7		26290	1690	1·78	30·1		
	8		26290	1750	1·73	30·3		
	9		26080	2150	1·40	30·1	92	2·10
	10		26100	1630	1·57	25·5		
	11		26150	1700	1·62	27·6	40	0·90
V.	12	980 Grm. Fleisch kein CO_2NaO	26050	1870	1·73	32·4		
	13		25950	1600	1·73	27·8		
	14		25830	1600	1·68	26·8	85	1·95
	15		25910	1610	1·84	29·5		
	16		25790	1830	1·68	30·7		
	17		25700	1800	1·56	28·2		
	18		25690	1830	1·56	28·7		
	19		25580	1840	1·68	30·9		
	20		25490	1860	1·62	30·2	88	2·00
	21		25450	1840	1·68	30·9		
VI.	22	1100 Grm. Fleisch	25420	1900	1·79	34·0		
	23		25490	1800	1·79	33·6		
	24		25400	1760	1.84	32·5	42	0·95

Versuchs-periode	Datum	Nahrung	Körper-gewicht	Harn-menge	Stickstoff des Harnes		Menge	Stick-stoff
					p. c.	in Grammes	der Faeces	
VI.	25 1866	1100 Grm. Fleisch	25660	1850	1·96	36·3		
	26		25590	1900	1·90	36·0	90	2·05
	27		25700	1850	2·07	38·3		
	28		25790	1890	1·90	35·9		
	29		25750	1680	1·90	31·9	90	2·05
	30		25800	1880	2·01	37·9		
	31		25850	1800	1·79	32·3		
VII.	6/2	1100 Grm. Fleisch	25960					
	7	1 Grm. CO_2NaO	25940	1880	2·29	43·1		
	8		25830	2010	1·93	38·8	45	1·02
	9		25920	1960	1·79	34·1		
	10		25920	1990	1·93	38·6		
	11		25910	1870	1·79	33·4		
	12		26000	1900	2·04	38·8	120	2·70
	13		26080	2080	1·93	40·2		
	14		26070	2050	1·93	39·6		
	15		26090	2000	1·96	39·2		
	16		26170	1900	1·73	32·9		
VIII.	20/2	900 Grm. Fleisch	26300					
	21		26160	1850	1·73	32·1	80	1·85
	22		26220	1830	1·73	31·7		
	23		26160	1830	1·73	31·7		
	24		26070	1750	1·76	30·8	35	0·80
	25		26000	1760	1·96	34·4		
	26		26000	1590	1·73	27·7		
	27		25820	1660	1·96	32·5		
	28		25720	1940	1·68	32·5	98	2·25
	1/3		25830	1560	1·96	30·5		
	2		25610	1840	1·73	30·4		

Krystallographisch-optische Bestimmungen mit Rücksicht auf homologe und isomorphe Reihen.

Von dem c. M. **Viktor v. Lang.**

(Mit 1 Tafel.)

Die nachfolgenden Bestimmungen beziehen sich theils auf Verbindungen von Ammoniakbasen, theils auf Salze der Elemente Thallium, Rubidium und Caesium, deren Salze ja fast immer isomorph den entsprechenden Kalium- und Ammoniakverbindungen sind, hierdurch wird unter anderem auch die von mir vor längerer Zeit (Phil. Mag. April, 1863) gegebene Übersicht über die Orientirung der optischen Elasticitätsaxen in Substanzen, welche isomorph mit schwefelsaurem Kalium sind, auf folgende Weise vervollständigt:

	SO_4	SeO_4	TeO_4	CrO_4
K_2	$\mathfrak{a}\underset{+}{\mathfrak{c}}\mathfrak{b}$	—	$\mathfrak{a}\underset{+}{\mathfrak{c}}\mathfrak{b}$	$\underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{c}\mathfrak{b}$
Th_2	$\mathfrak{b}\mathfrak{a}\underset{+}{\mathfrak{c}}$	$\underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{b}\mathfrak{c}$	—	—
Rb_2	$\mathfrak{c}\mathfrak{b}\underline{\mathfrak{a}}$	—	—	—
Cs_2	$\mathfrak{b}\underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{c}$	—	—	—
$(NH_4)_2$	$\mathfrak{b}\mathfrak{a}\underset{+}{\mathfrak{c}}$	$\mathfrak{b}\underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{c}$	—	—

Diese Tabelle, welche die Axenschema der betreffenden schwefelsauren, selensauren etc. Verbindungen gibt, läßt auf den ersten Blick die große Verschiedenheit erkennen, die diese geometrisch gleichgestalteten Körper in optischer Hinsicht zeigen. Von Interesse ist besonders die Reihe der schwefelsauren Salze, weil für die denselben entsprechenden sauren, weinsauren Verbindungen ebenfalls die Lage der Elasticitätsaxen von mir ermittelt werden konnte: jedem der weinsauren Salze von K, Th, Rb, Cs, NH_4 entspricht aber dasselbe Axenschema $\underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{b}\mathfrak{c}$. Der Unterschied in dem optischen Verhalten dieser zwei Reihen dürfte wohl damit zusammenhängen, daß bei den weinsauren Salzen ihrem gemeinsamen Bestandtheile

($C_4H_6O_7$) das Äquivalentgewicht 176 zukommt, während bei den entsprechenden schwefelsauren Verbindungen der gemeinsamen Antheil (S_2O_4) nur das Äquivalentgewicht 80 hat. Die letztere Zahl hätte sich sogar auf die Hälfte reducirt, wenn wir statt einem Molekül im Sinne der neueren Theorie die alten Formeln beibehalten hätten. Bedienen wir uns jedoch der neuen Schreibweise, so wird für die entsprechenden salpetersauren Salze das Äquivalentgewicht (62) der gemeinsamen Bestandtheile (NO_3) derselben geringer als wie bei den schwefelsauren Salzen, und es mag vielleicht in dem geringen Werthe dieser Grösse der Grund liegen, warum bei den salpetersauren Salzen sogar schon die krystallographische Identität zweifelhaft wird. So krystallisirt das salpetersaure Ammonium in Formen, die von denen des Salpeters ganz verschieden sind, die sich aber, wie ich zeigte, ohne allzu große Schwierigkeit auf einander beziehen lassen; das Thalliumsalz weicht schon sehr bedeutend von den Abmessungen des Salpeters ab, während die Rubidium- und Cäsiumverbindung im hexagonalen Systeme krystallisiren, welche Salze jedoch allerdings dimorph sein können. Von den salpetersauren substituirten Ammoniakbasen sind die einfacher zusammengesetzten, nämlich das Anilin- und Triäthylaminsalz optisch und krystallographisch gleich dem Salpeter; dagegen krystallisirt das Toluidinsalz monoklinisch, das Tetramethylammoniumsalz wahrscheinlich hexagonal, endlich die Tetramylammonium-Verbindung zwar rhombisch, aber ohne einfachen Zusammenhang mit den Formen des Salpeters.

Indem ich zur speciellen Aufzählung meiner Bestimmungen übergehe, bemerke ich nur noch, daß die Bezeichnung und Aufstellung der Krystallformen nach den in meinem Lehrbuche der Krystallographie gegebenen Regeln geschah.

1. Toluidinchlorid, $(C_7H_7)H_3NCl$.

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Monoklinisch:

$$ac = 103°10'$$
$$a:b:c = 0·9433:1:0·5323$$

Beobachtete Formen:

100, 110, 011, 121, $\bar{3}21$

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
110·100 =	42°34′	43°34′
110·$\bar{1}$10 =	94 52	
011·0$\bar{1}$1 =	54 48	
011·100 =	78 20	
011·110 =	62 37	62 26
011·$\bar{1}$10 =	80 39	80 39
121·100 =	60 54	
121·$\bar{1}$2$\bar{1}$ =		
011·121 =	24 43	25 appr.
121·110 =	37 54	37 50
110·32$\bar{1}$ =	29 19	30 appr.
32$\bar{1}$·100 =	36 22	

Die Krystalle sind verlängert in der Richtung der Axe *c*, wobei die Fläche 100 vorherrscht. Die Formen 011, 121, $\bar{3}$21 sind immer nur mit der Hälfte ihrer Fläche meroedrisch nach Analogie des triklinischen Systems entwickelt, wie dies in Fig. 2 dargestellt ist, während Fig. 1 die regelmäßige Ausbildung gibt.

Diese Verbindung ist wahrscheinlich isomorph mit Chloranilinchlorid und Bromanilinchlorid; für das letztere fand Müller [1]):

$$ac = 107°42', \quad a:b:c = 0·8878 : 1 : 0·5167$$
$$110·100 = 40°7', \quad 011·0\bar{1}1 = 51°25'. \quad 011·100 = 74°6'.$$

2. Lutidin-Platinchlorid, $C_7H_{10}NCl + PtCl_2$.

Krystalle aus Prof. Hofmann's Laboratorium.

Rhomboedrisch:

$$\xi = 90°52'.$$

Beobachtete Formen:

100, 111, Fig. 3.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
100·010 =	89°8′	89°6′
100·111 =	54 7	*54 7

[1]) Ann. d. Ch. u. Pharm. v. 53.

Die Krystalle sind sehr häufig Juxtapositions-Zwillinge, Fig. 4, deren Axen die Normale der Fläche (111) ist, mit welcher Fläche auch die beiden Individuen aneinander gelagert sind. Auch im Polarisationsapparate erweisen sich die Krystalle als einaxig mit negativem Charakter der Doppelbrechung.

Diese Substanz ist isomorph mit der entsprechenden Äthylaminverbindung, für welche Schabus 110·100 = 54°6′ fand; auch ist der Charakter der letzteren Verbindung negativ. Da ich Anfangs eine Irrung in den mir übergebenen Krystallen fürchtete, so hatte Dr. Martius die Güte, sich von der Richtigkeit der in der Überschrift angegebenen Zusammensetzung zu überzeugen.

Die Kalium- und die Ammoniumverbindung sind tesseral, wovon ich mich noch durch deren Mangel an Doppelbrechung überzeugte; die entsprechende Diäthylaminverbindung aber ist nach Schabus [1]) monoklinisch, die Tetraäthylammoniumverbindung nach demselben tetragonal.

3. Anilinbromid $(\mathrm{C_6H_5})\mathrm{H_2NBr}$.

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Rhombisch:

$$a : b : c = 1 : 0\cdot 9657 : 0\cdot 7867.$$

Beobachtete Formen:

010, 001, 011, 272.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
011·010 =	50°50′	50°50′
011·001 =	39 10	
011·01̄1̄ =	78 20	78 4
272·010 =	24 3	24 40
272·001 =	71 19	
272·011 =	34 24	33 55
272·272̄ =	37 22	37 50

Die Flächen {272} sind immer abgerundet und die vorhergehenden Winkel, welche sich auf diese Flächen beziehen, konnten daher auch nur näherungsweise beobachtet werden.

---

1) Szbr. Wr. Ak v. 15.

Die Krystalle, Fig. 5, sind theilbar nach der Fläche 001, welche auch senkrecht zur ersten Mittellinie ist. Die zweite Mittellinie ist senkrecht zur vorherrschenden Fläche 010. Der Charakter ist negativ und das Schema der optischen Elasticitätsaxen daher

$$\mathfrak{b}\mathfrak{c}\underline{\mathfrak{a}}.$$

Der scheinbare Winkel der optischen Axen beträgt 35°, dabei $\rho < v$; Dispersion und Doppelbrechung sind beide deutlich wahrzunehmen.

4. Tetramylammoniumjodid $(\mathrm{C}_5\mathrm{H}_{11})_4\mathrm{NJ}$.

Krystalle aus Prof. Hofmann's Laboratorium.

Monoklinisch:

$$ac = 97°35'$$
$$a:b:c = 0\cdot8435:1:1\cdot4412.$$

Beobachtete Formen:

100, 001, $\bar{1}01$, 110, 011, $\bar{1}12$.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
100·001 =	82°25′	
$\bar{1}01\cdot001$ =	64 18	64° 0′
$\bar{1}01\cdot\bar{1}00$ =	33 17	
110·100 =	41 2	
$110\cdot1\bar{1}0$ =	82 4	82 4
110·001 =	82 48	82 48
011·001 =	55 0	54 48
$011\cdot01\bar{1}$ =	70 0	
011·100 =	85 40	
$\bar{1}12\cdot\bar{1}00$ =	60 37	
$\bar{1}12\cdot001$ =	50 30	50 54
$\bar{1}12\cdot\bar{1}10$ =	46 42	46 6
$\bar{1}12\cdot\bar{1}\bar{1}2$ =	61 14	61 43
$\bar{1}01\cdot\bar{1}12$ =	37 2	
$\bar{1}12\cdot011$ =	38 34	38 33
011·110 =	53 29	
$110\cdot10\bar{1}$ =	50 55	

Fig. 7 stellt einen sehr kleinen Krystall dar, welcher farblos war, die größeren Krystalle von der Form Fig. 6 waren dagegen gelblich gefärbt.

5. Äthylanilinjodid $(\mathrm{C}_6\mathrm{H}_5)(\mathrm{C}_2\mathrm{H}_5)\mathrm{H}_2\mathrm{NJ}$.

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Rhombisch:

$$a : b : c = 1 : 0\cdot8253 : 0\cdot7776.$$

Beobachtete Formen:

100 101, 110.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
110·100 =	50°28′	50°15′
110·$\bar{1}$10 =	79 4	
101·100 =	54 8	54 8
101·$\bar{1}$00 =	71 44	72 5
110·101 =	68 6	68 6

Als die Krystalle mir zur Untersuchung übergeben wurden, waren dieselben, obwohl ursprünglich farblos, durch Zersetzung schon braun gefärbt, was auch der Grund sein mag, warum Messungen an verschiedenen Krystallen oft ziemlich abweichende Werthe gaben. Die Krystalle sind verlängert nach der Axe *b*, von den beiden Flächen {110} ist meist eine bedeutend stärker als die andere entwickelt, Fig. 8.

Die Ebene der optischen Axen ist senkrecht zur Fläche 100, und die erste Mittellinie fällt mit der Axe *b* zusammen; der Charakter dieser Mittellinie ist negativ, somit das Axenschema:

$$\mathfrak{c}\underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{b}.$$

Die Doppelbrechung ist sehr stark, die optischen Axen machen sich nur als dunkle Striche bemerkbar, der scheinbare Winkel derselben ist beiläufig 65°.

Die braun gefärbten Krystalle sind auch trichromatisch und man findet für die Farbe der Krystalle, wenn das Licht parallel einer der drei Elasticitätsaxen schwingt:

$\mathfrak{a}$ farblos,
$\mathfrak{b}$ blaßroth,
$\mathfrak{c}$ dunkelroth

und es ist:

$$\mathfrak{a} < \mathfrak{b} < \mathfrak{c}.$$

6. Schwefelsaures Rubidium $Rb_2S\Theta_4$.

Krystalle von H. Prof. Schrötter.

Nach Bunsen und Kirchhoff ist für diese Krystalle, welche isomorph der analogen Kaliumverbindung [1]) und also rhombisch sind:

$$a : b : c = 1 : 0{\cdot}7490 : 0{\cdot}5665.$$

An den von mir untersuchten Krystallen wurden die Formen

010, 001, 101, 301, 210, 111, 121

beobachtet und zur Orientirung die Winkel

$210 \cdot 2\bar{1}0 =$	$67°19'$	$67°26'$ ber.
$301 \cdot 001 =$	$60\ \ 1$	$59\ \ 22$ „

gemessen.

Die Ebene der optischen Axen ist parallel der Fläche 010, die erste Mittellinie senkrecht zur Fläche 100. Da die Doppelbrechung sehr gering ist, so kann ihr negativer Charakter nur an dickeren Platten ohne Schwierigkeit ermittelt werden. Die Orientirung der optischen Elasticitätsaxen gegen die krystallographischen Axen ist also durch das Schema

$$\mathfrak{c}\mathfrak{b}\underline{\mathfrak{a}}$$

repräsentirt. Der scheinbare Winkel der optischen Axen kann wegen der so geringen Doppelbrechung nur näherungsweise zu 64° bestimmt werden.

7. Schwefelsaures Caesium, $Cs_2S\Theta_4$.

Krystalle von Prof. Redtenbacher.

Wie schon Bunsen und Kirchhoff angegeben, sind diese Krystalle vollkommen isomorph dem schwefelsauren Kalium. Ich beobachtete an denselben die Formen

100, 010, 110, 210, 101, 111,

deren Combinationen, Fig. 12, an einigen Krystallen ganz denselben Habitus hatten, wie die von mir beschriebene Combination des

[1]) Für dieses ist $a : b : c = 1 : 0{\cdot}7464 : 0{\cdot}5727$, $\mathfrak{a}\underset{\cdot}{\mathfrak{c}}\mathfrak{b}$.

isomorphen Thalliumsalzes [1]). Zur Controle der Orientirung wurden folgende Winkel gemessen:

110·010 = 36°30′	36°44′	(ger. für K_2SO_4)
210·010 = 55 55	56 11	„
101·100 = 59 52	60 12	„
111·100 = 65 35	65 34	„

Die Ebene der optischen Axen ist parallel der Fläche 100, die erste Mittellinie senkrecht zu (010). Da der Charakter der geringen Doppelbrechung negativ ist, so wird das Axenschema

$\mathfrak{b}\underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{c}$.

Der scheinbare Winkel der optischen Axen beträgt beiläufig 114°, dabei ist derselbe für Roth kleiner als für Violett, also $\rho < v$.

8. Selensaures Thallium, Th_2SeO_4.

Da die Enden der prismatischen Krystalle nicht gut ausgebildet waren, so konnte an den letzteren nur ein rhombisches Prisma (110) beobachtet werden, dessen scharfe Seitenkanten durch eine breite Fläche (100) gerade abgestumpft sind. Da für diese Flächen

110·100 = 53°45′	53°48′	ber. für $ThSO_4$
110·$\bar{1}$10 = 72 12	72 24	„ „

gefunden wurde, so ist wohl kein Zweifel, daß auch dieses Salz isomorph dem schwefelsauren Kali ist.

Untersucht man die Krystalle auf der Fläche (100) im Polarisationsapparat so erkennt man alsogleich, daß die Ebene der optischen Axen senkrecht zu dieser Fläche und parallel der Längsrichtung der Krystalle ist, ebenso überzeugt man sich leicht von dem negativen Charakter der zur Fläche (100) senkrechten Mittellinie. Die hierdurch bedingte Lage der optischen Elasticitätsaxen wurde in Übereinstimmung mit einer zur anderen Mittellinie d. i. zur Längsrichtung senkrechten Platte gefunden. Die eigentlichen Axenpunkte fallen zwar für beide Mittellinien schon außerhalb des Gesichtsfeldes, doch scheint die Normale der Fläche 100 oder die Axe a erste Mittellinie

[1]) Für letzteres ist $a:b:c$ = 1:0·7819·0·5539, $\mathfrak{b}\mathfrak{o}\mathfrak{c}$. Phil. Mag., 1863.

zu sein. Da die Längsrichtung der kleinsten krystallographischen Axe entspricht, so wird das Axenschema

abc.

9. Salpetersaures Thallium $ThN\Theta_3$.

Aus den genauen Messungen Miller's [1]) ergibt sich, daß diese Verbindung rhombisch ist mit einem Axenverhältniß

$$a : b : c := 1 : 0\cdot65077 : 0\cdot51088,$$

welches aber schon bedeutend von dem des Salpeters (1 : 0·7028 : 0·5843, cab) abweicht. Ich selbst beobachtete die Winkel:

101·100	=	62°59′	62°56′3 ber.
111·100	=	68 9	68 6·5 „
111·101	=	34 49	34 57·5 „
111·1̄11̄	=	110 14	110 5 „
111·111̄	=	93 51	93 44·8 „

Die Krystalle waren durch das Vorherrschen der Fläche (100) dünne Plättchen, welche, wie ihr Verhalten im Polarisationsapparate lehrt, parallel der Ebene der optischen Axen sein müssen. Mit Hilfe einer Quarzplatte erkennt man, daß von den beiden Elasticitätsaxen, welche in diesen Platten liegen, die kleinere mit der kleinsten Krystallaxe zusammenfällt. Die Orientirung der Elasticitätsaxen ist hiernach gegeben durch das Schema

bac.

Wegen der Kleinheit der Krystalle war es nicht möglich, durch die Platte senkrecht zu (100) die Lage der ersten Mittellinie und somit auch den optischen Charakter zu ermitteln. Mit dem vorhergehenden Schema stimmt aber die Beobachtung Miller's, nach welchem bei einem durch die Flächen 100 und 1̄01 gebildeten Prisma der ordentliche Strahl der weniger abgelenkte war; der Brechungsquotient 1·817 desselben entspricht dem kleinsten Hauptbrechungsquotienten (α).

---

[1]) Phil Mag. Feb., 1866.

10. Salpetersaures Rubidium, $RbN\Theta_3$.

Krystallisirt nach den Messungen von Bunsen und Kirchhoff im hexagonalen Systeme; dieselben haben auch die Möglichkeit einer Isomorphie dieser, sowie der entsprechenden Cäsiumverbindung mit Natronsalpeter dargelegt. Die optische Untersuchung dieser Krystalle, welche wirklich einaxig gefunden wurden, gab positiven Charakter ihrer Doppelbrechung. Der optische Charakter des salpetersauren Natrium ist negativ.

11. Salpetersaures Tetramethylammonium $(\Theta_2H_3)_4NN\Theta_3$.

Krystalle aus Prof. Hofmann's Laboratorium.

Die Krystalle sind dünne Platten, welche sich im Polarisationsapparate als vollkommen einaxig erweisen; dieselben eignen sich aber fast gar nicht für die Messung. Man bemerkt nur, daß die Ränder dieser Platten nach den Seiten eines Sechseckes zugeschärft sind unter Winkeln, die zwischen 34°30′—37°30′ und zwischen 44°20′—47°50′ schwanken. Das Krystallsystem dürfte daher wohl das hexagonale sein, wobei die letztere Gattung Winkel an den entsprechenden Winkel

$$100, 010 = 43°38'$$

des salpetersauren Natriums etwas erinnert.

Die Doppelbrechung ist ziemlich beträchtlich, da sehr dünne Plättchen noch mehrere Ringe zeigen. Der optische Charakter ist negativ.

12. Salpetersaures Triäthylamin $(\Theta_2H_5)_3HN,N\Theta_3$.

Krystalle aus Prof. Hofmann's Laboratorium.

Rhombisch, isomorph mit Salpeter:

$$a : b : c = 1 : 0 \cdot 7005 : 0 \cdot 5708.$$

Beobachtete Formen:

100, 101, 110, 210, 111, Fig. 9.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
101·100 =	59°26′	*59°26′
101·1̄01 =	61 8	
110·100 =	54 59	54 55
210·100 =	35 31	*35 31
111·100 =	66 8	
111·101 =	35 17	35 22

Die erste Mittellinie ist parallel der Axe des Prisma 101, durch dessen scharfe Seitenkanten die Ebene der optischen Axen hindurchgeht. Da der Charakter negativ ist, so erhalten wir wie beim Salpeter das Axenschema

c a̲ b.

Wie beim Salpeter ist auch hier der Winkel der optischen Axen sehr klein und ihre Dispersion $\rho < v$, obwohl nicht so beträchtlich wie bei der Kaliverbindung.

13. Salpetersaures Tetramylammonium $(C_5H_{11})_4N,NO_3$.

Krystalle aus Prof. Hofmann's Laboratorium.

Rhombisch:

$$a : b : c = 1 : 0\cdot5310 : 0\cdot4795.$$

Beobachtete Formen:

100, 110, 011.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
110·100 =	62° 2′	
110·1̄10 =	55 56	56° 9′
011·01̄1 =	84 10	84 10
011·110 =	53 42	54 0.

Die Krystalle sind dünne Platten, Fig. 10, da die Fläche 100, welche immer abgerundet ist, vorherrscht. Diese Platten lassen erkennen, daß die Ebene der optischen Axen senkrecht zum Prisma 110 ist, und daß die Normale der Flächen 100 die größte Elasticitätsaxe ist. Wegen der Weichheit der Krystalle, konnte man nur mit dem Messer eine Platte senkrecht zur Axe b herausschneiden.

Dieselbe zeigt aber doch beide optische Axen mit einem scheinbaren Winkel von beiläufig 50°. Der Charakter ist positiv, die zweite Mittellinie parallel *a*, was mit dem früher Gesagten übereinstimmt. Das Axenschema ist somit

$$\mathfrak{a}\underset{+}{\mathfrak{c}}\mathfrak{b}.$$

Über die Dispersion der optischen Axen konnte nichts entschieden werden.

14. Salpetersaures Toluidin $(C_7H_7)H_2N,NO_3$

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Monoklinisch:

$$ac = 98°47'$$
$$a:b:c = 1\cdot0147:1:0\cdot6216.$$

Beobachtete Formen:

100, 001, 101, 110, 120.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
100·001 =	81°13′	*81°13′
101·001 =	28 58	*28 58
101·100 =	52 15	
110·100 =	45 5	*45 5
110·$\bar{1}$10 =	89 50	90 1
110·001 =	83 49	83 31
110·101 =	64 23	
120·100 =	63 30	
120·$\bar{1}$20 =	52 30	
120·110 =	18 40	18 25

Die Krystalle sind verkürzt in der Richtung der Axe *a*, verlängert dagegen nach der Axe *c*, Fig. 11. Sehr gute Theilbarkeit parallel der Fläche {110}.

Der monoklinische Charakter wurde auch durch die optische Untersuchung bestätigt gefunden. Die erste Mittellinie fällt zusammen mit der Symmetrieaxe *b* und ist negativ.

Das um CH_2 niedrigere salpetersaure Anilin wurde schon von Grailich und mir untersucht, für dasselbe ist:

$$a:b:c = 1:0\cdot6265:0\cdot5723,\ \mathfrak{c}\underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{b}.$$

Herr Loschmidt, welcher dies Salz neuerlich einer krystallographischen Bestimmung unterzog, fand:

$$a : b : c = 1 : 0\cdot6253 : 0\cdot5781.$$

Dieses Salz ist also isomorph dem Salpeter; wahrscheinlich gilt dies auch für salpetersaures Ammoniak, für welches ich unter dieser Annahme gefunden habe:

$$a : b : c = 1 : 0\cdot6903 : 0\cdot5877, \ \underline{a}cb.$$

15. Saures weinsaures Ammonium $NH_4,H,C_4H_5O_7$.

Krystalle von Dr. W. Schaup.

Diese Verbindung ist isomorph dem entsprechenden Kaliumsalze [1]) und daher rhombisch; den Messungen De la Provostaie's zu Folge ist:

$$a : b : c = 1 : 0\cdot7086 : 0\cdot6933.$$

Die von mir untersuchten Krystalle waren gebildet von den Formen 100, 110, 101; da sie zur Messung nicht geeignet waren, so wurde die Orientirung durch die der Axe *c* parallele Streifung der Flächen 100, 110 und durch die Theilbarkeit vorgenommen, welche parallel 010 ausgezeichnet, parallel 100 und 110 mittelmäßig ist. An einem Krystalle konnte übrigens der Winkel

$$110\cdot100 = 55^\circ \text{ appr. } (54^\circ 41' \text{ ger.})$$

beobachtet werden.

Die erste Mittellinie ist senkrecht zur Fläche 100 und ihr Charakter ist negativ; da ferner die zweite Mittellinie parallel der angegebenen Streifung ist, so wird das Schema der Orientirung für die optische Elasticitätsaxen ebenfalls wie beim weinsauren Kali

$$\underline{a}bc.$$

Der scheinbare Winkel der optischen Axen beträgt in Öl 85°20′, was auf Luft reducirt beiläufig 173° gibt; dabei ist derselbe für rothes Licht größer als für blaues ($\rho > v$).

---

1) Für Weinstein ist nach Schabus $a:b:c = 1:0\cdot7372:0\cdot7115$.

16. Saures, weinsaures Thallium Th,H,$C_4H_5O_7$.

Rhombisch, isomorph dem Kaliumsalze:

$$a : b : c = 1 : 0\cdot7186 : 0\cdot6911.$$

Beobachtete Formen:

100, 110, 210, 210, 101.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
110·100 =	54°18′	54°18′
210·100 =	34 50	34 46
310·100 =	24 53	25 appr.
110·$\bar{1}$10 =	71 28	
210·$\bar{2}$10 =	110 50	
310·$\bar{3}$10 =	130 44	
101·100 =	55 21	55 21
101·$\bar{1}$01 =	69 18	69 11
101·110 =	70 37	

Die Flächen der Zone [100, 110] sind alle parallel der Axe *c* gestreift, nach welcher Richtung auch die Krystalle verlängert sind, Fig. 14.

Die erste Mittellinie, mit negativem Charakter, ist parallel der krystallographischen Axe *a*, die zweite Mittellinie parallel der Axe *c*; die Orientirung der optischen Elasticitätsaxen ist daher gegeben durch das Schema

$$\underline{a}bc.$$

Der scheinbare Winkel der optischen Axen beträgt in Öl 92°40′, kann also in der Luft wegen Totalreflexion nicht mehr wahrgenommen werden.

17. Saures, weinsaures Rubidium Rb,H,$C_4H_5O_7$.

Krystalle von Dr. H. Müller.

Rhombisch, isomorph der analogen Kaliumverbindung:

$$a : b : c = 1 : 0\cdot7015 : 0\cdot6873.$$

Beobachtete Formen:

100, 110, 310, 101, 111, Fig. 13.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
110·100 =	54°57′	54°57′
110·$\bar{1}$10 =	70 6	
310·100 =	25 25	
310·$\bar{3}$10 =	129 10	
110·310 =	29 32	29 20
101·100 =	55 30	55 30
101·$\bar{1}$01 =	69 0	
111·100 =	63 51	
111·110 =	39 53	40 19
111·101 =	38 55	
111·$\bar{1}$11 =	52 18	
111·1$\bar{1}$1 =	77 50	
111·$\bar{1}\bar{1}$1 =	100 14	99 48.

Die vorherrschenden Flächen 100 sind gestreift parallel der Axe *c*; da die Krystalle äußerst klein waren, so konnte ihre Theilbarkeit nicht untersucht werden.

Auf den Flächen 100 untersucht, zeigen die Krystalle im Polarisationsapparate, daß die Ebene der optischen Axen senkrecht zur krystallographischen Axe *b* ist, ferner daß die Normale von 100 oder die Axe *a* der größten Elasticitätsaxe entspricht. Wahrscheinlich ist dies auch die erste Mittellinie, in welchem Falle wir für das vollständige Axenschema haben

$\underline{a}bc$.

18. Saures, weinsaures Caesium $Cs,H,C_4H_5O_7$.

Krystalle von Dr. H. Müller.

Rhombisch, isomorph dem analogen Kaliumsalze.

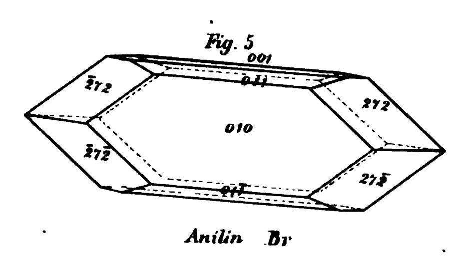
Beobachtete Flächen:

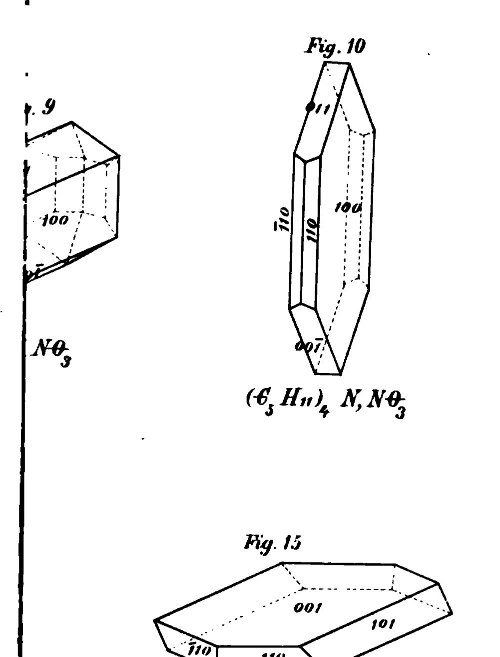
100, 010, 110, 111.

Beobachtete Winkel:

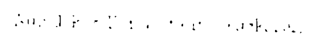
110·100 = 54°40′ 54°57′ (ger. für Rb)
111·110 = 41° appr. 39 53 „ „

Die Krystalle sind ausgezeichnet theilbar nach 010, weniger gut nach 100. Letztere Fläche ist wieder senkrecht zur größten


Fig. 5
001
011
010
272
272
Anilin Br


. 9
100
NO3
Fig. 10
011
100
110
110
001
(C5 H11)4 N, NO3
Fig. 15
001
101
110
110
(C7 H7) H3 N, H, O

67.



Elasticitätsaxe, während die kleinste parallel der krystallographischen Axe *c* ist. Für Platten parallel der Fläche 100, fallen die eigentlichen Axenpunkte schon außerhalb des Gesichtsfeldes des Polarisationsapparates, können aber einzeln schon bei geringer Neigung der Platten gesehen werden. Die Krystalle sind daher jedenfalls negativ und ihr Axenschema

$$\underline{a}bc.$$

19. Saures, oxalsaures Toluidin $C_7H_{10}N,H,C_2O_4$.

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Monoklinisch:

$$ac = 95°21'$$
$$a : b : c = 1 \cdot 2134 : 1 : 1 \cdot 3984.$$

Beobachtete Formen:

001, 110, 101.

Winkel:

	gerechnet	beobachtet
101·001 =	46° 1'	46° 1'
110·$\bar{1}$10 =	79 14	79 14
110·001 =	85 54	85 54
$\bar{1}$10·101 =	60 8	59 55.

Die Krystalle sind dünne, der Fläche 001 parallele Tafeln, dieselben sind verlängert in der Richtung der Axe *b*, Fig. 15.

Zur Lehre von den Contrastfarben und dem Abklingen der Farben.

Von **Alexander Rollett** in Graz.

Über Contrastfarben, welche durch abklingende Farben erzeugt werden, machte ich einige Beobachtungen, während einer Reihe von Untersuchungen über die subjectiven Contrastfarben. Ich sah mich veranlaßt mich mit der Frage zu beschäftigen, welche Wirkung auf eine umschriebene, beschattet gehaltene Netzhautpartie die Erregung der übrigen Netzhaut ausübt.

Es ist dieser Fall, wie bekannt, schon mehrere Male untersucht worden. Die Angaben über die erhaltenen Resultate sind aber etwas abweichend.

Ich muß daher, ehe ich auf die sich daranschließenden Nachbildversuche eingehe, einige Bemerkungen vorausschicken:

Begonnen wurden die betreffenden Versuche von Fechner. In dessen Abhandlungen über subjective Nachbilder und Nebenbilder, die einen so bewunderswerthen Reichthum von Versuchen und Beobachtungen enthalten, heißt es an einer Stelle: [1]) „Verschließt man eine etwas große Öffnung (von 36 Quadratzoll) im Laden des finstern Zimmers mit einer farbigen Glasscheibe und klebt in die Mitte derselben eine schwarze Kartenpapierscheibe (von einigen Quadratzoll Fläche), dick genug um kein Licht durchzulassen, so sieht man anfangs keine deutliche Färbung auf derselben, bald aber mehr oder minder schnell färbt sie sich, indem sie sich zugleich erhellt, sehr entschieden mit derselben Farbe, wie die Glasscheibe, jedoch abermals mit Zurücklassung eines dunkleren Randes, an dem ich inzwischen nicht immer eine complementäre Färbung habe wahrnehmen können. Öfters zeigt sich auch auf der schwarzen Scheibe die Farbe des Glases nach einiger Dauer mit der complementären auf eine unbestimmte Weise melirt“.

---

[1]) Poggendorff's Annalen Bd. L. p. 442.

Dagegen sah Brücke [1]), welcher die auf dem beschatteten Theile der Netzhaut auftretenden Farben, als eine besondere Reihe subjectiver Farbenerscheinungen unter dem Namen der inducirten Farben zusammenfaßte, an der Stelle einer vor die farbigen Gläser gehaltenen undurchsichtigen Scheibe nur vor einem grünen und violetten Glase die gleichnamige Farbe. Vor Roth dagegen erschien Grün. Ein blaues und gelbes Glas ergaben kein bestimmtes Resultat. Von den Beobachtungen Brücke's stimmen also zwei mit dem überein, was Fechner nach einiger Betrachtung in allen seinen Versuchen erhielt. Zwei andere dagegen würden mit dem übereinstimmen, was Fechner in allen Fällen nur zu Anfang der Beobachtung erhielt. Die fünfte weicht ganz ab.

In allen Fällen mehr übereinstimmend mit Fechner spricht sich hingegen Helmholtz [2]) aus, der bei hellem Lichte nach kurzem Fixiren auf der dunklen Scheibe immer die gleiche Farbe erhältt Dasselbe ist bei Aubert [3]) der Fall. Und ich muß für die Gläser, welche ich anwendete, an sehr hellen Versuchstagen, für meine Augen dasselbe behaupten.

Wichtig erscheint es mir noch, besonders hervorzuheben, daß ich, wenn ich die Versuche mit möglichst homogenem Sehfelde begann, die Scheibe im ersten Momente der Beobachtung immer dunkel ohne bestimmte Färbung sah.

Dieser erste Eindruck muß sehr wohl getrennt werden von den weiterhin auftretenden Erscheinungen.

Diese bestehen darin, daß die Scheibe sich anfangs leicht, wie angeflogen mit der Farbe des Glases überzieht, allmälig aber immer heller und stärker gefärbt erscheint. Die gleichnamige Farbe auf dem beschatteten Theile der Netzhaut hat Helmholtz (l. c. pag. 400 u. 401) auf eine Wirkung des im Auge zerstreuten Lichtes zurückgeführt. Er sagt aber ferner, daß außerdem im Bereich des dunklen Bildes die innere Reizung der Nervenmasse, das weißliche Eigenlicht der Netzhaut besteht, welches allein genommen im Contrast zur herrschenden Farbe complementär erscheinen würde, wenn aber viel der inducirenden Farbe gleichnamiges Licht hinzukommt, so wird das

[1]) Denkschriften der kaiserl. Akademie der Wissenschaften Bd. III, p. 95 und Poggendorffs Annal. Bd. LXXXIV, pag. 424 u. d. f.

[2]) Physiolog. Optik in der Encyklopädie der Physik. IX. Band, pag. 396 und 401.

[3]) Physiologie der Netzhaut, Breslau 1865, pag. 385 und 386.

vom Anfange an den überwiegenden Eindruck machen, woher es komme, daß schwarze Scheiben vor farbigen Gläsern bei geringer Helligkeit complementär, bei größerer gleichfarbig erscheinen.

Ich muß hieran die Thatsache schließen, daß ich, wenn ich die Versuche mit meinen Gläsern in der Abenddämmerung anstelle, für die dunkleren früher, für die helleren später, immer und ohne Ausnahme eine Zeit erhalte, wo ich auf der schwarzen Scheibe geraume Zeit die Complementärfarbe des Glases wahrnehme, welche aber bei längerem Fixiren immer schwächer wird und schließlich in eine Nuance der Farbe des Glases umschlägt.

Stelle ich dagegen am hellen Tage die Versuche mit den gefärbten Gläsern an, über welchen dann die schwarze Scheibe, wie oben gesagt im Anfange dunkel und ohne bestimmte Färbung erscheint und bedecke ich alsbald die Augen wieder, so beobachte ich eine schöne Reihe von complementären Contrastfarben in dem Nachbild des Schattenfeldes also auf der nur unter dem Einfluß des Eigenlichtes stehenden Netzhautstelle, während auf der umgebenden Netzhaut, die in Folge des kurzen Reizes auftretenden flüchtigen Nachbilder wechseln, dabei ist natürlich die Farbenzerstreuung im Auge völlig ausgeschlossen.

Fechner [1]) macht bereits über Nachbildversuche, die er mit Hilfe seiner mit Kartenpapier beklebten Gläser anstellte, einige kurze Angaben. Er beschreibt die Phänomene, welche man erhält, wenn man nach längerem Anschauen der schwarzen Scheibe plötzlich das Auge derselben annähert und fährt dann fort: „Schließt man anstatt das Auge zu nähern vielmehr dasselbe, so ist ebenfalls im ersten Momente das Nachbild der Scheibe dunkler als der umgebende Grund und wird später heller; auch nimmt es ebenfalls allmälig öfters durch einen Farbenwandel, die des Glases oder eine ähnliche an. Auch das farbige Glas gibt sein Nachbild, ich habe aber die veränderlichen Phänomene, die hiebei durch das Farbenabklingen öfters entstehen nicht genauer verfolgt.“

Ich finde nun, daß, wenn man sich solche Nachbilder durch kurz dauernde Beleuchtung erzeugt, man auf dem Schattenfelde constante und in derselben Weise wiederkehrende schöne Contrastfarben beobachten kann, die complementär zu den Nachbildern des Glases sind, und die durch den raschen Wechsel, mit welchen sie aufeinander folgen und

---

[1]) l. c. pag. 443.

durch ihre Correspondenz mit den abklingenden Farben ein besonderes Interesse in Anspruch nehmen.

Meine Gläser paßte ich über einen 441 Quadratcentim. großen Ausschnitt des Fensterladens. Die undurchsichtige Scheibe auf jedem Glase war kreisförmig mit 3 Centim. Diameter.

Es waren ein gesättigt gefärbtes Kupferoxydulglas, ein eben solches mit Kupferoxyd grün gefärbtes Glas, ein Kobaltglas, ein hellgelbes Glas, ferner eine Tafel aus möglichst weißem, durchsichtigem und eine aus matt geschliffenem weißem Glase. Ich stellte mich in einiger Entfernung vor diese Tafeln, denen ein gleichmäßig hell beleuchteter weißer Schirm oder was häufig der Fall war, eine reine Schneefläche gegenüberlag. Die Augen blieben mit den Händen so lange bedeckt bis das Sehfeld homogen geworden war, dann entfernte ich die bedeckenden Hände und brachte sie schnell wieder über die Augen zurück. Die Zeit, welche vom Abdecken der Augen bis zum Wiederbedecken verstrich, betrug stets etwa zwei Secunden. Ich hatte mich nach den Schlägen eines Pendels an einen gewissen Rhythmus des Zählens gewöhnt. Mit 0 begann die Entfernung der Hände von den Augen, dann wurde 1 gezählt und auf 2 waren die Augen wieder zugedeckt.

Alle Versuche sind, wo nichts anderes bemerkt wird, an sehr hellen Tagen in den Stunden nach 9 Uhr Morgens bis 2 Uhr Nachmittags angestellt. Die primäre Erscheinung sah ich dabei, wenn die farbigen Tafeln angewendet wurden in ihrem ersten Stadium, oder aber es war mit Mühe ein Anflug der Farbe des Glases auf der dunklen Scheibe zu sehen.

Ich werde die Erscheinungen im Nachbild des Glases unter I., die im Nachbild der dunklen Scheibe unter II. zusammenstellen und zwar die einander entsprechenden Phasen beider gegenüber.

1. Versuch mit der durchsichtigen weißen Glastafel:

I.	II.
Grünlichblau und Blau,	Rostbraun,
Violett welches zum Purpur neigt,	Gelblichgrün,
violettes Rosa,	Lichtgelbgrün,
blasses Fleischroth,	matt bläulichweiß,
mattes Gelb,	schwach Violett,
Olivengrün.	weißliches Violett.

Ad I. An den rasch schwindenden primären Eindruck schließt sich unmittelbar nach dem Bedecken des Auges ein nicht immer, aber häufig grünlichblau beginnendes lebhaftes Blau an, welches rasch durch ein zum Purpur neigendes Violett in die schönste und am längsten währende Phase des Rosa übergeht, die allmälig durch ein blasses Fleischroth ausklingt, das in unbestimmter Weise in ein mattes Gelb umschlägt, auf welches sogleich ein negatives olivengrünes Nachbild folgt, welches an seiner äußeren Grenze hell umrandet ist und die Reihe der Erscheinungen schließt.

Ad II. Während der beschriebenen Phasen ist das Nachbild der dunklen Scheibe meist scharf gezeichnet vorhanden und es wechseln daselbst die früher angeführten Phasen. Zuerst erscheint ein röthliches oder gelbliches Braun, welches sich besonders gesättigt ausnimmt und etwa den Farben des Eisenoxydes oder Eisenoxydhydrates zu vergleichen ist. Es hängt davon ab ob in der ersten Phase des umgebenden Nachbildes das grünlich Blau hervortritt oder nicht, ob man beide oder nur die letztere dieser Contrastfarben wahrnimmt, dann folgt ein anfangs ebenfalls gesättigt aussehendes Gelblichgrün, welches in ein helleres Gelbgrün übergeht, das immer weißlicher wird und für einen Moment in bläulich Weiß umschlägt, wobei es sofort merklich an Schärfe der Begrenzung verliert, so daß das folgende schwache Violett auch äußerst schwach gezeichnet erscheint, bis im negativen Bilde wieder ein scharf gezeichnetes weißliches Violett die Erscheinung schließt[1]).

Bei Anwendung des matten weißen Glases sind die Erscheinungen nicht wesentlich anders.

2. Versuch mit dem rothen Glase:

I.	II.
Dunkles Roth zum Purpur,	Grün.
mattes Rosa,	weißlich Grün,
weißlich Blaugrün.	weißlich Roth.

Ad I. Die erste der verzeichneten Phasen fällt unmittelbar mit dem Schluß der Augen zusammen und geht äußerst rasch durch die eben so schnell schwindende zweite, die nur bei großer Aufmerksamkeit vom Beobachter bemerkt wird in die dritte über, die am deut-

[1]) Vergl. auch Fechner l. c. pag. 461 und 462.

lichsten ist und von einem negativen Nachbild gefolgt ist, an welchem aber keine Farben mehr zu unterscheiden sind.

Ad II. Das Grün, welches zuerst auftritt, erscheint aber ebenfalls nur für einen Moment dunkel und besonders gesättigt, es wird rasch weißlich um schließlich in das weißliche Roth der letzten Phase überzugehen, welche auch hier die längste ist.

3. Versuch mit dem grünen Glase:

I.	II.
Grün,	Dunkel Grauroth,
dunkles Rosa.	weißliches Grün.

Ad I. Im Moment des Augenschlusses sieht man ein grünes Bild vom Rande her erlöschen und eben so gefolgt von der zweiten Phase, die matter wird und verlöscht. Das folgende negative Bild ist ein gleichmäßig dunkles Quadrat mit matt leuchtenden Rändern ohne bestimmte Farbe.

Ad II. Das dunkle Grauroth ist nur im allerersten Moment zu bemerken und wird von einem grünlichen Nebel verschlungen, mit welchem das verlöschende Grün in der Mitte des Sehfeldes zusammenfließt, erst in der folgenden Phase tritt das Contrastfeld wieder scharf gezeichnet hervor.

4. Versuch mit dem blauen Glase:

I.	II.
Violett, welches zum Purpur neigt,	Gesättigtes Gelbgrün,
violettes Rosa,	lichtes Gelbgrün,
schmutziges Fleischroth,	matt bläulich Weiß,
dunkles Gelb,	matt Violett,
grünlich Braun.	Violett.

Ad I. Die erste Phase entwickelt sich, nachdem unmittelbar nach Schluß der Augen ein unbestimmtes Dunkel vorherging zu großer Lebhaftigkeit und geht durch Rosa, welches zu mattem Fleischroth verblaßt, in Gelb über, welches rasch in das grünlichbraune negative Bild umschlägt. Das letztere macht einen gesättigten Eindruck.

Ad II. Hier ist wie beim Versuch mit dem weißen Glase das matte bläulich Weiß nur auf einen Moment bei großer Aufmerksamkeit zu sehen und das darauffolgende schwache Violett nur schlecht begrenzt, erst im letzten Theile der Erscheinung, zeigt sich ein deutlich violettes gut gezeichnetes Nachbild der Scheibe wieder, welches heller ist als das umgebende Nachbild des Glases.

5. Mit dem blauen Glase habe ich mich auch überzeugt, wie sehr es auf die Stärke der Beleuchtung bei den obigen Versuchen ankommt. Wenn ich in der Abenddämmerung damit ganz denselben Versuch wie oben anstellte, sah ich, wie oft ich den Versuch auch wiederholte, immer ganz andere Erscheinungen als am hellen Tage

I.	II.
Gelb,	Weißlich Blau.
matt weißliche Töne, unter diesen ein undeutliches schmutziges Roth.	

Ad I. Das Gelb [1] tritt hier unmittelbar beim Schluß der Augen sehr deutlich aber rasch vorübergehend auf und verblaßt durch matte Lichter, aus denen öfters ein schmutziges Roth hervorschießt.

Ad II. Es ist nur das Blau der ersten Phase deutlich.

6. Versuch mit dem gelben Glase:

I.	II.
Blaß gelblich grün,	Dunkles Violett,
röthlich Violett,	Gelbgrün,
Matt Violett.	blasses grünlich Gelb.

Ad I. Beim Schließen der Augen entwickelt sich aus dem Gelb rasch vorübergehend das blasse Gelbgrün und diesem folgt mit unbestimmten Übergängen allmälig immer deutlicher hervortretend das röthliche Violett, welches verblaßt und einem negativen unbestimmt dunklen Nachbild des Glases weicht, das von einem farblosen Nebel begrenzt ist.

Ad II. Das dunkle Violett geht entsprechend der erzeugenden Phase rasch vorüber, während das Grüngelb besonders schön und anhaltender ist.

Ich habe noch zu bemerken, daß ich bei Anstellung meiner Versuche die oben angeführten Regeln ganz genau einhalten muß, insbesondere müssen sie mit ganz ausgeruhten Augen, also in langen Intervallen zwischen den einzelnen Versuchen angestellt werden, dann

---

[1]) Es ist dies der einzige Fall, wo ich das von anderen Autoren beschriebene und an den primären Eindruck sich unmittelbar anschließende positiv-complementär gefärbte Nachbild beobachtet habe. (Siehe auch Helmholtz l. c. pag. 377.) Mit Rücksicht auf die Bedingungen unseres Versuches scheint mir dieser Gegenstand weiterer Untersuchungen werth.

komme ich aber, wie oft ich jetzt jene Versuche auch wiederholen mag immer wieder zu denselben Aufzeichnungen.

Was die Coincidenz der unter I. und II. verzeichneten Eindrücke betrifft, so ist zu bemerken, daß der zeitliche Verlauf der ganzen Erscheinung, die wechselnde Dauer der einzelnen Phasen, und das Maximum der gemeinschaftlichen Zeit, den entschiedenen Eindruck der Correspondenz der einander gegenübergestellten Phasen hervorbringen. Da aber die einzelnen Phasen nicht eine nach der andern plötzlich hervorspringen, sondern je mehr man seine Aufmerksamkeit anspornt, um so mehr allmälige Übergänge bemerkt werden, so ist es natürlich schwer auch über die Coincidenz des Anfanges und Endes zweier Phasen, die man zur Zeit ihrer Höhe leicht als correspondirende auffaßt, ein sicheres Urtheil zu gewinnen. So hatte ich denn auch manchmal den Eindruck, als ob die einer Phase von I. entsprechende Contrastphase von II. sich für einen Moment in den Beginn der nächsten auf I. deutlich unterschiedenen Phase hinein verlängerte. Das kam aber nur manchmal vor und zwar häufiger als der noch merkwürdigere Fall, wo ich trotz aller Aufmerksamkeit den bestimmten Eindruck hatte, als ob eine mit einer Phase I. der längsten Dauer nach zusammenfallende complementäre Phase von II. um etwas früher gesehen worden wäre als jene. Man steht eben hier an der Grenze dessen, was man bei noch so hoch gespannter Aufmerksamkeit in der Unterscheidung der wechselnden Eindrücke leisten kann und hat gerade, wenn man auf die zuletzt berührten Vorgänge besonders zu achten sich vornimmt, das Gefühl, als ob man die höchst gespannte Aufmerksamkeit ungetheilt entweder den wechselnden Erscheinungen I. oder aber den Wechsel-Erscheinungen II. allein zuwenden müßte.

Die Eisverhältnisse der Donau in den beiden Jahren 186⁰/₁ und 186¹/₂.

Geschildert

von dem c. M. **Karl Fritsch,**

Vice-Director an der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 7. Februar 1867.)

Vorwort.

Meine gegenwärtige Arbeit über die Eisverhältnisse der Donau in den beiden Wintern $186^0/_1$ und $186^1/_2$ ist als ein Nachtrag zu der größeren Arbeit anzusehen, welche im XXIII. Bande der Denkschriften erschienen ist.

Für den ersten der genannten beiden Winter enthält sie blos die Ergebnisse der Aufzeichnungen an den ungarischen Stationen, welche zu spät einlangten, als daß sie bei meiner früheren Arbeit hätten berücksichtigt werden können.

Die Beobachtungen des Jahres $186^1/_2$ habe ich aber absichtlich zurückbehalten, weil sie mir eine eingehendere Discussion zu verdienen schienen, als dies in der früheren, zehn Jahrgänge umfassenden Arbeit, möglich gewesen wäre.

Dieser Winter zeichnete sich nämlich durch eine Regen- und Thaufluth aus, wie sie nur höchst selten beobachtet wird.

Einen Theil des bearbeiteten Materiales verdanke ich dem Wohlwollen des Herrn Hofrathes W. Ritter v. Haidinger, einen anderen der freundlichen Gewogenheit des Herrn Directors Dr. Karl Jelinek; es sei mir erlaubt, beiden hochverehrten Herren hiemit meinen innigsten Dank auszusprechen.

Meiner Darstellung liegen durchgehends nur die grafischen Darstellungen und Profilaufnahmen zu Grunde, welche von dem früheren h. k. k. Staatsministerium und der früheren h. k. ungarischen Hofkanzlei an die hohe k. Akademie der Wissenschaften gelangten und von dieser früher Herrn Hofrathe W. Ritter v. Haidinger und durch seine wohlwollende Vermittlung mir, später aber der k. k.

Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus zur Benützung übergeben wurden, welche mir von Herrn Director Dr. Karl Jelinek freundlichst gestattet worden ist.

Aus den Eingaben sind mir nicht durchgehends jene Herren Baubeamten mit Sicherheit bekannt geworden, welchen die Aufnahmen an den einzelnen Stationen zu danken sind, ich wollte weitwendige Erhebungen in dieser Richtung vermeiden und muß mich daher auch begnügen, ihnen im Allgemeinen meine dankende Anerkennung auszusprechen. Ohnehin sind die Namen derselben aus meiner früheren Arbeit mit wenigen Ausnahmen als bekannt anzunehmen.

Winter 1860/1.

Für diesen Jahrgang, der sich durch einen kurzen aber sehr strengen Winter auszeichnet, sind die Eisverhältnisse der Donau an den ober- und nieder-österreichischen Stationen bereits geschildert worden [1]. Es erübrigt nur noch ein Nachtrag für die ungarischen Stationen, von welchen die Aufzeichnungen erst später einlangten.

Gran.

Das erste Treibeis wurde hier am 19. December beobachtet, die Menge desselben nahm unter Schwankungen zu bis 3.—4. Jänner (0·8) sodann bis 10.—12. Jänner wieder rasch ab, dennoch stellte sich der Stoß in der ganzen Strombreite schon am 15., ohne daß eine wiederholte erhebliche Vermehrung des Treibeises vorausgegangen wäre.

Die geschlossene Eisdecke erhielt sich bis am 31. Jänner. In den Nachmittagsstunden kam das Eis in Bewegung, stellte sich aber schon am Abend desselben Tages wieder fest. Aber schon am 3. Februar wiederholte sich der Eisgang und es blieb nur eine kleine treibende Eismenge (0·1) übrig, welche sich bis 11. erhielt. Am 4., 8. und 9. passirten Eisgänge aus höher gelegenen Stationen.

Die größte Dicke des Eises wurde so ziemlich in der Mitte der Periode mit geschlossener Eisdecke, nämlich vom 21.—25. Jänner beobachtet, und betrug 8″, die letzten Eisschollen, am 11. Februar, waren noch 6″ dick.

[1] Denkschriften. XXIII. Band.

Die Schwankungen des Wasserstandes, während der Strom noch Treibeis führte, sind bemerkenswerth. Vom 14.—28. December war die Änderung — 4′ 0″ (Fallen), vom 28.—30. wieder + 2′ 0″ (Steigen), vom 30. December bis 5. Jänner wieder — 2′ 0″, nun trat bis zum Tage der Stellung des Stoßes durch Stauwasser ein rasches Steigen um 8′ 0′ ein.

Dieser hohe Stand änderte bis 22. wieder um —1′ 10″, steigerte sich aber bis 3. Februar, dem Tage des gänzlichen Eisabganges, wieder um + 6′ 0″. Bis zu dem Tage, an welchem der Eisgang aufhörte, am 11. Februar war die Änderung wieder — 6′ 8″. Die größte Änderung war + 12′ 2″ und ist dem Stauwasser durch die Eisstellung zuzuschreiben.

Das erste Treibeis stellte sich ein bei — 3°5, die Stellung des Stoßes erfolgte bei — 5°6, die Bewegung am 31. Jänner bei + 1°6, jedoch waren an den früheren Tagen höhere Temperaturen, bis + 5°6, vorausgegangen; der Abgang am 3. Februar erfolgte bei + 2°7, die gänzliche Auflösung des Treibeises nach vorhergegangener Steigerung der Temperatur bis zu + 9°1.

Pest-Ofen.

Hier begann das Treibeis einen Tag später als an der vorigen Station, nämlich am 20., es nahm rasch zu bis 25. December, sodann wieder ab bis 29., worauf abermals eine rasche Zunahme erfolgte, die mit der Stellung des Stoßes am 5. Jänner endete, welche demnach beträchtlich früher als an der vorigen Station erfolgte.

Die geschlossene Eisdecke erhielt sich bis 31. Jänner und fing am 1. Februar abzugehen an. Am 11. d. M. war der Eisgang beendet, sowie zu Gran. Am 4. wurde ein größerer Andrang von Eismassen beobachtet.

Die Dicke des Eises bei der ersten Treibeisbildung nur 1/4″, wuchs bis 17. Jänner auf 11″, wobei es bis zum Eisabgange blieb.

Der Wasserstand nahm, unter Schwankungen, während der Treibeisperiode um 2′ 2″ ab, erhob sich aber, während der Stoß stand, binnen wenigen Tagen bis um 4′ 10″ wieder und unter ziemlichen Schwankungen bis zum Tage des Eisabganges noch um 4′ 6″. Der höchste Stand wurde beim Eisgange am 2. Februar beobachtet

und war um 11' 8" höher, als am 29. December und 3. Jänner, an welchen Tagen der tiefste Stand während der Eisperiode beobachtet worden ist.

Der Eistrieb begann bei — 3°, die Stellung der Stoßes erfolgte bei — 12°, nachdem auch an den drei vorhergehenden Tagen Temperaturen von — 12 bis — 14° beobachtet worden sind. Beim Eisaufbruche hatte sich die Temperatur noch nicht über den Gefrierpunkt erhoben, war jedoch einige Tage früher bereits bis auf + 8° gestiegen, dies war auch der Fall beim Eisgange, insbesondere wurde der massenhafte Eisgang am 4. Februar durch eine so hohe Temperatur veranlaßt.

Adony.

Die Dauer der Eisperiode vom Entstehen des ersten Treibeises bis zu den letzten Eisschollen beim Eisgange ist hier genau dieselbe wie an der vorigen Station. Die Stellung des Stoßes erfolgte aber um einen Tag früher. Größer sind die Abweichungen beim Eisabgange. Der am 3. Februar eintretende Eisgang dauerte nur noch den folgenden Tag, am 5. stand der Stoß wieder und ging erst am 8. völlig ab. Dennoch fand übereinstimmend mit Pest der letzte Eistrieb schon am 11. Februar Statt. Aus dem beiliegenden Situationsplane ist zu entnehmen, daß die wiederholte Stellung des Stoßes am 5. Februar nach bereits erfolgtem Aufbruche, durch die Insel Sziget veranlaßt wurde, welche oberhalb Adony den Strom in zwei Arme spaltet. An dieser Stelle stellte sich auch der Stoß, während der Strom von hier ab eisfrei blieb.

Die Dicke des Eises ist am größten angegeben am 12. Februar, nämlich mit 12", nachdem aus dem Oberlaufe des Stromes ankommende Eismassen sich stellten und zum zweitenmale eine geschlossene Eisdecke bildeten.

Die Aufzeichnungen über Wasserstand und Lufttemperatur fehlen.

Szegszárd.

Auch hier begann die Bildung des Treibeises am 20. December die Menge desselben nahm jedoch rascher zu als an den vorigen Stationen, so daß vom 22. an bis zum 3. Jänner, an welchem Tage der Stoß sich in der ganzen Strombreite stellte, die Donau auch schon in dieser Ausdehnung mit Treibeis bedeckt war, wobei jedoch

zu bemerken ist, daß vom 21.—28. December, dann am 1. und 2. Jänner beide Ufer mit Tafeleis eingesäumt waren, welches bei seiner größten Ausdehnung nur 0·4 der Strombreite frei ließ. Jedoch führte der Strom auch in den letzten drei Decembertagen in seiner ganzen Breite Treibeis, obgleich das Randeis abgegangen war.

Der Abgang des Stoßes erfolgte am 8. Februar wie an der vorigen Station, das Treiben der Eisschollen dauerte bis 12.

Zur Zeit der Eisstellung war die Dicke des Eises 4'5 und nahm bis kurz vor dem Eisabgange auf 15″ zu. Während der Treibeisperiode nahm der Wasserstand um 3′ 9″ ab, erhob sich aber bei der Eisstellung rasch wieder um 6′ 6″, dann langsamer noch um 0′ 7″. Bis 24. Jänner hatte der Stand unter Schwankungen wieder um 2′ 7″ abgenommen. Von nun an begann ein anhaltendes Steigen, um 9′ 7″, bis zum Tage des Eisabganges. Der höchste Stand wurde am 9. Februar beobachtet, welcher den tiefsten während der Eisperiode, Ende December, um 15′ 0″ überragte. Am 14. war das Wasser wieder um 7′ 8″ gefallen.

Die geringe Stromgeschwindigkeit, von 1 bis 2′ erklärt die rasche Bildung von Tafeleis. Beim Eisabgange stieg jene auf 5'1.

Die Temperaturangaben sind zu lückenhaft.

Mohács.

Die Treibeisbildung begann hier einen Tag später als an der vorigen Station und dennoch erfolgte die Eisstellung um einen Tag früher, der Eisabgang sogar um drei Tage. Der Eistrieb hörte einen Tag später auf als bei Szegszárd, nämlich am 13. Februar.

Nach dem Abgange der geschlossenen Eisdecke nahm die treibende Eismenge rasch ab, am 8. Februar jedoch erfolgte ein zweiter Eisgang.

Die Eisdicke wuchs von 0'5, zur Zeit des ersten Treibeises, bis 12', beobachtet am 21. Jänner, spätere Angaben fehlen.

Auch hier wurde in der Treibeisperiode, welche der Eisstellung voranging, eine beträchtliche Abnahme des Wasserstandes, um 4′ 4″, beobachtet und hatte die Stellung des Stoßes eine rasche Erhöhung um 2′ 8″ zur Folge, welche sich bis nahe um die Zeit der größten Eisdicke langsam bis 5′ 4″ steigerte.

Hierauf nahm der Stand um 1′ 7″ ab, steigerte sich aber bis zum Eisabgange um 5′ 11″ und erhob sich nach einem unbeträchtlichen

Fallen, um 1′ 4″, welches mit der rasch sich vermindernden Menge der Eisschollen im Zusammenhange steht, nach dem zweiten Eisgange wieder um 2′ 9″ bis zum Maximum, beobachtet am 10. Februar und um 11′ 7″ höher als das Minimum vor der Eisstellung.

Die Treibeisbildung begann bei einer Temperatur von — 6°3, die Eisstellung erfolgte bei —9°4. Steigen und Fallen des Wasserstandes während der geschlossenen Eisdecke waren durch die dargestellten Temperaturschwankungen bedingt, indem diese den Unterschub der Eisdecke (Dust) bald vermehrten, bald wieder verminderten und so auf das Stauwasser Einfluß nahmen.

Der Eisabgang erfolgte bei + 4°0, der zweite Eisgang in Folge einer Temperatur von + 8°0.

Übersicht 186⁰/₁.

(Blos ungarische Stationen.)

Die Treibeisbildung begann in Gran um einen Tag früher als in Pest und hier wieder einen Tag früher als in Mohács, also an den oberen Stationen früher als an den unteren.

In entgegengesetzter Ordnung erfolgte die Eisstellung, in Pest am 5., in Mohács am 2. Jänner. Grösser ist die Abweichung in Gran, wo sich der Stoß erst am 15. stellte. Wahrscheinlich spielt hiebei die Stromgeschwindigkeit eine große Rolle, die Beobachtungen hierüber sind jedoch zu lückenhaft.

Der Eisabgang erfolgte im Allgemeinen an den obern Stationen früher als an den untern, so in Gran schon am 31. Jänner, in Pest am 1. Februar, dagegen in Adony am 3., Mohács am 5., in dem zwischenliegenden Szegszárd jedoch erst am 8. Februar. In Gran und Adony stellte sich der Stoß bald wieder und ging dort erst am 3. hier am 8. ab.

Der Eisgang hörte an den obern Stationen (Gran, Pest) um 1—2 Tage früher auf, als an den untern (Mohács, Szegszárd).

Mit den Zeiten der Eisstellung und des Eisabganges im Einklange steht auch die größte Eisdicke, welche an den obern Stationen 8 bis 11, an den untern 12—15″ erreichte.

Die Wasserstandsverhältnisse sind aus folgender kleiner Tabelle zu ersehen.

	Min. in der Treibeisperiode		Max. der Staufluth		Max. der Thaufluth	Größte Differenz
Gran	+ 3′ 4″	I	+ 11′ 4″		+ 12′ 6″	12′ 2″
		II	+ 15 6			
Pest-Ofen	+ 4 2	I	+ 9 0		+ 15 10	11 8
		II	+ 11 4			
Adony	—		—		—	—
Szegszárd	—		—		—	—
Mohács	— 3 0	I	+ 2 4		+ 8 7	11 7
		II	+ 6 11			

Das erste Maximum der Staufluth ist hier jenes, welches sich bald nach der Stellung des Stoßes einstellte, das zweite wurde vor dem Wiederaufbrechen des Eises beobachtet. Während somit die Stellung des Stoßes viel Stauwasser erzeugt, ist dieses wieder die Ursache des Eisabganges, nachdem es durch Thauwasser vermehrt worden ist.

Die Thaufluth, obgleich eine ziemlich hohe, schwellte dennoch den Wasserstand nur um einige wenige Fuß über die Staufluth, ja in Gran war letztere sogar höher als erstere. Die Abnahme der Differenzen der Extreme des Wasserstandes an den unteren Stationen steht wahrscheinlich im Einklange mit der Erweiterung des Strombettes.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von —2°0 bis —6°3; zur Stellung des Stoßes waren —5°6 bis —14°0 erforderlich, der Aufbruch des Eises erfolgte bei Temperaturen von —1°6 bis +4°0, wird daher nur theilweise durch Schneethauen veranlaßt, sondern vorzugsweise durch die Auflösung des Unterschubes der Eisdecke. Der Eisgang hörte auf bei Temperaturen von +4·0 bis +8°7.

Die Formularien für die graphischen Darstellungen, welchen die vorstehenden Ergebnisse entnommen wurden, sind zwar für alle Stationen gleich, aber bald mehr, bald weniger vollständig ausgefüllt. Die erwähnten Formularien enthalten von Tag zu Tag:

1. Die Phasen der Beeisung (graphisch = g).
2. Die Eisdicke (tabellarisch = t).
3. Den Wasserstand (g. und t.).
4. Die Stromgeschwindigkeit (t.)
5. Die Lufttemperatur (g. und t.).
6. Den Luftdruck in derselben Weise (g. und t.).

7. Die Bezeichnung (Schnee, Regen, Nebel) aber nicht die Messung des Niederschlages.

8. Den Bewölkungsgrad (t.), und

9. Die Richtung und Stärke des Windes (t.).

Von den meteorologischen Daten 5—9 liegen je nach den Orten Beobachtungen von 1—3 und noch überdies nicht gleichen Stunden vor. 3, 5 und 6 sind zugleich tabellarisch und graphisch dargestellt. Die Betrachtung des Einflusses von 7 wäre wichtig, wenn die Messungen nicht fehlen würden. Der Einfluß der übrigen Elemente mit Ausnahme von 5, welcher in Betrachtung gezogen wurde, ist blos ein secundärer.

Winter 186¹/₂.

Von diesem Jahrgange angefangen, liegen die Beobachtungen sowohl von den österreichischen (Österreich ob und unter der Enns) als ungarischen Stationen vor und werden nun die Ergebnisse dieser Beobachtungen in der Reihenfolge der einzelnen Stationen wie sie sich ergibt, wenn man mit den Stationen im Oberlaufe des Stromes beginnt, dargestellt.

Aschach.

Hier stellte sich das erste Treibeis schon am 7. December ein, verschwand aber schon wieder am folgenden Tage. Dauerhafter war jenes, welche sich am 23. December bildete und bis 9. Jänner erhielt und dessen Menge ein kleineres Maximum von 25.—26. December, ein grösseres von 7.—8. Jänner aufzuweisen hatte.

Zur Stellung des Stoßes kam es nicht, weil wahrscheinlich eine Eisbrücke im Oberlaufe den Zuzug einer hinreichenden Treibeismenge verhinderte, wie daraus zu schließen ist, daß am 11. und 12. Jänner ein gedrängter Eisgang auf der ganzen Strombreite stattfand.

Am 17. Jänner stellte sich zum dritten Male Treibeis ein, welches bis am 20. zunahm und am 25. wieder aufgelöst war. Zum vierten und letzten Male wurde Treibeis von 9.—13. Februar beobachtet mit dem Maximum am 11.

Die Dicke des Eises zur Zeit der ersten Treibeisbildung ist mit 0'5 bis 1'0 angegeben, die größte in den vier verschiedenen Perioden mit 1'0, 6'0, 7'0 und 4'0. Diese Angaben scheinen für Standeis zu gelten.

Für den Wasserstand liegen nur relative Angaben vor. Im Allgemeinen zog eine Vermehrung des Treibeises, welches sich zweimal bei tiefen und eben so oft bei hohem Wasserstande einstellte, eine Verminderung des Treibeises nach sich, vorzüglich im letzteren Falle. Die Differenzen der Extreme in den einzelnen Perioden sind:

0′ 2″ (dauerte nur zwei Tage), 1′ 4″, 5′ 0″, 5′ 0″, d. h. um soviel waren der höchste und tiefste Stand während der Treibeis-Periode verschieden.

Zwei Thaufluthen sind verzeichnet, von welchen die erste (bei Eisgang) vom 10.—13. Jänner um 9′ 0″, die zweite vom 30. Jänner bis 2. Februar (ohne Eisgang) um 17′ 4″ oder, wenn man von dem Minimum am 23. Jänner ausgeht, sogar um 18′ 10″ den Strom schwellte.

Die Eisgeschwindigkeit ist nur einige wenige Male verzeichnet, sie beträgt zur Zeit der Maxima des Treibeises noch 3′ 8″ bis 5′ 5″. Ob eine Abnahme derselben seit der ersten Treibeisbildung stattfand, läßt sich nicht ermitteln.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von —5°5 bis —11° und hörte schon auf bei —1° bis —2°. Den Maximis der treibenden Eismenge gingen —7° bis —15° voraus oder begleiteten dieselbe. Der Eisgang vom 11.—12. Jänner fand bei +2 und +3° statt.

Linz.

Von den vier Treibeis-Perioden an der vorigen Station sind hier nur die bedeutenderen, nämlich die 3. und 4. dargestellt und da Eismengen unter 0·1 nicht angegeben werden. Man kann wohl annehmen, daß beide Perioden an beiden Stationen gleichzeitig begannen, und nicht an dieser um einen Tag später, wie sich aus der graphischen Darstellung ergeben würde.

Auffallend sind in Linz die plötzlichen Steigerungen der Treibeismenge am 5., 9., 19. und 24. Jänner ohne entsprechende Änderung der Lufttemperatur. Der Eisdurchgang, wenn auch auf der ganzzen Strombreite stattfindend, blieb auf den 13. Jänner beschränkt und fand 1—2 Tage später statt, als an der vorigen Station. In der einen Periode hörte der Eistrieb um 2 Tage hier später auf, in der andern gleichzeitig wie an der vorigen Station.

Die wenigen Angaben der Eisdicke schwanken zwischen 4—8″. Auch der Eisgang führte 8″ dicke Schollen. Die Angaben über die

Eisgeschwindigkeit haben zu Grenzen 3′ 0′ — 3′ 6″. Beim Eisgange am 13. Jänner wurde die Geschwindigkeit, wohl nur in Folge des hohen Wasserstandes, zu 7′ bestimmt.

Bemerkenswerth von den Angaben über den Wasserstand sind das schnelle Steigen vom 11.—13. Februar um 6′ 5″, welches dem Eisdurchgange vorausging und vom 30. Jänner bis 3.—4. Februar um 15′ 0″ oder um 16′ 2″ über den Stand am 22. Jänner.

Die Treibeisbildung begann in einem Falle bei —5°5., in dem andern bei —7° und hörte auf bei 0° und —2°. Bei dem Eisgange am 13. Jänner war die Temperatur nicht über den Gefrierpunct gestiegen.

Mauthausen.

Mit Ausnahme der ersten [1]), wurden hier alle Treibeis-Perioden beobachtet, wie in Aschach; nur war die zweite getheilt, indem vom 5.—6. Jänner das Treibeis verschwand, während dort noch ein Minimum von 0·1 beobachtet wurde.

In Bezug auf die Dauer der Perioden zeigen sich nur geringe Differenzen, indem die 3. im März einen Tag später begann und die 2. einen Tag später aufhörte.

Die Maxima des Treibeises, nie über 0·5, fallen so ziemlich in die Mitte der Perioden.

Die Eisdicke ist bei Beginn der Perioden mit 3″, bei den Maximis ebenfalls übereinstimmend mit 9″ angegeben, beim Aufhören der Perioden mit 3—8″.

Die Abnahme des Wasserstandes während der Vermehrung des Treibeises ist in allen Perioden deutlich ausgesprochen, mehr in der 3. und 4. Periode, wo die Eisbildung bei hohem Wasserstande begann.

Zwei bedeutende Regen- oder Thaufluthen wurden auch hier beobachtet, aber beide ohne Eisgang. Vom 10.—13. Jänner betrug die Zunahme des Wasserstandes 11′ 0″ und vom 30. Jänner bis 3. Februar 19′ 8″, über den Stand am 28. Jänner betrug diese Erhöhung sogar 21′ 4″.

Die Eisgeschwindigkeit wird nur im Allgemeinen mit 2—5′ angegeben.

---

[1]) Die treibende Eismenge überstieg nicht 0·1, bei welcher Phase die Beobachtungen gewöhnlich beginnen.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von —4°5 bis —9°0, bei den Maximis war dieselbe —4°5 bis —10°5 und hörte in zwei Fällen bei 0° auf.

Grein.

(Man sehe die beigeschlossene graphische Darstellung.)

An dieser Station sind 4 Treibeis-Perioden verzeichnet, vom 24. December bis 4. Jänner, vom 6. bis 10., dann wieder vom 18. bis 25. Jänner und vom 10. bis 13. Februar. Sie stimmen überein bis zu Unterschieden von höchstens einem Tag mit jenen an der vorigen Station. Die Maxima der Treibeismenge sind aber bedeutend grösser, was mit der Verengerung des Strombettes im Zusammenhange steht. Die Verhältnisse sind 4:6, 3:8, 5:9, 5:6 im Mittel also 4·2:7·2.

Über die Dicke des Eises liegen nur wenige Angaben vor. Sie scheint im Allgemeinen jene an der vorigen Station nicht überschritten zu haben, die Angabe von 16″ am 3. Jänner, während bei Mauthausen nur 7″ angegeben sind, kann nur eine zufällige sein, denn zu Anfang der betreffenden und der nächst folgenden Periode ist die Dicke um einige Zolle geringer als an der vorigen Station.

Die Verringerung des Wasserstandes während der Treibeisperioden tritt der Erwartung gemäß hier auffallend hervor, sie beträgt in den verschiedenen Perioden 1′ 3″, 1′ 0″, 6′ 9″, 13′ 6″, je nachdem der Wasserstand zur Zeit des Beginnens der Periode tiefer oder höher, und zugleich die Periode länger oder kürzer war.

Der tiefste Wasserstand wurde am 9. Jänner mit — 5′ 8″ bei dem Treibeismaximum der zweiten Periode beobachtet. Von da an erhob er sich, in Folge der ersten Thauflut, bis 11. auf — 4′ 0″ und bis 14. auf + 12′ 0″, so daß das Maximum um 17′ 9″ höher war als das Minimum am 9.

Bis zum ersten Tage (22. Jänner) nach der größten Treibeismenge in der dritten Periode hat der Wasserstand wieder bis auf — 2′ 0″ abgenommen. Nun fand wieder ein langsames Steigen statt, so daß der Stand am 29. mit + 0′ 10″ verzeichnet wurde. Fast stationär (+ 0′ 8″) erhielt er sich am folgenden Tage, aber nun trat in Folge der zweiten Thaufluth ein so rasches Steigen ein, daß am 3. Februar die außerordentliche Höhe von + 47′ 9″ erreicht werden konnte. Ein Verzeichniß der täglichen Höhen sowohl vor als nach dem Maximum der Fluth dürfte hier von Interesse sein:

Es waren die Wasserstände

30. Jänner	+ 0′	8″		10. Februar	+ 13′	9″
31. „	+ 5	4		11. „	+ 10	0
1. Februar	+ 21	7		12. „	+ 7	3
2. „	+ 35	8		13. „	+ 6	3
3. „	+ 47	9		14. „	+ 5	3
4. „	+ 46	9		15. „	+ 4	9
5. „	+ 42	0		16. „	+ 4	3
6. „	+ 36	3		17. „	+ 3	9
7. „	+ 32	8		18. „	+ 3	0
8. „	+ 26	0		19. „	+ 2	3
9. „	+ 18	9				

Der höchste Wasserstand kommt jenem nahe, welcher am 29. October 1787 mit + 50′ 0″ gemessen worden ist, und sich am Hause Nr. 113 in Grein verzeichnet findet.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von —2°5 und —5°5 bei tiefem, und —9°0 und — 10°0 bei hohem Wasserstande, und hörte auf bei Temperaturen von —1°0 bis —2°5. Das Aufhören am 4. Jänner bei —6°2 war ohne Zweifel durch eine Eisbrücke veranlaßt, die sich stromaufwärts bildete.

Die große Eisgeschwindigkeit von 6—7′ in den beiden ersten Treibeisperioden verhinderte wohl die Stellung des Stoßes, es ist jedoch auch der Zuzug einer hinreichenden Treibeismenge theilweise abgeschnitten gewesen. In der dritten und vierten Periode hinderten der hohe Wasserstand und die kurze Dauer des Treibeises die Bildung des Stoßes.

Nieder-Wallsee.

Ist die erste Station, an welcher es zur Stellung des Stoßes kam, und zwar schon am Abend des 25. December, obgleich die Treibeisbildung sich auf den Tag genau wie an den obern Stationen (23.—24. December) einstellte. Die geschlossene Eisdecke erhielt sich bis am Morgen des 12. Jänner, wo sie plötzlich abzog. Mit einem erneuerten Eisdurchzuge am 13. war diese erste Eisperiode beendet. Hierauf stellten sich nur noch zwei Treibeisperioden ein, welche genau denselben Zeitraum wie an der vorigen Station umfassen. Die Maxima der Eismenge waren aber nur halb so groß.

Bis zum Tage des Eisaufbruches erreichte die Eisdicke 10°0, in den beiden nachfolgenden Treibeisperioden war sie nur 2·5 und 1·0 zur Zeit des Maximums der Eismenge.

Eine bedeutende Ansammlung von Stauwasser, während die geschlossene Eisdecke dauerte, fand nicht Statt. Selbst als der Eisbruch eintrat, war der Wasserstand nur + 1′ 0″, nachdem er sich innerhalb der Grenzen —1′ 9″ und + 0′ 3″ während der geschlossenen Eisdecke bewegt hatte. Beim Maximum der ersten Thaufluth, welches mit einem erneuerten Eisgange am 13. Jänner eintrat, war der Stand + 7′ 6″, nahm dann während der folgenden Treibeisperiode wieder bis auf — 0′ 9″ ab, beobachtet am 13. Jänner, worauf bis 30. ein langsames Steigen bis +0′ 8″, dann bis 3. Februar ein rasches bis + 22′ 3″ erfolgte. Der Stand war nun um 24′ 8″ höher als zur Zeit des Minimums während der ersten Treibeisbildung, am 25. December.

Die leichtere Eisstellung erklärt sich durch die Strom-Geschwindigkeit von nur 3′0″ am 25. Selbst beim Eisgange am 13. Jänner war dieselbe nur 3′ 10″, obgleich der Wasserstand hoch war. Während der beiden folgenden Treibeisperioden hielt sie sich zwischen 3′ 2″ und 3′ 6″.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von — 6° bis —8°5 und hörte auf bei —0°5 bis + 2°5. Die Eisstellung erfolgte bei — 8°5, der Eisaufbruch bei + 4°3, der erneuerte Eisgang bei + 2°5.

Nieder-Wallsee ist die erste Station, von welcher ein Querprofil vorliegt, aus welchen die Änderungen des Strombettes im verflossenen Winter ersichtlich sind. Der hohe Wasserstand bewirkte stellenweise eine Erhöhung des Lagers von Geschieben, welche jedoch nirgends + 1′ 2″ überschreitet.

Ybbs.

Hier kamen drei Eisperioden vor, genau von derselben Zeitbegrenzung wie an der vorigen Station, obgleich sich der Eisstoß nicht stellte. In der ersten war hier die Eismenge geringer [1]: weil das Treibeis durch die geschlossene Eisdecke an der früheren Station aufgehalten worden ist, in den beiden andern Perioden war sie

[1]) Selbst beim Eisdurchgange am 12. war die Eismenge nur 0·2.

größer, weil der angeführte Grund wegfiel. Bemerkenswerth ist noch, daß in den beiden letzten Perioden die Treibeismenge gleich mit der größten Menge begann.

Die Angaben über Eisdicke überschreiten nicht 1'0 [1]). In der ersten Periode konnte das Treibeis nur aus den „Dust"-Flarden bestehen, welche der Strom vom Unterschub der Eisdecke aufwärts, abspielte, in den beiden anderen Perioden scheint der hohe Wasserstand hemmend gewesen zu sein. Die Stromgeschwindigkeit war 6' bis 6' 6", also ziemlich bedeutend.

Die Verhältnisse des Wasserstandes sind jenen an der vorigen Station ähnlich. Die Art der Darstellung erlaubt aber keine genauen Angaben. So viel geht jedoch sicher hervor, daß die Extreme weiter auseinander liegen, obgleich die Tage übereinstimmen.

	Minima		Maxima	Differenz
10. Jänn.	— 2' 10"	13.—14. Jänn.	+ 7' 3"	10' 1"
22.—23. „	— 1 4	3. Februar	+ 24 1	25 5

Das Treibeis begann bei Temperaturen von — 5° und — 7° und hörte auf bei + 4°5 und + 5°0. Für die dritte Periode fehlen die Aufzeichnungen.

Die winterlichen Ereignisse hatten nach dem vorliegenden Profil auf einer Strecke der Strombreite von 80° (vom rechten Ufer aus) eine Erhöhung des Bettes (im Maximo bis 3' 10") zur Folge. Die Vertiefung auf einer Strecke von etwa 40° (vom linken Ufer aus) geht nicht über einige wenige Zolle [2]).

Melk.

(Man sehe das angeschlossene Querprofil.)

Drei Treibeisperioden wie an der vorigen Station, und wenn man von ganz unerheblichen Unterschieden der Eismenge absieht, genau um dieselbe Zeit wie an der vorigen Station. Ebenfalls keine geschlossene Eisdecke.

Die anhaltend größere Eismenge in der ersten Periode, wenn man jene der früheren Station vergleicht, ist Folge des längeren

[1]) Sollte vielleicht durch das Wort „Kern" die feste Eisrinde an der Oberfläche der Flarden gemeint sein?

[2]) Bei dieser und den zwei folgenden Stationen sind die rothen Coten, als für die spätere Profil-Aufnahme giltig angenommen worden. Im Gegenfalle müßten die Worte Vertiefung und Erhöhung gewechselt werden.

Weges, den die Eisflarden zurücklegten, welcher Einfluß besonders bei der ersten Bildung [1]) der Flarden auffällt, so lange sie noch dünn sind.

Die größte Eisdecke war beziehungsweise 0·8, 1·3 und 1·7 [2]).

Die Stromgeschwindigkeit ist noch größer als an der früheren Station, nämlich selbst bei sehr tiefem Wasserstand, wie —3′ 0″ am 31. December und 9. Jänner noch 6′ 7″ bis 7′ 0″. Andererseits ist sie wieder bei hohem Wasserstande nicht erheblich größer, so am 18. Jänner bei + 2′ 6″ . . . 7′ 4″, am 10. Februar bei +8′ 4″ nur 7′ 6″. Die Temperaturen am Tage des ersten Eistriebes sind nicht angegeben. Das Eistreiben hörte auf bei —0°5 bis + 3°0.

So wie an der vorigen Station blieb auch an dieser der Wasserstand während der ersten Eisperiode einige Fuß unter Null, hier —1′ 9″ bis —3′ 0″. Die Maxima der Thaufluthen zeigen eine Verspätung um etwa einen halben Tag.

	Minima		Maxima	Differenz
9. Jänner	— 3′ 0″	14. Jänner	+ 7′ 8″	10′ 8″
23. „	— 2 9	4. Februar	+ 23 9	26 6

Bemerkenswerth ist noch die langsamere Abnahme des Wasserstandes in Melk nach dem Maximum der zweiten Thaufluth.

Es sind nämlich die Differenzen der Wasserstände, wenn man die Nullpunkte der Pegel als übereinstimmend annimmt.

	Y.—M.		Y.—M.
30. Jänner	— 0′ 4″	6. Februar	— 5′ 2″
31. „	— 3 0	7. „	— 5 6
1. Februar	— 0 4	8. „	— 4 3
2. „	— 2 0	9. „	— 1 10
3. „	— 0 4	10. „	— 1 2
4. „	— 3 0	11. „	— 0 6
5. „	— 6 1	12. „	— 0 11

Sollte diese Erscheinung vielleicht mit einer vorübergehenden Verengerung des Stromprofils im Zusammenhange stehen? Der

---

[1]) Wegen der geschlossenen Eisdecke in Nieder-Wallsee konnten die Treibeisflarden erst unterhalb dieser Station entstehen.

[2]) M. s. Anmerkung 2 bei der vorigen Station.

Strom ist bei Melk in zwei Arme getheilt, welche durch die 230° breite Melker Au getrennt sind. Der mächtigere Arm liegt am linken Ufer, der schwächere bei Melk. In diesem war die größte Erhöhung des Bettes nach der Fluth nur 0′ 8″, die größte Vertiefung hingegen 2′ 8″, in jenem waren die größten Änderungen 1′ 0″ (Vertiefung) und 9′ 0″ (Erhöhung). Die Annahme, daß eine Verengerung des Bettes Ursache sein könnte, von der langsamen Abnahme des Wasserstandes nach der größten Fluth, bestätiget sich demnach. Aus dem beigeschlossenen Profil kann man die weiteren Details dieser interessanten Erscheinung entnehmen.

Mitterarnsdorf.

Auch an dieser Station stimmen die Eisperioden, wenn man Eismengen unter 0·1 unberücksichtiget läßt, genau mit jenen der vorigen Station überein. Die Maxima der wenig schwankenden Eismengen sind in den beiden ersten Perioden hier geringer, es scheint hieraus zu folgen, daß der Eisstoß auf der Strecke von Melk nach Mitterarnsdorf oberhalb dieser Station zum Stehen kam.

Dies geht auch aus der geringen Eisdicke hervor, 0·8 und 1·1 [1]) im Maximo in den beiden ersten Perioden.

Die Abnahme des an sich tiefen Wasserstandes während der ersten Eisperiode ist hier noch deutlicher ausgesprochen als an der früheren Station, und beträgt vom 24. December bis 10. Jänner —0′ 9″ bis — 3′ 8″ also 2′ 11″. Es sind die Extreme:.

	Minimum		Maximum	Differenz
10. Jänner	— 3′ 8″	14. Jänner	+ 7′ 9″	11′ 5″
23. „	— 1 9	4. Februar	+ 23 3	25 0

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von —5° bis —8°, der Eistrieb hörte auf bei + 0°5 bis + 7°0.

Die Stromgeschwindigkeit ist an dieser Station noch immer beträchtlich und war selbst bei dem tiefsten Wasserstande (am 9. Jänner) noch 4′ 6″. Bei einer Wasserhöhe von + 3′ 0″ ist sie mit 6′ 6″, bei + 8′ 5″ mit 7′ 6″ verzeichnet.

Das vorliegende Profil läßt entnehmen, daß auf einer Strecke von 40° Erhöhungen und von 130° Breite Vertiefungen des Bettes in Folge der winterlichen Ereignisse stattfanden, jene im Maximo bis 3′ 6″,

---

[1]) M. s. die Anmerkung 1. bei Ybbs.

diese bis 2′ 10″. Nur eine Strecke von etwa 30° der ganzen Strombreite (am rechten Ufer) blieb von diesen Veränderungen unberührt.

Tulln.

Wieder drei Eisperioden, die erste vom 25. December bis 14. Jänner, die zweite vom 18. bis 26. Jänner, die dritte vom 10. bis 13. Februar. Die erste beginnt um einen Tag später und hält um zwei Tage länger an als an der vorigen Station, die beiden andern stimmen bis auf einen Tag überein, um welchen die zweite später endet.

Die Maxima der Eismengen sind wenig verschieden. Das größte ergab sich am 13. Jänner mit 0·8 bei einem Eisdurchgange, welcher an den drei früheren Stationen kaum zu erkennen ist.

In Beziehung auf die Dicke des Eises ist die wünschenswerthe Unterscheidung zwischen Stand- [1]) und Treibeis gemacht, aber nur jene des ersteren angegeben. Die größte Dicke im stehenden Wasser ist in den drei Perioden beziehungsweise mit 6″, 5″·5 und 4″ angegeben.

Die Eis- oder Stromgeschwindigkeit scheint nach dem Wasserstande wenig zu variiren, da sie bei —3′ 3″ mit 5′ 6″ und bei +0′ 7″ und +5′ 10″ nur mit 6′ angegeben ist.

Die Extreme des Wasserstandes sind:

	Minimum		Maximum	Differenz
10. Jänner	— 3′ 9″	14.—15. Jänner	+ 5′ 5″	9′ 2″
23.—24. „	— 1 9	5.—6. Februar	+ 13 9	15 6

Die Maxima zeigen sich gegen die frühere Station um einen Tag verspätet. Die weit geringere Schwankung des Wasserstandes, besonders bei der zweiten Thaufluth, ist wohl eine Folge von Überschwemmung der flachen Ufer.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von —6° bis —8°. Die Auflösung erfolgte bei —3° bis +3°. Dem Eisgange am 13. Jänner ging eine Temperatur von +7° voraus.

Aus der folgenden Zusammenstellung ersieht man die Änderungen des Strombettes in Folge der winterlichen Ereignisse in vier verschiedenen Querprofilen.

---

[1]) Mit der Unterscheidung in Landeis und Eis in stehendem Wasser.

	Strombreite	Davon entfallen auf die Erhöhung des Bettes	Davon entfallen auf die Vertiefung des Bettes
Pegel zu Dürnstein	186°	96°	28°
„ der Steiner Donaubrücke	200	46	144
„ bei Zwentendorf . . .	298	46	251
„ „ Tulln	207	26	180

An den drei letzten Stationen wurde demnach fast das ganze Grundbett geändert. Wie tief diese Änderungen eingreifen, ist aus folgender Zusammenstellung zu entnehmen:

	Größte Erhöhung		Größte Vertiefung	
Dürnstein	3′	6″	2′	6″
Stein	3	0	7	6
Zwentendorf	7	9	11	0
Tulln	3	0	7	0

An den Stellen, wo diese Veränderungen statt fanden, hat sich die Wassertiefe bei 0′ 0″ Wasserstand verändert in

Dürnstein	von	9′	0″	bis	5′	6″	und	11′	6″	bis	14′	0″
Stein	„	9	0	„	6	0	„	5	6	„	12	6
Zwentendorf	„	—0	9[1]	„	—8	6	„	—7	0	„	4	0
Tulln	„	1	9	„	—1	3	„	3	6	„	10	6

Bei Dürnstein war die Erhöhung des Bettes über die Vertiefung überwiegend, während an den drei übrigen Stationen der Gegenfall eintrat und das Vorwiegen der einen oder anderen Wirkung wird um so auffallender, wenn man zugleich die Breitenausdehnung der Änderungen in Anschlag bringt.

Höflein.

Hier sind nur drei Treibeisperioden verzeichnet, zur Stellung des Stoßes kam es nicht. Die erste Periode dauerte vom 24. December bis 14. Jänner, die zweite vom 17. bis 26. Jänner, die dritte vom 10. bis 13. Februar. Die Maxima der treibenden Eismengen waren in den verschiedenen Perioden 0·7, 0·4 und 0·3.

---

[1]) Das Zeichen — bedeutet Erhöhungen des Bettes über dem Wasserspiegel bei 0′ 0″.

In stehendem Wasser erreichte die Eisdicke während der ersten und zweiten Periode 5″.

Vom Beginn bis zum Maximum der ersten Treibeisperiode nahm der Wasserstand von —0′ 10′ auf —2′ 8″ ab, und erhielt sich dann nahezu stationär bis 12. Jänner bei gleichmäßigem geringem Eistriebe. Die Extreme bei beiden Thaufluthen waren:

	Minimum		Maximum
11.—12. Jänner	— 2′ 8″	14.—15. Jänner	+ 3′ 0″
26.—27. „	— 2 2	5.— 6. Februar	+ 12 10

Die Eisgeschwindigkeit wurde selbst bei den Wasserständen unter Null zu 6′ bestimmt, nahm jedoch zur Zeit des größten Eistriebes in der ersten Periode auf 4′ ab.

Thermometer-Beobachtungen fehlen.

Das bei 0′ 0″ Wasserstand 272° 0′ breite Grundbett des Stromes wurde durch die winterlichen Ereignisse auf seiner ganzen Breite verändert. Auf einer Strecke von 120° kamen Erhöhungen vor bis zu 2′ 2″, während die Vertiefungen auf der übrigen Strecke bis 4′ 8″ betrugen, an Stellen, wo die Wassercoten beziehungsweise waren —4′ 10″ und +14′ 4″, so daß die Erhöhungen nahezu an den höchsten, die Vertiefungen an den tiefsten Stellen des Bettes stattfanden.

Nußdorf.

Hier kam der Stoß ebenfalls nicht zum Stehen, obgleich die Treibeismenge in den drei verschiedenen Perioden 0·8, 0·8 und 0·5 erreichte. Die Dauer und Zeitgrenzen der Perioden sind dieselben, wie an der vorigen Station, in der zweiten Periode hörte jedoch in Nußdorf der Eistrieb um zwei Tage früher auf.

Die Dicke des Treibeises erreichte beziehungsweise 8″, 9″ und 2″, jene im stehenden Wasser in allen Perioden übereinstimmend 6″ oder es scheint sich vielmehr hier dieselbe Eisdecke erhalten zu haben.

Die Schwankungen des Wasserstandes, obgleich sehr ähnlich jener an der vorigen Station, waren in Nußdorf größer.

	Minimum		Maximum
		21.—22. Dec.	— 0′ 9″
10.—11. Jänner	— 4′ 5″	14.—15. Jänner	+ 4 10
24.—25. „	— 1 10	5.— 6. Februar	+ 15 9

In der ersten Periode nahm die Eisgeschwindigkeit von 5′ auf 3′ ab, entsprechend der Zunahme des Treibeises. Die geringe Geschwindigkeit von 3′ und 4′ in den beiden anderen Perioden bei Wasserständen von +0′6″ und +6′ 6″ scheint in der raschen Abnahme des Wasserstandes die Erklärung zu finden.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von —5° bis —9° und hörte auf bei +4° bis —2°.

Auch an dieser Station wurde das Strombett auf seiner ganzen Breite verändert, welche hier nur 189° beträgt. Die Erhöhungen, bewirkt durch die winterlichen Ereignisse, vertheilen sich auf 40° der Strombreite und gehen nicht über 2′ 3″, während Vertiefungen auf der übrigen Strecke bis 5′ 11″ vorkamen. Die Tiefencoten, im Falle die beiden Extreme beobachtet wurden, waren früher beziehungsweise 14′ 0″ und 11′ 10″ und gelten für 0′ 0″ Wasserstand.

Floridsdorf.

Hier wurden ebenfalls drei Treibeisperioden beobachtet, vom 25. December bis 13. Jänner, 18. bis 26. Jänner und 11. bis 13. Februar. In den beiden ersten waren die Maxima der Treibeismenge 0·6, in der letzten 1·0, d. h. der Strom führte in seiner ganzen Breite Treibeis. Eine Vergleichung der Zeitperioden mit jenen der früheren Station geht nicht an, da die kleineren Eismengen nicht angegeben sind.

Über die Dicke des Eises fehlen Aufzeichnungen, eben so gerade über die interessanteste Periode des Wasserstandes vom 1. bis 10. Februar, also über die zweite Thaufluth. Bei der ersten erhob sich der Wasserspiegel um 8′ 5″, nämlich von —4′ 9″ am 11. bis 12. auf +3′ 8″ am 14. bis 15. Jänner. Dieses rasche Steigen war vom Eisgange begleitet.

Am Tage des ersten Eistriebes, nämlich am 25. December, nahm der Stand rasch von 0′ 0″ auf —3′ 3″ ab und sank in der ersten Periode nur sehr langsam, bei geringen Schwankungen, bis 9. und 10. Jänner auf —4′ 9″, wie bereits bemerkt worden ist. Während der zweiten Eisperiode war der tiefste Stand —2′ 9″ und wurde am 24. Jänner beobachtet.

Aus den täglichen Aufzeichnungen geht hervor, daß die Stromgeschwindigkeit in der ersten Eisperiode von 6′ 4″ auf 5′ 0″ abnahm, und beim Eisgange sich auf 7′ 5″ steigerte, aber beim größten

Andrange des Eises sich wieder auf 1′ 0″ verringerte. In der zweiten Eisperiode nahm sie von 8′ 6″ auf 6′ 0″ ab, in der dritten von 9′ 2″ auf 6′ 7″.

Fischamend.

An dieser Station sind drei Eisperioden und zwei Eisgänge ersichtlich, die erstere vom 24. December, endet mit dem Eisgange vom 13. bis 15. Jänner, die zweite dauert vom 17. bis 26. Jänner und folgt ihr erst vom 31. Jänner bis 1. Februar ein Eisgang, die dritte endlich findet statt vom 11. bis 13. Februar. Die größten Eismengen waren in allen Perioden 0·5 oder 0·6.

Die Eisdicke erreicht beziehungsweise 12″, 10″ und 11″, die treibenden Schollen beim Eisgange sind dick 4″ und 6″.

In der ersten Periode nahm der Wasserstand anfangs rasch, dann langsam von —1′ 0′ bis auf —3′ 0″ ab, beobachtet am 10. Jänner, die erste und vom Eisgange begleitete Thaufluth schwellte ihn bis 15. auf +7′ 2″. Während der zweiten Treibeisperiode nahm der Stand bis 24. und 25. neuerdings bis —1′ 0″ ab und erhob sich während der zweiten Thaufluth, welche den zweiten Eisgang begleitete und rasch zunahm, bis 5. Februar auf +16′ 4″, so daß die Schwankungen beziehungsweise 10′ 2″ und 17′ 4″ erreichten.

Die Eisgeschwindigkeit war bei Beginn der ersten und dritten Treibeisperiode 3—4′, beim zweiten Eisgange nur 2′ 6″—3′ 0″, also mit Rücksicht auf die rasch zunehmende Wasserhöhe sehr gering. Die Bezeichnung der Eisgeschwindigkeit mit Null, im Falle kein Treibeis vorhanden ist, beruht übrigens auf einem Mißverständnisse.

Die Treibeisperioden begannen bei Temperaturen von —5° bis —9° und hörten auf bei solchen, welche sich noch nicht über den Gefrierpunkt erhoben. Bei Beginn der beiden Eisgänge waren die Temperaturen +4° und +3°.

Regelsbrunn.

Auf der ganzen Strecke von Wallsee herab ist Regelsbruun die erste Station, an welcher sich der Stoß stellte. Auch an allen folgenden Stationen kam es zur Stellung des Stoßes.

Die erste Treibeisperiode begann an demselben Tage wie an der vorigen Station, endete aber einen Tag früher, auch die zweite begann um so viel früher. Während dieselbe aber in Fischamend mit

dem 26. Jänner abschloß, stellte sich in Regelsbrunn am Tage vorher der Stoß, ging aber schon am 28. wieder ab. Es ist dies um so mehr bemerkenswerth, als die Eisgänge am Ende der ersten Periode und zu Ende Jänner hier erheblich schwächer waren als an der vorigen Station. Die kurze dritte Eisperiode begann aber hier mit einer größeren Eismenge als in F. und dauerte einen Tag länger. Die grösste Eisdicke ist in den verschiedenen Perioden zu 12'', 10'' und 11'' angegeben.

Die Stellung des Stoßes erzeugte eine beträchtliche Stauung des Stromes, welche den Wasserstand vom 24.—27. Jänner von —0' 10'' auf +6' 9'' schwellte. Es scheint sich diese Stauung bis zur vorigen Station zurückerstreckt zu haben, indem sich hier vom 25. bis 26. eine Erhöhung des Wasserstandes um 1' 11'' herausstellt.

Obgleich die Thaufluth bereits im Anzuge war, nahm der Wasserstand nach Abgang des Stoßes bis 31. Jänner dennoch wieder auf + 2' 8'' ab, die zweite Thaufluth schwellte ihn aber bis 6. Februar auf +14' 5''.

Während der ersten Treibeisperiode nahm der Wasserstand allmählich von —0' 3'' auf —2' 2'' ab (11. Jänner) die erste Thaufluth schwellte ihn bis 15. wieder auf + 5' 9''. Während der zweiten Eisperiode war das Minimum am 24. nämlich —0' 10''. Der weitere Verlauf ist früher angegeben.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von —7° bis —10°, welche so tief sind, weil das Treibeis sich zweimal bei hohem Wasserstande, nämlich von + 4' 9'' und + 6' 8'' einstellte. Die Eisgänge wurden durch Temperaturen von + 1° bis + 4° veranlaßt.

Der Stellung des Stoßes ging eine allmählige Verringerung der Eisgeschwindigkeit von 5' 0'' (zu Anfang der zweiten Eisperiode) auf 2' 6'' (am Tage vor der Stellung des Stoßes) voraus, auf welche Verminderung jedoch auch der abnehmende Wasserstand vom Einflusse war. Beim Abgange des Stoßes war die Geschwindigkeit 4' 6'', sonst gewöhnlich 3—4'.

Hainburg.

An dieser Station zeigt sich schon eine beträchtliche Vermehrung des Eises im Vergleiche zu der vorigen, der Stoß stellte sich einen Tag früher und ging vier Tage später ab.

Auch die größten Treibeismengen waren in den beiden ersten Perioden größer, im Verhältnisse von 1 : 2 und 3 : 5. Am Tage der Eisstellung führte der Strom schon in seiner ganzen Breite Treibeis. Größere Übereinstimmung zeigt sich in der übrigens kurzen dritten Treibeisperiode.

Sieht man ab von der Unterbrechung des Eisganges an der vorigen Station, am 30. Jänner, so stimmen die Eisperioden genau überein, nur hörte die zweite in Regelsbrunn um einen Tag später auf.

Die Angaben über Eisdicke sind theilweise sehr abweichend von jenen an der vorigen Station und zwar nahezu an denselben Tagen. So ist die Eisdicke in Hainburg am 8. Jänner nur 0·7, am 16. 0·5, am 20. 0·4, am 11. Februar 0·8, von jener an der vorigen Station, eine Differenz, die mit der größeren Eismenge im Widerspruche steht. Bemerkenswerther noch ist die geringe Eisdicke von 3′′ am Tage der Stellung des Stoßes, welche sich daher kaum auf die geschlossene Eisdicke beziehen dürfte.

Auch hier bewirkte die Stellung des Stoßes eine beträchtliche Erhöhung des Wasserstandes von + 0′ 2′′, am 22. auf + 7′ 7′′, am 24. Jänner, welcher Stand nach einer geringen Erniederung am 25., bis zum Maximum der Thaufluth am 7. Februar sich fortwährend erhöhte und nun + 19′ 10′′ betrug. Die erste Thaufluth mit dem Maximum von + 8′ 2′′. am 15. Jänner war von einem sekundären Max. von +2′ 8′′, am 11. begleitet, während an diesem Tage an der vorigen Station das Minimum während der ersten Eisperiode beobachtet worden ist. Es scheint durch die Bildung einer Eisbrücke stromabwärts erzeugt worden zu sein. In Hainburg wurde der tiefste Wasserstand zwei Tage früher mit —2′ 5′′ beobachtet, auf welchen er sich seit Beginn der Treibeisperiode allmälig von — 0′ 3′′ verringert hatte.

Die vermuthete Ursuche des secundären Max. des Wasserstandes der ersten Thaufluth findet in der auf 1′ 0′′ abgenommenen Stromgeschwindigkeit die Bestätigung. Schon zwei Tage vor der Eisstellung hatte dieselbe ebenfalls auf 2′ 0′′ abgenommen, während sie bei den beiden Eisgängen 5′ 0′′ erreichte.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von — 5° und —9°. Die Eisgänge wurden durch +3° und +5° veranlaßt.

Von den drei letzten Stationen sind Querprofile des Strombettes entworfen, in welchen die Änderungen in Folge der winterlichen Ereignisse ersichtlich sind.

An keiner Station dürfte das Strombett größeren Änderungen unterworfen sein, als bei Fischamend.[1] Bei 0′ 0″ Wasserstand floß hier der Strom in drei weit getrennten Armen von 30°, 13° und 210° Breite. Nach Ablauf des Winters waren die Dimensionen 43, 0 und 217. Der erste Arm war ganz verlegt, und floß an einer Stelle, die früher bis zu 8′ 0″ über 0° 0″ Wasserstand mit Donauschotter bedeckt war. Da er an einem der Ufer fließt, welches senkrecht abstürzt, so war dieses in einer Breite von mehr als 50° eingerissen worden. Bei Wasserständen über + 7′ 0″ nimmt nun der Strom, dessen Arme dann vereinigt sind, eine Breite von 660° ein, während die Breite der drei Arme bei 0° 0′ Wasserstand nur 260° beträgt. Die Erhöhungen des Bettes gehen bis 5′ 6″ und war die Tiefenänderung (bei 0′ 0″) an dieser Stelle 16′ 6″ bis 11′ 0″, die Vertiefungen bis 4′ 6″ auf einer Schotterbank, welche früher 3′ 6″ über den Wasserspiegel bei 0′ 0″ hervorragte. Rechnet man aber den Einsturz des Ufers hinzu, so reichen die Vertiefungen bis 11′ 0″.

Auch bei Regelsbrunn fließt der Strom bei 0′ 0″ Wasserstand noch in drei Armen. Die Breite derselben war vor Eintritt des Winters 30°, 20° und 150°. Nach Ablauf des Winters waren die Dimensionen 24°, 16° 180°. Der zweite Arm war weit verlegt und floß nun an einer Stelle, an welcher die Schotterbänke früher 8′ 0″ hoch über dem Wasserspiegel emporragten. Die bedeutende Verbreitung des dritten Armes fand an dem flachen Ufer statt. Bei einem Wasserstande von nur 4′ 6″ sind nun alle drei Arme vereiniget und bilden einen 547° breiten Strom, während früher ein Wasserstand von 8′ 0″ hiezu erforderlich war. Die Erhöhungen des Bettes gehen bis 8′ 4″, an dieser Stelle war die Änderung der Wassertiefe 10′ 6″ bis 2′ 2″; die Vertiefungen erreichen bei einer Änderung des Wasserstandes von 7′ 0″ auf 14′ 6″ . . . . 7′ 6″, mit Hinzurechnung der Einrisse aber 9′ 0″ an der Stelle, wo nun der zweite Arm fließt. An dieser und der vorigen Station beginnt die Vegetation bei 3′ über Null, über welche Höhe also die Verschüttungen weit hinausgehen.

---

[1] M. s. auch Taf. V der letzten Publication im XXIII. Bande der Denkschriften.

Bei Hainburg fließt der Strom wieder nur in zwei Armen, früher von 70° und 140° und nun von 70° und 150° Breite. Die Änderung im zweiten Arme fand wieder am flachen Ufer statt. Beide Arme vereinigen sich erst bei einer Wasserhöhe von 12′ 0″ über Null, welche ungeändert geblieben ist und der Strom ist dann 584° breit. Auf der halben Strecke dieser Dimension, mit dem kleineren Arme, wurde das Strombett von den winterlichen Ereignissen kaum geändert. Auf der anderen Hälfte waren die größten Änderungen der Stromtiefe 3′ 0″ bis 8′ 6″ und 16′0″ bis 13′ 0″.

Auch über die Eisverhältnisse der March bei Schloßhof liegt eine graphische Darstellung vor, welche sich von jener der Donau durch eine kurze Dauer der Treibeis- und lange Dauer der Standeisperioden auffallend unterscheidet.

Auch begann die Treibeisbildung auf der March schon am 5. December. Vom 7. bis 16. war die March bereits mit einer geschlossenen Eisdecke überzogen, welche indeß am 17. wieder abging. Von dieser Eisperiode zeigt sich auf der Donau bei Hainburg keine Spur.

Am 20. December stellte sich auf der March zum zweiten Male Treibeis ein und schon am 23. war der Fluß wieder ganz mit Standeis bedeckt, welches sich bis 4. Februar erhielt. Auf der Donau bei Hainburg wurde das erste Treibeis wohl auch schon am 24. December beobachtet, der Stoß stellte sich aber erst am 24. Jänner und ging auch um drei Tage früher ab als auf der March. Die zweite Eisdecke der March erhielt sich demnach während der ersten Thaufluth der Donau, und ging erst ab, als die zweite, weit höhere, dem Maximum sich näherte. Die Eisdecke, welche bis 14″ Dicke erreichte, widerstand Schwankungen des Wasserstandes zwischen +0′ 8″ und +15′ 0″ in Folge der Stauung durch den Donaustrom.

Die schnell abnehmende Eisdicke bis 2. Februar auf 6″, im Vereine mit der Eisgeschwindigkeit = Null am 4. und 5. Februar lassen vermuthen, daß eine allmälige Auflösung des Eises an die Stelle des Eisganges trat. Beim Beginnen der beiden Eisperioden ist die Stromgeschwindigkeit mit 1′ 0″ angegeben.

Die erste Treibeisbildung fand statt bei Temperaturen von —5° und —3°. Die Auflösung erfolgte bei +2° und +5°.

Stationen in Ungarn.

Gran.

Hier wurden nur zwei Eisperioden beobachtet, eine längere vom 21. December bis 31. Jänner, den Tagen des ersten und letzten Treibeises und eine kürzere vom 11. bis 19. Februar. Spuren von Treibeis zeigten sich auch schon am 13. December.

In der längeren Eisperiode, welcher drei Eisgänge folgten, stand der Stoß vom 3. bis 15. Jänner. Die Dicke der Eisschollen, welche der letzte Eisgang führte, war 6″, es war dies auch die Dicke des Eises beim ersten Aufbruche des Stoßes. Der letzte Eisgang vom 3. bis 5. Februar war durch den Zeitraum zweier Tage, an welchen der Strom eisfrei war, von der früheren Eisperiode getrennt.

Vom Tage der ersten Treibeisbildung nahm der Wasserstand bis zum Tage der Eisstellung um 2′ 3″ ab, in Folge der Stellung des Stoßes wieder um 3′ 10″ zu, und nach einer geringen Abnahme von 0′ 5″ um weitere 4′ 2″ zu, in Folge der ersten Thaufluth, bevor der Stoß abzugehen begann. Tags darauf erreichte die Thaufluth den höchsten Stand, welcher noch um 1′ 4″ höher war als jener beim Eisbruch.

Hierauf fand eine allmälige Abnahme um 8′ 0″ statt, aber die zweite Thaufluth, welche zweimal vom Eisgange begleitet war, schwellte den Strom bis 8. Februar wieder um 14′ 2″. Am folgenden Tage war der Stand 1′ 0″ tiefer, von nun an begann aber, obgleich sich schon am 11. eine zweite Eisperiode (blos Treibeis) eingestellt hatte, ein neuerliches Steigen, welches noch mit einem um 0′ 6″ höheren Maximum endete.

Übersicht.

Erste Treibeisperiode .	Maximum	+ 4′	2″	(22.—23. Dec.)	
	Minimum	+ 1	8	(31. Dec.)	
Periode des Standeises	I. Minimum	+ 2	2	(3. Jänner.)	
	I. Maximum	+ 5	9	(9. „)	
	II. Minimum	+ 5	4	(11. „)	
	II. Maximum	+ 9	6	(15. „)	
I. Thaufluth	Maximum	+ 10	10	(16. „)	[1]
	Minimum	+ 2	10	(28. „)	

[1] Bis zum Minimum immer Eistrieb.

II. Thaufluth	I. Maximum	+ 17	0	(8. Februar)
	II. Minimum	+ 16	0	(9. „)
	II. Maximum	+ 17	6	(12.—13. „)

Dieses zweite und höhere Maximum der Thaufluth zu einer Zeit, in welcher der Strom von Hainburg aufwärts im raschen Fallen begriffen war, ist sehr bemerkenswerth. Sie findet wahrscheinlich in einer Eisstopfung stromabwärts die Erklärung, leider läßt sich diese Annahme wegen Abganges der Beobachtungen über die Stromgeschwindigkeit nicht verificiren. Weniger wahrscheinlich wäre die Annahme, daß dieser hohe Wasserstand durch den Eisgang und die Thaufluth der Waag veranlaßt worden sei.

Die beiden Treibeisperioden begannen bei Temperaturen von —4°2 und —4°9, die Eisstellung erfolgte bei —4°6, also bei viel höheren Temperaturen als an den oberen Stationen.

Pest-Ofen.

Die Verhältnisse sind hier jenen an der vorigen Station ziemlich ähnlich — ebenfalls zwei Eisperioden, in deren Zwischenzeit ein Eisgang fällt.

In der ersten begann die Bildung des Treibeises um einen Tag später und hörte um einen Tag früher auf, die zweite Treibeisperiode endet zwei Tage später. Der Eisgang in der Zwischenzeit dauert zwei Tage länger, so daß nur vom 31. Jänner bis 2. Februar und vom 8. bis 10. Februar eisfreie Tage waren, welche die Treibeisperioden von jener des Eisganges trennen.

In der ersten kam der Stoß ebenfalls zum Stehen und zwar 1·5 Tage früher und ging um eben so viel später ab.

Die Eisdicke, welche sich auf Treibeis zu beziehen scheint, steigt hier bis 15″, während sie an der vorigen Station 6″ nicht überschritt. Bemerkenswerther noch sind die Sprünge in den Angaben, so am 17. Jänner 9″, am 18. 3/4″, 19.—20.10″, 21.—22. 15″, am 23. wieder 3/4″ u. s. f. Solche Schwankungen können nur am Treibeise vorkommen, dessen Zug vorübergehend gehemmt ist. Beim Eisgange vom 3. bis 7. Februar wird die Eisdicke zu 9″ angegeben, also noch immer um 3″ größer als an der vorigen Station.

Die Wasserstände folgen nun in ähnlicher Weise übersichtlich zusammengestellt wie bei Gran:

Erste Treibeisperiode .		Max.	+ 4′	4″	(23.—24. Dec.)
		Min.	+ 2	4	(31. Dec. 1. Jänn).
Periode des Standeises	I.	Min.	+ 2	4	(1. Jänner)
	I.	Max.	+ 2	10	(3.—4. Jänner)
	II.	Min.	+ 2	6	(9.—11. „)
	II.	Max.	+ 11	6	(16. „)
I. Thaufluth		Max.	+ 11	6	(16. Jänner)
		Min.	+ 4	8	(29. „)
II. Thaufluth	I.	Max.	+ 15	2	(6.—8. Februar)
	I.	Min.	+ 15	0	(9. Februar)
	II.	Max.	+ 16	2	(13. „)

Also nahezu ähnliche Verhältnisse wie an der vorigen Station, nur war die Staufluth in Folge der Stellung des Stoßes unerheblich, der Aufbruch des Eises fällt mit dem Maximum der ersten Thaufluth zusammen. Das sehr merkwürdige zweite Maximum der zweiten Thaufluth zeigt sich hier ebenfalls.

Die Treibeisbildung begann bei Temperaturen von —5°, nicht tiefer war die Temperatur am Tage der Stellung des Stoßes, doch gingen Temperaturen bis —10° voraus.

Adony.

Hier sind die Verhältnisse ziemlich abweichend von jenen an der vorigen Station.

Der Hauptperiode der Eisbildungen, welche ebenfalls am 22. December begann, ging die Treibeisperiode vom 13. bis 14. December voraus mit geringer Eismenge. Nahe um die Zeit, zu welcher sich bei Pest-Ofen der Stoß stellte (1. Jänner), finden wir bei Adony ein Minimum der Treibeismenge, welches, sollte man glauben, damit im Zusammenhange stehen dürfte.

Die darauf wieder erfolgende rasche Zunahme der treibenden Eismenge, noch mehr aber die Stellung des Stoßes am 5. Jänner, sprechen nicht dafür, vielmehr für eine Eisbarrikade auf der Zwischenstrecke und den bald hierauf erfolgenden Durchbruch derselben bei nachlassender Kälte.

Wie bei Pest blieb der Stoß bis 16. Jänner stehen, ging jedoch hier schon Mittags, dort erst in der folgenden Nacht ab. Dort stellte sich der Stoß nicht mehr, obgleich die treibende Eismenge vom 23. bis 24. Jänner sich zu einem zweiten Maximum steigerte. In

Adony stellte sich der Stoß am 24. neuerdings und ging erst am 31. wieder ab, an welchem Tage bei Pest der Eistrieb bereits aufgehört hatte, was bei Adony erst am 4. Februar der Fall war. Auch zeigt sich hier von dem Eisdurchgange zu Pest vom 3. bis 7. Februar keine Spur.

Die letzte Treibeisperiode begann in Adony einen Tag früher und endete zwei Tage später als in Pest.

Außer einigen wenigen Angaben über Eisdicke und Lufttemperatur enthält die graphische Darstellung nichts weiter. Es ist blos zu entnehmen, daß am Tage der ersten Eisstellung die Temperatur — 5° [1]) war.

Szegszárd.

Die Eisverhältnisse sind hier von jenen an der vorigen Station wesentlich verschieden.

Einer langen Eisperiode vom 23. December bis 28. Februar gingen hier zwei kurze Treibeisperioden, am 7. und vom 12. bis 16. December voraus. Während der erwähnten langen Eisperiode stellte sich der Stoß nicht weniger als fünfmal und ging eben so oft wieder ab, jedoch gewöhnlich nur theilweise. Kein Tag war eisfrei, Perioden mit Eisgang wechselten unmittelbar mit jenen einer auf der ganzen Strombreite geschlossenen Eisdecke. Diese findet sich bezeichnet am 1. Jänner, vom 5. bis 15., 23. Jänner bis 4. Februar, 15. bis 19. und 23. bis 24. Februar.

Die Dicke des Eises wuchs bis 12″ (am 29. Jänner).

Bei den geschilderten Verhältnissen sind die großen Schwankungen des Wasserstandes begreiflich, sie gehen so weit, daß das Maximum der zweiten Thaufluth, welche an allen früheren Stationen die erste hoch überragte, hier hinter jenem der ersten zurückblieb.

Sieht man ab von den kleineren Schwankungen, welche eine beträchtliche Anzahl secundärer Extreme bewirkten, so ergeben sich folgende Wendepunkte:

	Minimum			Maximum		
	6. Dec.	+ 2′	8″	15.—16. Dec.	+ 4′	10″
	31. „	0	0	16.—17. Jänn.	+ 19	10
I. Thaufluth	19.—20. Jänn.	+ 17	3	22.—23. „	+ 21	11
II. „	2. Feb.	+ 14	2	6.— 7. Feb.	+ 21	3

[1]) Bei den zunehmenden Eisphasen berücksichtige ich nach Möglichkeit die Morgen-, bei den abnehmenden die Mittagstemperatur.

Von dem zweiten Maximum der zweiten Thaufluth bei Gran und Pest zeigt sich hier keine Spur, vielmehr nahm die Fluth rasch ab, indem schon am 16. Februar der Stand nur noch + 9′ 0″ war.

Der Eisaufbruch am 2. Jänner wurde durch die unerhebliche Erhöhung des Wasserstandes um 1′ 3″ veranlaßt, weil das Eis noch wenig Consistenz hatte, aber jener vom 16. war von einer Erhöhung des Wasserstandes um nicht weniger als 15′ 0″ binnen 24 Stunden begleitet. Noch denkwürdiger fast bleibt es, daß sich der Stoß am 23, bei absolut höchstem Wasserstande wieder stellte, welcher also nur durch Stauwasser veranlaßt worden sein kann. In der That, war bei Pest um diese Zeit die Thaufluth bereits in Abnahme. Der dritte Aufbruch des Eises am 5. Februar fällt mit dem raschen Anwachsen der zweiten Thaufluth zusammen. Bei den beiden letzten Aufbrüchen zeigte der Wasserstand nur unerhebliche Änderungen, war aber noch +9′ 6″ und +9′ 3″.

Die öftere Stellung des Eisstoßes findet in der geringen Stromgeschwindigkeit die Erklärung, welche selbst beim Maximum der Thaufluth am 6. Februar nur 4′ 0″ erreichte und bei Wasserständen von weniger als +5′ 0″ unter 2′ 0″ herabging.

Die Temperaturangaben sind zu sporadisch, als daß sich daraus eine Regel ableiten ließe, auch beschränken sie sich auf die Mittagsstunde, welche weniger maßgebend ist für die zunehmenden Phasen der Eisbildung.

Mohács.

Die Eisverhältnisse sind hier viel einfacher als an der vorigen Station.

Das erste Treibeis zeigte sich vorübergehend am 12., dann wieder vom 14. bis 16. December, die Menge desselben überschritt aber nicht 0·1. Die Hauptperiode der Eisbildung beginnt um zwei Tage später als an der vorigen Station. Nach dem Maximum der treibenden Eismenge (0·6) am 29. December nahm dieselbe bis 31. wieder rasch auf 0·1 ab, in welcher geringen Menge sich die treibende Eismenge auch an den beiden folgenden Tagen erhielt, also zu einer Zeit, in welcher der Stoß an der vorigen Station sich vorübergehend stellte und hiedurch sehr wahrscheinlich der Zuzug von Treibeis aufgehalten wurde.

Der Abzug des Stoßes in Szegszárd am 2. Jänner veranlaßte auch bei Mohács wieder eine rasche Vermehrung des Treibeises und es kam am 5. schon an beiden Stationen zur Stellung des Stoßes. Bei Mohács blieb aber der Stoß auch in den Tagen vom 16. bis 22. Jänner stehen, an welchen an der vorigen Station das Eis im Gange war.

Der nächste Eisaufbruch erfolgte bei Mohács um einen Tag später als an der vorigen Station (6. Februar). Aber schon am folgenden Tage stand der Stoß wieder und ging am 10. bleibend ab. Es folgten nun nicht weniger als 8 Eisdurchzüge, welche bis 28. Februar Abends dauerten. Während derselben stellte sich an der vorigen Station der Stoß noch zweimal und der Eisgang hörte dort um einen halben Tag früher auf.

Die Beobachtungen über die Eisdicke scheinen nicht bis zum Maximum fortgesetzt zu sein.

Entsprechend den Eisverhältnissen sind auch die Wasserstandsverhältnisse sehr abweichend von jenen an der vorigen Station. Die beiden Thaufluthen und ihr Verhältniß sind so ausgeprägt, wie an den Stationen im Oberlaufe des Stromes. Die erste ging ohne Durchbruch des Eises vorüber. Der bleibende Durchbruch am 10. Februar erfolgte bei einem um 4′ 7″ höheren Wasserstande als beim Maximum der ersten Thaufluth, der vorübergehende am 6. bei einem um 1′ 2″ tieferen. Der anhaltend hohe Wasserstand bei den Eisgängen vom 11. bis 28. Februar deutet auf eine Eisstopfung stromabwärts. Die beobachteten Extreme sind:

Hauptperiode.

	Minimum		Maximum		
Stadium des Treibeises	(2. Jän.)	—5′ 0″	(28. Dec.)	— 3′ 9″	
„ d. geschloss. Eisdecke	(5. Jän.)	—3 7	(23. Jän.)	+ 4 3	I.
	(2. Feb.)	—0 4	(9. Feb.)	+ 6 9	II.
„ des Eisganges	(6. „)	+3 0	(11. „)	+11 1	I.
	(12. „)	+9 4	(17. „)	+11 5	II.

Am Morgen der Tage mit erstem Treibeis war die Temperatur —1°4 bis +1°6. Bei der Temperatur über Null löste es sich schnell wieder auf. Die erste Eisstellung erfolgte bei 0°0, war also wahrscheinlich die Folge eines Eisbruches stromaufwärts. Der erste

Eisbruch erfolgte an einem Tage, an welchem selbst die Morgen- und Abendtemperatur $+5^\circ$ war, der bleibende bei -5° und -6°! scheint also nur die Folge des sehr hohen Wasserstandes gewesen zu sein.

Übersicht 186½.

In diesem Winter, welcher sich mehr durch seine außerordentliche Thaufluth als die Eisverhältnisse auszeichnete, treten die letzteren beinahe in den Hintergrund. Es ist dies auch die Ursache, aus welcher ich das Materiale dieses Jahrganges bei meiner früheren Arbeit [1]) nicht mehr berücksichtigte, obgleich es damals schon vorlag. Es schien mir eben eine eingehendere Besprechung zu verdienen, welche in einer mehrere Jahrgänge (die 10 früheren) umfassenden Arbeit nicht gut am Platze gewesen wäre.

Dennoch will ich früher eine Übersicht der Eisverhältnisse und der bedingenden Ursachen zu geben versuchen, welche in diesem Winter sehr complicirt waren.

a) Eisperioden und Phasen.

Der großen Eisperiode, welche von den letzten Tagen im December sich bis tief in den Februar hinein, ja, wenn man alle Stationen berücksichtiget, bis gegen Ende des Monats hinzog, gingen zwei Treibeisperioden von kurzer Dauer voraus, eine vom 7. bis 8. December, welche nur in Aschach und Szegszárd notirt worden ist, und eine zweite vom 12. bis 16. December, welche jedoch nur an den ungarischen Stationen beobachtet worden ist. Es zeigt sich jedoch hier schon die längere Dauer an den unteren, im Vergleiche zu den oberen Stationen. 13. bis 13. December in Gran, 13. bis 15. December in Adony, 12. bis 16. December in Szegszárd und Mohács.

Vom 21.—25. December ist mit einer neuen Treibeisbildung der Anfang der Hauptperiode bezeichnet. An den Stationen von Ober- und Nieder-Österreich fällt der Beginn vorwiegend auf den 24. December, an einigen oberen Stationen schon auf den 23, an einigen unteren auf den 25. Auch in Ungarn stellte sich das Treibeis an den oberen Stationen früher als an den unteren ein, so in Gran schon

[1]) S. Denkschriften XXIII. Band.

am 21., in Pest und Adony am 22., in Szegszárd am 23. in Mohács am 25.

An den österreichischen Stationen kam es nur zu Nieder-Wallsee, Regelsbrunn und Hainburg zur Stellung des Stoßes, an der ersten Station schon am 25. December, an den beiden anderen erst am 25. und 24. Jänner, nachdem vom 16.—18. Jänner eine neue Treibeisperiode an allen Stationen begonnen hatte.

An den ungarischen Stationen stellte sich der Stoß zuerst vom 1.—5. Jänner, ohne daß dies an den oberen Stationen entschieden früher, als an den unteren der Fall gewesen wäre. In Szegszárd stellte sich der Stoß in der erwähnten Epoche zum zweiten Male, nachdem er bald wieder abgegangen war. Ein drittes Mal stellte er sich an dieser Station am 23. Jänner, nahezu gleichzeitig (24.) bei Adony zum zweiten Male, also um die Zeit, zu welcher es an den nied.-österr. Stationen zur ersten Stellung des Stoßes kam. In Mohács kam es zur zweiten Stellung erst am 7. Februar. In Szegszárd zu einer dritten und vierten noch am 15. und 23. Februar, was in soferne sehr merkwürdig ist, als die große Thaufluth im ersten Februardrittel nicht vermögend war, die Eismassen fortzuführen.

Die Gesammtdauer der geschlossenen Eisdecke stellt sich, wie folgt heraus:

	Tage		Tage
Aschach	0	Nussdorf	0
Linz	0	Floridsdorf	0
Mauthausen	0	Fischamend	0
Grein	0	Regelsbrunn	3
Nieder-Wallsee	18	Hainburg	8
Ybbs	0	Gran	12
Melk	0	Pest-Ofen	16
Mitterarnsdorf	0	Adony	18
Tulln	0	Szegszárd	31
Höflein	0	Mohács	33

Wir finden also, wenn wir von Nieder-Wallsee absehen, wo besondere locale Verhältnisse die Stellung des Stoßes begünstiget haben mögen, eine fortschreitende Zunahme der Dauer der geschlossenen Decke von Standeis.

Wenn auch an den oberen Stationen eine solche fehlte, so fanden doch Eisgänge statt, welche aus den oberen Stromgegenden anlangten. Dieselben schließen sich an einigen Stationen an die Treibeisperioden, an anderen sind sie davon getrennt. An jenen erkennt man sie in den graphischen Darstellungen nur an der Steigerung der Eismenge bei zunehmender Temperatur. An den Stationen, wo die Eisgänge von den Treibeisperioden isolirt sind, läßt sich die Zeit der beginnenden Eisdurchgänge bestimmen.

Der erste Eisdurchgang wurde bei Tulln, Höflein, Fischamend und Regelsbrunn zuerst am 12. Jänner beobachtet, an welchem Tage auch die geschlossene Eisdecke bei Nieder-Wallsee abgegangen war. Diese Eisgänge waren an den österreichischen Stationen überall bis 15. Jänner beendet, an den Stationen Aschach bis Nieder-Wallsee schon am 12. oder 13. an den unteren mit Ausnahme von Fischamend am 14.

Diese Eisgänge bewirkten den Abgang des Stoßes zu Gran am 15. und an zwei anderen ungarischen Stationen, nämlich zu Adony und Szegszárd am 16., bei Pest-Ofen am 17. Man erkennt also wieder die fortschreitende Verzögerung der Eisgänge, welche mit der längeren Dauer der Eisdecke innig zusammenhängt.

An allen Stationen ober Fischamend kamen nur noch Treibeisperioden vor, eine längere, beginnend am 17. oder 18. Jänner und endigend an den oberen Stationen am 25., an den unteren am 26. Jänner; dann noch eine kürzere Periode von 10. (genauer 9.—11.) bis 13. Februar, welche indeß nur auf den Stationen bis Hainburg abwärts beobachtet worden ist.

Die erste dieser beiden Treibeisperioden führte bei Regelsbrunn und Hainburg zur ersten und einzigen Eisstellung am 25. und 24. Jänner, zur zweiten bei Adony am 24., und bei Szegszárd zur dritten am 23. Bei Gran und Pest-Ofen kam es nicht mehr dazu, weil die treibende Eismenge durch die Eisbrücken bei Regelsbrunn und Hainburg sehr vermindert wurde. Bei Mohács blieb die Eisdecke seit 5. Jänner stehen.

An den Stationen von Regelsbrunn abwärts erfolgte der Abgang des zuletzt gebildeten Stoßes an ziemlich verschiedenen Tagen, in Regelsbrunn am 28. Jänner, Hainburg am 1. Februar, Adony am 31. Jänner, Szegszárd am 5., Mohács am 6. Februar. Die Verzögerung nach abwärts ist wieder nicht zu verkennen.

Zu Fischamend, Gran und Pest-Ofen zeigten sich um diese Zeit Eisdurchzüge, welche an diesen und den zuvor genannten Stationen bis 7. Februar überall vollendet waren, während es an diesem Tage zu Mohács und zu Szegszárd sogar erst am 15. Februar zu einer neuerlichen Stellung des Stoßes kam, zu einer Zeit also, um welche an den österreichischen Stationen das letzte Treibeis beobachtet worden ist.

Ja in Szegszárd ging der letzte Stoß nicht nur erst am 20. Februar ab, sondern stellte sich sogar neuerdings am 23., wenn auch nur auf einen Tag, aber der Eisgang dauerte bis zu Ende des Monates fort, so wie zu Mahács, wo seit 10. fast fortwährend Eisdurchzüge beobachtet worden sind.

Aus dem Dargestellten erhellet, daß wenn auch die ersten Eisbildungen nahezu gleichzeitig an allen Stationen beginnen, die späteren Phasen dennoch sehr verschieden sein können, nach Zeit und Raum und die größten Unterschiede ergeben sich bei der Stellung des Stoßes und dem davon abhängigen Eisgange.

b) Eisdicke.

Die Angaben über Eisdicke übergehe ich, da sie wohl kaum vergleichbar sind und zu lückenhaft.

c) Stromgeschwindigkeit.

Lehrreicher sind jene über die Eis- oder Stromgeschwindigkeit. Ich will sie von jenen Stationen in Ober- und Niederösterreich vergleichen, an welchen sich der Stoß stellte, mit der Stromgeschwindigkeit an jenen, an welchen dies nicht der Fall war und zwar zur Zeit der ersten allgemeinen Treibeisbildung (23.—24. December). An jenen ist die Stromgeschwindigkeit 3′ 4″ bis 4′ 0″, an diesen 5′ 0″ bis 7′ 0″, wobei nur Fischamend eine Ausnahme macht, wahrscheinlich deßhalb, weil durch eine Eisbrücke stromaufwärts der Zuzug einer größeren Menge Treibeises abgeschnitten worden ist. An den ungarischen Stationen fehlen die Messungen über die Stromgeschwindigkeit fast durchgehends.

d) Lufttemperatur.

Die ersten Treibeisbildungen stellten sich an den österreichischen Stationen von Hainburg aufwärts ein bei Temperaturen von —5° bis —8°, an den ungarischen Stationen, wenn man von Pest

absieht, bei — 1°2 bis —4°2. es liegen aber für Ungarn nur wenige Beobachtungen vor. Wiederholte Bildungen nach erst kürzlich erfolgter Auflösung erfolgten aber nicht bei so tiefen Temperaturen.

Die erste Eisstellung fand statt bei Temperaturen von —2° bis —8°5 an den österreichischen und —2° bis —4°6 an den ungarischen Stationen. Höher können die Temperaturen sein bei wiederholten Einstellungen.

Der Eisdurchbruch erfolgte in Österreich in einem Falle bei — 3°0, in zwei anderen bei + 4°3 und + 5°0. In Ungarn in einem bei —5°. in dem anderen bei +6°. Der Wasserstand ist hiebei nicht minder maßgebend als die Temperatur.

Die Treibeisbildungen erreichten in vielen Fällen schon bei Temperaturen unter 0°, selbst bis —5° herab ihr Ende. Das Aufhören der Eisgänge ist wenig abhängig von der Temperatur.

e) Wasserstand.

Die ersten Tage des Februar waren durch eine Thaufluth ausgezeichnet, wie sie in dieser Höhe nur sehr selten beobachtet wird. Man sollte sie eigentlich Regenfluth nennen, denn das Anschwellen des Stromes erfolgte vorwiegend dadurch, daß der Regen, welcher einige Tage währte, von dem noch gefrornen Boden nicht aufgesaugt werden konnte, und daher fast die ganze Regenmenge zur Speisung der fließenden Wässer diente; das Schmelzen des Schnees war von untergeordnetem Einflusse, denn die Schneedecke der Ebene, welche am meisten zu den Thaufluthen beiträgt, war zu einer so hohen Fluth lange nicht ausreichend. Auch fand ein allgemeines Aufthauen des Schnees schon früher statt, welches den Boden allenthalben mit Wasser drängte und das Eindringen des Regenwassers gehindert haben würde, wenn es nicht schon an der Glatteiskruste der Oberfläche abgeflossen wäre. Überdies deutet der länger dauernde Regen auf eine anhaltend hohe Temperatur in den höheren Luftschichten, welche das Abschmelzen einer großen Schneemasse in den Hochgebirgen bewirkt haben konnte.

Aus folgender Zusammenstellung ersieht man die Höhe, um welche der Wasserstand zur Zeit des Maximums der Thaufluth den tiefsten Stand im Winter überragte und den Tag dieser Höhe.

Größere Thauflut.

						(2. Max.)	
Aschach . . .	20′	10″	2.	Feb.			
Linz	17	2	3.—4.	„			
Mauthausen . .	23	2	3.	„			
Grein . . .	55	6	3.	„			
Nieder-Wallsee .	26	8	3.	„			
Ybbs	26	11	3.	„			
Melk	26	9	4.	„			
Mitterarnsdorf .	26	11	4.	„			
Tulln	17	6	5.—6.	„			
Höflein	15	6	5.—6.	„			
Nußdorf . . .	20	2	5.—6.	„			
Floridsdorf . .	—		—	„			
Fischamend . .	19	4	5.	„			
Regelsbrunn . .	16	7	6.	„			
Hainburg . . .	22	3	7.	„			
Gran	15	4	8.	„	15′	10″	12.—13. Feb.
Pest-Ofen . . .	12	10	6.—8.	„	13	10	13. „
Adony	—		—	„	—		—
Szegszárd . . .	21	3	6.—7.	„	nicht eingetreten		
Mohács	11	9	9.	„	16	1	11. „
						(3. Max.)	
					16	4	17. „

Im Allgemeinen zeigt sich eine fortschreitende Verzögerung des Eintrittes der höchsten Thaufluth von den oberen zu den unteren Stationen, die Verzögerung von Linz bis Pest-Ofen beträgt drei bis vier Tage; von Aschach, der ersten, bis Mohács der letzten Station sogar sieben Tage. An den ungarischen Stationen fanden jedoch Störungen durch die Eisgänge statt, welche ein zweites, ja bei Mohács sogar ein drittes höheres Maximum der Thaufluth bewirkten.

Es folgen nun die entsprechenden Daten der Thaufluth, welche der eben betrachteten voraus ging und lange nicht die Höhe der folgenden erreichte. So wie bei der früheren ist auch bei dieser der Wasserstand in seiner größten Erhebung über den tiefsten Wasserstand des Winters angegeben, außerdem ist auch die Verhältnißzahl beider Thaufluthen beigefügt.

Kleinere Thaufluth.

				die größere war höher
Aschach	9′	0″	13. Jänner	2·3 mal
Linz	6	9	12.—13. „	2·6 „
Mauthausen	11	0	13. „	2·1 „
Grein	16	9	14. „	3·3 „
Nieder-Wallsee . . .	9	10	13. „	2·7 „
Ybbs	10	1	13.—14. „	2·7 „
Melk	10	8	14. „	2·5 „
Mitterarnsdorf . . .	11	5	14. „	2·4 „
Tulln	9	2	14.—15. „	1·9 „
Höflein	5	8	14.—15. „	2·7 „
Nußdorf	9	3	14.—15. „	2·2 „
Floridsdorf . . .	8	5	14.—15. „	—
Fischamend	10	2	15. „	1·9 „
Regelsbrunn	7	11	15. „	2·1 „
Hainburg	10	7	15. „	2·1 „
Gran	12	6	16. „	1·2 „
Pest-Ofen	9	2	16. „	1·4 „
Adony	—		—	—
Szegszárd	21	11	19.—20. „	1·0 „
Mohács	9	3	23. „	1·3 „

Die Verzögerung von Linz bis Pest-Ofen beträgt wie früher wieder 3 bis 4 Tage, von Aschach bis Mohács aber 10 Tage, daher um 3 Tage mehr als bei der größeren Thaufluth und fällt insbesondere bei Szegszárd und Mohács auf, findet aber darin die Erklärung, daß bei Szegszárd der Eisstoß erst am 20. Februar abging.

Die Abnahme der Verhältnißzahl bei den Thaufluthen von den oberen zu den unteren Stationen, so wie die Schwankungen dieser Größe stehen an den österreichischen Stationen im innigen Zusammenhange mit der Erweiterung und Verengerung des Bettes, an den ungarischen Stationen waren zugleich die Eisgänge von großem Einflusse, oder vielmehr die diesen vorhergehenden Staufluthen, während an allen Stationen ober Gran der Stoß schon vor Eintritt der höchsten Thaufluth abgegangen war.

Die erwähnten Staufluthen begannen fast an allen Stationen bald nach der ersten Stellung des Stoßes und verdienen eine nähere

Betrachtung. Die Zunahme des Wasserstandes vom vorigen Tage bis am Tage der Eisstellung selbst betrug in

Nieder-Wallsee		+ 1′	8″
Regelsbrunn		+ 4	11
Hainburg		+ 6	3
Gran		+ 0	1
Pest-Ofen		0	0
Szegszárd	I.	+ 0	8
	II.	+ 0	4
	III.	0	0
	IV.	— 0	9
	V.	— 0	1
Mohács	I.	+ 0	9
	II.	+ 1	6

Dieselbe ist also an den österreichischen Stationen viel erheblicher als an den ungarischen und hängt damit zusammen, ob sich der Stoß leichter oder schwerer stellt. Die Abnahme des Wasserstandes bei der vierten und fünften Eisstellung in Szegszárd steht unter dem Einflusse der raschen Abnahme der zweiten Thaufluth. Bei Pest-Ofen zeigt sich kein Einfluß der Eisstellung auf den Wasserstand, obgleich dieser niedrig war, so wie bei der dritten Eisstellung in Szegszárd, obgleich der Wasserstand nun ein sehr hoher war.

Es dürfte ferner noch von einigem Interesse sein, die Wasserstände am Tage vor und während des Eisdurchbruches mit jenen am Tage der Eisstellung zu vergleichen. Ein höherer Stand in den fraglichen beiden Fällen ist mit + bezeichnet.

		Tag vor dem Eisdurchbruche		Erster Tag des Eisganges	
Nieder-Wallsee		+ 0′	11″	+ 2′	3″
Regelsbrunn		+ 1	1	— 2	5
Hainburg		+ 1	7	+ 3	0
Gran		+ 4	8	+ 7	8
Pest-Ofen		+ 8	5	+ 7	5
Szegszárd	I.	0	0	+ 0	6
	II.	+ 1	6	+ 14	0
	III.	— 4	8	— 2	5

Szegszárd	IV.	+ 0′	7″	+	0′	1″
	V.	0	0	+	0	2
Mohács	I.	+ 6	1	+	7	0
	II.	+ 2	4	+	4	4

Man kann annehmen, daß in jenen Fällen, in welchen der Wasserstand abnahm, der Eisabgang durch eine Staufluth veranlaßt worden ist, in den übrigen nicht, oder daß diese wenigstens dann nicht beträchtlich war.

An allen Stationen zeigt sich eine Verminderung des Wasserstandes mit der Vermehrung des Treibeises, welche jedoch nur dann sehr erheblich wird, wenn die Treibeisbildung bei hohem Wasserstande beginnt. Mit der Abnahme des Treibeises findet eine Erhöhung des Wasserstandes statt.

Fast von allen nieder-österreichischen Stationen liegen Querprofile vor, aus welchen die Änderungen des Strombettes in Folge der winterlichen Ereignisse zu entnehmen sind, worüber das Wesentliche bei den einzelnen Stationen angeführt ist.

Tabellarische Übersicht.

Die Perioden sind durch Zeiträume von wenigstens einem Tag getrennt, in welchen die Donau an allen Stationen gleichzeitig ganz eisfrei war. Z bedeutet die Stellung des Stoßes, A den Abgang, Z′ Z″... A′ A″... die Wiederholung dieser Erscheinungen.

Erstes Treibeis.

Station	Tag	Eisdicke [1])	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemper. [2])
	186$^{0}/_{1}$ [3]).				
Gran	19. December	—	+6′ 1″	—	— 3°2
(Estergom).........		—	—	—	—
Pest-Ofen	20. „	—	5 10	—	—2 ·0
(Pest-Buda)		—	—	—	—
Adony	20. „	—	—	—	—
Szegszárd	20. „	—	5 5	1′6″	—
Mohács	21. „	0°5	1 4	—	—6 ·3
	186$^{1}/_{2}$ Erste Vor-Periode				
Aschach............	7. December	0·5	—	—	—7 ·0
Szegszárd	7. „	—	2 7	—	—4 ·0
	Zweite Vor-Periode.				
Gran	13. December	—	4 8	—	—1 ·2
Adony	13. „	0·2	—	—	—
Szegszárd	12. „	—	+2 9	1 7	—
Mohács	12. „	—	—4 2	—	—3 ·0
	186$^{1}/_{2}$ Hauptperiode (mit secundären Perioden)				
Aschach............	23. December	1·0	—	—	—5 ·5
	17. Jänner	—	—	—	—7 ·
	9. Februar	1·0	—	6 6	—11·
Linz	24. December	—	+1 2	—	—5 ·5
	18. Jänner	—	+3 2	—	—7 ·
Mauthausen	23. December	3	+0 2	—	—4 ·5
	7. Jänner	8	—0 5	—	—0 ·2
	18. „	3	+3 8	—	—5
	9. Februar	3	+10 8	—	—9
Grein	24. December	—	—3 0	—	—5 ·5
	6. Jänner	—	—3 9	—	—2 ·5
	18. „	—	+4 9	—	— 9
	10. Februar	—	+13 9	—	—10

[1]) Von den bruchweise angegebenen Größen gilt die obere für Treib- die untere für Standeis.

[2]) Für die zunehmenden Phasen der Beeisung die höhere, für die abnehmenden die tiefere Temperatur des Tages genommen, insoferne 2—3 Temperatur-Angaben vorhanden waren.

[3]) Die Beobachtungen aus Ober- und Niederösterreich früher publicirt.

Erstes Treibeis.

Station	Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Nieder-Wallsee......	23. December	0"5	—1' 6"	3' 6"	—6°0
	18. Jänner	0·5	+1 4	3 5	—8·0
	10. Februar	1·0	+8 6	3 6	—8·5
Ybbs...............	24. December	—	—2 0[1])	6 1	—5·0
	18. Jänner	—	+1 6	6 6	—7
	10. Februar	—	+7 3	6 6	—
Melk...............	24. December	—	—2 0	7 0	—6·0
	17. Jänner	—	+4 8	7 4	—
	9. Februar	—	+10 8	—	—
Mitterarnsdorf.......	24. December	—	—0 9	6 6	—8·0
	18. Jänner	0·2	+2 10	6 6	—8
	10. Februar	0·2	+8 4	7 6	—5
Tulln	25. December	—	—2 5	—	—5·0
A[2])	12. Jänner	—	—2 6	—	+7·0
	18. „	..../5	+3 2	—	—8
	10. Februar	..../2	+8 4	—	—7
Höflein	24. December	..../1·2	—1 7	6	—
A[2])	12. Jänner	—	—2 0	—	—
	17. „	—	+3 3	—	—
	10. Februar	—	+7 3	—	—
Nussdorf...........	24. December	1/3	—1 4	5	—5·0
	7. Jänner	—	—3 0	—	—7·0
	17. „	—	+4 0	—	—9
	10. Februar	—	+10 8	—	—7
Floridsdorf	25. December	—	—1 9	6 1	—8
	18. Jänner	—	+2 3	8 3	—9
	11. Februar	—	?	9 2	—7
Fischamend..........	24. December	4	—1 0	3 4	—5
A[2])	12. Jänner	—	—1 10	—	+4
	17. „	4	+5 9	—	—9
A″	31. „	6	+1 2	2 6	+3
	11. Februar	11	+8 8	3 3	—8
Regelsbrunn	24. December	6	—0 4	· 3 4	—7
A[2])	12. Jänner	—	—1 8	—	+4
	16. „	4	+4 9	5 0	—10
	31. Jänner	—	+2 8	0 ?	+3
	11. Februar	11	+6 8	3 4	—9
Hainburg	24. December	4	—0 4	4 0	—5
	16. Jänner	2	+7 3	—	—9
	11. Februar	9	+5 0	—	—9

1) An diesen und den beiden folgenden Stationen läßt sich nach der Darstellung der Wasserstand nicht ganz genau angeben.

2) Durchgang.

Erstes Treibeis.

Station		Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemper.[1])
Gran		21. December	—	+4' 0"	—	—4°2
	A[2])	3. Februar	6"	+9 3	—	—0·2
Pest-Ofen		22. December	0·2	+4 2	—	—8
	A[2])	3. Februar	9	+7 6	—	0
Adony		22. December	0·2	—	—	—
Szegszárd		23. „	—	+3 8	—	—3
Mohács		25. „	1	—4 6	—	—3·5
	A[2])	21. Februar	—	+10 9	—	+4·0

Grösste Eismenge.

Station		Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
		$186^{0}/_{1}$ [3])				
Gran	Z	15. Jänner	1"	11' 4"	—	— 5°6
(Estergom)	A	31. „	6	12 11	—	— 1·6
	Z'	1. Februar	6	14 8	—	— 0·5
	A'	3. „	6	15 6	—	+ 2·7
Pest-Ofen	Z	5. Jänner	8	5 7	—	—14·0
(Pest-Buda)	A	1. Februar	11	13 6	—	0·0
Adony	Z	4. Jänner	—	—	—	—
	A	3. Februar	—	—	—	—
	Z'	5. „	—	—	—	—
	A'	8. „	—	—	—	—
Szegszárd	Z	3. Jänner	4·5	8 2	0' 0"	—
	A	8. Februar	1[illegible]	15 8	5 0	+ 4
Mohács	Z	2. Jänner	3·0	—0 4	—	— 9·4
	A	5. Februar	—	6 11	—	+ 4·0
		$186^{1}/_{2}$ Zweite Vor-Periode				
Adony		14. December	0·5	—	—	—
Szegszárd		15. „	—	4 8	—	+ 3·0
Mohács		16. „	1·0	—2 11	—	+ 3·0
		$186^{1}/_{2}$ Hauptperiode (mit secundären Perioden)				
Aschach		7. Jänner	6·0	—	—	—15·0
	A[2])	11. „	—	—	—	+ 2·0
		20. „	—	—	4 5	—10
		11. Februar	4·0	—	5 5	— 8·5

[1]) Für die zunehmenden Phasen der Beeisung die höhere, für die abnehmenden die tiefere Temperatur des Tages genommen, insoferne 2—3 Temperatur-Angaben vorhanden waren.

[2]) Durchgang.

[3]) Die Beobachtungen aus Ober- und Niederösterreich früher publicirt.

Grösste Eismenge.

Station	Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Linz	5. Jänner	—	+0' 8"	—	− 2°0
A[1]	13. „	8'0	+7 0	7' 0"	0 0
	19. 24. Jänner	—	+2 4 +1 8	3 6	− 6·2 − 4·0
Mauthausen	27. December	9	−0 3	—	− 7·0
	8. 9. Jänner	9	−0 10	—	−10·5
	22. „	9	0 0	—	− 4·5
	11. Februar	9	+7 6	—	− 6·5
Grein	25. 27. Dec.	5	−3 3	—	—
	9. Jänner	—	−4 9	—	− 8·5
	21. „	8·5	−0 11	—	− 8·0
	11. Februar	9	+10 0	10	− 9·5
Nieder-Wallsee. Z	25. December	0·5	−1 9	3 0	− 8·5
A	12. Jänner	10·0	+1 2	0 0	+ 4·3
	20. „	2·5	+0 2	3 4	−10·7
	11. Februar	1·0	+6 6	3 5	− 7·0
Ybbs	9. „	0·9	−3 0	6 1	− 4·5
	18. 19. Jänner	—	+1 6 0 0	6 6	− 7 − 5
	10. Februar	—	+7 3	6 6	—
Melk	26.—30. Dec.	0·8	−2 0 −3 0	7 0	− 1·5 − 8·0
	21. 22. Jänner	0·5	−1 −2	—	− 7·2 − 1·5
	10, 11. Feb.	1·3 1·7	+8 3 +6 2	7 6	− 9·5 − 5·3
Mitterarnsdorf	30. Dec. —1. J. 4. 9.—11. Jän.	0·5	−2 2 −2 11	4 6 5 0	+ 4·0 − 7·3
	19.—24. „	0·8 1·1	+1 −1 6	4 6	−11 + 1
	11. 12. „	0·3	+6 7 +4 8	6 6	− 7 + 0
Tulln	30. December 7.—10. Jänner	—	−3 1 −3 9	—	+ 4·0 − 4·0
A[1]	13. Jänner	—	+1 2	—	+ 4·0
	19.—21. Jänn.	. . . . 5·2	+2 0 −0 4	6	− 7 − 6
	11. Februar	 3	+5 10	6	− 8
Höflein	28. 31. Dec.	5·0	−2 4 −2 7	4	—
A[1]	13. Jänner	—	+0 3	—	—
	24. 25. Jänner	 5	−1 9 −2 2	6	—
	11. Februar	—	+5 0	—	—

1) Durchgang.

Grösste Eismenge.

Station		Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Nußdorf		28. 29. Dec.	6" 5	—2' 10"	—	— 2·0 — 6·0
		10. Jänner	8 6	—4 4	3	— 5·0
		22.—25. Jänn.	9	—1 0 —1 9	—	— 5 — 4
		11. Februar	—	+8 3	—	— 9
Floridsdorf		31. December 8.—10. Jänner	—	—4 2 —4 8	—	— 4° — 7
		19.—21. Jänn. 24. „	—	+1 3 —2 8	6' 7" 5 8	— 7 — 8
		12. 13. Feb.	—	+3 9 +2 6	8 7 7 0	— 2 — 1
Fischamend		28. Decemb. 2. Jänn.	8	—2 4 —2 9	—	— 3 — 7
	A[1]	13. Jänner	4	+1 9	—	+ 4
		19.—23. Jänn.	—	+3 2 —0 10	—	—10 — 3
	A′′	31. „	6	+1 2	2 6	+ 3
		11. Februar	11	+8 8	3 3	— 8
Regelsbrunn		26. December 2. Jänner 7.—8. Jänner	8	—0 11 —1 9	3 0	— 4 —10
	A[1]	14. Jänner	4	+ 5 0	—	— 5
	Z	25. Jänner	—	+ 5 7	2 0 0 0	— 2
	A′′	28. „	8	+ 3 3	0 0 4 6	— 3
		31. „	—	+ 2 8	0 ?	+ 3
		11. Februar	11	+ 6 8	3 4	— 9
		29. December 31. De.-3. Jän.	8	— 1 9 — 2 4	3 0	— 4 — 7
Hainburg	Z	24. Jänner	3	+ 7 8	0 0	— 4
	A	1. Februar	—	+10 8	5 0	+ 5
		11. „	9	+ 5 0	—	— 9
Gran	Z	3. Jänner	2·5	+ 2 2	—	— 4·6
	A	15. „	—	—	—	—
	A[1]	3. Februar	6·0	+ 9 3	—	— 0·2
Pest-Ofen	Z	1. Jänner	5	+ 2 4	—	— 5
	A	17. „	9	+11 0	—	— 5
	A[1]	5. Februar	9	+14 0	—	+ 6
Adony	Z	5. Jänner	5	—	—	— 5
	A	16. „	—	—	—	—
	Z′	24. „	2	—	—	—
	A′	31. „	—	—	—	—
Szegszárd	Z	1. „	—	+ 0 8	1 4	—
	A	2. „	—	+ 1 3	—	—

[1] Durchgang.

Grösste Eismenge.

Station		Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemper.
Szegszárd	Z′	5. Jänner	—	+ 4′0″	—	— 8°
	A′	16. „	—	+17 0	4′4″	—
	Z″	23. „	—	+21 8	4 6	—
	A″	5. Februar	—	+19 4	—	—
	Z‴	15. „	—	+ 9 3	—	—
	A‴	20. „	—	+ 9 4	—	—
	Z⁗	23. „	—	+ 9 4	—	—
	A⁗	23. „	—	+ 9 4	—	—
Mohács........	Z	5. Jänner	—	— 3 7	—	—2
	A	6. Februar	—	+ 3 0	—	+6
	Z′	7. „	—	+ 4 9	—	+1
	A′	10. „	—	+ 9 1	—	—4
	A[1])	24. „	—	+10 5	—	+4·5

Letztes Treibeis.

Station		Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
186⁰/₁ [1]).						
Gran..........	A	31. Jänner	6″	+12′11″	—	—1°6
(Estergom)...	A′	11. Februar	6	8 11	—	+8·7
Pest-Ofen ..... (Pest-Buda)	A	11. „	—	10 0	—	+7·0
Adony	A′	11. „	—	—	—	—
Szegszárd	A	12. „	—	10 2	2′6″	+5·5
Mohács	A	13. „	—	7 8	—	+4·0
186¹/₂ Erste Vor-Periode						
Aschach		8. December	1·0	—	—	—1·0
Szegszárd		7. „	—	2 7	—	—4·0
Zweite Vor-Periode.						
Gran................		13. December	—	4 8	—	—1·2
Adony		15. „	1·0	—	—	—
Szegszárd		16. „	4·0	+ 4 9	2 0	+3·0
Mohács.............		16. „	1·0	— 2 11	—	+6·8
186¹/₂ Hauptperiode (mit secundären Perioden).						
Aschach		6. Jänner	—	—	3 8	—2·0
	A[2])	12. „	—	—	—	+3·0
		25. „	—	—	—	—2
		13. Februar	—	—	—	—1
Linz		11. Jänner	—	+ 2 3	—	0·0
	A[2])	13. „	8·0	+ 6 4	7 0	0·0
		25. „	4	+ 1 6	3 4	—2

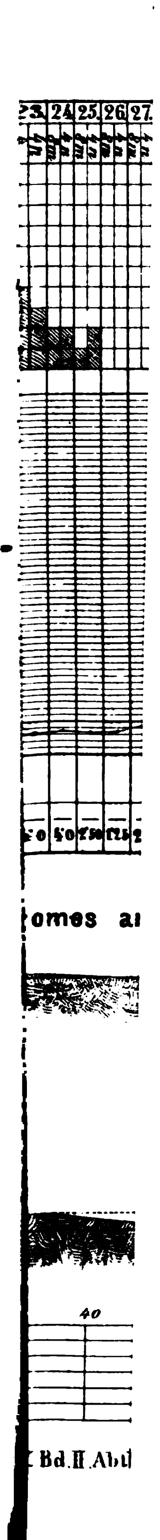
[1]) Die Beobachtungen aus Ober- und Niederösterreich früher publicirt.

[2]) Durchgang.

Letztes Treibeis.

Station	Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Mauthausen	5. Jänner	3"	— 0' 4"	—	—4°5
	10. „	8	— 0 10	--	—6·0
	25. „	7	+ 0 3	—	±0
	13. Februar	5	+ 5 10	—	±0
Grein	4. Jänner	—	— 4 3	—	—
	10. „	—	— 4 7	—	—1·0
	25. „	—	— 1 9	—	—2·5
	13. Februar	—	+ 6 3	—	—2·0
Nieder-Wallsee. A	13. Jänner	3·0	+ 7 6	3'10"	+2·5
	26. „	0·5	— 0 3	3 4	±0·0
	13. Februar	1·0	+ 3 8	3 6	—0·5
Ybbs...............	13. Jänner	—	+ 6 6	—	+5·0
	26. „	0·5	— 1	6	+4·5
	13. Februar	—	+ 3 0	6	—
Melk...............	12. Jänner	—	+ 2 6	7 4	+2·5
	26. „	—	— 0 9	—	+3
	13. Februar	—	+ 3 8	—	—0·5
Mitterarnsdorf.......	12. Jänner	—	+ 2 0	—	+7·0
	25. „	0·4	— 1 4	—	+0·5
	13. Februar	—	+ 3 9	—	+2
Tulln .... A[1])	14. Jänner	—	+ 4 6	—	—3·0
	26. „	—	— 1 3	—	+3
	13. Februar	—	+ 3 8	—	—1
Höflein		—	—	—	—
A[1])	14. Jänner	—	+ 3 0	—	—
	26. „	—	— 2 3	—	—
	13. Februar	—	+ 3 3	—	—
Nußdorf............	6. Jänner	—	— 2 10	—	—1·0
	12. „	—	— 3 3	—	+4·0
	26. „	—	— 1 9	—	—2
	13. Februar	—	+ 5 4	—	—1
Floridsdorf	13. Jänner	— —	— 1 5	7 4 } 1 0	—3·0
	26. „	—	— 2 4	6 2	—1
	13. Februar	—	+ 2 6	7 0	—1
Fischamend	12. Jänner	—	— 1 10	—	+4
A[1])	15. „	—	+ 7 3	—	—4
	26. „	—	+ 1 0	—	±0
A″	1. Februar	—	+ 8 2	3 0	+5
	13. „	4	+ 6 9	—	±0
Regelsbrunn..... ...	12. Jänner	—	— 1 8	—	+4
A[1])	14. „	4	+ 5 0	—	—5
	29. „	—	+ 3 3	4 0	—5
A″	1. Februar	6	+ 7 2	4 0	—5
	14. „	—	+ 3 2	—	—5
Hainburg	14. Jänner	—	+ 6 9	5 0	—4
	2. Februar	—	+13 4	—	+2
A	14. „	3	+ 4 9	—	—4

[1]) Durchgang.

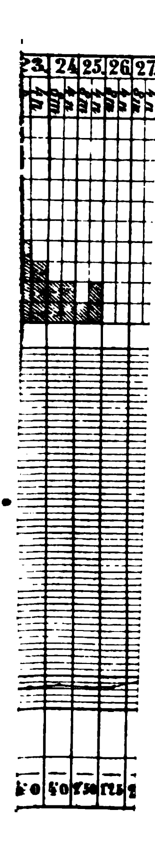


23.
24.
25.
26.
27.
omes a
40
Bd. II Abt

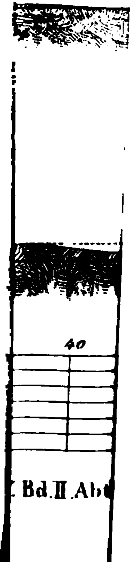
Letztes Treibeis.

Station	Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Mauthausen	5. Jänner	3"	— 0' 4"	—	—4°5
	10. „	8	— 0 10	--	—6·0
	25. „	7	+ 0 3	—	±0
	13. Februar	5	+ 5 10	—	±0
Grein	4. Jänner	—	— 4 3	—	—
	10. „	—	— 4 7	—	—1·0
	25. „	—	— 1 9	—	—2·5
	13. Februar	—	+ 6 3	—	—2·0
Nieder-Wallsee. A	13. Jänner	3·0	+ 7 6	3'10"	+2·5
	26. „	0·5	— 0 3	3 4	±0·0
	13. Februar	1·0	+ 3 8	3 6	—0·5
Ybbs	13. Jänner	—	+ 6 6	—	+5·0
	26. „	0·5	— 1	6	+4·5
	13. Februar	—	+ 3 0	6	—
Melk	12. Jänner	—	+ 2 6	7 4	+2·5
	26. „	—	— 0 9	—	+3
	13. Februar	—	+ 3 8	—	—0·5
Mitterarnsdorf	12. Jänner	—	+ 2 0	—	+7·0
	25. „	0·4	— 1 4	—	+0·5
	13. Februar	—	+ 3 9	—	+2
Tulln .... A[1])	14. Jänner	—	+ 4 6	—	—3·0
	26. „	—	— 1 3	—	+3
	13. Februar	—	+ 3 8	—	—1
Höflein		—	—	—	—
A[1])	14. Jänner	—	+ 3 0	—	—
	26. „	—	— 2 3	—	—
	13. Februar	—	+ 3 3	—	—
Nußdorf	6. Jänner	—	— 2 10	—	—1·0
	12. „	—	— 3 3	—	+4·0
	26. „	—	— 1 9	—	—2
	13. Februar	—	+ 5 4	—	—1
Floridsdorf	13. Jänner	— — —	— 1 5	7 4 } 1 0 }	—3·0
	26. „	—	— 2 4	6 2	—1
	13. Februar	—	+ 2 6	7 0	—1
Fischamend	12. Jänner	—	— 1 10	—	+4
A[1])	15. „	—	+ 7 3	—	—4
	26. „	—	+ 1 0	—	±0
A″	1. Februar	—	+ 8 2	3 0	+5
	13. „	4	+ 6 9	—	±0
Regelsbrunn..... ...	12. Jänner	—	— 1 8	—	+4
A[1])	14. „	4	+ 5 0	—	—5
	29. „	—	+ 3 3	4 0	—5
A″	1. Februar	6	+ 7 2	4 0	—5
	14. „	—	+ 3 2	—	—5
Hainburg	14. Jänner	—	+ 6 9	5 0	—4
	2. Februar	—	+13 4	—	+2
A	14. „	3	+ 4 9	—	—4

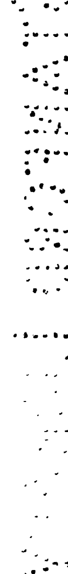
[1]) Durchgang.



omes a



Bd.II.Ab



Letztes Treibeis.

Station		Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Gran	A	31. Jänner	1"5	+ 4'8"	—	+3°6
	A 1)	5. Februar	6	+15 7	—	+5·6
Pest-Ofen	A	30. Jänner	1	+ 6 2	—	+1·0
	A 1)	7. Februar	9	+15 2	—	—1·0
Adony	A'	3. „	—	—	—	—
Szegszárd	A'''	23. Februar	—	+ 9 4	—	—
	Z''''	28. „	—	+ 8 6	2'4"	—
	A''''	28. „	—	+ 8 6	2 4	—
Mohács	A'	20. „	—	+11 0	—	+5
	A 1)	28. „	—	+ 9 8	—	+4 2

1) Durchgang.

Zur Entwickelungsgeschichte des Auges der Fische.

Von Dr. **S. L. Schenk**,
Assistenten am physiologischen Institute der Wiener Universität.

(Mit 2 Tafeln.)

Die Schwierigkeiten, welche sich bei den Untersuchungen über die Entwickelung des Fischauges den früheren Forschern entgegenstellten, sind Schuld daran, daß die Kenntniß über das embryonale Fischauge so mangelhaft blieb. Während man beim Säugethier- und Huhn-Embryo die frühesten Stadien im durchfallenden Lichte bei sorgfältiger Präparation beobachten kann, versagt es uns bei der größten Aufmerksamkeit der Fischembryo. Befreien wir das Ei des Letzteren von seiner Hülle, so zerfließt der von ihr eingeschlossene Inhalt auf dem Objectträger, ohne daß wir mehr als ein Zellenlager, den sogenannten Keim [1]), umgeben von Fetttröpfchen, sehen, woran die Unterschiede der Organanlage nur undeutlich oder gar nicht zu Gesichte kommen.

Sind aber die Elemente des Keimes schon im innigeren Zusammenhange, und haben sie sich zu Organgruppen gestaltet, so läßt sich mit Leichtigkeit der Embryo von seiner Eihülle befreien, und der Untersuchung unterziehen. Wenn dies für die übrigen Organe genügt, so stellen sich neuerdings Schwierigkeiten bei der Untersuchung des Auges ein, die durch die Bildung des Pigmentes bedingt sind und mit Zunahme desselben sich steigern.

Um diesen Übelständen sowohl für die frühen als späten Entwickelungsstufen abzuhelfen, habe ich das embryonale Fischauge mit Hilfe der Stricker'schen Methode [2]) auf Durchschnitten untersucht.

Zur Untersuchung dienten mir Forellen, die ich künstlich befruchtete, und die in einer Vorrichtung, welche langsam fließendes

---

[1]) Stricker, Sitzungsberichte d. k. k. Akad. d. Wissensch. L. Bd., II. Abth., 1865.

[2]) Archiv f. Physiologie 1864, I. Heft.

Wasser zu- und abgehen ließ, bis zum Auskriechen der Embryonen aus der Eischale, aufbewahrt wurden.

Die früheste Anlage des Auges bei Fischen ist eine paarige zu beiden Seiten des Vorderhirns in Form seitlicher Ausstülpung desselben, auf welche Übereinstimmung mit den Säugethier- und Huhn-Embryonen C. Vogt [1]) aufmerksam macht. Diese Ausstülpungen sind den Embryologen als Augenblasen bekannt. Die Augenblasen nehmen allmälig an Ausdehnung zu bis sie die oberflächliche Zellenlage (das äußere Keimblatt) zu beiden Seiten des Vorderhirns erreichen, worauf sie einer Reihe von Veränderungen unterliegen, die genau denen, wie sie uns bei Säugethieren und Vögeln bekannt sind, gleichen. Daher bringe ich die Zeichnung eines Querschnittes in Fig. 1, die den Zusammenhang der Höhle des Centralcanals mit der Augenblase darstellt, und woran man die Übereinstimmung der frühesten Anlage mit den höheren Wirbelthieren sogleich erblickt.

Der Schnitt ward senkrecht auf die Längsachse des Embryonalleibes in der Gegend der Mittelhirnblase gelegt. Zunächst sehen wir die große Höhle *C*, welche den Durchschnitt durch das abgeschlossene Centralnervensystem darstellt, diese steht mit den seitlichen Höhlen *AA*, den Durchschnitten der Augenblase, durch den Stiel *S* in Verbindung. Letzterer bewirkt die Communication der Augenblase mit der Höhle des Centralnervensystems. Sowohl die benannten Höhlen, als auch der Hohlraum des Stieles, sind zunächst von den Gebilden des äußeren Keimblattes umgeben, mit Ausnahme in der äußeren Wand der Augenblase, wo die Durchmesser der Elemente nach keiner Richtung prävaliren.

An der Augenblase unterscheiden wir zwei Lamellen, eine innere dickere *v* und eine äußere dünnere *h*, diese steht so ziemlich gleichlaufend der ihr zugekehrten Wand des Centralnervensystems, und bildet mit ihr unter Mitwirkung des Stieles *S* eine Bucht, in welcher die Gebilde des mittleren Keimblattes *N* eingelagert sind, die wenn wir diesen Querschnitt auf die körperlichen Dimensionen der Augenblase beziehen, letztere ringsherum längs der inneren Oberfläche der inneren Wand der Augenblase umgeben.

Alle diese beschriebenen Gebilde sind von jenem Reste des äußeren Keimblattes umgeben, der nicht zur Bildung des Central-

---

1) Embryologie des Salamones par C. Vogt, Neuchatel 1842.

nervensystems mit einbezogen wurde und von Remak als Hornplatte bezeichnet wurde. Betrachten wir nun diese Zellenlage näher, so erscheint sie uns in zwei Schichten gesondert, von denen die äußere *x* aus einer Reihe von spindelförmigen, die innere *y* aus rundlichen oder polygonalen Zellen besteht, die dichtgedrängt neben einander liegen.

Nachdem sich die Augenblase zu dem eben beschriebenen Bilde gestaltet hat, gehen in dem sie bedeckenden äußeren Keimblatte Veränderungen vor, die zur Entwickelung der Linse führen.

Seit Huschke [1]) darauf aufmerksam machte, daß die Linse zu den Einstülpungsbildungen zu zählen ist, war man allgemein der Meinung, daß sie bei allen Wirbelthieren in ihrer ersten Entwickelungsstufe eine nach außen offene Grube darstellt, nur v. Ammon [2]) wich eine zeitlang von dieser Ansicht ab.

C. Vogt fand die Angaben von Huschke so bestätigt bei den Fischen, daß er direct auf sie verweist, und erklärt eine nach außen offene Grube gesehen zu haben. In neuester Zeit hatte Barkan [3]), die Angaben Remak's bei den Batrachiern bestätigt, daß bei den Batrachiern die Linse nicht aus der oberflächlichen Zellenlage als eine nach außen offene Grube sich bildet; sie ist ein Product der von Stricker als Nervenblatt bezeichneten Zellenschichte, und wird als eine Grube von der Hornschichte überzogen.

Rücksichtlich der Anlage der Linse bei Fischen habe ich andere Resultate erhalten als Vogt.

Fig. 2 stellt einen Querschnitt durch die embryonale Linse eines 20 Tage alten Forellenembryo dar [4]). In derselben begegnen wir gleich Fig. 1 dem Querschnitte des Centralnervensystems *C*, der Augenblase *A*, nur ist in diesem Falle nicht der Stiel der Augenblase in die Schnittebene gefallen. Die Augenblase deren inneres Blatt nach außen napfförmig vertieft ist, hat in ihrer äußeren Wand *h*, welche aus rundlichen Zellen besteht, noch keine Pigmentkörnchen

1) Meckel's Archiv 1832, S. 17.

2) Zeitschrift für Ophthalmologie Bd. III.

3) Sitzungsberichte d. k. Akad. d. Wissensch.

4) Remak, Entwickelungsgeschichte 1855 Berlin, S. 91. Anmerkung. Bei Fischen läßt sich die Abschnürung der Linse von dem oberen Keimblatte fast noch leichter verfolgen, als beim Hühnchen, namentlich auch die Öffnung der Linse beobachten.

eingelagert. Die innere Wand *v* ist von spindelförmigen Elementen zusammengesetzt. Zwischen der Augenblase und dem Centralnervensystem sind die Gebilde des mittleren Keimblattes *N* eingelagert, die die Grundlage der äußeren Hüllen des Auges bilden.

Nach außen von der napfförmigen Vertiefung der Augenblase zieht das äußere Keimblatt vorüber, welches, wie erwähnt, aus zwei Zellenlagen besteht. Die äußere Zellenlage *x* geht ohne eine Veränderung erlitten zu haben vor der inneren *y* vorbei. Die innere aber hat sich entsprechend der Concavität der zurückgestülpten Augenblase verdickt und in Form eines Grübchens vertieft, welches Grübchen aber nicht nach außen offen mündet, sondern durch das äußere Stratum *x* des äußeren Keimblattes bedeckt ist.

Wenn man bei der Betrachtung der Linsengrube mit auffallendem Lichte dennoch eine nach außen offene Grube zu sehen glaubte, so konnte das nur auf Täuschungen beruhen, denn ich sah an frischen Embryonen nie ein Linsengrübchen ebensowenig als ich ein Gehörgrübchen sah, und konnte mich in dieser Auffassung der Linsenbildung durch einen Querschnitt Fig. 2 bestärken.

Wir sehen somit, daß die Entwickelung der Linse bei den Fischen analog ist dem Vorgange, wie wir ihn an den Batrachiern kennen, und wir sind weit entfernt eine Analogie mit der Bildungsweise beim Huhne herauszufinden, indem sich bei diesem die Linse als eine nach außen offene Grube präsentirt, die nur vom vorübergehenden doppelblättrigen Amnion bedeckt sein kann, wenn es sich schon soweit über den Kopf des Embryo ausgebreitet hat.

Bei den Batrachiern finden wir das äußere Keimblatt schon in der frühesten Anlage in zwei Zellenreihen getrennt, und Stricker hat dem äußeren Zellenlager die Bedeutung des Hornblattes gegeben, während das innere als Nervenblatt fungirt. Vergleichen wir unsere beiden Schichten des äußeren Keimblattes mit jenem der Batrachier, so sehen wir, daß ihr Verhalten bei der Bildung der Linse einander gleich ist, ebenso kann ich es von der Anlage des Gehörorgans sagen. Es liegt nun sehr nahe, bei den Fischen im äußeren Keimblatte zwei gesonderte Schichten, die Hornschichte und Nervenschichte, zu unterscheiden.

Wenn ich das äußere Keimblatt bei den Fischen in dem angegebenen Sinne aufasse, so gilt das nach meiner Erfahrung nur für die Fische und Batrachier. Beim Huhne und Säugethier (Kaninchen,

Meerschweinchen) bin ich zu ganz anderen Resultaten gekommen, bei diesen besteht das äußere Keimblatt nur aus einem Zellenlager, welches beim Aufbaue der Anlagen der Sinnesorgane sich so verhält, wie die tiefere Zellenschichte des äußeren Keimblattes bei jenen.

Die weitere Entwickelung der Linse besteht in der Vereinigung der Begrenzungswand der Linsengrube zu einer abgeschlossenen Blase, von welcher sich der Rest des Nervenblattes abgeschnürt hat, und vor der Linse vorüberzieht. Fig. 3 stellt diese Entwickelungsstufe des Auges im Querschnitte dar. Die Augenblase hat sich derart gestaltet, daß man ihre beiden Lamellen *v*, *h* dicht an einander liegen sieht, sie ist von den Gebilden des mittleren Keimblattes *N* umgeben, dessen Elemente sich ringsherum spindelförmig anordnen. Die Linse *L* ist abgeschlossen und füllt die äußere Vertiefung der Augenblase aus. Vor ihr zieht das äußere Keimblatt *x*, *y* vorüber. Im weiteren Verlaufe der Entwickelung verhalten sich der äußere und innere Halbkreis der Linse verschieden. Während ersterer Fig. 4, Fig. 5, *m* allmälig dünner wird, bis er sich zu einer Schicht von kleinen rundlichen Zellen gestaltet, wird die letztere *n* dicker, und bildet sich zu Fasern um, die die eigentliche Linsensubstanz repräsentiren. Fig. 4, Fig. 5 stellen Querschnitte durch das Auge der weiteren Stadien vor. Wir sehen die innere Partie *n* zunehmen und faserig werden, und finden darin einzelne Zellen, die zu Fasern auswachsen, vermissen aber dabei die Erfahrung, die wir an Linsen von Säugethier- und Huhnembryo machen, bei Fischen, das ist, das Vorhandensein einer Kernzone, worauf H. Meyer [1]) aufmerksam machte.

Somit können wir in Kürze die Entwickelungsgeschichte der Linse bei Fischen folgendermaßen zusammenfassen. Die Linse bildet sich als eine Verdickung im tieferen Zellenstratum des äußeren Keimblattes, welches sich allmälig zu einer Grube umstaltet, die aber nicht nach außen offen mündet. Letztere schließt sich zu einer Blase deren hintere Peripherie zur eigentlichen Linsensubstanz wird, die vordere aber bleibt als ein dünnes Zellenlager zurück.

Im Verlaufe meiner Untersuchungen wollte ich mir Aufschluß verschaffen über die Bildung des Coloboma, des sogenannten Augenspaltes, welcher sich in der Augenblase nach unten befindet, und zu

---

1) Müller's Archiv 1851.

Stande kömmt, indem mit der napfförmigen Vertiefung der Augenblase nach außen zugleich auch eine Furche an der unteren Peripherie derselben sich bildet (Schöler), dadurch entsteht ein Zugang zum Raume hinter der Linse (dem Glaskörperraume), wohin die Gebilde der Cutis wuchern (Schöler) um daselbst den Glaskörper zu bilden. Zu diesem Zwecke habe ich mir Durchschnitte durch das embryonale Auge derart bereitet, daß ich senkrecht auf die optische Achse des Auges meine Schnitte führte. Ich mußte nun auf diese Weise stets den Augenspalt treffen und zugleich auch die übrigen Gebilde des Auges zur Anschauung bekommen. Ein solcher Durchschnitt, wie ich ihn aus einer frühen Entwickelungsperiode darstellte, ist Fig. 6. Der Spalt *sp* ist an der unteren Hälfte des Auges und ist in unserer Figur begrenzt durch die Punkte *O* und *f*. Man sieht an diesen Punkten die Übergangsstellen der beiden Lamellen der Augenblase *v*, *h*. Die äußere *h* besteht aus rundlichen Zellen in denen noch wenig Pigment abgelagert ist, so daß man am Embryo bei auffallendem Lichte noch kein Coloboma sieht. Die innere *v* besteht aus spindelförmigen Zellen, die ein körniges Protoplasma haben, und zeigt noch keine den Retinalschichten entsprechende Sonderung. Auf dem Durchschnitte durch den Augenspalt *o*, *f*, sieht man eine Anhäufung von Zellen die zum Theile dem äußeren Keimblatte *x* zum Theile dem mittleren *N* angehören. Innerhalb der Augenblase haben wir den Durchschnitt der Linse *L* die mit den äußeren Gebilden der tieferen Zellenlage des äußeren Keimblattes im Zusammenhange steht, was der Fall sein kann bei einem Zustande der Linse, wo sie sich noch nicht vom äußeren Keimblatte vollkommen isolirt hat. Den übrigen Raum der Augenblase füllt eine gleichmäßige Masse aus, die den embryonalen Glaskörper *(Cv)* darstellt.

Man könnte glauben, daß die Stelle, welche ich als Glaskörperraum hezeichne *(Cv)*, bei Behandlung der Embryonen mit verdünnter Chromsäure ein Product der Schrumpfung der den Raum *(Cv)* begrenzenden Gebilde wäre, wenn ich nicht denselben mit einer gleichförmigen Masse (Fig. 6) ausgefüllt sähe, was schließen läßt, daß dieser Raum auch im lebenden Embryo vorhanden sein mußte.

Die Elemente innerhalb des Augenspaltes gehören dem äußeren und mittleren Keimblatte an. Die des äußeren *(y)* erstrecken sich bis zur Linse *(L)*, mit welcher sie im Zusammenhange stehen. Die Gebilde des mittleren Keimblattes, die den Augenspalt *O*, *F* passiren,

legen sich zum Theile an die Innenwand der Augenblase an, stehen aber nicht im Zusammenhange mit der gleichförmigen Masse *(Cv)*, die den embryonalen Glaskörper darstellt, hingegen nach außen hängen sie mit den die Augenblase umgebenden Gebilden des mittleren Keimblattes *(N)* zusammen, als deren directe Fortsetzung sie anzusehen sind.

Man ersieht hieraus, daß der Glaskörper in seinem frühesten embryonalen Zustande nicht immer aus Zellen zusammengesetzt ist, sondern nur eine gleichförmige Masse darstellt. Der Glaskörper von älteren Embryonen zeigt auf dem Durchschnitte (Fig. 5, *Cv*) ebenfalls eine gleichmäßige Masse, in welcher sich Blutgefäße *(A)* und ein fadenförmiges maschiges Gerüste, welches structurlos ist, befinden.

Ich konnte mich dem zu Folge an Durchschnitten, nach den verschiedensten Richtungen des Auges, von der Richtigkeit der Angaben nicht überzeugen, daß im embryonalen Glaskörper Zellen vorhanden wären (Virchov), trotzdem ich dies bezüglich jedes meiner Präparate sorgfältigst prüfte.

Hiermit will ich nicht aussagen, daß der Glaskörper nicht aus Zellen entstünde, und nur aus einer homogenen Masse sich bildet, sondern, daß der einmal gebildete Glaskörper uns eine gleichförmige Masse darstellt, sowohl in den frühesten als spätesten Entwickelungsstadien.

Macht man einen, auf die optische Achse des Auges senkrechten Schnitt an Embryonen, welche in ihrer Entwickelung noch nicht so weit vorangeschritten, als der letztbeschriebene, und trifft dieser Schnitt derart den Augenspalt, daß er wohl im Bereiche der Linse aber entfernter vom hinteren Pole, mehr nach vorne liegt, so sieht man Fig. 7 die Zellenmasse *st*, welche innerhalb des Spaltes sich befindet und der inneren Zellenlage *y* des äußeren Keimblattes angehört, sowohl mit dieser als auch mit der Linse *L* in Verbindung stehen, gleichsam als würde sie in Form eines Stieles hineinragen, um die Linse in der noch sonst von Glaskörper leeren Augenblase zu befestigen.

Daß die Linse in diesem Falle genau in einem Meridian nahe ihrer Mitte durchschnitten ist, dafür spricht ihre Gestalt, die sie uns auf dem Querschnitte darbietet.

Wir sehen an ihr ringsherum die Zellen dichter angeordnet, während in der Mitte der kreisförmigen Durchschnittsfläche, die

Zellen weniger gedrängt stehen, was man gewöhnlich an embryonalen Linsendurchschnitten zu sehen Gelegenheit hat, wenn man nahe ihrer Mitte kömmt, was auch mit dem Baue der embryonalen Linse zusammenhängt. Von den Gebilden des mittleren Keimblattes die durch den Augenspalt ziehen, auch von der gleichförmigen Masse die den embryonalen Glaskörper darstellt, ist noch nichts zu sehen, auch erreichten die Gebilde des mittleren Keimblattes *(N)*, welche die Augenblase umgeben, noch nicht den Augenspalt.

Hat sich die Linse vom Stiele, durch welchen sie mit dem äußeren Keimblatte im Zusammenhange war, getrennt, so nähern sich zugleich die Übergangszellen der Retina in das *Stratum pigmentosum* der *chorioidea* Fig. 8, *o*, *f* an einander, und der Spalt wird enger. Der Stiel der Linse zeigt sich nur noch als ein kleiner Rest an der unteren Peripherie des Linsendurchnittes. An seiner Stelle finden sich die Gebilde des mittleren Keimblattes in der Bucht *R*, zwischen den Berührungsstellen *o* und *f*, Fig. 8. Es fehlt aber stets jeder Zusammenhang der Gebilde außerhalb der Augenblase mit denen des embryonalen Glaskörpers.

Das äußere Keimblatt *xy* zieht unterhalb des Augenspaltes vorüber.

Nun beginnt das Pigment sich in der äußeren Lamelle der Augenblase abzulagern, und man sieht mit freiem Auge erst jetzt an der unteren Hälfte einen weißen Streifen, welcher dem Augenspalte entspricht.

Im weiteren Verlaufe gestaltet sich der Spalt der Augenblase bei den Fischen in eigenthümlicher Art, was mit dem Baue des Fischauges im Zusammenhange steht. Mit dem gänzlichen Schwinden des Stieles der Linse, legen sich die Übergangsstellen der embryonalen Retina in das *stratum pigmentosum* der *Chorioidea* Fig. 9, *o*, *f* derart an einander, daß sie Fortsätze bilden *(f, o)* die in die Augenhöhle ragen und vereint bis an den Rand der Linse ziehen, an welchem sie sich, so sie ihn erreicht haben, befestigen. Beide Fortsätze berühren sich einander mit ihren Pigmentschichten *(hh)*. Zwischen den Pigmentschichten der Fortsätze konnte ich nie eine Zellenlage sehen, die als Rest des Stieles der Linse zu betrachten wäre, sondern die Elementargebilde die zwischen den Fortsätzen *st N* sich vorfinden, stehen mit den Gebilden des mittleren Keimblattes *N*, welche die Augenblase umgeben in Verbindung, und dienen als Grundlage für

die Gefäße, die innerhalb des *Processus falciformis* der erwachsenen Fische sich finden, was anzunehmen nahe liegt, da die Gefäße nur aus dem mittleren Keimblatte ihr Material zum Aufbaue beziehen. Die übrigen Theile des Durchschnittes sind den vorigen Figuren analog zu deuten.

Es fragt sich nun, welche Bedeutung können wir den, den Augenspalt begrenzenden Stielen, die die Linse erreichen, beilegen.

Die beiden Stiele der secundären Augenblase die man nur bei den Fischembryonen findet, stimmen in Betreff ihrer Lage, und ihrer Ausbreitung mit dem *Processus falciformis* des Fischauges der Erwachsenen überein. Sie befinden sich in der Chorioidealspalte und erreichen die Linsenkapsel, an welcher man sie in vorangerückteren Stadien Fig. 10 mit einer kleinen Ausbreitung anhaften sieht.

Da ich nun im embryonalen Fischauge auf keine Weise ein anderes Gebilde fand, das sowohl nach seinem Verlaufe als nach seiner Insertion dem *Processus falciformis* des Fischauges entsprechen könnte, so sehe ich in den beiden Stielen *o, f* des Coloboma der secundären Augenblase die Anlage des *Processus falciformis.*

An Forellen, die ihre Fischschale bereits vier Wochen verlassen haben, und keine Dotterblase mehr besassen, konnte ich mich überzeugen, daß dieser Fortsatz Gefäße führte, welche, wie erwähnt, nur aus den Gebilden des mittleren Keimblattes, die an der Anlage des *Processus falciformis* Antheil nehmen, gebildet wurden.

Somit hätten wir die Bildung der Chorioidealspalte, des Glaskörpers und des *Processus falciformis* kennen gelernt und wollen das Vorhergesagte in Kürze zusammenfassen. Die Chorioidealspalte kömmt zu Stande, indem mit der napfförmigen Vertiefung der Augenblase nach außen zugleich eine Furche an der unteren Hälfte der Augenblase sich bildet, die mit der nach außen befindlichen napfförmigen Vertiefung im Zusammenhange steht. In dieser Furche befinden sich die Gebilde des äußeren und mittleren Keimblattes. Die ersteren sieht man temporär als einen Stiel der vom äußeren Keimblatte noch nicht ganz abgeschnürten Linse, die letzteren ziehen neben demselben bis an den Glaskörperraum, welcher von einer homogenen Masse ausgefüllt ist, um daselbst die Anlage zu den Gefäßen zu geben. Indem die Begrenzungsränder der Furche in Form eines Fortsatzes gegen die Linse zu wuchern, und zwischen ihren einander zugekehrten Flächen Gebilde vom mittleren Keimblatte

führen, welche mit den Gebilden rings um die Augenblase, im Zusammenhange sind, geben sie die Anlage zum *Processus falciformis*. Der Glaskörper besteht aus einer homogenen Masse, die in vorgerückteren Stadien der Entwickelung, von einem Gerüste durchzogen ist, worin keine Formelemente, mit Ausnahme jener der Gefäße und deren Inhalt, nachzuweisen sind.

Wir haben bis jetzt unsere Aufmerksamkeit nur den Gebilden des äußeren Keimblattes, die am Aufbaue des Sehorgans theilnehmen, zugewendet. Die Gebilde des mittleren Keimblattes haben wir nur in soferne berücksichtigt, als sie an der Umhüllung der Augenblase und des *Processus falciformis* Antheil nehmen. Doch ist hiermit ihre Theilnahme an der Entwickelung des Auges nicht abgeschlossen.

Sie bilden in vorgerückteren Stadien, wo ihre spindelförmig gewordenen Elemente sich an das *Stratum pigmentosum* anlegen, ein *Involucrum* für das ganze Auge nicht blos im Bereiche der Ausbreitung beider Schichten der Augenblase, sondern sie dringen auch nach vorne, wo sie vor der Linse vorüberziehen, und sich zwischen letzterer und dem von der Linse abgeschnürten Theil des äußeren Keimblattes einschieben, um an dieser Stelle die Cornea und Iris zu bilden.

Ich habe durch ziemlich weit in der Entwickelung vorgeschrittene Augen Durchschnitte gemacht, von denen ich einen Theil eines Querschnittes naturgetreu zeichnen ließ Fig. 11, der das Verhalten des mittleren Keimblattes zur Bildung der Cornea und Iris darstellt.

Der Schnitt fällt in eine Ebene oberhalb der Pupille. Man sieht die Iris (Fig. 11, *I*) vor der Linse vorüberziehen, sie ist eine Fortsetzung der Gebilde des mittleren Keimblattes, und zwar genau jenes Theiles, der an dem *Pigmentstratum* liegt, und als Stroma der *Chorioidea* zu deuten ist. Die Cornea *(co)* besteht, wie unsere Figur zeigt, aus drei Schichten, die beiden äußeren *x*, *y* entsprechen dem Reste des äußeren Keimblattes, der nach Abschnürung der Linse vor dem Auge vorüberzieht, die innerste *C*, die zunächst an die Iris nach innen grenzt, ist eine Fortsetzung der die Augenblase umgebenden Gebilde des mittleren Keimblattes *N* und zwar der äußeren Schichte *s*. Somit ergibt sich, daß sowohl ein Theil der Cornea als die ganze Iris Producte des mittleren Keimblattes sind. Welches Los aber die beiden Zellenschichten des äußeren Keimblattes trifft, bezüglich ihrer Theilnahme an der Bildung der Schichten der Cornea, muß ich vorläufig dahin gestellt lassen.

Zum Schlusse will ich noch der Sonderung des inneren Blattes der Augenblase in Schichten erwähnen. Die Sonderung entspricht den Schichten der Retina wie in Fig. 5 zu sehen ist. Das dünne Stratum der Augenblase *h* wird nur zur Pigmentauskleidung der *Chorioidea* umgewandelt, ohne daß man eine Spur von Zapfen und Stäbchen selbst in den vorgerückteren Stadien an ihr bemerken kann. Die Zapfen- und Stäbchenschichte geht aus der inneren Lamelle der Augenblase hervor. In Fig. 12 habe ich einen Durchschnitt der Retina, wo sie vom *Stratum pigmentosum P* abgehoben ist, und die Stäbchenzapfenschichte mit ihren Fortsätzen neben einander liegend deutlich zu sehen sind. Sie hängen noch mit den übrigen Schichten der Retina zusammen, welche dem inneren Blatte der Augenblase angehören. Diese Angabe bezüglich der Bildung der Zapfen- und Stäbchenschichte aus dem inneren Blatte der Augenblase stimmen mit den Angaben von Babuchin [1]) an Säugethieren und Batrachiern, und denen von Max Schulze [2]) am Huhne überein.

---

[1]) Würzburger naturwissenschaftliche Zeitschrift III. Bd. 1864.

[2]) Archiv f. microscop. Anatomie II. Bd. 1866.

Erklärung der Figuren.

Fig. 1—3 stellen Querschnitte aus den frühesten Entwickelungsstadien dar.
C Querschnitt des Centralnervensystems,
A Augenblase (primäre),
s Stiel der Augenblase,
h äußere Wand der Augenblase,
v innere Wand der Augenblase,
x einzellige Schichte des äußeren Keimblattes,
y mehrzellige Schichte des äußeren Keimblattes,
N Gebilde des mittleren Keimblattes.

Fig. 4. Querschnitt durch das Auge eines ungefähr 26 Tage alten Embryo; *x*, *y* die Schichten des äußeren Keimblattes, *h* Anlage zum *Stratum pigmentosum*, *v* Anlage zur Retina, *m* vordere *n* hintere Partie der Linse, welche letztere zur Fasersubstanz sich umwandelt.

N Gebilde des mittleren Keimblattes, die das Auge im Bereiche der Ausdehnung der Augenblase umgeben.

Fig. 5. Durchschnitte eines in der Entwickelung sehr weit vorangeschrittenen Auges. — Die Retina *(v)* zeigt schon Andeutung von Schichten, das *Stratum pigmentosum h* ziemlich stark entwickelt, *Cv* Glaskörper, in welchem ein homogenes Gerüste und ein Gefäß *A* sich finden, die übrigen Buchstaben gleich den vorigen Figuren.

Fig. 6—10 stellen Schnitte dar, die senkrecht auf die optische Achse des Auges gelegt sind, um den Augenspalt und die Anlage des *Processus falciformis* zu Gesichte zu bekommen (von verschiedenen Entwickelungsstufen), *x*, *y* die Schichten des äußeren Keimblattes.

o, *f* Übergangsstellen der inneren Lamelle der Augenblase (Retinalanlage) in die äußere *(stratum pigmentosum)*, zugleich Begrenzungspunkte des Augenspaltes.

st Stiel der vom äußeren Keimblatte noch nicht abgeschnürten Linse *(L)*.

Cv Glaskörper, *N* Gebilde des mittleren Keimblattes.

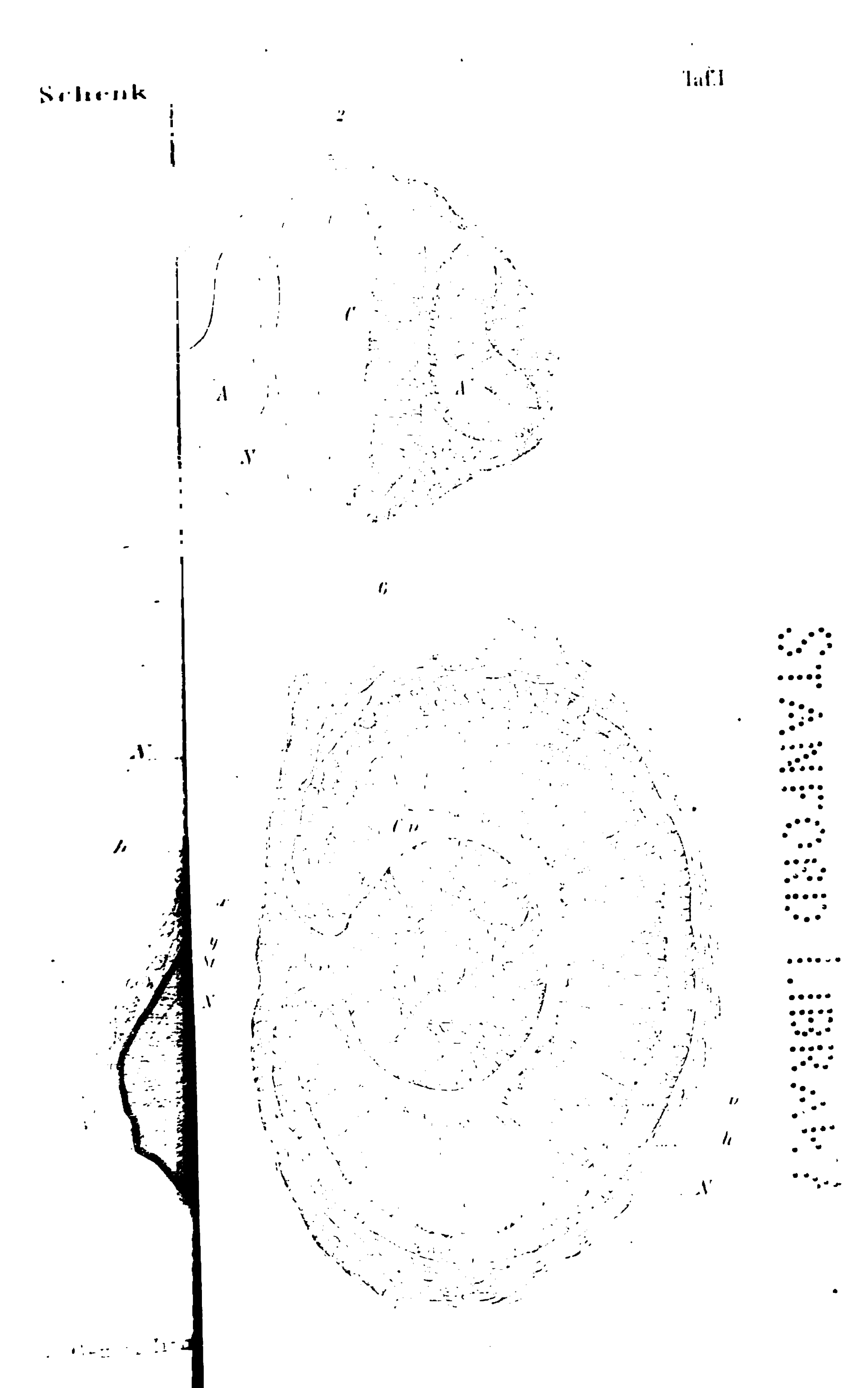
Fig. 9. *fh* und *Oh* Fortsätze der Begrenzungen des Augenspaltes, die zusammen mit den Gebilden des mittleren Keimblattes *π* die Anlage zum *Processus falciformis* liefern.

Fig. 10. *Prf Processus falciformis*, *R.* retina, *str, p. stratum pigmentosum*, *L.* Linsenabschnitt.

Fig. 11. Ein Abschnitt wurde gezeichnet um den Zusammenhang der Iris *I* mit der *Chlorioidea* und eines Theiles (des untersten) der Cornea mit der *Sklerotica* zu zeigen.

L Linse, *Co* Cornea, *x*, *y* die Schichten des äußeren Keimblattes, *C* innerste Schichte der Cornea, *ch Chorioidea*, *N* Gebilde des mittleren Keimblattes, *S* Skleroticalanlage, *O* Raum zwischen der inneren Schichte der Cornea und Iris.

Fig. 12. Durchschnitt durch die Retina eines Fischembryo, *P Stratum pigmentosum*, *B* Zapfen- und Stäbchenschicht.


Schenk
Taf. I
2
C
A
N
6
Cn
h

Experimentelle Untersuchungen über die traumatische Leberentzündung.

Von **Dr. F. Holm** aus St. Petersburg.

Vorgelegt von Dr. Stricker.

Angeregt durch die Resultate, die Leidesdorf und Stricker bei Gehirnverletzungen erhielten [1]), unternahm ich es, ähnliche Versuche mit der Leber anzustellen, hauptsächlich in der Absicht, die Veränderungen der Leberzellen dabei zu studiren.

Als ausschließliches Versuchsthier diente das Kaninchen, welches die operativen Eingriffe sehr gut verträgt. Mit Hund und Huhn wurde nur experimentirt um einige Nebenfragen zu lösen.

Zu diesem Zwecke wurde die Leber durch eine Bauchwunde zugänglich gemacht, durch Schnitte oder Einstiche mit dem Messer verletzt, oder es wurde in das Organ eine Nadel oder lose zusammengedrehte Seidenfäden eingeführt, die darin verschieden lange Zeit (1—7 Tage) verweilten.

Die Untersuchung geschah hauptsächlich an Schnittpräparaten des in Alkohol oder doppeltchromsaurem Kali aufbewahrten Organs Zupfpräparate sowohl, als auch frische Schnitte wurden dabei nicht vernachlässigt, doch konnte nur in Schnitten des erhärteten Organs die Topographie der fraglichen Elemente sicher erkannt werden.

Untersucht man eine Schnittstelle vom vierten Tage der Reizung, so findet man sie bei durchfallendem Lichte aus einem wenig gefärbten Gewebe bestehend, im Gegensatze zu dem etwas gelblichen Ansehen der Umgebung. In jener lassen sich zellige Gebilde unterscheiden, welche meistentheils von bedeutender Größe sind, doch fällt es schwer das Bild zu zerlegen. Am sechsten Tage der Reizung findet man die Stelle schon zu einem deutlich fasrigen Gewebe differenzirt, in dem sich verschiedene Elemente deutlich unterscheiden lassen. Vorwaltend findet man rundliche oder spindelförmige Zellen, die Fettkörnchen führen. Sie sind bald heller, bald dunkler gefärbt. Dann

[1]) S. diese Sitzungsberichte Bd LII.

findet man sehr große, rundliche Zellen in denen man Kerntheilung wahrnimmt; ferner kleine Zellen mit wenig Protoplasma und endlich kernhaltige Fasern.

Eine genaue Betrachtung der Fettkörnchen enthaltenden Zellen ergibt, daß, obwohl ihre Form und Farbe so verschieden ist, man in ihnen doch Uebergungsstufen je einer und derselben Elementarform erblicken muß.

Sieht man sich nach den noch gesunden Leberzellen um und schreitet dann zu der gereizten Stelle fort, so findet man an der Grenze derselben das Lebergewebe durchwegs mehr körnig, schwach gelblich gefärbt; die breiten Spuren, welche man sonst an gesunden Organen zwischen den Zellen findet, erblickt man nicht mehr, und die einzelnen Zellen sind deshalb nicht mehr deutlich von einander getrennt; die Blutcapillaren jedoch zeichnen sich an solch einer Stelle noch, wenn auch undeutlich, durch ihr mehr farbloses Ansehen aus. In den mehr einzeln liegenden Leberzellen lassen sich folgende Veränderungen nachweisen: es erscheinen in ihnen Fettkröpfchen und mit der Vermehrung dieser schwindet das ursprünglich feinkörnige Ansehen der Zellen, sie werden farblos, während sie früher gelblich aussahen und erscheinen endlich viel zarter, durchsichtiger, wenn die Zahl der Fettkörnchen sich vermindert hat. Manche von ihnen sind dabei mehrkernig geworden.

Mit der beschriebenen Veränderung des Ansehens der Leberzellen geht auch eine Veränderung ihrer Form einher. Sie strecken sich und gehen so in ei- und spindelförmige Zellen über, welche ersteren noch ganz das körnige Ansehen der Leberzellen bieten, während in letzteren schon das Feinkörnige der zunehmenden Menge der Fettkörnchen weicht.

An den spindelförmigen Zellen sieht man Übergänge in Fasern, indem die Enden derselben sich mehr und mehr ausziehen. Diese Fasern enthalten dann ebenso Fettkörnchen, wie die Zellen, aus denen sie entstanden sind und deren unmittelbare Fortsetzung sie bilden. Je mehr sich die Faser entwickelt, desto mehr nimmt die Schicht Protoplasma ab, welche den Kern umgibt, so daß dieser endlich in einer Faser eingeschlossen erscheint, welche, wenn sie sehr schmal geworden ist, keine Fettkörnchen mehr zeigt.

Einzelne sehr spitz auslaufende Spindelzellen findet man manchmal stark bräunlichgelb gefärbt. Diese Färbung scheint auf der

Gegenwart von Gallenroth zu beruhen, da sie sich auch in solchen Präparaten fand, welche mit Terpenthinöl durchtränkt worden waren. Dieses hätte die Färbung verschwinden gemacht, wenn sie durch Fett bedingt gewesen wäre; das Gallenroth löst es bekanntlich nicht in seiner Alkaliverbindung, wie es in der Galle vorkommt.

Die Fasern schließen sowohl runde Kerne ein als auch längliche. Die letztere Form spricht nicht gegen ihren Ursprung aus Leberzellen, da man häufig findet, daß mit dem Übergange der Zelle in die Spindelform auch der Kern eine längliche Gestalt annimmt. Indeß könnten solche Fasern noch aus anderen Elementen hervorgehen, nämlich aus den Blutcapillaren. Zu dieser Annahme führen diejenigen Fäden, in welchen ovale Kerne in ziemlich regelmäßigen Abständen eingebettet sind, wie dieses sich in den Capillaren findet. Man kann häufig 3—4 Kerne in einer ununterbrochenen Faser deutlich übersehen, wodurch diese ein rosenkranzförmiges Ansehen erhält.

Die Blutcapillaren zeigen sich anfangs verdickt, stark körnig und, wie es scheint, bisweilen auch mit kurzen Fortsätzen versehen. Es ist unmöglich, solche Veränderungen in Schnittpräparaten unzweifelhaft festzustellen und in Zupfpräparaten war ich nie so glücklich, größere Strecken von Capillaren frei zu machen. Stricker hat die Fortsätze an Gehirncapillaren leichter nachweisen können, welchen Umstand ich der Consistenz dieses Organes zuschreiben möchte.

Den erwähnten Befund hatte ich an einem Stück eines Capillars, welches so lang war, daß es drei Kerne einschloß. An dem einen Ende war es stark dunkelkörnig und verdickt, von hier an nahm sowohl die Dicke als die körnige Beschaffenheit ab, das Capillar wurde heller und enger als die Kerne. Dieser Befund spricht einigermaßen für den Übergang von Capillaren in Fasern unter ganz ähnlichen Metamorphosen, wie ich sie bei den Zellen dargestellt habe, d. h. unter Schwinden des feinkörnigen Ansehens und Erscheinen von Fetttröpfchen in denselben, worauf endlich Schrumpfung folgt. Ein solches Bild bekam ich jedoch nur einmal und keine weiteren Zwischenstufen zur Anschauung, so daß ich nicht im Stande bin die ausgesprochene Vermuthung zu einer feststehenden Thatsache zu erheben.

Nach der Darstellung dieses Befundes sind wir gezwungen anzunehmen, daß die Leberzellen nicht nur in Fettkörnchenzellen, sondern auch in Fasern sich umwandeln können, so zwar, daß die Körnchenzelle zunächst eine Körnchenfaser wird in dem

Sinne wie das Stricker für die Fettkörnchenzellen des entzündeten Gehirns nachgewiesen hat. Die Leberzellen wie auch die Capillaren liefern also selbst einen Theil des Materiales zum faserigen Narbengewebe.

Jedoch ist die genannte Metamorphose der Leberzellen nach der Schnittreizung nicht die einzige. Ich erwähnte früher großer rundlicher Zellen mit Kerntheilung. Diesen Proceß trifft man in allen Stadien an, von der einfachen Einschnürung bis zur vollständigen Theilung des Kerns, auf diese Art große Zellen mit einigen bis zu sehr vielen Kernen liefernd. In ersterem Falle ist die Zelle noch eine wohlcharakterisirte Leberzelle, im anderen ist sie bedeutend größer geworden, behält jedoch ihr körniges Protoplasma bei. Häufig findet man die interessante Erscheinung, daß nur einer von zwei in einer Zelle enthaltenen Kernen den Theilungsproceß eingeht und einige bis zu vielen Kernen liefert, während der andere als großer Kern unverändert sich neben denselben findet. Man erkennt in solchen Bildern eine große Übereinstimmung mit der Beschreibung der Kerne von *Gromia oviformis* von Max Schultze[1]).

Dieser große Kern allein deutet schon, wie ich glaube, recht bezeichnend auf die Abstammung der Zelle. Man findet jedoch noch einen weiteren Anhaltspunkt für diese Ansicht. In manchen Präparaten finden sich alle Kerne in ihrer Peripherie gelb gefärbt, was bei starken Vergrößerungen (Immersionssystem 10) sehr grell hervortrifft. In solchen Fällen zeigt auch der an dem Theilungsproceß nicht participirende Kern diese Färbung. Manche dieser großen Zellen mit vielen Kernen sind an ihrer Peripherie durch die Kerne bucklig hervorgetrieben, andere sind es wieder nicht. In letzterem Falle liegen die Kerne entfernter von einander und sind dann auch in geringerer Zahl vorhanden.

Von diesen Zellen mit vielen Kernen läßt sich der Ursprung der eingangs erwähnten jungen Zellen ableiten, doch bin ich nicht im Stande gewesen, verfolgen zu können, auf welche Art die jungen Zellen frei wurden. Ihr Vorkommen in mehr oder weniger dichteren Haufen, wie man das bisweilen findet, spricht vielleicht etwas zu Gunsten dieser Annahme. Für ihren Ursprung aus Bindegewebszellen konnte ich gar keine sicheren Anhaltspunkte auffinden.

---

[1]) Archiv für mikroskopische Anatomie, II. Bd., I. Hft., S. 143.

Die Reizung durch Nadeln und theilweise auch die durch Seidenfäden zeigt das Eigenthümliche, daß man die Elemente in concentrischer Anordnung um die fremden Körper findet. In der unmittelbaren Umgebung der Nadel findet man eine Schicht kleiner, rundlicher Zellen mit wenig Protoplasma, die ziemlich lose zusammenhängen. Zerzupft man diese Schicht, so findet man außer Häufchen von jungen Zellen noch solche Häufchen, welche außer den jungen Zellen noch große, vielkörnige Zellen enthalten. Die großen Zellen mit vielen Kernen entsprechen ganz denen, die ich bei der Schnittreizung beschrieben habe, wie auch diese jungen Zellen jenen dort angeführten.

Auf diese Schicht folgen mehr oder weniger vollständige Ringe von dunkleren und helleren körnigen Strängen, die endlich, unter Verlust der concentrischen Anordnung, in wenig verändertes Leberparenchym übergehen.

In den concentrischen Ringen erkennt man die Anordnung der Leberzellenbalken zu den Blutcapillaren wieder. Beide Theile zeigen sich verschmälert und stark körnig. Am auffallendsten ist dies bei den Capillaren, welche jedoch ihr ursprünglich farbloses Ansehen dabei beibehalten. Die einzelnen Zellen der Balken findet man stellenweise verschwommen, stellenweise jedoch deutlich von einander abgegrenzt. Dort wo die Zellen weniger dicht beisammen liegen, findet man sie vorwaltend von spindelförmiger Gestalt; seltener trifft man hier große Körnchenzellen oder große Zellen mit vielen Kernen. Diese beiden Gebilde erscheinen häufiger an der Grenze zwischen dem normalen Gewebe und dem gereizten Gebiete. Hier finden sich auch bisweilen Haufen von vollständig getheilten Leberzellen. Diese sind dann alle kleiner als gewöhnlich, einkernig und zwischen ihnen sieht man, im Vergleiche mit ihrer Umgebung, wenig Capillaren.

Der Übergang zum normalen Gewebe geschieht entweder plötzlich oder allmälig. Ersteres ist dann der Fall, wenn im Entzündungsgebiete sich ein Zwischenraum zwischen zwei Leberläppchen befindet. Hier zieht sich immer ein Zug mehr oder weniger reichlichen Bindegewebes hin, über welchen hinaus die Entzündung nicht fortschreitet. Nur in dem Falle findet man ein solches Bindegewebe verändert, wenn es ganz nahe an die Nadel grenzt, sonst ist der schwächste Zug im Stande das Entzündungsgebiet abzuschließen. Man wird dadurch zu der Annahme gezwungen, daß die Entzündung der Leber-

zellen sich sehr schwer auf das Bindegewebe überträgt oder auch umgekehrt, und daß die Leberzellen empfindlicher sind gegen den gewissen Reiz als die Zellen des Bindegewebes.

Das beschriebene Bild entspricht einer Reizungsstelle vom vierten Tage. Eine solche vom sechsten Tage zeigt die Ringe verschmälert, ihre feinkörnige Beschaffenheit scheint vermindert, man erblickt dafür häufigere, gröbere Körner.

Forscht man nach dem Ursprunge der Schicht junger Zellen, welche unmittelbar die Nadel umgibt, so müssen wir denselben in die großen Zellen mit vielen Kernen, welche sich bisweilen in dieser Schicht noch vorfinden, verlegen. Von diesen Zellen haben wir gesehen, daß sie aus Leberzellen entstanden sind; wir lernen dann als eine andere Metamorphose der Leberzellen ihren Übergang in sogenannte Granulationszellen kennen. Die Frage liegt jedoch nahe, ob diese nicht auch aus dem Bindegewebe entstanden sind? Für die Stellen, wo die Nadel gerade durch Bindegewebe geht, muß eine solche Möglichkeit zugegeben werden. Ich habe mich jedoch bei meinen Untersuchungen, respective Schnitten, hauptsächlich an das Innere der Läppchen gehalten, um so wenig als möglich durch das Bindegewebe beirrt zu werden, dessen Veränderungen mich bei der Lösung meiner Frage weniger interessirten. Soviel kann ich jedoch darüber mittheilen, daß, wo ein Bindegewebszug getroffen ist, das Bild ein wesentlich anderes ist. Es erscheinen seine schmalen und spitzen Zellen neben den rundlichen vermehrt, niemals aber findet man in ihm die beschriebenen großen Zellen mit vielen Kernen oder die großen Körnchenzellen.

Die Körnchenzellen, welche in Folge der Reizung durch die Nadel auftreten, verhalten sich ganz so wie bei derjenigen durch den Schnitt. Die Elemente jedoch in der ringförmigen Anordnung verdienen insoferne eine besondere Erwähnung, als hier sowohl die Zellenbalken als auch die Capillaren, ohne ihre gegenseitige Anordnung zu verändern, ähnliche Metamorphosen durchzumachen scheinen, wie ich es bei dem Übergange der Körnchenzellen in Fasern dargestellt habe.

Die Capillaren veröden bei ihrem Engerwerden größtentheils wie dies Injectionen deutlich zeigen. Mit bloßem Auge betrachtet, sieht man um die Nadel herum einen weißen Hof, wenn das Organ mit

durch Carmin gefärbtem Leim injicirt worden war. Auch mikroskopisch untersucht, findet man in dem entzündeten Theile sehr selten injicirte Capillaren, und wenn sich solche finden, so sind sie viel schmäler als die gesunden Capillaren. Dies bezieht sich auf die Reizung bis zum fünften Tage.

Als Besonderheit der Reizung durch Seidenfäden habe ich nur zu erwähnen, daß die Granulationsschicht in ihrer Umgebung viel geringer ist als die, welche durch die Nadel hervorgebracht wird, so daß letztere als Reiz quantitativ anders wirken muß. Es gelingen leicht Schnitte, welche den ganzen zusammengesetzten Faden enthalten. In solchen findet man alle Zwischenräume zwischen den einzelnen Seidenfäserchen von den beschriebenen jungen Zellen ausgefüllt die dort hineingewandert oder hineingedrängt sein mußten. Eine Carmin-Imprägnation vertragen manche Schnitte sehr gut, ohne daß ihre Zellen oder ein Querschnitt eines Seidenfäserchens ausfällt.

Das Angeführte erklärt einigermaßen das Eintheilen von Ligaturfäden in der Haut per primam, worüber mir ein Fall durch Dr. Stricker mitgetheilt worden ist, in welchem noch nach zwei Jahren keine Vereiterung der Umgebung hervorgerufen worden war.

Meine Befunde bei der Reizung der Leber durch den Schnitt, hatten viel Übereinstimmendes mit den von Stricker und Leidesdorf vom Gehirn mitgetheilten. Ich machte deshalb noch einige Versuche an dem Gehirn von Hühnern, blos um zu erfahren, ob bei anders gearteter Reizung, etwa durch Einführung einer Nadel, auch dort eine concentrische Anordnung der Elemente rings um diese Nadel vorkommt; was sich aber nicht bestätigte.

Um zu erfahren, in wiefern die veränderten Leberzellen noch als Zellen fungiren, versuchte ich, nach Dr. Stricker's Aufforderung, Indigoinjectionen nach Chrczonczewsky's Angabe. Kaninchen starben gewöhnlich nach der zweiten Injection, Hunde aber hielten die drei Injectionen gut aus. Tödtete ich den Hund 10 Minuten nach der dritten Injection, so fanden sich die Leberzellen fast ganz, die Zellencapillaren zum größten Theile ungefärbt, die entzündete Partie jedoch war schwach blau gefärbt. War die Thätigkeit der entzündeten Zellen vielleicht eine trägere, so daß sie nicht im Stande waren den Farbstoff so schnell wie die normalen Zellen in die Gallencapillaren überzuführen?

Es läßt sich aus bestimmten Motiven wenigstens auf eine bejahende Antwort hinweisen. Auf einer allgemeinen Durchtränkung nämlich, scheint die Färbung nicht zu beruhen, da in solchen Zellen, in denen der Kern sichtbar war, dieser letztere sich nicht gefärbt erwies. In manchen Zellen, die schon weit in dem Übergange in eine Faser vorgeschritten waren, wo aber noch eine merkliche Schicht Protoplasma den Kern umgab, fand sich der Farbstoff auch in der Faser, während der Kern hier ebenfalls frei davon war. Sowohl in den Zellen als auch in den Fasern war der Farbstoff in Form von feinsten Tröpfchen enthalten. Bei der bloßen Imbibition aber erscheint der Kern vorzugsweise und diffus gefärbt. Das erwies sich besonders an solchen Theilen, die in Alkohol aufbewahrt worden waren. Der Alkohol entzieht den Theilen den Indigo wieder, selbst wenn er mit Kochsalz versetzt worden war. Nach einiger Zeit findet man nur einige Theile der Oberfläche und einige unmittelbar nach der Injection geführte Schnittflächen blau gefärbt. Mikroskopisch untersucht, erweisen sich hier die Zellenkerne vorzugsweise gefärbt, die, wie schon angeführt, in den frischen Schnitten keinen Farbstoff enthielten.

Auf Grund dieser Erfahrungen hin und der ganzen Darstellung meiner Befunde läßt sich der Schluß ziehen, daß sowohl die Körnchenzellen als auch die Körnchenfasern nicht als todte Gebilde zu betrachten sind, da sie Lebenserscheinungen zeigen, welche den Zellen im Allgemeinen eigenthümlich sind.

Untersuchungen über die künstlich erzeugte croupöse Entzündung der Luftröhre.

Von Dr. W. Reitz aus St. Petersburg.

(Mit 2 lithographirten Tafeln.)

(Vorgelegt von Dr. S. Stricker in der Sitzung vom 21. März 1867.)

Ich habe es versucht den croupösen Proceß in der Trachea künstlich hervorzurufen, um ihn in pathologisch-histologischer Richtung genau studiren zu können. Um meine Methode zu prüfen und um die auf den Krankheitsproceß bezüglichen Resultate leichter und sicherer verwerthen zu können, machte ich vorher vergleichende Studien über den Bau der Luftröhre des Kaninchens, Hundes, der Katze und des Kindes; ich war dabei in der besonders günstigen Lage Kindesleichen sechs bis acht Stunden nach dem Tode untersuchen zu können.

Zur Erzeugung einer croupösen Entzündung benützte ich das Kaninchen. Es wurde die Trachea angeschnitten und mittelst einer spitzen Glasröhre 1—3 Tropfen käufliches Ätz-Ammoniak, rein oder mit gleichen Theilen Wasser verdünnt, eingebracht.

Der Entzündungsproceß wurde untersucht von 1½ bis zu 68-stündiger Dauer, über welche Zeit hinaus es mir nicht gelang die Thiere am Leben zu erhalten.

Sowohl das normale Organ als das gereizte, wurde unmittelbar nach der Tödtung, dem Thiere entnommen und entweder frisch untersucht, oder in doppelchromsaurem Kali oder in Chromsäure aufbewahrt. Die frischen und die in doppelchromsaurem Kali aufbewahrten Theile wurden zu Zupfpräparaten verwendet, wobei im ersten Falle eine ½procentige Kochsalzlösung als Untersuchungsflüssigkeit diente; die in Chromsäure erhärteten Theile wurden in Gummi eingebettet [vergleiche Lipsky [1])] und auf Durchschnitten untersucht.

---

[1]) Beiträge zur Kenntniß des feineren Baues des Darmcanals LV. Bd. dieser Berichte.

Da bei der auf diese Art erzeugten, croupösen Entzündung immer eine mechanische Verletzung der Trachea gesetzt wurde, so hielt ich es für nothwendig, mich mit den Veränderungen bekannt zu machen, welche in Folge dieser Verletzung entstehen, um die Resultate verschiedenartiger Eingriffe nicht zu verwechseln.

Mit Rücksicht auf die vergleichende Histologie der normalen Trachea habe ich in Kürze auf folgende Thatsachen aufmerksam zu machen:

Bei der Untersuchung des in doppelt chromsaurem Kali aufbewahrten Epithels von Hunden und Katzen fanden sich öfters Becherzellen, ganz so wie sie für den Darmcanal beschrieben wurden. Beim Kinde und Kaninchen waren die Becherzellen sehr selten zur Beobachtung gekommen. Die Düten hatten eine weite, offene Mündung, an deren Rande zuweilen noch einige Flimmerhaare festsassen, sie hatten sonst die Gestalt der Flimmerzellen, nur waren sie bedeutend breiter plattgedrückt und selten mit längeren Fortsätzen versehen.

Was die Drüsen der Trachea anbelangt, so muß ich der Angabe Rheiners [1]), „daß in der Trachea die Drüsen den zwischen den Ringen befindlichen interstitiellen Raum einnehmen, während die innere Oberfläche der letzteren von der Schleimhaut in dünner, fast ganz drüsenloser Lage überspannt wird“ — wenigstens für die kindliche Trachea, widersprechen. Ich habe die Trachea des Kindes in 18 Theile eingetheilt und aus jedem Theile mehrere Schnitte untersucht, und fand überall eine große Anzahl Drüsen. Öfters waren die Drüsen sogar in mehreren Schichten übereinander gelagert und füllten den Raum, zwischen Knorpel und der obersten Schicht der Schleimhaut beinahe gänzlich aus.

Im Bindegewebe zwischen den Drüsen fanden sich, sehr vereinzelt und in geringer Anzahl, zellige Elemente, denen man eine Ähnlichkeit mit Nervenzellen nicht absprechen konnte; am deutlichsten war aber diese Ähnlichkeit wahrzunehmen bei einem Kaninchen an einigen Zellen, die im Bindegewebe hinter dem Knorpel gelagert vorgefunden wurden. (Fig. 1).

Bei dem Vergleiche der Tracheen der untersuchten Thiere, stellte sich die Trachea des Kaninchens, in ihrem histologischen Verhalten, als die der kindlichen am meisten ähnliche heraus.

---

[1]) Beiträge zur Histologie des Kehlkopfes. Inaugural-Abhandlung. Würzburg 1852.

Mit Rücksicht auf die Vernarbung von Trachealwunden habe ich ferner über die eigenthümliche Theilnahme der Knorpelzellen an der Narbenbildung zu berichten:

Wenn in den Knorpel nur ein Einschnitt gemacht worden war, oder wenn die Continuität vollständig getrennt und die Schnittflächen dicht aneinander geblieben waren, oder sich nur mäßig von einander entfernt hatten, so fanden sich, neben der Wucherung der Knorpelzellen, noch folgende Veränderungen derselben vor. Einige in der Nähe des Schnittrandes befindliche Zellen erwiesen sich in die Länge ausgezogen; andere hatten dabei den Kern eingebüßt und erschienen als kernlose Fäden. Manche Knorpelzellen wieder hatten, ohne wesentlich ihre Form geändert zu haben, Fortsätze nicht allein zum Rande des Schnittes, sondern auch weit hinein ins Wundlumen ausgesendet. (Fig. 2).

Gewöhnlich schickte eine Zelle nur einen Fortsatz aus, manchmal jedoch auch zwei, (Fig. 2. *a*). Einige von diesen Fortsätzen waren mit ähnlichen von dem gegenüberliegenden Schnittrande kommenden, verschmolzen und überbrückten auf diese Art das Wundlumen mit soliden Fäden. — Am vierten Tage nach der Operation erscheint die Knorpelnarbe als nur aus solchen Fäden bestehend, von denen einige noch ganz deutlich mit den Zellen in der angrenzenden Knorpelsubstanz ununterbrochen zusammenhängen. (Fig. 3). Auch wenn die Wundflächen, des vollständig durchschnittenen Knorpels nicht nahe aneinander lagen, sondern einen größeren Zwischenraum zwischen sich liessen, sah man auch deutlich wie Fäden aus der Knorpelsubstanz sich in die, die Lücke ausfüllende Masse einsenkten. (Fig. 4).

Über diese Masse kann ich mich nicht näher aussprechen, ohne in principielle, histologische Fragen einzugreifen, über die ich bis jetzt zu urtheilen nicht im Stande bin. Es war diese Masse ein Fasergewebe mit eingestreuten zelligen Elementen, ich kann aber nicht sagen, wie die Masse entstanden und welche histologische Bedeutung ihr zugeschrieben werden darf. (Fig. 3).

In den Fällen wo die durchschnittenen Knorpelenden ausgewichen waren, (Fig. 5.), so daß das eine gegen die Höhle der Trachea hineinragte, ergab sich eine große Verschiedenheit zwischen den Veränderungen, welche die beiden Knorpelenden darboten.

Das gegen das Trachealllumen sehende Ende zeigte nur die gewöhnlichen Erscheinungen einer sehr ausgeprägten Wucherung der Knorpelzellen. Das andere Ende jedoch zeigte sich verdickt — man fand in ihm die Zellenwucherung erst entfernt von der Schnittfläche; in der Nähe derselben zeigten sich die zelligen Gebilde in sehr verminderter Zahl. (Fig. 6.). — Sie waren rundlich, verschieden groß, undeutlich contourirt und feinkörnig; nur selten war ein Kern in denselben deutlich wahrnehmbar.

Außer dem fanden sich, in diesem Theile des Knorpelendes, noch einige Knorpelzellen, welche in der Nähe des Kerns Vacuolen, von verschiedener Größe zeigten. Auch die Grundsubstanz in der Nähe des Schnittrandes erwies sich feinkörnig und das ganze Ende war eigenthümlich gelb gefärbt.

Bei dem vorzugsweise in der Nähe des Schnittes gelegenen Epithel, zeigten einige Flimmerzellen, an dem flimmertragenden Theile, Fäden, welche 3—5mal so lang als die Flimmer waren. Diese Fäden wurden sowohl bei solchen Zellen beobachtet, die ihre Flimmer verloren hatten, als auch bei solchen, wo letztere noch bestanden. Die Fäden zeigten sich besonders deutlich in Zupfpräparaten, doch konnte man sie auch in Schnittpräparaten wiederfinden.

Auf die Veränderungen, in dem Bindegewebe der Schleimhaut, so wie über das neugebildete Fasergewebe, außer dem bereits beschriebenen, gehe ich nicht näher ein, weil es sich theils um bekannte Thatsachen handelt, und theils um Fragen, die, wie ich schon angedeutet habe, zu erledigen ich nicht im Stande bin. Ich darf aber anführen — daß ich niemals Gelegenheit fand, mich zu überzeugen — „daß aus dem intercellulären geronnenen Fibrin allmälig faseriges Bindegewebe wird“ [Billroth [1])] und — „daß die rothen Blutkörperchen auch an dem Neubildungsproceß betheiligt sind“. [Wywodzoff [2])].

Hiemit sind auch die Schwierigkeiten angedeutet, welche sich bei der Beurtheilung der die Wundlücke ausfüllenden Massen entgegenstellten. Es unterliegt wohl keinem Zweifel, daß ein Theil des neuen Faserngewebes aus Knorpelzellen entstehe, und das ist namentlich dort zu sehen, wo freie Knorpelwundränder von dicken

---

1) Die Allgemeine chirurgische Pathologie et Therapie. Vorlesung 6. 1866.

2) Medicinische Jahrbücher Bd. XIII., Heft I. Wien 1867.

Bindegewebe überkleidet erscheinen, und ein Theil aus Zellen, welche außerhalb des Knorpels liegen; es unterliegt auch keinem Zweifel, daß man im verwundeten Terrain extravasirtes Blut, und dann auch Blutkörperchen in einem Netze von Fäden antrifft. — Ob aber diese Fäden geronnenes Fibrin, oder ob aus ihnen überhaupt Bindegewebe wird, wage ich nicht zu beurtheilen, namentlich, weil es sich hier um eine Frage von solcher Tragweite handelt.

Die Entzündung der Trachea, welche durch Ammoniak hervorgebracht worden war, hatte vollständig das Ansehen einer croupösen; das Tracheallumen war zuweilen, stellenweise, von croupösen Massen beinahe gänzlich ausgefüllt. — Bei der Untersuchung dieser Massen fand sich, daß sie hauptsächlich aus dicht aneinander gelagerten, neugebildeten Zellen bestanden. Dabei sah man auch Fibringerinnungen und namentlich in der Nähe des Schnittes rothe und weiße Blutkörperchen.

Die neugebildeten Zellen waren gewöhnlich rundlich mit einem großen deutlichen Kern, zuweilen auch mit zwei und mehreren Kernen. Was die Größe anbelangt so waren mannigfache Abstufungen zu bemerken; die Hauptmasse derselben bestand jedoch: entweder aus solchen, die die gewöhnliche Größe der weißen Blutkörperchen nur wenig, oder aus solchen, welche die letztgenannten um das 4—6-fache überragten. — Im frischen Zustande zeigten sie ziemlich träge Formveränderungen.

Man sah stellenweise die Zellen deutlich durch Fortsätze miteinander verbunden; diese Fortsätze waren zuweilen sehr dünn, fadenförmig und zeigten in ihrem Verlaufe knotenförmige Anschwellungen.

Das Epithel, unter den membranähnlichen Massen, fand sich überall, wenn auch in verschiedenem Grade, verändert. Die Flimmerzellen waren manchmal (kurz nach dem Eingriffe) gruppenweise aus der Reihe, in der man sie sonst angeordnet trifft, herausgehoben. Ferner fand man öfters Bilder wo die Epithelialzellen einzeln auseinander gewichen zu sein schienen. Auf ihrer Oberfläche sah man manchmal eine Lage von homogener oder feinkörniger Substanz von verschiedener Dicke, in der stellenweise schon deutlich fadenförmige Gerinnungen wahrgenommen werden konnten; es schien auch als ob diese feinkörnige Masse (Fibrin) zwischen den Epithelialzellen eingelagert wäre und die Ursache des Auseinanderweichens derselben

abgäbe. — Außerdem fanden sich einzelne Stellen, an denen das Epithel gänzlich mangelte, und es muß dahingestellt bleiben, ob das wohl solche Stellen waren, an welchen das Ammoniak direct und am intensivsten einwirkte, während die anderweitig beschriebenen Veränderungen, namentlich Theilungen, einer schwächeren Einwirkung, etwa lediglich einer fortgepflanzten Reizung oder der Einwirkung von Ammoniakdämpfen zuzuschreiben sei.

Ich muß hier anführen, daß ich die entzündeten Schleimhäute in den verschiedenen Abstufungen von 1½ bis 68stündiger Dauer der Entzündung deshalb untersuchte um mich erstens zu überzeugen, wie früh und spät nach dem Eingriffe die ersten Producte anzutreffen sind und welche die primären sind. Ich habe mich nun thatsächlich überzeugt, daß die Neubildung von Zellen in dem croupösen Processe das Primäre sei, und daß diese schon 1½ Stunden nach dem Eingriffe mehrschichtig anzutreffen sind. In solchen Fällen sind wohl noch einzelne flimmertragende Epithelien vorhanden, die Flimmer selbst schienen aber an Länge bedeutend eingebüßt zu haben. Der Länge einer normalen Flimmerzelle entsprechend, sah man häufig schon zwei bis drei Zellen liegen, wobei man sich aber des Eindrucks nicht erwehren konnte, daß sie aus einer Flimmerzelle durch Theilung hervorgegangen, derart, daß sich die Zelle durch quere Marken in 2—3 Stück abgetheilt. Auch sah ich mit Bestimmtheit, daß dem obersten Theilproducte der Zelle der flimmertragende Theil fest oder locker anhafte.

In jedem Stück war ein Kern zu sehen. An anderen Stellen desselben Präparates findet man aber Lagen von rundlichen Zellen, welche ihrem Aussehen nach gar nicht mehr an Epithel erinnern — und nur ihre Lagerung hart oberhalb der Grundsubstanz der Schleimhaut, respective oberhalb jener Schichte kleiner Zellen, welche auch normal unter dem Flimmerepithel angetroffen werden, spricht für ihre Entstehung. An Präparaten, welche einer längerdauernden Entzündung angehörten, nämlich von 3 Stunden aufwärts, sah man feinkörnige Massen zwischen den neugebildeten Zellen angehäuft. Von 5 Stunden aufwärts fanden sich auch feinste Fasernetze, die dem Aussehen nach eher aus Fibringerinnungen als aus Zellenfortsäten hervorgegangen zu sein schienen. Eine positive Angabe kann ich aber auch in der Richtung nicht machen, da es unzweifelhaft ist, daß die jungen Zellen sehr feine Fortsätze treiben.

Das Fasernetz liegt gegen das Tracheallumen nicht frei zu Tage — sondern es ist massenhaft von jungen Zellen bedeckt. Es liegt aber anderseits nicht unmittelbar auf der Substantia propria der Schleimhaut; sondern über derselben und von ihr durch Schichten von Zellen getrennt, welche zusammengenommen beiläufig der Dicke des früheren Epithels entsprechen.

In dem croupösen Processe, welchen ich durch Ammoniak hervorgerufen habe, waren also die jungen Zellen das Primäre und das Fasernetz secundär.

Der Ansicht Wagner's [1]) „daß das diphtheritische und croupöse Netzwerk durch eine eigenthümliche Metamorphose der Epithelialzellen entsteht — daß nämlich in den Epithelien eine Lückenbildung stattfindet, bei welcher ein die Lücken umgebender Rest des Protoplasma das Netzwerk bildet“ — muß ich nach meinen Befunden widersprechen. Die jungen Zellen sind allerdings häufig so klar und durchsichtig, daß man eine Lückenbildung in ihnen vermuthen könnte sie liegen ferner derart dicht aneinander, daß die gegenseitigen Grenzen ein Netzwerk täuschend nachahmen — die Kerne mit einem dieselben umgebenden Klümpchen von Körnchen oder coagulirter Substanz können auch das Bild von Zellen in Lücken oder Netzen täuschend nachahmen — isolirt man aber diese Schichte so findet man, daß man große runde Zellen vor sich habe, in deren Centrum ein Kern oder noch ein denselben umgebendes festgefügtes Coagulum gefunden wird. Unter diesen Zellen liegt erst das Netz, welches aber sicherlich nicht in der Weise entstanden ist, wie es Wagner angibt. Das ist ein außerordentlich feinmaschiges, vielverzweigtes Netz, in welchem nur spärlich Zellen liegen.

Unter dem Epithel ist das sogenannte homogene Stratum, die Basal-Membran, nicht mehr anzutreffen. Die Grundsubstanz der unterliegenden Schleimhaut zeigte das Bild einer mächtigen Wucherung des Bindegewebes; wobei man stellenweise, hauptsächlich in der Nähe des Schnittes, bedeutende Blutergüsse vorfand. — Die Drüsen der Schleimhaut erschienen in verminderter Zahl; die Drüsenzellen schienen, in den ersten Stunden der Entzündung, größer geworden zu sein und in Wucherung sich zu befinden. Auf Präparaten aber, wo

[1]) Die Diphtheritis und der Croup des Rachens und der Luftwegen in anatomischer Beziehung. Archiv für physiolog. Heilkunde 6. Heft, 1866.

die Entzündung über 20 Stunden alt war, schienen die Drüsenzellen eher kleiner zu sein — wobei der Inhalt trüb und feinkörnig und der Kern sehr undeutlich zu sehen war.

Im Knorpel sah man einen ganz eigenthümlichen Vorgang, in den Knorpelzellen, ausgebildet; — es schien als ob ein Furchungsproceß in ihnen stattgefunden hätte. (Fig. 7).

Die Knorpelzellen waren zerklüftet zu einer, mehr oder minder, großen Anzahl von Stücken, — an welcher Zerklüftung aber der Kern keinen Antheil nahm. Diese Zerklüftung nahm ihren Anfang an der Peripherie der Knorpelzellen, wie man es deutlich auf Präparaten, wo die Entzündung 5 Stunden alt war, wahrnehmen konnte (Fig. 8). Ob in Folge dieses Processes entstandene Abschnitte der Knorpelzellen zu Grunde gehen oder sich zu bleibendem Gewebe ausbilden, — konnte ich mit Bestimmtheit nicht erforschen. Es scheint das Erstere eher stattzufinden — indem man auf Präparaten, wo die Reizung vor 68 Stunden gesetzt worden war, die durchfurchten Knorpelzellen nur spärlich und von geringer Größe an der Peripherie des Knorpels antraf. Die Zahl der Knorpelzellen schien aber im Ganzen geringer zu sein als in normalen Knorpeln.

Diese so veränderten Knorpelzellen schienen viel weniger fest in der Grundsubstanz des Knorpels zu haften, als die normalen und wuchernden Knorpelzellen. An Präparaten die 2—3 Tage im Wasser verblieben, traf man bei der Untersuchung öfters ganze Partien vor, wo auch nicht eine Knorpelzelle mehr vorhanden war; sondern man sah in der Grundsubstanz nur Lücke an Lücke, in denen manchmal der Kern noch haftend vorgefunden wurde. Die früher erwähnte Erscheinung an den Knorpelzellen, sich am Schnittrande zu Fäden auszubilden und Fortsätze ins Wundlumen zu senden, konnte man auch hier, bei den durchfurchten Zellen, wenn auch weniger ausgeprägt, wahrnehmen (Fig. 9).

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Eine, einer Ganglienkugel ähnliche Zelle, die in Bindegewebe nahe und hinter dem Knorpel sich befand, aus der Mitte der Trachea vom Kaninchen. (Syst. 8, Ocul. 3. Hartnack.)

Fig. 2. Knorpel mit einem Einschnitt, von 23 Stunden nach dem Eingriffe, wo man bei *a* eine Knorpelzelle, deutlich 2 Fortsätze ins Wundlumen sendend wahrnimmt. (Syst. 8, Ocul. 3.)

Fig. 3. Ein Theil der Knorpelnarbe, 4 Tage nach der Operation, die bei 300maliger Vergrößerung als eine lineare in querer Richtung durch die Mitte des Knorpels verlaufende Narbe wahrgenommen wird. Man sieht bei *a* und *b* deutlich die Fäden mit den Knorpelzellen ununterbrochen zusammenhängen. (Immers. syst. Nr. 10. Ocul. 3.)

Fig. 4. Das eine Ende des vollständig durchschnittenen Knorpels, 32 Stunden nach der Operation, wo die Enden durch einen größeren Zwischenraum getrennt waren. Man sieht wie Fäden aus dem Knorpel in die neugebildete faserige Masse sich einsenken. (Syst. 8, Ocul. 3.)

Fig. 5. Die beiden Enden, 48 Stunden nach der Operation, des ausgewichenen Knorpels wo *a* das in Tracheallumen hineinragende Ende und *b* das andere Ende angibt. (Syst. 4, Ocul. 3.)

Fig. 6. Das Knorpelende *b* vom vorigen Bilde. (Syst. 8, Ocul. 3.)

Fig. 7. Knorpelzellen 24 Stunden nach Erzeugung der croupösen Entzündung. (Syst. 8, Ocul. 3.)

Fig. 8. Knorpelzellen 5 Stunden nach Erzeugung der croupösen Entzündung. (Syst. 8, Ocul. 3.)

Fig. 9. Die beiden Enden des durchschnittenen Knorpels, 21 Stunden nach Erzeugung der croupösen Entzündung. (Syst. 8 Ocul. 3.)

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LV. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

4.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.



X. SITZUNG VOM 4. APRIL 1867.

Der Minister für Handel und Volkswirthschaft, Se. Excellenz Freiherr von Wüllerstorf dankt, mit Zuschrift vom 2. April l. J., für das Gutachten der mathem.-naturw. Classe über die Beischaffung und Aufbewahrung eines metrischen Urmasses und Urgewichtes, und erklärt das Resultat, zu welchem die Bemühungen der k. Akademie der Wissensch. geführt, nämlich die Anschaffung der Steinheil'schen Prototype als ein in allen Beziehungen vortheilhaftes.

Der Secretär legt folgende eingegangene Abhandlungen vor:

„Über Ampullen am *Ductus cysticus* der Fische" von Herrn Hofrath Prof. Dr. J. Hyrtl.

Diese Abhandlung ist für die Denkschriften bestimmt.

„Versuch einer natürlichen Anordnung der Nagethiere *(Rodentia)*," von Herrn Dr. L. Fitzinger.

„Über einige neue und seltene Meeresfische aus China" von Herrn Dr. Fr. Steindachner.

Herr Prof. Dr. J. N. Woldřich in Salzburg übersendet einige Exemplare seines mit Unterstützung der Akademie herausgegebenen Werkes: „Versuch einer Klimatographie des salzburgischen Alpenlandes."

Herr Prof. Dr. E. Brücke überreicht eine Abhandlung: „Beitrag zum Bau der Milz" von Herrn Dr. Peremeschko aus Kazan.

Herr Prof. Dr. K. Langer legt den zweiten Theil seiner Abhandlung: „Über das Lymphgefäßsystem der Frösche" vor, nebst einer zweiten Abhandlung, betitelt: „Lionardo da Vinci, der erste Darsteller der richtigen Lage des menschlichen Beckens."

Herr Prof. V. v. Lang übergibt eine Abhandlung über einen verbesserten Axenwinkel-Apparat. Derselbe überreicht ferner eine Abhandlung: „Bestimmung der Hauptbrechungsquotienten des schwefelsauren Ammoniak" von Herrn M. Erofejeff.

Herr Dr. S. Stricker legt eine Abhandlung: „Beiträge zur Pathologie und Therapie der Chlorose" von Herrn Dr. Duncan vor.

Herr Dr. A. v. Biesiadecki überreicht eine Abhandlung: „Untersuchungen über die Gallen- und Lymphgefäße der Menschenleber."

Herr Prof. J. Loschmidt übergibt eine Abhandlung: „Theorie des Gleichgewichts und der Bewegung eines Systems von Punkten."

Der Secretär macht eine weitere Mittheilung über das Indium.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie des Sciences et Lettres de Montpellier: Mémoires. Section des Sciences: Tome VI, 1er Fasc., Année 1864; Section des Lettres: Tome IV, 1er Fasc., Année 1864; Section de Médecine: Tome IV, 2e Fasc., Année 1864. Montpellier; 4o. — Extrait des Procès-Verbaux des séances (Section des Sciences.) Années 1863 & 1864. Montpellier; 4o.

American Pharmaceutical Association: Proceedings. 14th Meeting. Philadelphia, 1866; 8o.

Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXIV, Heft 3; IV. Supplementband, 3. Heft. 1866; Band LXV, Heft 1—2. 1867. Leipzig & Heidelberg; 8o.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 5. Jahrg. Nr. 7. Wien, 1867; 8o.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1634—1635. Altona, 1867; 4o.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XVIIe, Nr. 108; Tome XVIII, Nr. 110. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1866 & 1867; 8o.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV, Nr. 10—11. Paris, 1867; 4o.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 12e—13e Livraisons. Paris, 1867; 8o.

Gesellschaft, Naturforschende, in Emden: 51. Jahresbericht. Emden, 1866; 8o. — Festschrift in Veranlassung der 50jährigen Jubelfeier am 29. December 1864. Emden; 4o.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg. Nr. 12—13. Wien, 1867; 8o.

Greifswald, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1866; 4o. & 8o.

Grunert, Joh. Aug., Archiv der Mathematik und Physik. XLVI. Theil, 1. Heft. Greifswald, 1866; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie & verwandte Fächer von Vorwerk. Band XXVI, Heft 5 & 6. 1866; Band XXVII, Heft 1 & 2. 1867. Speyer; 8°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. XVII. Jahrg., Nr. 12—13. Wien, 1867; 4°.

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1867, 1. Heft. Wien; 8°.

— des k. k. Génie-Comité. Jahrg. 1867, 2. Heft. Wien; 8°.

Senarmont, Henri de, Emil Verdet et Léonor Fresnel, Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel. Tome I. Paris, 1866; 4°.

Société Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. Xe Année, Nr. 6—9. Constantinople, 1866; 4°.

Society, The Asiatic, of Bengal: Journal. Part II. 1866. Special Number. Calcutta, 1866; 8°.

Verein der Freunde der Naturgeschichte in Meklenburg: Archiv. 20. Jahrg. Neubrandenburg, 1866; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 24—27. Wien, 1867; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 7. Gratz, 1867; 4°.

Woldřich, Johann Nep., Versuch einer Klimatographie des salzburgischen Alpenlandes. (Mit Unterstützung der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien herausgegeben.) Leipzig & Heidelberg, 1867; 8°.

Zeitschrift für Chemie, von Beilstein, Fittig und Hübner. X. Jahrg. N. F. III. Band, 1.—4. Heft. Leipzig, 1867; 8°.

— des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines. XIX. Jahrg. 1. Heft. Wien, 1867; 4°.

Beiträge zur Pathologie und Therapie der Chlorose.

Von Dr. Johann Duncan aus St. Petersburg.

Vorgelegt von Dr. Stricker.

Die Annahme, daß bei den mit Chlorosis behafteten Individuen die Anzahl der farbigen Blutkörperchen unter der Norm stehen, erfreute sich bis heute einer allgemeinen Anerkennung. Es wurde auch vielfach darüber raisonnirt, ob diese Abnormität in einem zu raschen Untergange, oder in einer mangelhaften Neubildung der fraglichen Gebilde begründet sei.

Die Stichhältigkeit obiger Annahme, muß zunächst von der Verläßlichkeit der Methode abhängen, nach welcher die Blutkörperchen gezählt wurden. Eine einfache Betrachtung wird uns lehren, daß die quantitativen Bestimmungen der Blutkörperchen von Kranken einzig und allein nach dem Vorgange Vierodrt's ausgeführt, d. h. daß sie gezählt werden müssen, wenn man nur entfernt einen Anspruch an Genauigkeit machen will.

Es ist wohl denkbar, daß schon die Blutkörperchen verschiedener gesunder Menschen eine verschiedene quantitative Zusammensetzung, und mithin auch ein verschiedenes specifisches Gewicht haben. Noch näher liegt uns die Vermuthung, daß die Blutkörperchen kranker Menschen sich in den gedachten Beziehungen von denen gesunder Menschen unterscheiden. Die quantitative Verschiedenheit kann sich beispielsweise auf die Menge des Haemoglobins beziehen, und dann wird die Methode der Eisenbestimmung, die Bestimmung der färbenden Kraft, sowie die der Diaphanität [1]) des Blutes für den Zahlenwerth der Blutkörperchen werthlos. Ähnliches läßt sich für alle chemischen Methoden, sowie auch für die Gewichts-Bestimmung der trockenen Blutkörperchen anführen.

Selbst die Volumsbestimmung zu Boden gesetzter Blutkörperchen, eine Methode, die sich mit großer Eleganz ausführen läßt, muß werthlos erscheinen der Betrachtung gegenüber, daß die Blutkörper verschieden groß sein können, mit anderen Worten, daß in dem

[1]) Montegazza.

Medium, in welchem eine solche Senkung vollständig erfolgen soll, verschiedene Blutkörperchen verschiedene Volumsveränderungen erleiden können.

Die Zählung bleibt also der einzig verläßliche Vorgang, wenn sie anders mit der nöthigen Vorsicht ausgeführt wird.

Herr Dr. Stricker, unter dessen freundlicher Anleitung ich die nachstehenden Untersuchungen ausgeführt habe, theilte mir mit, daß er nach einer oberflächlichen Schätzung am Mikroskope, die Blutkörperchen bleichsüchtiger Mädchen für weniger intensiv gefärbt halten müsse, als die Blutkörperchen nicht Chlorotischer. Eine solche, wenn auch oberflächliche Schätzung, dürfte schon die einleitend hingestellten Betrachtungen wach rufen, und somit zur Beantwortung der Frage auffordern, ob wir es in der Chlorosis thatsächlich mit einer Verminderung der rothen Blutkörperchen, oder nur mit einer Verminderung des Farbstoffes derselben bei sonst normaler Zahl zu thun haben.

Behufs Beantwortung dieser Frage wurde zunächst die relative Menge des Farbstoffes bestimmt, in der Voraussetzung, daß uns die Kenntniß derselben die Blutkörperchenzählung erst recht werthvoll machen könne; denn wenn es sich beispielsweise herausstellen würde, daß ein chlorotisches Mädchen nur den dritten Theil an Hämoglobin besäße, im Vergleiche mit einem annäherungsweise gleich alten gesunden Mädchen, dann dürfte erwartet werden, daß eine selbst sehr fehlerhafte Zählung der Blutkörperchen, bei ersterer eine wenigstens viel geringere Zahl ergeben müßte, als bei letzterer, wenn die Unterschiede beider Blutarten wirklich in dem Zahlenverhältnisse der Körperchen liegen. Zur Bestimmung der Menge des Farbstoffes des Blutes, bediente ich mich hauptsächlich der colorimetrischen Methode, weil ich mich überzeugt habe, daß sie für meine Zwecke die geeignetste sei, sonst aber hinreichende Sicherheit bietet.

Ich stelle nicht in Abrede, daß die von Preyer [1]) angegebene Methode annäherungsweise denselben Grad von Genauigkeit biete, und in anderer Richtung sehr werthvoll ist.

Das von Preyer angeführte erste Aufleuchten des Grün, läßt sich bei einiger Aufmerksamkeit, zu Schätzungen verwerthen, die wenigstens bis über die Einheiten der Percente richtig sind. Es liegt

[1]) Annalen für Chemie und Pharmacie 1866.

also schon darin eine werthvolle Bereicherung der quantitativen Hämoglobin-Bestimmung: die Genauigkeit mag sogar noch um ein Geringes zu erhöhen sein, wenn man das Fernrohr in leichten Schwankungen hin und her führt. Ich glaubte bei einer solchen Manipulation das Grün schon wahrzunehmen, wo es mir bei ruhigem Stande des Fernrohrs nicht wahrnehmbar war.

Die Spectralmethode steht aber in einer Beziehung höher als die Prüfung der färbenden Kraft, und die ist, daß man zu letzterer stets eine Normallösung zum Vergleiche vor Augen haben muß, was bei ersterer nicht nöthig ist.

Eine constante Stellung und Regulirung der Lampe, sowie die Fixirung des Hoppe'schen Kästchens hart vor der Spalte dürften es wohl gestatten eine einmal geprüfte Normallösung zur Grundlage der Rechnung zu machen, für so lange, als man überhaupt unter denselben Verhältnissen arbeitet.

Wenn ich mich nichtsdestoweniger der Färbungsmethode bediente, so hatte das folgende Gründe:

Ich habe mich vergeblich abgemüht eine Quantität reiner Hämoglobin-Krystalle für eine Normallösung zu bekommen. Ich mußte mich damit begnügen einen getrockneten Krystallbrei zu benützen, der aber von der chemischen Reinheit ziemlich weit entfernt ist. An eine absolute quantitative Bestimmung konnte ich also nicht denken.

Zur relativen Bestimmung schien es aber gerathener den Vergleich anzustellen zwischen dem Blute von Gesunden und den betreffenden chlorotischen Individuen.

Da ich außer der Hämoglobin-Bestimmung immer noch die Zählung ausführen mußte, so war ich ohnehin gezwungen, stets zwei Proben zu nehmen. Ich richtete es also so ein, daß ich das Blut eines chlorotischen mit dem Blute eines gesunden Individuums desselben Geschlechtes verglich So wie ich aber zwei Blutproben zum Vergleichen hatte, war mir die colorimetrische Methode die bequemere, weil ich sie im Tageslichte und mit geringerem Aufwande an Zeit und Mitteln ausführen konnte.

Wenn ich bei der Spectralmethode, das erste Aufleuchten des Grün überschritten habe, so ist die untersuchte Quantität werthlos geworden; dann muß ich eine neue Probe nehmen; insoferne ich nun bei dem Versuche allein bin, muß ich die verdünnende Flüssigkeit

tropfenweise zufließen lassen und nach jedem Tropfen untersuchen, und das Auge jedesmal an das dunkle Gesichtsfeld gewöhnen.

Wer seine Augen noch anderweitig zu feinen Arbeiten verwendet, sagen wir in unserem Falle zur Blutkörperchenzählung, dem wird es nicht gleichgiltig sein eine Stunde lang abwechselnd bald in die helle Lampe und bald in das dunkle Spectrum zu blicken.

Das Alles fällt bei der colorimetrischen Methode fort. Sie wird im hellen Tageslichte ausgeführt, man bedarf dazu nur weniger Meßpipeten und man verdirbt seine Blutprobe nicht durch Überschreiten der Verdünnung, da es dann immer offen bleibt, auch das Nachbargefäß auf eine hellere Farbe zu bringen.

Was die Genauigkeit der Schätzung anbelangt, so muß ich nach wiederholten Vergleichen aussagen, daß die Prüfung der färbenden Kraft, wenn nicht höher doch sicherlich eben so hoch steht wie die Spectralmethode.

Das Blut habe ich den betreffenden Individuen durch Blutegel entzogen. Das Blut, welches man durch Schröpfköpfe oder Aderlässe bekommt, eignet sich nicht zur Messung kleiner Quantitäten wegen der Gerinnung. Aus dem Blutegel kann aber flüssiges Blut in ein kleines Meßgefäßchen tropfenweise eingelassen werden. Da es sich hier in der Regel um Differenzbestimmungen zwischen Gesunden und Kranken handelt, und das Blut beider den Blutegelleib passirt, so können die etwaigen Veränderungen in dem letzteren keinen wesentlichen Fehler bedingen.

In Anbetracht, daß man den Chlorotischen keine größeren Blutmengen entziehen kann, ist das Verfahren mit dem Blutegel, gewiß noch besonders empfehlenswerth. Es muß aber ein lebender Blutegel sein, weil in den gläsernen das Blut nicht flüssig erhalten wird, und man dadurch zu einer jedenfalls complicirteren Procedur gezwungen würde.

Ich verdünnte in der Regel einen Kubikcentimeter aus dem Blutegel entnommenes Blut mit 25 Kubikcent. einprocentiger Kochsalzlösung. Von einer solchen Mischung nahm ich dann, nach dem sie tüchtig umgeschüttelt worden, einen Kubikcentimeter und verdünnte ihn bis zu 30—50 Kubikcent. mit Wasser, indem ich die beiden Nachbargefäße bei aufsteigender Verdünnung anfangs von 5 zu 5 und später von 1 zu 1 Kubikcent. verglich.

Nachdem ich derart die Verhältnißzahl der färbenden Kraft beider Blutproben bestimmt hatte, ging ich an das Zählen; dazu benützte ich nun die mit dem 25fachen Volumen einpercentiger Kochsalzlösung verdünnten Flüssigkeiten.

Ich habe jedoch die Volumina, deren Blutkörperchen direct gezählt wurden, nicht gemessen, sondern dem Augenmaße nach abgeschätzt.

In Rücksicht darauf, daß es sich stets um eine vergleichende Arbeit handelte, und in Rücksicht darauf, daß die Zählung in relativ sehr kleinen Tröpfchen nach einander vorgenommen wird, hielt ich es für gerathener, je ein kleines Tröpfchen durch eine feine Glaskanüle auf den Objectträger fallen zu lassen. Es wurde dazu nur eine Kanüle verwendet, die nach dem jedesmaligen Gebrauche gereinigt wurde. Ich erlangte in solcher Weise sehr bald die Übung Tröpfchen auf den Objectträger zu legen, die an Größe gewiß nicht mehr differirten, als dies durch irgend eine Messung so kleiner Mengen der Fall werden dürfte.

Ich habe die mühsamen Zählungen nicht sehr lange fortgesetzt. Ich habe an sechs Fällen und zwar, drei Gesunden und drei Kranken im Ganzen etliche und vierzig Tausend Körperchen gezählt. Ich fand dabei circa zwanzig Tausend auf Seite der Gesunden und etliche zwanzig Tausend auf Seite der Kranken.

Da es sich um Kranke handelte, deren Blut sich an färbender Kraft, zu dem des gesunden verhielt wie 1:0·30, dann wie 1:0·31 und endlich wie 1:0·37, so durfte ich mich namentlich für den erstgenannten Fall dem Schlusse hingeben, daß die verminderte Zahl der rothen Blutkörperchen gewiß nicht die einzige Ursache der chlorotischen Färbung sei. Ich durfte es vielmehr als ausgemacht annehmen, daß in jedem einzelnen Blutkörperchen des chlorotischen weniger Farbstoff enthalten ist, als in den Blutkörperchen des gesunden Individuums.

Von den früher genannten drei Kranken waren zwei Mädchen und der dritte ein Bursche im zwanzigsten Lebensjahre, der seiner bleichen Farbe und der vergrößerten Milz wegen, als leukämisch auf die Oppolzer'sche Klinik gebracht wurde.

Es konnte nach den angeführten Untersuchungen keinem Zweifel unterzogen werden, daß der Bursche, wenigstens was die nächstliegende Ursache seiner Hautfarbe anlangt, als chlorotisch bezeichnet werden mußte.

Bei diesem Kranken habe ich auch die Erfahrung gemacht, daß sich seine Blutkörperchen langsamer senken, als die des gesunden Menschen. In zwei gleiche Glasröhrchen wurde nämlich je ein Cubikcentimeter der Flüssigkeit gefüllt, welche zum Zählen der Blutkörperchen verwendet wurde. Es zeigte sich, daß das Klarwerden, der oberen Flüssigkeitsschichten in dem Blute des Gesunden rascher erfolgte, als in dem Blute des Kranken.

Da ich nun in beiden Fällen ein um das 25-fache verdünnte Plasma vor mir hatte, ließ es sich nicht gut denken, daß die verschiedene Schnelligkeit des Sinkens auf Rechnung einer verschiedenen Zähigkeit der Medien zu setzen wäre.

Die naturgemässere Erklärung ist die, daß das specifische Gewicht der Blutkörperchen des Gesunden größer ist, als die des chlorotischen Individuums.

Es gestattet dies weiter, wenn auch nicht den Schluß, so doch die Vermuthung, daß das mangelnde Hämoglobin durch keinen anderen Körper ersetzt sei, sondern daß der Ausfall am Hämoglobingehalte, einen Ausfall am absoluten Gewichte des Körperchens bedingt.

Es wird nicht ohne Belang sein, eine solche Vermuthung durch weitere Arbeit zu erhärten oder zu entkräften. Es ist für die erstrebte wissenschaftliche Therapie gewiß nicht gleichgiltig, ob wir es blos mit einer quantitativen Veränderung eines Körpers zu thun haben oder aber, ob dieser Körper theilweise durch einen andern ersetzt ist. Denn, im ersteren Falle hätten wir nur danach zu streben, die Bildung eines Körpers im Organismus zu befördern, für den zweiten Fall aber würde das nicht genügen; es müßte noch überdies ein anderer Körper fortgeschafft werden.

Wenn die Blutkörperchen von chlorotischen Individuen in Kochsalzlösung aufbewahrt werden, so lassen sie ihren Farbstoff früher austreten, als die Blutkörperchen des Gesunden.

Im Blute des Gesunden setzen sich die rothen Körperchen in dem mit einpercentiger Lösung versetzten Plasma oder Serum (wenn defribrinirt) nach 24 Stunden zu einem festen Bodensatze nieder, über welchem eine ganz klare Flüssigkeit stehen bleibt. Im Blute des Chlorotischen aber ist dieses Serum schon nach 24 Stunden nicht ganz farblos, und färbt sich dann auch allmälig intensiver roth. Dabei werden die Blutkörperchen blaß, so daß man bald nicht mehr zählen kann.

Mit Rücksicht auf die weiteren Fortschritte in der Krankheitslehre der Chlorose, muß auch diese Thatsache zur weiteren Untersuchung einladen, weil wir dadurch der Frage näher rücken, ob die Individuen bleich sind, weil sich zu wenig Farbstoff bildet, oder weil er einmal gebildet die Blutkörperchen zu schnell verläßt.

Die Menge des Farbstoffes bestimmter Blutvolumina von Chlorotischen ist gewiß für verschiedene Zeiten keine constante.

Ob aber diese Inconstanz auf Rechnung des therapeutischen Eingriffes und namentlich welchen Eingriffes zu setzen ist, wage ich nicht zu behaupten, so wahrscheinlich es auch sonst sein mag, daß die Wirkung des Eisens und der besseren Nahrung in Rechnung zu bringen sind.

Die Kranken, welche ich zur Beobachtung bekam, waren aus den Vorstädten Wiens und aus ziemlich schlechten Verhältnissen. Sowie sie ins Hospital kamen, befanden sie sich schon in besseren Verhältnissen; sie wurden besser genährt, lebten in großen luftigen Räumen und bekamen nach guter Sitte innerlich Eisenpräparate verabfolgt.

Welches von diesen Momenten nun beigetragen haben mag, die Menge des Farbstoffes zu erhöhen, läßt sich unter so combinirten Bedingungen, nicht erschließen.

Sicher ist nur, daß die Menge zunahm, und zwar bei dem genannten Burschen im Laufe von etwa zehn Wochen um fast fünf und zwanzig Percente.

Sicher ist aber auch, daß namentlich bei einem von den genannten Mädchen, nach mehrwöchentlichem Aufhalten im Krankenhause und nach reichlicher Medication (mit Eisen) die Menge des Farbstoffes nur um ein ganz unbedeutendes gestiegen war.

Ich führe diese therapeutischen Daten nicht näher aus, weil sie doch nicht weiter führen als die Erfahrungen, welche jeder praktische Arzt in seinem Wirkungskreise machen kann. Um die Frage über die Wirkung des Eisens zu beantworten, müßte jedenfalls eine eingehendere Untersuchung gepflogen werden, als es mir unter den gegebenen Verhältnissen möglich war.

Theorie des Gleichgewichtes und der Bewegung eines Systems von Punkten.

Von J. Loschmidt.

Poinsot definirt die Aufgabe der gesammten Mechanik in dem berühmten Memoire: „De l'équilibre et du mouvement des Systèmes" Jour. de l'école pol. cahier 13, tome VI, p. 230 in folgenden Sätzen:

„Die Gesetze des Gleichgewichtes und der Bewegung eines freien Punktes sind bekannt und strenge bewiesen; welches aber werden die Gesetze des Gleichgewichtes und der Bewegung mehrerer Punkte sein, die durch gewisse Bedingungen untereinander zu einem System verbunden sind? Dies das allgemeine Problem der ganzen Mechanik. — Der natürliche Gedankengang in dieser Untersuchung führt offenbar zunächst auf die Betrachtung, daß in einem Systeme, welches in Ruhe ist, jeder einzelne Punkt für sich im Gleichgewichte stehen müsse unter dem vereinten Einflusse der Kräfte, welche an ihm unmittelbar angebracht sind, und der Einwirkungen, welche er vermöge seiner Verbindungen mit andern Punkten von diesen erfährt.

Und ebenso, wenn sich das System in Bewegung befindet, wird jeder Punkt sich so bewegen, als ob er frei wäre, und dem Impulse jener Kräfte und Einwirkungen zugleich unterworfen wäre. Verstünde man also die gegenseitigen Einwirkungen der einzelnen Punkte auf einander zu berechnen, so brauchte man dieselben nur für jeden einzelnen Punkt mit den allda angebrachten Kräften, wie sie sich aus der Natur der gestellten Aufgabe ergeben, zu combiniren, dann die Gleichungen des Gleichgewichtes oder der Bewegung für jeden so aufzustellen, als ob er ein freier wäre, und man hätte alles beisammen, um den Zustand des Systems im Raume zu bestimmen — das Problem wäre gelöst."

Diese Aufgabe nun hat Poinsot in seiner Abhandlung wirklich gelöst. Er gelangt dabei zu einem Theorem, welches die Gleichungen sowohl des Gleichgewichtes, als auch der Bewegung eines Systemes

gibt, ohne im letztern Fall das D'Alembert'sche Princip zu benöthigen.

Zum Schlusse zeigt er noch, wie das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten als eine einfache analytische Transformation seines Theorems anzusehen sei, welche Form in manchen Fällen allerdings eine bequemere Handhabung gestattet, während in manchen andern das Gegentheil stattfindet.

Die Aufgabe, welche wir uns in Folgendem stellen besteht erstlich in einer kürzern Ableitung des Poinsot'schen Theorems. Dabei wollen wir zugleich einen von Poinsot gebrauchten Kunstgriff vermeiden, gegen welchen sich Bedenken erheben lassen. Um nämlich den Einfluß einer Bedingungsgleichung zwischen den Coordinaten der Systempunkte auf einen dieser Punkte m_1 zu bestimmen, betrachtet derselbe einstweilen drei andere Punkte des Systems als fix, und die Abstände aller übrigen — mit Ausnahme von m_1 — von diesen als constant, was allerdings die Betrachtung wesentlich vereinfacht. Allein es dürfte schwierig, oder mindestens weitläufig werden, die Zulässigkeit dieses Verfahrens für alle Systeme nachzuweisen. — Zweitens wollen wir das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten auf ähnlichem Wege direct ableiten.

Für das Gleichgewicht eines freien Punktes haben wir zwei äquivalente Sätze: 1. Die Resultirende aller auf ihn wirkenden Kräfte muß verschwinden. $R = o$. 2. Die Summe der virtuellen Momente aller auf ihn wirkenden Kräfte muß Null sein: $\Sigma P\delta s. \,(\cos P.\delta s) = o$ oder $\delta s \cos (P.\delta s) = \delta p$ gesetzt:

$$\Sigma P\delta p = 0.$$

Die Ausdehnung des ersten Satzes auf ein System von Punkten führt zum Poinsot'schen Theorem, die des zweiten zum Princip der virtuellen Geschwindigkeiten.

I. Gleichgewichtsbedingungen für einen Punkt, dessen Bewegung Bedingungsgleichungen unterworfen ist, welche als Variable allein seine Coordinaten enthalten.

Zum Gleichgewichte des freien Punktes m, auf welchen die Kräfte P_1, P_2... wirken, ist erforderlich, daß die Resultirende dieser Kräfte Null sei. Anders wenn derselbe kein vollkommen freier ist. Befindet sich m z. B. am Ende der starren Linie am, welche um den

fixen Punkt *a* frei beweglich ist, so ist die Bewegung des Punktes *m* an die mit dem Radius *am* beschriebene Kugelfläche gebunden. Jede Kraftcomponente, welche auf *m* in der Richtung *am* wirkt, wird durch den Widerstand der starren Linie aufgehoben, und es genügt schon zum Gleichgewichte von *m*, daß die Resultirende aller auf *am* senkrechten Componenten verschwinde.

Der Widerstand der Linie *am* ist jedenfalls eine Kraft — ein Etwas, das den Bewegungszustand eines materiellen Punktes abzuändern vermag — aber eine eigenthümliche. Diese Kraft vermag nämlich selber keine Bewegung hervorzubringen, sondern nur welche zu verhindern, auch hat sie keine für sich bestimmte Größe, wohl aber eine bestimmte Richtungslinie. In letzterer wirkend nimmt sie jedesmal genau die Größe jener Kraft an, welche auf *m* direct in dieser Richtungslinie angebracht ist. Zugleich ist sie der letztern immer gerade entgegengesetzt. Die absonderliche Natur dieser Kräfte entspringt aus der Auffassung des Mathematikers, dem die Einführung solcher fingirter Kräfte eine große und zulässige Erleichterung in der Behandlung vieler Probleme gewährt. In unserm obigen Beispiele ist nämlich die starre Linie *am* in der Wirklichkeit immer ein physischer Körper und als solcher sowohl ausdehnbar als auch zusammendrückbar. Nennen wir in unserm Beispiele die in die Richtung *am* fallende Total-Componente der angebrachten Kräfte *p*, so wird für $p = o$ die Stange weder eine Verlängerung noch eine Verkürzung erfahren, und ihr Widerstand ebenfalls Null sein. Sobald aber *p* eine angebbare Größe in der Richtung *am* erhält, wird die Stange ausgedehnt, der Punkt *m* rückt in die Position m_1 vor, und zwar so weit, bis die durch die Ausdehnung in der Stange geweckte Elasticitätskraft gleich *p* geworden ist. Umgekehrt, wenn die Richtung von *p* nach *ma* geht, wird die Stange zusammengedrückt, so weit bis die rückwirkende Kraft die Größe von *p* erreicht. Es erscheint demnach jener Punkt, in welchem sich *m* für $p = o$ befindet, als Centralpunkt einer Elasticitätskraft, welche mit veränderlicher Intensität auf den materiellen Punkt *m* anziehend wirkt. Die obige Kugelfläche ist der geometrische Ort aller Ruhelagen von *m* für alle mögliche Positionen von *am*, oder, im Falle der Bewegung, die Fläche, in welcher alle denkbaren Bahnen desselben liegen. Aber in der Wirklichkeit ist diese Annahme nur eine angenäherte. Denn während der Bewegung z. B. wird die Bahn von *m* im Allgemeinen eine Linie beschreiben,

welche wellenartig sich bald über die Kugelfläche hinaus, bald innerhalb derselben hineinbiegen wird.

Nun sind aber die Verlängerungen und Verkürzungen, welche die Stange erleidet, meistens ganz unbedeutend neben den andern Ortsveränderungen, welche man in Betracht zieht, so daß man sie neben diesen füglich ganz vernachlässigen darf, was eben mit dem Ausdruck die Linie *am* sei „vollkommen starr" angezeigt wird. Die Verlängerungen und Verkürzungen konnte man demnach ohne Schaden weglassen, aber nicht die durch sie geweckten Elasticitätskräfte oder Widerstände. Man hat nunmehr in diesen Kräften Wirkungen, deren Ursachen man geflissentlich vernachläßigt, und sie werden damit einigermaßen paradox. Nun erscheint an *m*, ohne daß es seine Lage in Bezug auf *am* ändert, bald keine, bald eine sehr große Kraft, welche vom Materiale der Linie *am* ausgeht — in Wirklichkeit findet aber immer eine correspondirende Ortsveränderung statt. — Die reine Mechanik, welche billigerweise bei allen ihren a prioristischen Constructionen die Bedürfnisse der physischen Mechanik nicht aus den Augen verliert, hat diese Widerstandskräfte in den Bedingungsgleichungen mit Leichtigkeit zu handhaben gelernt, ohne sich um ihre physische Herkunft sonderlich zu kümmern.

Hätte man aber eine Methode aus diesen Bedingungsgleichungen die Widerstandskräfte, welche sie repräsentiren, explicite herauszuheben, so brauchte man sie nur, wie Poinsot andeutet, den unmittelbar gegebenen Kräften beizufügen, und alles Anomale in der Art dieser Kräfte des Widerstandes wäre getilgt, das Problem auf die Behandlung des freien Punktes reducirt. Vortheilhaft ist es, in complicirten Fällen, wo der bewegliche Punkt in verschiedenen Positionen zu betrachten ist, die Richtung der Widerstandskräfte immer auf drei beliebige fixe Punkte *a*, *b*, *c*, welche nicht in einer Geraden liegen, zu beziehen.

Sei für den beweglichen Punkt *m*, an welchen die Kraft P angebracht ist, die Bedingungsgleichung $f(x, y, z) = L = o$, gegeben. Welches sind die Widerstandskräfte, die durch diese Gleichung repräsentirt werden?

Die Gleichung $L = o$ gilt für jede Position des Gleichgewichtes, so wie auch für jeden Moment der Bewegung von *m*. Dieselbe besagt: daß der Punkt *m* in jeder möglichen Position des Gleichgewichtes oder der Bewegung sich auf der Fläche $L = o$ befinden

müsse, oder auch, daß die Geschwindigkeitscomponenten $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ desselben für jede wirkliche oder auch nur zulässige Bewegung an die Bedingung gebunden sind:

$$\frac{dL}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{dL}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{dL}{dz} \frac{dz}{dt} = 0 \qquad (A)$$

Die Cosinus der Winkel, welche die Normale N der Fläche $L = o$ im Punkte x, y, z mit den drei Coordinatenaxen X, Y, Z macht, sind

$$\left.\begin{aligned} \cos(N.X) &= \frac{1}{V} \cdot \frac{dL}{dx} \\ \cos(N.Y) &= \frac{1}{V} \cdot \frac{dL}{dy} \\ \cos(N.Z) &= \frac{1}{V} \cdot \frac{dL}{dz} \end{aligned}\right\} \text{ wo } V = \sqrt{\left(\frac{dL}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dL}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dL}{dz}\right)^2}$$

bezeichnet.

Demnach sind die orthogonalen Componenten der im Punkte x, y, z auf der Fläche $L = o$ normalstehenden Widerstandskraft Π

$$\begin{aligned} \Pi \cos(N.X) &= \frac{\Pi}{V} \frac{dL}{dx} \\ \Pi \cos(N.Y) &= \frac{\Pi}{V} \cdot \frac{dL}{dy} \\ \Pi \cos(N.Z) &= \frac{\Pi}{V} \cdot \frac{dL}{dz} \end{aligned} \qquad (B)$$

Indem wir zur Abkürzung $\frac{\Pi}{V} = \lambda$ setzen, und die Distanzen $am = n$, $bm = p$, $cm = q$ des Punktes m von drei fixen Punkten a, b, c statt x, y, z in die Gleichungen $L = o$ einführen, erhalten die Gleichungen B die Form

$$\begin{aligned} \Pi \cos(N.X) &= \lambda \frac{dL}{dx} = \lambda \left[\frac{dL}{dn} \cdot \frac{dn}{dx} + \frac{dL}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{dL}{dq} \cdot \frac{dq}{dx}\right] \\ \Pi \text{con} (N.Y) &= \lambda \frac{dL}{dy} = \lambda \left[\frac{dL}{dn} \cdot \frac{dn}{dy} + \frac{dL}{dp} \cdot \frac{dp}{dy} + \frac{dL}{dq} \cdot \frac{dq}{dy}\right] \\ \Pi \cos(N.Z) &= \lambda \frac{dL}{dz} = \lambda \left[\frac{dL}{dn} \cdot \frac{dn}{dz} + \frac{dL}{dp} \cdot \frac{dp}{dz} + \frac{dL}{dq} \cdot \frac{dq}{dz}\right] \end{aligned} \qquad (C)$$

Seien ferner die orthogonalen Coordinaten der Punkte *a*, *b*, *c* respective ξ, η, ζ; ξ_2, η_2, ζ_2; ξ_3, η_3, ζ_3 so wird

$$\begin{cases} n = \sqrt{(x-\xi_1)^2+(y-\eta_1)^2+(z-\zeta_1)^2} \\ p = \sqrt{(x-\xi_2)^2+(y-\eta_2)^2+(z-\zeta_2)^2} \\ q = \sqrt{(x-\xi_3)^2+(y-\eta_3)^2+(z-\zeta_3)^2} \end{cases}$$

und

$$\frac{dn}{dx} = \frac{x-\xi_1}{n} = \cos(n.X)\,; \quad \frac{dp}{dx} = \frac{x-\xi_2}{p} = \cos(p.X)\,; \quad \frac{dq}{dx} = \frac{x-\xi_3}{q} = \cos(q.X)$$

$$\frac{dn}{dy} = \frac{y-\eta_1}{n} = \cos(n.Y)\,; \quad \frac{dp}{dy} = \frac{y-\eta_2}{p} = \cos(p.Y)\,; \quad \frac{dq}{dy} = \frac{y-\eta_3}{q} = \cos(q.Y)$$

$$\frac{dn}{dz} = \frac{z-\zeta_1}{n} = \cos(n.Z)\,; \quad \frac{dp}{dz} = \frac{z-\zeta_2}{p} = \cos(p.Z)\,; \quad \frac{dq}{dz} = \frac{z-\zeta_3}{q} = \cos(q.Z).$$

Durch Substitution dieser Werthe von $\frac{dn}{dx}, \frac{dn}{dy} \ldots\ldots$ in (C) haben wir

$$\begin{aligned} \Pi.\cos(N.X) &= \lambda\frac{dL}{dn}\,.\cos(n.X) + \lambda\frac{dL}{dp}\,.\cos(p.X) + \lambda\frac{dL}{dq}\,.\cos(q.X) \\ \Pi.\cos(N.Y) &= \lambda\frac{dL}{dn}\,.\cos(n.Y) + \lambda\frac{dL}{dp}\,.\cos(p.Y) + \lambda\frac{dL}{dq}\,.\cos(q.Y) \quad (D) \\ \Pi.\cos(N.Z) &= \lambda\frac{dL}{dn}\,.\cos(n.Z) + \lambda\frac{dL}{dp}\,.\cos(p.Z) + \lambda\frac{dL}{dq}\,.\cos(q.Z) \end{aligned}$$

Der bloße Anblick der Gleichungen *D* aber zeigt, daß die Größen $\lambda\frac{dL}{dn}$, $\lambda\frac{dL}{dp}$, $\lambda\frac{dL}{dq}$ die Componenten von Π nach den Linien *n*, *p*, *q* vorstellen.

Note. Aus den Gleichungen

$$\frac{dn}{dx}=\frac{x-\xi_1}{n} \text{ und } \frac{dn}{d\xi_1}=-\frac{(x-\xi_1)}{n}$$

u. s. w. erhellt, daß auch die Widerstände, welche die fixen Punkte a, b, c zu erleiden haben den derivirten von L nach den Linien n, p, q proportional sind. —

Wenn zwei Bedingungsgleichungen: $L=o$, $M=o$ zwischen den Coordinaten von m gegeben sind, so schneiden sich im Punkte x, y, z zwei Flächen. Jede derselben hebt eine beliebig große Kraft auf, welche am Punkte m in der Richtung ihrer Normale angebracht wäre. Bezeichnen wir diese beiden Widerstandskräfte mit Π_1 und Π_2, so erhalten wir nach den Verbindungslinien n, p, q die Componenten

$$N=\lambda\frac{dL}{dn}+\mu\frac{dM}{dn};\ P=\lambda\frac{dL}{dp}+\mu\frac{dM}{dp};\ Q=\lambda\frac{dL}{dq}+\mu\frac{dM}{dq};$$

und ebenso für die Componenten nach X, Y, Z

$$X=\lambda\frac{dL}{dx}+\mu\frac{dM}{dx};\ Y=\lambda\frac{dL}{dy}+\mu\frac{dL}{dy};\ Z=\lambda\frac{dL}{dz}+\mu\frac{dM}{dz},$$

wo

$$\lambda=\Pi_1\left[\left(\frac{dL}{dx}\right)^2+\left(\frac{dL}{dy}\right)^2+\left(\frac{dL}{dz}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

und

$$\mu=\Pi_2\left[\left(\frac{dM}{dx}\right)^2+\left(\frac{dM}{dy}\right)^3+\left(\frac{dM}{dz}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

gesetzt wurde.

Die beiden Kräfte Π_1 und Π_2 setzen sich an m zu einer Resultirenden zusammen, deren Richtung in die Ebene der Normallinien beider Flächen fällt, welche aber in dieser, vermöge der Unbestimmtheit der Größe von Π_1 und Π_2, jede beliebige Größe und Richtung haben kann. — Dies der Fall, wo m auf einer vorgeschriebenen Curve zu bleiben genöthigt ist.

Obwohl drei fixe Punkte a, b, c immer genügen, die Kraft Π, welche auf den Punkt m normal zur Fläche $L=o$ wirkt, in jeder Position als Resultirende von Kräften, die in diesen Richtungen wirken, erscheinen zu lassen, so hindert doch nichts, mehr als drei solche fixe Punkte zu benützen. Wenn man deren Abstände von m in

die Gleichung $L = o$ einführt, so werden die in selbe fallenden Componenten von Π wieder durch das Produkt von λ in die nach den respectiven Distanzen genommenen Differentialquotienten von L ausgedrückt. Dies ist von Wichtigkeit, wenn es sich darum handelt, die Widerstände zu bestimmen, welche gewisse Verbindungsstücke in einer mechanischen Construction zu leisten haben.

Außerdem können diese fixen Punkte selber für die verschiedenen Punkte der Oberfläche $L = o$, in welchen sich m successive befindet, verschieden sein. Einen speciellen Fall bietet die Anwendung der gewöhnlichen Coordinaten. Es sind dies Abstände von je drei fixen Punkten in drei Ebenen, welche fixe Punkte im Allgemeinen für jeden Punkt der Fläche andere sind.

Will man auch jene Widerstände bestimmen, welche die fixen Punkte zu leisten haben, so muß man sie als bewegliche behandeln, welche durch die Gleichung $L = o$, in der nunmehr auch die Coordinaten dieser Punkte als Variable auftreten, an gewisse Flächen gebunden sind. Daraus sieht man, daß die vollständige Lösung unseres Problems auf die Betrachtung eines Systems von mehreren Punkten hinweist, eine Aufgabe, mit der wir uns im Folgenden beschäftigen wollen.

Gleichgewicht eines Systems von Punkten.

Es ist ein System von Punkten: m_1, m_2, $m_3 \ldots$ gegeben, an denen respective die Kräfte P_1, P_2, $P_3 \ldots$ angebracht sind. Zwischen diesen Punkten bestehen Verbindungen, welche durch die Bedingungsgleichung $L = o$ ausgedrückt sind. Diese Gleichung enthalte als Veränderliche nur die Coordinaten der Punkte des Systems.

Gesucht werden die Bedingungen, welchen die Kräfte $P_1, P_2 P_3 \ldots$ für jede beliebige Position des Systems, die mit der Natur desselben vereinbar ist, genügen müssen, damit das System im Gleichgewicht sei.

Bezeichnen wir die Coordinaten der Punkte m_1, m_2, $m_3 \ldots$, welche in die Gleichung $L = o$ eingehen, beziehungsweise mit $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2 \ldots$, so erhält dieselbe die Form

$$L = f(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2 \ldots) = 0. \qquad \text{(I)}$$

Wäre der Punkt m_1 allein beweglich, die übrigen aber fix, so würde die Gleichung (I) aussagen, daß der Punkt m_1 bei allen

möglichen Positionen, die er einnehmen kann, an eine Fläche gebunden sei, deren Gleichung eben (I) ist, wenn in ihr die Coordinaten der übrigen Punkte als constante Parameter betrachtet werden. Gibt man aber diesen letzteren successive verschiedene Werthe, so erhält zwar die Gleichung (I), als Flächengleichung von m_1 angesehen, für jede Werthgruppe eine andere Gestalt, aber m_1 bleibt doch jedesmal an dieselbe gebunden.

Beziehen wir nun die Gleichung (I) als Flächengleichung auf die verschiedenen Punkte $m_1, m_2 \ldots$ zugleich, und lassen das System successive verschiedene Positionen des Gleichgewichtes einnehmen, so stellt dieselbe für jede solche Position ein System von Flächen dar, derart, daß jeder von jenen Punkten an eine dieser Flächen gebunden ist.

Durch Differentiation der Gleichung (I) in Bezug auf die Zeit t erhalten wir die Gleichung:

$$\begin{aligned}\frac{dL}{dx_1}\frac{dx_1}{dt}dt+\frac{dL}{dy_1}\frac{dy_1}{dt}dt+\frac{dL}{dz_1}\frac{dz_1}{dt}dt+\frac{dL}{dx_2}\frac{dx_2}{dt}dt+\frac{dL}{dy_2}\frac{dy_2}{dt}dt \\ +\frac{dL}{dz_2}\frac{dz_2}{dt}dt+\ldots=0,\end{aligned} \qquad \text{(II)}$$

welche für jeden Punkt die Ebene angibt, in welcher sein Bahnelement enthalten sein muß, wenn das System aus einer bestimmten Position des Gleichgewichtes in eine beliebige zulässige Bewegung übergehen soll, oder, falls das System bereits in Bewegung ist, in welcher sich das derzeitige Bahnelement der wirklichen Bewegung befindet.

Für den Punkt m_1 hat die Gleichung jener Ebene die Form

$$\frac{dL}{dx_1}\cdot\xi+\frac{dL}{dy_1}\cdot\eta+\frac{dL}{dz_1}\cdot\zeta=D,$$

und die Cosinus, welche ihre im Punkte $x_1, y_1\, z_1$ errichtete Normale N mit den Coordinatenaxen macht, sind

$$\cos(N.X)=\frac{1}{V}\frac{dL}{dx_1};\ \cos(N.Y)=\frac{1}{V}\frac{dL}{dy_1};\ \cos(N.Z)=\frac{1}{V}\frac{dL}{dz_1},$$

wo

$$V=\sqrt{\left(\frac{dL}{dx_1}\right)^2+\left(\frac{dL}{dy_1}\right)^2+\left(\frac{dL}{dz_1}\right)^2}.$$

Es fallen daher diese Winkel mit jenen zusammen, welche die Normale der Fläche $L = o$, wenn in dieser x_1, y_1, z_1 als die einzigen Variablen angesehen werden, mit den Axen macht.

Dies kommt offenbar auf den Satz hinaus, daß die Änderungen, welche letztere Winkel durch die gleichzeitigen unendlich kleinen Verschiebungen der andern Systempunkte erleiden, unendlich kleine Größen höherer Ordnung sind.

Es besteht demnach der Einfluß der Gleichung $L = o$ auf den Zustand des Systems darin, daß zu den an den Punkten $m_1, m_2, m_3 \ldots$ angebrachten Kräften $P_1, P_2, P_3 \ldots$ andere Kräfte $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3 \ldots$ hinzukommen, deren Richtung in die Normale bestimmter durch jene Punkte gelegten Flächen fällt, die der Größe nach genau gleich, dem Zeichen nach aber entgegengesetzt sind jenen Componenten von P_1, P_2, P_3, welche in die betreffende Normale fallen.

Soll daher das System in Ruhe bleiben, so ist dazu nothwendig, daß an jedem einzelnen Punkte die auf die dortige Flächennormale senkrechte Componente der allda angebrachten Kraft verschwinde.

Ferner ist man berechtigt, bei der Ableitung der Componenten der Widerstandskräfte nach bestimmten Richtungen für einen Punkt so zu verfahren, als ob er allein beweglich wäre, da dieselben auch hier, den Differentialquotienten von L genommen, nach den betreffenden Linien proportional sind.

Zwischen den Widerstandskräften $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3 \ldots$, welche an den verschiedenen Punkten des Systems in Folge der Gleichung $L = o$ auftreten, finden Relationen statt, an deren Herstellung wir nunmehr gehen wollen.

Nehmen wir vorerst an, wir hätten es mit einem einzigen Punkt m zu thun, welcher an die Fläche $L = o$ gebunden ist.

Wie wir oben gesehen, setzt dieser Fall voraus, daß im Allgemeinen noch drei Punkte a, b, c beizuziehen seien, welche mit m eigentlich ein System von vier Punkten bilden. Zwar sind diese letzteren fix, will man aber die Widerstände bestimmen, die sie zu leisten haben, so muß man sie als beweglich betrachten. Zu diesem Zwecke führen wir statt der Coordinaten x, y, z die Abstände $am = n$, $bm = p$, $cm = q$, $ab = f$, $ac = g$, $bc = h$ in die Gleichung $L = o$ ein, und erhalten dann für die Widerstandskraft Π am Punkte

m nach den Richtungen n, p, q die Componenten $\lambda\frac{dL}{dn}$, $\lambda\frac{dL}{dp}$, $\lambda\frac{dL}{dq}$, wo wieder $\lambda=\frac{\Pi}{V}$ bedeutet.

Ebenso wie m ist auch der Punkt a an eine Fläche gebunden, deren Gleichung wir erhalten, wenn wir in $L=o$ die orthogonalen Coordinaten von a allein als laufende Variable ansehen. Dann wirkt auf a normal zu dieser Fläche die Widerstandskraft Π_a, deren Componenten nach den Richtungen n, f, g analog dem Vorigen durch

$$\lambda_a\frac{dL}{dn},\quad \lambda_a\frac{dL}{df},\quad \lambda_a\frac{dL}{dg}$$

auszudrücken sind.

Wegen der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung in der Linie n muß aber sein $\lambda\frac{dL}{dn}=\lambda_a\frac{dL}{dn}$, also $\lambda=\lambda_a$.

Ebenso werden die Constanten λ_b, λ_c, welche die Componenten der Widerstandskräfte in den Punkten b und c als Factoren enthalten, derselben Größe λ gleich zu setzen sind.

Nehmen wir zweitens ein System von zwei Punkten m_1 und m_2, deren Coordinaten in die Bedingungsgleichung $L=o$ eingehen.

Wir benützen wieder das Dreieckcoordinatensystem, und führen in $L=o$ die Distanzen $am_1=n_1$, $bm_1=p_1$, $cm_1=q_1$, $am_2=n_2$, $bm_2=p_2$, $cm_2=q_2$ und f, g, h ein. An den fünf Punkten m_1, m_2, a, b, c, wirken normal zu den zugehörigen Flächen die Widerstandskräfte Π_1, Π_2, Π_a, Π_b, Π_c. Die Componenten derselben für jede von ihrem Angriffspunkte ausgehende Linie findet man auch hier, wenn man den Differenzialquotienten von L, genommen nach dieser Linie, mit einem Factor λ multiplicirt, welcher natürlich für alle Componenten jeder einzelner dieser Kräfte derselbe sein muß.

Wir erhalten so fünf Factoron λ_1, λ_2, λ_a, λ_b, λ_c.

Es ist aber leicht nachzuweisen, daß sie alle einander gleich sein müssen.

Denn am Punkte a haben wir für die Componenten der Widerstandskraft Π_a in den Richtungen f, g, n_1, n_2 die Ausdrücke

$$\lambda_a\frac{dL}{df},\quad \lambda_a\frac{dL}{dg},\quad \lambda_a\frac{dL}{dn_2},\quad \lambda_n\frac{dL}{dn_2}.$$

Aber in der Richtung $am = n_1$ wirkt auch die Kraft $\lambda_1 \frac{dL}{dn_1}$ als Componente von Π_1 an m_1 in dieser Linie, und wegen der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung in dieser Linie ist nothwendig

$$\lambda_a \frac{dL}{dn_1} = \lambda_1 \frac{dL}{dn_1}$$

und aus gleichen Gründen auch

$$\lambda_a \frac{dL}{dn_2} = \lambda_2 \frac{dL}{dn_2},$$

woraus $\lambda_a = \lambda_1 = \lambda_2$, und, wenn wir diese Betrachtung weiter verfolgen, auch $\lambda_a = \lambda_b = \lambda_c$ folgt.

Da dieses Raisonnement sich auf ganz gleiche Weise durchführen läßt, wie groß auch die Anzahl der Punkte des Systems sein möge, so gelangen wir zu folgendem Theorem:

Der Einfluß einer Bedingungsgleichung auf das System besteht darin, daß durch sie an jeden Punkt dessen Coordinaten in die Gleichung eingehen, eine Widerstandskraft von bestimmter Richtung und von einer bis auf einen willkürlichen für alle Punkte gleichen Factor, bestimmten Größe indizirt wird.

Note. Die Gleichung $L = o$ ist nur der unentwickelte Ausdruck jener Kräfte, und man drückt sich nicht correct aus, wenn man sagt: diese Kräfte können die Gleichung $L = o$ ersetzen, während sie eigentlich nichts bedeutet, als eben die Weisung, jene Kräfte an die betreffenden Punkte anzubringen. —

Auf Grund dieses Theorems wird man bei einer zweiten und dritten Bedingungsgleichung $N = o$, $M = o$ u. s. w., welche allenfalls außer $L = o$ noch vorhanden, genau so verfahren, als ob jede allein vorhanden wäre, und schließlich die von denselben an jeden Punkt indicirten Widerstandskräfte nach dem Kräftenparallelogramm zusammensetzen. Ein Zweifel ob dieses auch gestattet sei, ob man nicht alle Bedingungsgleichungen eines Systems gleichzeitig zu betrachten habe, ist ungerechtfertigt. Jede solche Gleichung sagt über Kräfte, welche an die Punkte des Systems zu kommen haben, etwas Bestimmtes aus, ohne sich um andere Beziehungen, welche nicht in ihr enthalten sind, zu kümmern, und die Kräfte, welche von

allen an einen Punkt gebracht werden, können unmöglich anderen Gesetzen der Combination folgen, als irgend andere Kräfte, von denen sie sich im Wesen gar nicht unterscheiden.

Nach diesen Grundsätzen behandeln wir jeden Punkt des Systemes als einen freien sowohl hinsichtlich des Gleichgewichtes als auch der Bewegung.

Sind die Componenten der an den Punkt m_n angebrachten Kraft P_n nach den orthogonalen Coordinatenaxen X_n, Y_n, Z_n, so haben wir:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x_n}{dt^2} &= X_n + \lambda\frac{dL}{dx_n} + \mu\frac{dM}{dx_n} + \ldots. \\ \frac{d^2y_n}{dt^2} &= Y_n + \lambda\frac{dL}{dy_n} + \mu\frac{dM}{dy_n} + \ldots. \\ \frac{d^2z_n}{dt^2} &= Z_n + \lambda\frac{dL}{dz_n} + \mu\frac{dM}{dz_n} + \ldots. \end{aligned}\right\} \quad \text{(A)}$$

wo man für n successive $1, 2, 3 \ldots$ zu setzen hat, bis alle Punkte des Systems erschöpft sind.

Obwohl die Gleichungen (A) die vollständige Lösung unseres Problems enthalten, so ist es doch von Interesse eine andere Formel kennen zu lernen, welche durch eine einfache Transformation aus denselben hergeleitet werden kann, und einerseits das hochwichtige Problem von einer anderen Seite beleuchtet, andererseits in vielen Fällen eine leichtere Bearbeitung gestattet. Diese Formel ist das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten, das wir hier in einer etwas veränderten Gestalt entwickeln wollen.

Nehmen wir unser System von Punkten mit den Bedingungsgleichungen $L=o$, $M=o \ldots.$ Dieselben unterwerfen die Geschwindigkeitscomponenten

$$\frac{dx_1}{dt},\ \frac{dy_1}{dt},\ \frac{dz_1}{dt},\ \frac{dx_2}{dt} \ldots.$$

den Bedingungen

$$\left.\begin{array}{l}
\frac{dL}{dx_1}\frac{dx_1}{dt}+\frac{dL}{dy_1}\frac{dy_1}{dt}+\frac{dL}{dz_1}\frac{dz_1}{dt}+\frac{dL}{dx_2}\frac{dx_2}{dt}+\frac{dL}{dy_2}\frac{dy_2}{dt}+\\
\qquad\qquad\qquad\qquad+\frac{dL}{dz_2}\frac{dz_2}{dt}+\ldots.=0\\
\frac{dM}{dx_1}\frac{dx_1}{dt}+\frac{dM}{dy_1}\frac{dy_1}{dt}+\frac{dM}{dz_1}\frac{dz_1}{dt}+\frac{dM}{dx_2}\frac{dx_2}{dt}+\frac{dM}{dy_2}\frac{dy_2}{dt}+\\
\qquad\qquad\qquad\qquad+\frac{dM}{dz_2}\frac{dz_2}{dt}+\ldots.=0\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}\right\}\quad(B)$$

Die Gleichungen (B) kann man in eine zusammenziehen, wenn man jede mit einem willkürlichen Factor multiplicirt, und erhält so:

$$\left.\begin{array}{l}
\left[\lambda\frac{dL}{dx_1}+\mu\frac{dM}{dx_1}+\ldots\right]\frac{dx_1}{dt}+\left[\lambda\frac{dL}{dy_1}+\mu\frac{dM}{dy_1}+\ldots\right]\frac{dy_1}{dt}+\\
\qquad\qquad+\left[\lambda\frac{dL}{dz_1}+\mu\frac{dM}{dz_1}+\ldots\right]\frac{dz_1}{dt}+\\
+\left[\lambda\frac{dL}{dx_2}+\mu\frac{dM}{dx_2}+\ldots\right]\frac{dx_2}{dt}+\left[\lambda\frac{dL}{dy_2}+\mu\frac{dM}{dy_2}+\ldots\right]\frac{dy_2}{dt}+\\
\qquad\qquad+\left[\lambda\frac{dL}{dz_2}+\mu\frac{dM}{dz_2}+\ldots\right]\frac{dz_2}{dt}+\\
+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}\right\}=0\quad(C)$$

Aber die in den Klammern stehenden Ausdrücke sind die specialisirten Größen

$$\frac{d^2x_n}{dt^2}-Z_n;\ \frac{d^2y_n}{dt^2}-Y_n;\ \frac{d^2z_n}{dt^2}-Z_n$$

unserer Gleichungen (A), daher haben wir auch

$$\begin{array}{l}
\left(X_1-\frac{d^2x_1}{dt^2}\right)\frac{dx_1}{dt}+\left(Y_1-\frac{d^2y_1}{dt^2}\right)\frac{dy_1}{dt}+\left(Z_1-\frac{d^2z_1}{dt^2}\right)\frac{dz_1}{dt}+\\
+\left(X_2-\frac{d^2x_2}{dt^2}\right)\frac{dx_2}{dt^2}+\left(Y_2-\frac{d^2y_2}{dt^2}\right)\frac{dy_2}{dt^2}+\left(Z_2-\frac{d^2z_2}{dt^2}\right)\frac{dz_2}{dt}+\\
\qquad\qquad\qquad\qquad+\ldots.=0.
\end{array}\quad(D)$$

Für den Fall des Gleichgewichtes sind die Beschleunigungen Null; wir können sie aber auch im Falle der Bewegung mit in die Symbole X_1, Y_1. Z_1 einbezogen denken, und erhalten dann, wenn wir bedenken, daß

$$X_1=P_1 \cos(P_1.X),\ Y_1=P_1 \cos(P_1.Y),\ Z_1=P_1 \cos(P_1.Z);$$

$$\frac{dx_1}{dt}=\frac{ds_1}{dt}\cos\left(\frac{ds_1}{dt}.X\right),\ \frac{dy_1}{dt}=\frac{ds_1}{dt}\cos\left(\frac{ds_1}{dt}.Y\right),$$

$$\frac{dz_1}{dt}=\frac{ds_1}{dt}\cos\left(\frac{ds_1}{dt}.Z\right)$$

und

$$\cos(P_1.X).\cos\left(\frac{ds_1}{dt}.X\right)+\cos(P_1.Y)\cos\left(\frac{ds_1}{dt}.Y\right)+$$

$$+\cos(P_1.Z).\cos\left(\frac{ds_1}{dt}.Z\right)=\cos\left(P_1.\frac{ds_1}{dt}\right)$$

ist, die Gleichung

$$P_1\frac{ds_1}{dt}\cos\left(P_1\frac{ds_1}{dt}\right)+P_2.\frac{ds_2}{dt}\cos\left(P_2.\frac{ds_2}{dt}\right)+\ldots=0 \qquad \text{(E)}$$

oder auch

$$\Sigma P.\frac{ds}{dt}\cos\left(P.\frac{ds}{dt}\right)=0 \qquad \text{(F)}$$

die gesuchte Formel.

II. Directe Ableitung des Princips der virtuellen Geschwindigkeit.

Wir haben im Eingange als zweite Form der Bedingung des Gleichgewichtes von Kräften, die auf einen freien Punkt wirken, den Ausdruck $\Sigma P\delta p=0$ hingestellt. Derselbe läßt sich mit Leichtigkeit auf ein System von Punkten übertragen, auf deren jeden gegebene Kräfte wirken, und zwischen denen Verbindungen existiren, vermöge welcher die Bewegungen eines jeden durch die der andern in bestimmter Weise bedingt werden.

Gleichgewicht wird in diesem Falle offenbar nur dann eintreten, wenn an jedem einzelnen Punkte für sich Gleichgewicht besteht, zwischen den an ihm unmittelbar angebrachten Kräften, und den Einwirkungen, welche er von allen andern Punkten erfährt.

Bezeichnen wir die letzteren, in soferne es sich um den Punkt m_1 handelt, mit $Q'_2, Q'_3, Q'_4 \ldots$, wo die Indices die Einwirkungen der Punkte $m_2, m_3, m_4 \ldots$ auf m_1 andeuten, und mit $q'_2, q'_3, q'_4 \ldots$ die Distanzen $m_1 m_2, m_1 m_3, m_1 m_4 \ldots$, so haben wir für das Gleichgewicht des Punktes m_1 die Gleichung

$$\Sigma P_1 \delta p_1 + \Sigma Q'_n \delta q'_n = 0.$$

Und wenn wir den Algorithmus für die übrigen Punkte entsprechend modificiren

$$\Sigma P_2 \delta p_2 + \Sigma Q''_n \delta q''_n = 0 \text{ für } m_2$$
$$\Sigma P_3 \delta p_3 + \Sigma Q'''_n \delta q'''_n = 0 \text{ für } m_3 \text{ u. s. w.}$$

. . . .

Nehmen wir jetzt die Summe aller dieser Gleichungen und bedenken, daß in dieser Summe jedes Glied von der Form $Q\delta q$ zweimal, und zwar, als Wirkung und Gegenwirkung zweier Punkte, mit entgegengesetzten Zeichen vorkommen muß, so sehen wir, daß sie sich sämmtlich tilgen, und die gesuchte allgemeine Formel $\Sigma P \delta p = o$ erhalten wird, wo sich das Summenzeichen auf alle Punkte des Systems erstreckt.

Wie man vom Princip der virtuellen Gleichung ausgehend, zum Poinsot'schen Theorem gelangt, findet sich bei La Grange: Mécanique analytique, trois. édit. p. 69.

Beitrag zur Anatomie der Milz.

Von Dr. **Peremeschko** aus Kasan.

(Aus dem physiologischen Institute der Wiener Universität.)

(Mit 1 lithographirten Tafel.)

Mit Untersuchungen über die Entwickelung der Milz bei Säugethieren, die ich in nächster Zeit veröffentlichen werde, beschäftigt, habe ich in diesem Organe besondere Gebilde gefunden, welche ich aus später anzuführendem Grunde Protoplasmakörper nennen und hier kurz beschreiben will.

An feinen Durchschnitten embryonaler Milzen, am besten in Alcohol erhärteter von Rindsembryonen (40 Centim. lang vom Kopf bis zur Schwanzwurzel) zeigen diese Protoplasmakörper eine unregelmäßig runde Form, zarten aber scharfen Contour und enthalten immer einen oder mehrere (bis 8) Kerne, die meistens haufenweise gruppirt im Centrum der Körper liegen. Fig. I.

Diese Körper sind in den Maschen der Milzpulpa, meist einzeln, bisweilen aber auch zu 2 oder 3 gelagert, und lassen sich beim Zerfasern oder Auspinseln feiner Schnitte sehr leicht isoliren.

Sie stellen große Kugeln dar, die den Ganglienzellen nicht unähnlich sind; sie unterscheiden sich aber von diesen dadurch, daß sie meist, wie erwähnt, mehrere Kerne besitzen und in keiner Verbindung mit Nervenfasern stehen.

Ich glaube in ihnen die Gebilde wieder zu erkennen, von welchen Kölliker (Gewebelehre 4. Aufl. S. 483) spricht, indem er bei Aufzählung der verschiedenen in der Milzpulpa von neugeborenen Thieren gefundenen Zellenarten sagt: „2. feinkörnige Zellen von 0·01—0·02 Millim. Größe mit vielen (4—10 und mehr) in einem mittleren Haufen beisammen liegenden Kernen“.

Frisch in Jodserum untersucht zeigen diese Körper schwächere Contouren, schwach hervortretende oder auch mitunter keine Kerne.

Macerirt man kleine Stücke frischer Embryonalmilz während 4—5 Tage, in Jodserum, so erscheinen die in Rede stehenden Körper nicht mehr rund, sondern langgestreckt mit mehr oder weniger dicken und langen Fortsätzen (Fig. II.). Doch lassen sich diese langgestreckten Formen nur dann beobachten, wenn zur Maceration ganz frische Milzen (höchstens 2 oder 3 Stunden nach dem Tode des Thieres) genommen wurden, sonst erhält man dieselben Formen, wie an Spirituspräparaten. Diese Erscheinung deutet darauf hin, daß die Körper fähig sind unter gewissen Bedingungen Gestalt-Veränderungen zu erleiden. Diese Bedingungen zu erforschen habe ich mir zur Aufgabe gemacht und schritt zunächst zur Untersuchung der Körper auf dem heitzbaren Objecttische, welche gelehrt hat, daß sie ihre Form verändern können, amoebenartige Bewegungen machen, Fortsätze ausschicken und einziehen, mit einem Worte alle die bekannten Lebenserscheinungen des Protoplasma's zeigen.

Um aber diese letztere Methode der Untersuchung anzuwenden, ist nöthig: 1. daß man ganz frische, wo möglich noch warme Milz nehme; 2. man bediene sich einer indifferenten Zusatzflüssigkeit. Ich gebrauchte mit gutem Erfolge Jodserum; 3. man suche solche Körper, die keine Kerne zeigen. Ich sage solche, die keine Kerne zeigen, nicht, welche keine Kerne haben, denn wir werden sogleich sehen, daß die Kerne beim Absterben zum Vorschein kommen.

Sind diese Bedingungen alle erfüllt, so beobachtet man bei Erhöhung der Temperatur bis auf 26° Cels. [1]) Folgendes: Der anfangs meist unregelmäßig runde Körper zieht sich zusammen, wodurch er deutlicher hervortritt, und zeigt schwache Ortsbewegungen. Bei Erhöhung der Temperatur bis auf 31° Cels. schickt er zahlreiche feine, kurze Fortsätze aus, die ihn fransenartig umgeben; die Ortsbewegungen werden lebhafter, die Oberfläche der Körper wird zuweilen streifig.

---

1) Die Temperaturbestimmungen gebe ich nicht in den Zahlen, welche ich direct vom Thermometer des Objecttisches abgelesen habe; sie wurden in folgender Weise corrigirt: Eine Probe Cacaobutter schmolz auf dem Objectträger als das Thermometer des Objecttisches 24° zeigte. Den Schmelzpunkt derselben Cacaobutter bestimmte ich direct zu 20°. Ich habe deshalb die vom Thermometer des Objecttisches abgelesenen Zahlen sämmtlich um 4 verkleinert. Es muß bemerkt werden, daß die Zahlen im Allgemeinen wenig Genauigkeit gewähren, da sie sich ändern, je nachdem man rascher oder langsamer heitzt.

Diese Erscheinungen lassen sich beobachten bis die Temperatur auf 39° Celsius erhöht ist; bei weiterer Erhöhung werden die Fortsätze wieder entweder allmälig oder plötzlich eingezogen und statt dieser vielen kurzen Fortsätzen lassen sich dann zuweilen einige längere sehen. Dann erscheint ein feiner scharfer Contour an einer begrenzten Stelle des Körpers an der die Fortsätze verschwinden, während sie an den übrigen Theilen des Körpers noch vorhanden sind. Zu gleicher Zeit werden ein oder mehrere Kerne bemerkbar; hierauf schreitet der Contour, welcher nur an einer Stelle des beobachteten Körpers zu sehen war, allmälig weiter, bis er den ganzen Körper umgibt und an die Stelle aller Fortsätze tritt. Die Kerne können jetzt ganz deutlich wahrgenommen werden, die Ortsbewegungen hören auf und bei 41° Cels. bleibt der Körper bewegungslos liegen [1]).

Alle beschriebenen Veränderungen kann man nur, wie wir oben schon erwähnten, an Körpern beobachten, die anfangs keine Kerne zeigten. Beobachtet man hingegen solche, wo die Kerne ursprünglich schon sichtbar waren, so bemerkt man bei 40° Celsius nur schwache Bewegungen, von denen man nicht bestimmt sagen kann, ob sie Lebenserscheinungen seien, oder von passiven Lageveränderungen herrühren; bei Erhöhung der Temperatur bis 45° Celsius bemerkt man auf der Oberfläche der Körper durchsichtige, sehr zart contourirte Blasen; zuweilen wird das ganze Protoplasma sehr blass, fast unsichtbar, wobei die Kerne noch schärfer hervortreten. Fig. II. d.

Vielleicht hat Conheim unter den verschiedenartigen Pulpazellen, deren Bewegungen er beobachtete (Virchow's Archiv, 33. Bd., S. 311) auch schon solche Körper, wenn auch in kleineren Exemplaren, vor sich gehabt.

Es wurde gleich Anfangs bemerkt, daß ich diesen Körpern zuerst bei Embryonen begegnete; mir standen am häufigsten Rinds- und Schweinsembryonen zu Gebote; bei ersteren trifft man sie in größerer Menge und deutlicher ausgeprägt. Bei beiden aber findet man sie erst von einem gewissen Alter angefangen — bei Rindsembryonen von 15 Centim. Körperlänge, bei Schweinsembryonen von 8 Centim. Körperlänge an; bei Embryonen von früheren Entwickelungsstadien findet man sie gar nicht. In größter Anzahl trifft man sie bei Rinds-

---

1) Alle diese Veränderungen zeigt Fig. III, a) beim Kaninchen, b) beim Hunde, c) beim Schweinsembryo.

Embryonen von 30—45 Centim. Körperlänge, bei Schweinsembryonen von 15—25 Centim. Körperlänge. Bei reiferen, schon behaarten Embryonen finden sie sich in geringerer Menge, bei jüngeren Thieren noch weniger und bei Erwachsenen sehr selten.

Von den erwachsenen Thieren scheinen die trächtigen eine Ausnahme zu machen, bei diesen ist die Anzahl der Körper vermehrt. Ich untersuchte 3 trächtige Kaninchen; bei einem, das im Beginne der Trächtigkeit war, fand ich ihre Zahl am größten, bei den beiden anderen (mit Embryonen 6 und 8 Centim. Körperlänge), fand ich sie nicht so zahlreich, doch zahlreicher als bei nichtträchtigen.

Es ist keine große Verschiedenheit an diesen Körpern bei Embryonen und bei erwachsenen Thieren zu bemerken, mit Ausnahme, daß sie bei jüngeren Embryonen meist einen Kern, bei älteren und bei erwachsenen Thieren mehrere Kerne enthalten.

Bezüglich der Größe dieser Körper kann ich Folgendes aussagen: Die größten fand ich beim Kalbe 0,06 Millim., bei Rindsembryonen von 0·01 bis 0·05 Millim. im Durchmesser.

Tafel-Erklärung.

Fig. I. Protoplasmakörper der Rindsembryonen von verschiedenem Alter, Spirituspräparat.

Fig. II. Protoplasmakörper der Rindsembryonen. Jodserumpräparat.

Fig. III. Protoplasmakörper mit heizbarem Objecttische untersucht: a) von einem Kaninchen, b) von einem Hunde, c) von einem Schweinsembryo, d) Protoplasmakörper von einem Rindsembryo, welche schon von Anfang an Kerne zeigten.



Gez. v. Verf. lith. v. Dr. C. Heitzmann

Bestimmung der Hauptbrechungsquotienten des schwefelsauren Ammoniak.

Von **M. Erofejeff.**

(Ausgeführt im physikalischen Cabinet der Wiener Universität.)

Das schwefelsaure Ammoniak isomorph der entsprechenden Kali-Verbindung krystallisirt im rhombischen System mit einem Axenverhältnisse

$$a : b : c = 1 : 0·7310 : 0·5643$$

Die Orientirung der optischen Elasticitätsaxen ist nach den Untersuchungen des Prof. Lang gegeben durch das Schema

𝔟 𝔞 𝔠̣

welches auch durch die nachfolgende Bestimmung der Brechungsquotienten bestätigt gefunden wurde. Zur Ermittlung dieser Größen wurden parallel den drei Elasticitätsaxen drei Prismen geschnitten. Nachdem die Seiten der letzteren polirt waren, mußten alsogleich der brechende Winkel (*A*) und die Minimumablenkung (*D*) gemessen werden, indem die Flächen sich rasch an der Luft verändern.

Es wurde beobachtet:

Prisma parallel	𝔞		𝔟		𝔠	
A	64°	7′	61°	38′	53°	0′
D. Li Flamme	43	13	40	39	33	2
Rothes Glas	43	18	40	44	33	7·6
Na Flamme	43	32	40	57	33	19·5
Grünes Glas	43	45	41	10	33	32·5
Blaues Glas	44	17	41	37	33	47·5

Hieraus berechnen sich die in der folgenden Tabelle angegebenen Werthe der Hauptbrechungsquotienten; die Tabelle enthält ferner die mit diesen Hauptbrechungsquotienten berechneten Werthe des wirklichen und scheinbaren Axenwinkels:

	α	β	γ	AB	(AB)
Li Fl.	1·5177	1·5200	1·5289	54° 9′	87° 33′
R. Gl.	1·5185	1·5209	1·5303	53 53	87 7
Na Fl.	1·5208	1·5232	1·5332	52 58	85 34
Gr. Gl.	1·5229	1·5255	1·5362	52 46	85 21
Bl. Gl.	1·5280	1·5303	1·5397	52 28	85 8

Direct wurde aber mittelst einer zur ersten Mittellinie senkrechten Platte der positive scheinbare Axenwinkel, wie folgt bestimmt

	(AB) in Luft
R. Gl.	86° 30′
Na Fl.	85 29

Dieselbe Platte, in Öl untersucht, gab als scheinbaren Axenwinkel

	[AB] in Öl
R. Gl.	55° 44′
Na Fl.	55 3

Eine Platte senkrecht zur zweiten Mittellinie gab auf gleiche Weise untersucht

	[AB′] in Öl
R. Gl.	135° 46′
Na Fl.	135 58

Berechnet man aus den zwei letzten Beobachtungen den wirklichen Axenwinkel, so erhält man

	AB
R. Gl.	53° 32′
Na Fl.	52 58

woraus in Verbindung mit dem scheinbaren Axenwinkel gemessen in Luft

	β
R. Gl.	1·5214
Na Fl.	1·5220

folgt.

Nimmt man Rücksicht auf die Grenzen, welche der Genauigkeit bei künstlichen Krystallen gesetzt sind, so sieht man, daß die auf letztere Art erhaltenen Werthe von (*AB*), *AB*, β in befriedigender Weise mit den Werthen stimmen, die sich aus den Hauptbrechungsquotienten ergeben.

Verbesserter Axenwinkel-Apparat.

Von dem c. M. **Viktor v. Lang.**

(Mit 2 Tafeln.)

Auf den Wunsch des Herrn Q. Sella habe ich im Jahre 1861 die Zeichnung eines Apparates entworfen zum Messen des Winkels der optischen Axen eines Krystalles beim Austritte in die Luft oder in Flüssigkeiten von verschiedenen Temperaturen. Das Instrument sollte jedoch die Ausführung der im Laufe einer Beobachtung nöthigen Operationen mit mehr Sicherheit und Bequemlichkeit ermöglichen als ähnliche bis dahin in Gebrauch befindliche Apparate. Ich habe das nach meiner Zeichnung ausgeführte Instrument damals der kais. Akademie vorgelegt, mich aber mit einer kurzen Beschreibung desselben begnügt, indem noch keine practischen Erfahrungen über dasselbe vorlagen. Seit der Zeit habe ich und andere Herren unter meiner Leitung mit einem ähnlichen Instrumente viel gearbeitet und ich bin hiedurch zur Überzeugung gekommen, daß der Apparat nachdem noch einige Verbesserungen angebracht wurden, nunmehr den Anforderungen, die man an solche Apparate stellen kann, ziemlich gut Genüge leistet. Es dürfte daher vielleicht eine genaue Zeichnung meines Axenapparates in seiner jetzigen Gestalt nicht ohne Interesse sein, um so mehr als bei der Wichtigkeit, welche die Ermittelung optischer Constanten für die Bestimmung von Mineralien immer mehr und mehr gewinnt, es auch von practischem Werthe ist Apparate zu haben, welche diese Beobachtungen auch denjenigen auszuführen erlauben, die mit dem Wesen der optischen Erscheinungen weniger vertraut sind.

Was nun die erwähnten Verbesserungen betrifft, so beziehen sich dieselben hauptsächlich auf zwei Punkte, auf das Beobachtungs-Fernrohr und auf die Vorrichtung zur Erwärmung der Flüssigkeiten. Mit Bezug auf das Beobachtungs-Fernrohr widersprechen sich nämlich theilweise die Anforderungen, die man a priori an dasselbe zu

stellen hat, so daß erst längere Praxis lehren kann, in wie weit die einzelnen Anforderungen gegen einander berücksichtigt werden müssen. Um die optischen Axen deutlich zu sehen, und ihre Winkel genau messen zu können, muß man dieselben jedenfalls mittelst eines Fernrohres betrachten, das auf unendlich entfernte Gegenstände eingestellt und mit einem Fadenkreuz versehen ist. Das Beobachtungs-Fernrohr muß also zum Mindesten aus einer Objectivlinse von der Brennweite f und aus einer Ocularlinse von der Brennweite F bestehen, welche beide Sammellinsen nahezu um die Summe ihrer Brennweiten von einander abstehen.

Da nun das Fernrohr erstens verkleinern soll, damit auch bei schwach doppelbrechenden Krystallen und bei sehr dünnen Platten der Durchmesser der Ringe nicht zu groß wird, was ein genaues Einstellen unmöglich macht, so muß der Bruch $\frac{f}{F}$ möglichst klein sein, d. h. es muß f klein, F aber groß gemacht werden. Für Beides besteht jedoch eine Grenze. Das Fernrohr soll nämlich auch ein möglichst großes Gesichtsfeld haben, indem dies zwar nicht für die Messung selbst, aber für die leichtere Auffindung der optischen Axen bei schlechter Einstellung von Vortheil ist. Damit das Gesichtsfeld nun nicht zu sehr verringert werde, soll die Krystallplatte von der Objectivlinse um weniger als die Brennweite f derselben abstehen. Dieser Abstand muß aber anderseits so groß sein um auch etwas größere Krystallplatten nicht nur in Luft, sondern auch wenn sie in ein Gefäß mit Flüssigkeit eingetaucht sind, herumdrehen zu können; ich habe mich daher begnügt f nicht kleiner als 20 Millim. zu machen. Mit der Vergrößerung von F wächst aber anderseits die Länge des Fernrohres beträchtlich, und um so weiter wird auch der Beobachter von den Theilen des Apparates entfernt, die zur Einstellung und Messung dienen, so daß bei einem gewissen Punkte die Handhabung dieser Theile bei gleichzeitiger Beobachtung im Fernrohr schon sehr erschwert wird. Ich habe daher F nicht größer als 50 Millim. gemacht, indem die hieraus resultirende lineare $2\frac{1}{2}$fache Verkleinerung nur höchstens in ganz exceptionellen Fällen, wegen der es nicht räthlich ist andere Vortheile zu opfern, nicht genügen dürfte. Man kann vielmehr in solchen Fällen sich immer noch dadurch helfen, daß man vor die Objectivlinse eine weitere Sammellinse auf das Fernrohr setzt, wodurch die Verkleinerung noch mehr steigt.

Der größte Werth übrigens, welcher F haben kann, muß jedoch noch kleiner als die Weite des deutlichen Sehers sein, da ja durch die Ocularlinse das Fadenkreuz deutlich gesehen werden soll. Die Verlängerung des Fernrohres hat auch noch den Nachtheil, daß die Interferenzerscheinung desto lichtschwächer wird. Dies ist freilich nur bei Kryslallplatten von sehr geringer Flächenausdehnung zu berücksichtigen, da durch solche auch bei starker Beleuchtung nur wenig Licht hindurch gehen kann. Ich will die Eigenschaft des Fernrohres, auch noch bei kleinen Platten die Interferenzerscheinung wahrnehmen zu lassen, die Empfindlichkeit desselben nennen. Letztere hängt nun auch davon ab, daß möglichst alles fremde Licht abgehalten werde. Dies kann dadurch erreicht werden, daß man die kleine Platte auf eine Glasplatte klebt und letztere rings um den Krystall schwärzt; es wird aber auch dadurch bewirkt, daß man unter allen Umständen der Objectivlinse eine kleine Öffnung gibt. Letzteres findet von selbst nothwendiger Weise statt, falls f klein ist. Im Übrigen ist die Empfindlichkeit des Fernrohres unabhängig von seinem Gesichtsfelde und seiner Verkleinerung. Es ist daher auch der Vorwurf ungerechtfertigt, welchen mein sehr geehrter Freund Herr Des Cloizeaux in Paris bei der Beschreibung des von ihm angegebenen Axenapparates meinem Instrumente macht, daß man mit demselben keine kleine Platten messen könnte. Ich habe vielmehr wiederholt Platten mit meinem Apparate untersucht, deren Fläche den Raum von $^1/_7$ Quadratmillim. nicht überstieg.

Zu dem Beobachtungsfernrohre gehört natürlich noch eine Beleuchtungslinse, welche nach den verschiedenen Richtungen parallele Lichtbündel durch die Krystallplatte zu senden hat und zwar sind die äußersten dieser Richtungen durch das Gesichtsfeld des Fernrohres bestimmt. Es ist daher am einfachsten [1]) man macht die Brennweite f' der Beleuchtungslinse gleich der Brennweite f der Objectivlinse und bringt sie auch in dieselbe Entfernung von der Krystallplatte, natürlich in der Verlängerung des Fernrohres. Es ist dann damit das ganze Gesichtsfeld gehörig erleuchtet, sei nur noch eine solche Größe der Beleuchtungslinse nöthig, bei welcher sie auch noch von den das Gesichtsfeld begrenzenden Richtungen getroffen

[1]) Vergl. die interessante Abhandlung von E. Reusch: „Über Linsen und Linsensysteme zur Beobachtung der Farbenringe im polarisirten Lichte." Amtl. Ber. der 34. Vers. d. Naturforscher in Carlsruhe, Carlsruhe 1859.

wird: nämlich von jenen Geraden, die von den Rändern der Fadenkreuzblendung durch die Mitte der Objectivlinse gehen. Die Beleuchtungslinse wird daher nahezu doppelt so breit sein müssen, als der Durchmesser der Fadenkreuzblendung, da wir den Abstand der Beleuchtungs- und Objectivlinse unbedeutend kleiner als die Summe ihrer Brennweiten wählen.

Was nun die Verbesserung hinsichtlich der Erwärmung der Flüssigkeiten, in welcher der Axenwinkel gemessen werden soll, betrifft, so habe ich eine Einrichtung adoptirt, die auch Des Cloizeaux bei seinem Axenapparate angewendet hat, und die auch sonst bei mikroskopischen Untersuchungen in Gebrauch ist. Die Flüssigkeit wird nicht gerade unterhalb der Krystallplatte, sondern seitwärts erwärmt, wozu dann natürlich ein größeres Flüssigkeitsgefäß nöthig ist.

Da die Anwendung einer größeren Menge von Flüssigkeit überhaupt der gleichförmigen Temperatur wegen von Vortheil ist, so habe ich die seitliche Erhitzung derselben hauptsächlich darum angewendet, um Raum für eine Vorrichtung zu gewinnen, welche das Flüssigkeitsgefäß höher und niedriger zu stellen erlaubt, was in vielen Fällen von Vortheil ist.

Ich gehe nun zur Beschreibung des Apparates selbst über, von welchem Fig. 1 eine perspectivische Ansicht, Fig. 3 aber einen Durchschnitt in drei Viertel der natürlichen Größe gibt.

Auf einem mit zwei Stellschrauben und einem Fuße versehenen Brette *A*, von nahezu dreieckiger Form, ist mittelst zweier flacher Messingsäulen *B*, *B'* ein Theilkreis *C* befestigt, so daß die mit einem breiten Knopfe *D* drehbare Axe desselben senkrecht auf dem Brette d. i. vertical, steht. Diese Axe trägt oben die Alhidade *E*, unten aber eine durch drei Federn gesicherte Planverschiebung *F*, welche dazu dient eine beliebige Stelle der Krystallplatte in die Axe des Kreises zu bringen, d. h. zu centriren. Die verschiebbare Scheibe setzt sich nach unten in eine Röhre *G* fort, in welcher ein Stift *H* auf- und abwärts geschoben und durch eine Schraube *I* festgestellt werden kann. Dieser Stift endigt in die Justirungsvorrichtung *K*, welche in einer ebenfalls durch drei Federn gehaltenen Kugelverschiebung (Petval's Träger) besteht und welche innerhalb gewisser Grenzen gestattet, der Platte eine beliebige Richtung im Raume zu geben. Zum Halten der Krystallplatte dient eine versilberte (wegen des

Öles) Zange *L*, die an der unteren Schale der Kugelverschiebung befestigt ist.

Von den zwei Messingsäulen trägt die eine (*B*) das Beobachtungsfernrohr, die andere (*B'*) das Beleuchtungsrohr. Ersteres steckt in einer Hülse *M*, welche mittelst zweier Zug- und zweier Druckschrauben (*a a b b*) an der Säule befestigt ist und besteht aus einer biconvexen Objectivlinse *c* von 20 Millim. Brennweite und 9 Millim. Öffnung, aus einer Fadenkreuzblendung *d* von 7½ Millim. Öffnung, aus einer biconvexen Ocularlinse *e* von 50 Millim. Brennweite und 20 Millim. Öffnung, und endlich aus einem Nicol'schen Prisma *f*. Das Ocular wird durch die Schraubenmutter *g* an das Objectivrohr geklemmt, die Fassung des Nicol'schen Prisma dagegen kann mittelst der Augenblendung *h* leicht um seine Axe gedreht und ganz entfernt werden.

Das Beleuchtungsrohr dagegen enthält eine planconvexe Linse *i* von 20 Millim. Brennweite und 14 Millim. Öffnung und ein Nicol'sches Prisma *k*, welches sammt dem Beleuchtungsrohre um seine Axe gedreht werden kann, da letzteres ebenfalls in einer Hülse *N* steckt, die jedoch in unveränderlicher Richtung an die Messingsäule eingeschraubt ist.

Die nothwendige Einstellung des Fernrohres auf Unendlich geschieht dadurch, daß man Ocular und Fadenkreuz so lange verschiebt, bis man nicht nur letzteres deutlich sieht, sondern auch die Bilder weit entfernter Gegenstände ihren Platz gegen das Fadenkreuz nicht ändert, wenn sich auch das Auge des Beobachters hin und her bewegt. In dieser Stellung wird dann die Schraubenmutter *g* angezogen. Um die Axe des Fernrohres senkrecht zur Drehungsaxe zu machen, bringt man in die Zange *L* eine plan-parallele Glasplatte, vor das Ocular aber ein Deckgläschen in solcher Stellung, daß das Licht einer seitlichen breiten Flamme in das Fernrohr fällt. Man hat bekanntlich dann so lange die Schrauben *a*, *a* und die Stellung der Glasplatte zu corrigiren, bis für beide Seiten der Glasplatte der direct und durch Reflexion gesehene Horizontalfaden des Fadenkreuzes übereinstimmen. Es ist dazu nicht einmal nöthig, daß die Glasplatte vollkommen parallel sei, nur muß in dem Falle wo sie schwach prismatisch ist, ihre Kante nahezu parallel der Drehungsaxe sein. Die zwei andern Schrauben *b*, *b* werden so gestellt, daß das Gesichtsfeld rechts und links keinen Unterschied zeigt. Statt der plan-parallelen

Glasplatte kann man einfacher gleich zur Justirung des Fernrohres das Bild benützen, daß vom Fadenkreuze auf der ebenen Fläche der Beleuchtungslinse *i* entworfen wird, und dasselbe durch die vier Schrauben *a*, *b* mit dem Fadenkreuze zur vollkommenen Deckung bringen. Dies setzt freilich voraus, daß vom Mechaniker auch wirklich das Beleuchtungsrohr parallel dem Limbus angefertigt wurde.

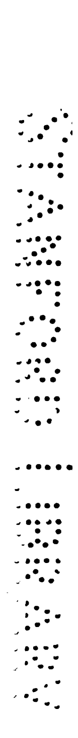
Ersetzt man die plan-parallele Glasplatte durch eine Krystallplatte, welche, wenn sie zu klein ist, auf eine Glasplatte geklebt ist, so kann man durch die nämliche Art der Beobachtung auch leicht den Winkel messen, welche eine optische Axe mit der Normale der Fläche bildet, durch welche sie austritt. Man hat nur einmal auf die optische Axe dann auf das reflectirte Fadenkreuz einzustellen und die beobachteten Ablesungen von einander abzuziehen.

Zur Untersuchung der Krystallplatten in Flüssigkeiten von gewöhnlicher Temperatur dient ein offenes Gefäß (Fig. 2) aus Weißblech mit quadratischem Querschnitte von beiläufig 32 Millimeter Seitenlänge. Zwei gegenüberstehende Seiten dieses Gefäßes sind durchlöchert und über diese Löcher inwendig Glasplatten mit Canadabalsam geklebt. Dieses Gefäß passt in ein Tischchen *O*, welches höher und niedriger gestellt werden kann und welches in der Verlängerung der Axe des Kreises auf dem Brette *A* befestigt ist. Durch die Größe dieses Gefäßes ist auch der Abstand gegeben, bis zu welchem Beobachtungsfernrohr und Beleuchtungsrohr der Axe genähert werden dürfen. Es ist gut zwei derartige Gefäße zu besitzen, von denen eines ausschließlich für Olivenöl bestimmt ist, welches am Lichte sich allmälig bleichte.

Um dagegen in erwärmten Flüssigkeiten beobachten zu können, benützt man ein aus Messingblech zusammengesetztes, hartgelöthetes Gefäß, von welchem Fig. 4 eine Ansicht der längeren Seiten, Fig. 5 aber einen Querschnitt durch die Mitte der in den längeren Seiten befindlichen Öffnungen gibt, welche auf passende Weise durch Glasplatten *l* verschlossen sind. Die Erwärmung des Gefäßes geschieht nur an seinen beiden Enden, mit welchen dasselbe über das Brett *A* hinausragt, wenn es auf das Tischchen *O* gestellt wird. Damit sich letzteres nicht zu sehr erhitzt, sitzt das Gefäß nur mit vier kurzen Füßen *m* auf. Die Temperatur wird schließlich mittelst zweier Thermometer *n* bestimmt, die von je einer Brücke *o* gehalten in die Flüssigkeit getaucht werden.

Fig. 1.

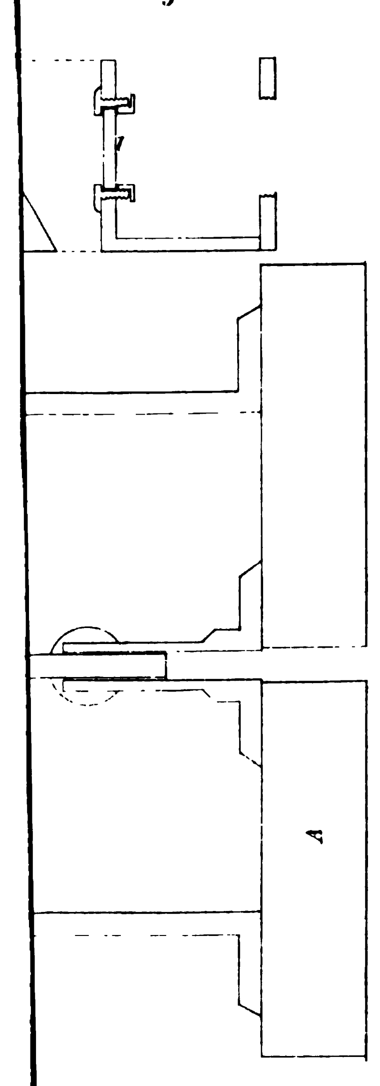
Fig. 2.



Heinr. Sommer lith. Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei



Fig. 5.



Aus d. k.k. Hof- u. Staatsdruckerei

XI. SITZUNG VOM 11. APRIL 1867.

Es werden folgende eingesendete Abhandlungen vorgelegt:

„Mittheilungen der Herren Baron Paul des Granges und Sternwarte-Directors Julius Schmidt aus Athen," von Herrn Hofrathe W. Ritt. v. Haidinger.

„Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium in Innsbruck, über einige Gerbsäuren", und zwar:

a) „Chinagerbsäure," von O. Rembold; *b)* „Ratanhiagerbsäure," von A. Grabowski, *c)* „Filixgerbsäure," von G. Malin; *d)* „Filixgerbsäure," von A. Grabowski, *e)* „Gerbsäure der Granatwurzelrinde," von O. Rembold; *f)* „Über die Beziehungen der Gerbsäure, Glucoside, Phlobaphene und Harze," von H. Hlasiwetz.

„Zur Physiologie der Contrastfarben," von Herrn Prof. Dr. A. Rollett in Graz.

Herr Dr. A. Boué theilt ein Schreiben des Herrn Prof. Bianconi in Bologna über Macigno-Ablagerungen in den Apenninen mit.

Herr Director Dr. J. Stefan legt eine Abhandlung: „Über ongitudinalschwingungen elastischer Stäbe" vor.

Herr Prof. Dr. E. Brücke überreicht eine Abhandlung: „Über 's Verhalten lebender Muskeln gegen Borsäurelösungen."

An Druckschriften wurden vorgelegt:

manach der österr. Kriegsmarine für das Jahr 1867. Triest; 8°.

ıerican Journal of Science and Arts. Vol. XLIII, Nr. 127. New Haven, 1867; 8°.

rrande, Joachim, Système silurien du centre de la Bohême. Ire Partie. Vol. II. (Texte.) Prague & Paris, 1867; 4°.

choff, Th. L., Über die Verschiedenheit in der Schädelbildung des Gorilla, Chimpansé und Orang-Outang etc. (Mit 22 Tafeln in Folio). München, 1867; 4°.

ıptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV, N. 12. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 14e Livraison. Paris, 1867; 8°.

Fenicia, Cav. Salvatore, Dissertazione sul Cholera morbus. (2da edizione). Bari, 1867; 8°.

Fortschritte, Die —, der berg- und hüttenmannischen Wissenschaften in den letzten Jahrhunderten. Freiberg, 1867; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg. Nr. 14. Wien, 1867; 8°.

Herzog, Herm., „Über die pathologische Wirkung der vermehrten Kohlensäure im Blute etc.“ (Aus Nr. 1, 2, 4 der deutschen Klinik.) Pest, 1867; 8°.

Kummer, E. E., „Über die algebraischen Strahlensysteme, insbesondere über die der 1. und 2. Ordnung. (Abhandlgn. der K. Pr. Akad. d. Wiss. 1866.) Berlin, 1867; 4°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. 17. Jahrg., Nr. 14. Wien, 1867; 4°.

Lavoisier, Oeuvre de —. Tomes I & III. Paris, 1864 & 1865; 4°.

Lotos. XVII. Jahrgang. März 1867. Prag; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1867. 4. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 247e Livraison. Tome IXe, Année 1867. Paris; 4°.

Reichsforstverein, österr.: Monatsschrift für Forstwesen. XVII. Band, Jahrg. 1867. Jänner-Heft. Wien; 8°.

Rosetti, Francesco, Intorno al Maximum di densità dell'acqua distillata, dell'acqua dell' Adriatico e di alcune soluzioni saline ed intorno alla dilatazione di questi liquidi. Venezia, 1866; 8°.

Schmidt, Max, Der großohrige Beuteldachs. (Aus dem „zoolog. Garten.“) 8°.

Tillmann, S. D., A New Chemical Nomenclature. Albany, 1866; 8°.

Verein, naturwissenschaftlicher, in Hamburg: Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften. IV. Bd. 4. Abthlg; V. Bd. 1. Abthlg. Hamburg, 1866; 4°.

Virlet d'Aoust, Histoire des Kaïmênis. 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 28—29 Wien, 1867; 4°.

Mittheilungen der Herren Baron Paul Des Granges, seiner Photographien von Santorin, und Sternwarte-Directors Julius Schmidt, über Feuermeteore, Meteorsteinfälle, und über die Rillen auf dem Monde, aus Athen.

(Schreiben an Herrn Generalsecretär Dr. A. Schrötter.)

Von dem w. M. W. Ritter v. **Haidinger.**

Mehrere anziehende Mittheilungen, welche mir von den hochverehrten, thätigen Freunden in Athen, Herrn Director Julius Schmidt und Herrn Baron Paul Des Granges zugekommen waren, und welche vielfach mit den früheren von mir in unserer Sitzung am 7. Februar vorgelegten in Verbindung stehen, erheischen meinen gegenwärtigen Bericht. Selbst unter sich berühren sich die Fragen, wo es sich um Wallgebirge auf dem Monde und um vulcanische Erscheinungen auf unserer Erde und Abbildungen derselben handelt.

Es möge zuerst hier der von Herrn Director Julius Schmidt in einem früheren Briefe an mich bereits angekündigten Momentan-Bilder des vulcanischen Ausbruches auf der Insel Santorin gedacht werden. Schmidt schrieb am 8. Februar, daß er bei dem dort erwähnten beabsichtigten Besuche des Herrn Baron Des Granges mit Seiner Majestät Kanonenboot „Dalmat", Commandant Baron Wickede, auf Santorin, den ersteren auf mehrere Punkte aufmerksam gemacht hatte, „namentlich auch für den Fall, daß eine Momentan-Aufnahme der Eruption möglich werden sollte. Da die Kammeni gewaltig unruhig war und alle zehn Minuten unter sehr großem Getöse erumpirte, so war Des Granges so glücklich, von Paläa-Kammeni aus, drei vortreffliche Photographien der Eruption zu erhalten. Dies wird das erste Mal sein, daß so etwas gelang — in einer halben Secunde. Es gehört aber Ausdauer, Interesse und großes Geschick dazu. Ich lege auf diese Photographien, die Ihnen zugesendet werden, hohen Werth".

Ich habe nun die Ehre der hochverehrten Classe die folgenden Photographien zur Ansicht vorzulegen.

1. Die Südspitze von Therasia, aufgenommen von Paläa-Kammeni aus, die Küste mit der Lavaschichte und den darauf ruhenden Santorinerde-Schichten.

Zur Orientirung der verschiedenen Inseln, aus welchen die Gruppe besteht, wobei die größte Santorin, mit Therasia und Aspronisi einen fast kreisrunden Golf von mehr als einer Meile Durchmesser bildet, genügen Karten von einem Maaßstabe von 1 : 1.500,000 der Natur, wie sie uns oft vorliegen. Dem Geologen sind ausführlichere Darstellungen in mehreren Werken geboten, wie in Lyell's *Principles*, und der Hartmann'schen Übersetzung als Lehrbuch der Geologie im ersten Bande; eine treffliche Ansicht für Orientirung der Lage gibt der Holzschnitt Fig. 1 in dem Berichte über die Sitzung der k. k. geologischen Reichsanstalt am 20. März 1866.

2. Die Eruption am 14. December 1866, zwischen 1 und 2 Uhr. Aufgenommen in einer halben Secunde von Paläa-Kammeni aus, über die Eruptionsgegend hinüber nach Nea-Kammeni zu.

Man darf wohl sagen, die Darstellung ist wundervoll gelungen.

3. Die Eruption am 14. December 1866, zwischen 1 und 2 Uhr, in sieben Secunden, von demselben Orte aufgenommen.

Auch in dieser längeren Zeit noch höchst charakteristisch.

4. Dieses Bild, die Santorinerde-Ausgrabungen auf der Insel Therasia hat für uns ein besonderes Interesse durch den von Herrn k. k. Consul v. Hahn übersendeten Bericht über die Auffindung von ur-archäologischen Resten. Herr Baron Des Granges gibt die Aufschrift: „Fundort eines Hauses in der Santorinerde-Schichte, worin Krüge, Vasen und andere Gefäße, dann ein menschlicher Kinnbacken mit plombirtem Zahn gefunden wurde". Der ausführliche Bericht des Herrn Dr. J. de Cigala wurde in unserer Sitzung am 8. November 1866 vorgelegt und ist im „Akademischen Anzeiger, Nr. XXIV, S. 211" enthalten.

Bei dem neuen Besuche gegenwärtig sind auf dem Bilde noch mehrere Theilnehmer sichtbar: Consul v. Hahn sitzend in der Mitte, links Schiffslieutenant Merth, rechts der Grundherr, weiter rechts Baron Wickede, noch weiter rechts mit dem Meßtisch Lieutenant Müller, auch mehrere Arbeiter.

5. Die wogende See, bei der Einfahrt nach Canea auf Creta, ein Momentan-Bild.

6. Die Dattelpalmen im königlichen Park zu Athen. Im Hintergrunde Orangenbäume und Cypressen.

7. und 8. Der Theseustempel in Athen. Auf dem ersten Bilde im Hintergrunde rechts der Lykabettus, links der Pentelikon.

Die beiden letzteren Bilder in dem größeren Format von 14½ Zoll gegen 9 Zoll (38 Centimeter gegen 24), aus der Reihe der Aufnahmen in Athen, die sechs zuerst genannten in dem Maaße von 9 gegen 7 Zoll (24 gegen 18 Centimeter).

Ein Theil der Bilder ist Eigenthum der genialen Künstlerin und Schriftstellerin Fräulein Euphemie v. Kudriaffsky, und mir zur gegenwärtigen Vorlage freundlichst anvertraut.

Herr Baron Des Granges war eben im Begriffe einen Ausflug nach Laurion und Sunium zu unternehmen.

Die photographischen Aufnahmen dieser in classischer wie in romantischer Beziehung so reichen Gegenden nehmen unter dem Beifalle aller Freunde des Schönen raschen Fortgang. Mehrere Blätter, Imperial-Folio zu 4 Francs, mit Carton zu 5 Francs, kleinere Blätter von 7—9 Zoll Länge und 6—8 Zoll Höhe zu 2½ Francs, mit Carton zu 3 Francs, können von Herrn Baron Des Granges selbst (Rue de Sophoclès, Nr. 38), oder von einer Athener Buchhandlung bezogen werden.

Herr Director Schmidt theilt Einiges über Meteore mit, das ich hier kürzlich anschließe.

Am 12. December Abends 7¾ Uhr zeigte sich eine große Feuerkugel über Athen, die über Kumi auf Euböa mit starker Detonation zersprang. Sie ward auch in Constantinopel von Montani gesehen. Die Herrn Director Schmidt bekannt gewordenen Angaben lassen aber bis jetzt keine Hoffnung übrig, eine Rechnung über die Bahn anzustellen.

Von einem Steinfalle auf Euböa verlautet noch nichts.

Ein wirklicher Meteorsteinfall hatte im Jahre 1850 am 29./17. August nahe bei Nauplia aus einem Feuermeteore stattgefunden. Der Stein fiel in den Garten eines Herrn Logothetis und wurde dort ausgegraben, doch war nun nach geschehener Anfrage von dem Steine nichts mehr aufzutreiben.

Zu Athen fiel zu Anfang der Dreißiger Jahre ein Meteorstein nahe den Säulen des Jupitertempels. Man vertheilte die Stücke, über deren Verbleib ebenfalls Nachrichten eingezogen werden.

Herr Director Julius Schmidt bereitet nun eine Zusammenstellung vor, über die mittleren Resultate zehnjähriger meteorologischer Beobachtungen in Athen, namentlich über gewisse Perturbationen, die mit Sternschnuppen-Strömen zusammenzuhängen scheinen, auf welche unser hochverehrtes correspondirendes Mitglied Herr Vice-Director Carl Fritsch zuerst aufmerksam machte.

Dann war Schmidt noch im Begriffe in Bezug auf die Ereignisse der Erdbeben und Eruptionen auf Kephalonia und Santorin Beobachtungen aus eigener Anschauung zu sammeln, zu welchem Zwecke er sich hocherfreut erklärte, durch die freundliche Fürsorge des sehr wohlwollenden und einsichtsvollen Cultusministers Charalampos Christopulos Freikarten für die Dampfschiffe erhalten zu haben. „So ist denn Aussicht auf weitere Studien.“ Bei dieser unverwüstlichen Thatkraft unseres hochgeehrten Freundes, wie sehr sollte man nicht wünschen, von Wien aus den Arbeiten desselben einige Beihilfe vorzubereiten!

Die Studien der vulcanischen Verhältnisse, die der gewaltsamen Veränderung der Erdoberfläche schließen so nahe an die Studien des Mondes an, über welche ich der hochverehrten Classe am 7. Februar Herrn Director Julius Schmidt's wichtige Wahrnehmung der Veränderungen an dem Mondkrater Linné vorzulegen die Ehre hatte, daß ich wohl hier einen Augenblick eines werthvollen Geschenkes gedenken darf, das ich dem hochverehrten Freunde verdanke, seine neueste Zusammenstellung über die Rillen auf dem Monde, ein Werk, das kürzlich (1866) bei Ambros Barth in Leipzig erschien, 4°, mit drei sehr in das Einzelne gehenden Darstellungen in lithographirten Tafeln.

Herr Barth hat grosses Verdienst für den Unternehmungsgeist, mit welchen er namentlich die Lohrmann'schen Arbeiten zur Veröffentlichung bringt, von Julius Schmidt selbst ebenfalls ein Werk „der Mond“. — Auch die in meiner früheren Mittheilung erwähnten zahlreichen Beobachtungen Schmidt's, wurden in der Herausgabe des Lohrmann'schen Werkes nützlich verwerthet.

Ein Blick auf das Verzeichniß, welches Herr Director Julius Schmidt in dem Werke: „Über Rillen auf dem Monde“ ausführlich darbietet, zeigt deutlich seinen eigenen reichen Antheil an dem

Fortschritte der Kenntniß dieser merkwürdigen, langen und schmalen, grabenartigen Furchen oder Thalformen, welche zuerst von Schröter als „Rillen“ bezeichnet wurden. Dieser hatte 11 in der Zeit von 1787 bis 1807 entdeckt, später Lohrmann 75 von 1823 bis 1827, Mädler 55 von 1832 bis 1841, Kinau 6 von 1847 bis 1848, Julius Schmidt nicht weniger als 278 von 1842 bis zum Februar 1865. Die ganze Anzahl von 425 Rillen ist hier nach den vier Quadranten, entsprechend der Mädler'schen Einrichtung, geordnet, und nach Länge und Breite und der Richtung ihres Verlaufes, der Angabe des Beobachters und des Tages der Beobachtung aufgeführt.

„Erst durch Mädler“, sagt Schmidt, „ist die Wichtigkeit dieser Gebirgsform (Thalform) erkannt und in das richtige Licht gesetzt worden, wie denn namentlich der Text zu seinem Catalog das Beste ist, was jemals über diesen Gegenstand geschrieben wurde“.

Den größten Werth legt Schmidt als Grundlage für die Zukunft, auf genaue, möglichst detaillirte Zeichnungen und warnt vor voreiligen Schlüssen.

Ich muß des hochverehrten Freundes Entschuldigung mir erbitten, wenn ich vielleicht im Nachstehenden gerade seinen gewiß sehr weisen Rath dennoch nicht auf das Wort befolge.

Die Entstehung der Rillen, wie sehr sich diese auch von Erscheinungen auf unserer Erde unterscheiden, sind doch gewiß tief gegründet in der allmäligen Veränderung des Aggregations-Zustandes unseres Mondes, und es darf wohl hier auch mit einem Worte der Zusammenstellung gedacht werden, welche der hochverdiente Forscher, Herr Poulett Scrope, in seinem wichtigen Werke „*Volcanos*“ (2. Aufl. 1862, Seite 232) gibt, der vulcanischen Umgegend von Neapel, und der Umgebung des „Maurolycus“. Freilich beziehen sie sich nur auf die Gestalt der Wall- und Craterbildungen, doch hat Schmidt in seinem Verzeichnisse gerade auch (Nr. 347, IV. Quadr. 17·2° Länge West, 42·2° Breite Süd) ein großes gekrümmtes Rillenthal im Westwall des Maurolycus gesehen. Scrope gab ein sinnreiches Verfahren an, diese Oberflächengestaltung in ganz kleinen Verhältnissen, gewissermaßen als Modelle darzustellen. Gebrannter Gyps wird mit Wasser zu Brei gemischt, in welchem Wasser vorher Leim aufgelöst war, um das allzurasche Festwerden zu verhindern, und von diesem Brei eine Schichte von zwei Zoll Höhe, in einer

flachen Pfanne längere Zeit der Siedhitze ausgesetzt, wodurch, wenn alle Feuchtigkeit verdampft ist, eine so sehr mondähnliche Oberfläche übrigbleibt, daß es schwer ist, der Überzeugung zu widerstehen, daß ein sehr analoger Vorgang stattgefunden habe, wenn auch in einem so sehr verschiedenen Maaßstabe. Wenn hier ein sedimentärer Vorgang in einer durch Wasser vermittelten tropfbaren Flüssigkeit als Bild gegeben ist, so sind ja doch auch bei wirklich geschmolzenen Gegenständen ähnliche Thatsachen nicht ausgeschlossen. Eben so die Bildung von Rissen, Sprüngen, Spalten, Schrunden durch Austrocknung, Erkaltung, beides durch Zusammenziehung, endlich durch die gewaltigen Erschütterungen von außerhalb, wie dies auch unsere Erdbeben mit sich bringen.

So schließt Alles, was uns Mond und Erde darbieten, in großen Reihen aneinander.

Ich darf hier, im Zusammenhange mit den Studium der Mond-Oberfläche, auch ein Wort über die Modelle einzelner, interessanter Mondgebirge in isolirten Reliefplatten von 11 bis 14 Zoll Seitenlänge anreihen, im Maaßstahe von 1 : 600.000 und Relief von 1 : 200,000, welche unter der Leitung von Herrn Julius Schmidt begonnen, in Bonn von Herrn Thomas Dickert, Conservator des naturhistorischen Museums der Rheinischen Universität, daselbst zu Kauf à 2 Thaler das Stück ausgefertigt werden. Unter diesen Modellen beziehen sich mehrere auf Gegenden, in welchen Rillen nachgewiesen worden sind, wie den Caucasus und Calippus, Hyginus, Ritter und Sabine (19—22) im I. Quadranten, Copernicus, Aristarch und Herodotus, Hevel im II., Thebit, Hainzelius, Gassendi im III., Cyrillus im IV., hier auch noch Fortsetzung des Rillensystems von Sabine (378). Der Verfertiger dieser Reliefs ist durch die zahlreichen von ihm sorgfältig und naturgetreu ausgeführten Modelle von interessanten Gebirgen mit geologischer Illumination rühmlichst bekannt. Ihre Anfertigung wurde von unserem so hoch verdienstvollem Gönner und Freunde, Herrn Kön. Preuß. Berghauptmann Dr. Jacob Noeggerath unterstützt und geleitet, und auf das Vortheilhafteste beurtheilt und empfohlen.

Ich glaubte diese wenigen Bemerkungen würden der hochgeehrten Classe zeitentsprechend erscheinen.

Hochachtungsvoll

Wien, am 9. April 1867.

W. Haidinger.

Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium in Innsbruck.

Über einige Gerbsäuren.

III. Chinagerbsäure.

Von O. Rembold.

Die Chinagerbsäure, nach dem zuletzt von R. Schwarz [1]) angegebenen Verfahren bereitet, zerfällt in wäßriger Lösung mit verdünnter Schwefelsäure gekocht in Zucker und Chinaroth. Das letztere, welches sich als braunrothes Pulver abgeschieden hatte, wurde abfiltrirt, das Filtrat zuerst mit Barytwasser von der Schwefelsäure befreit, dann mit basisch-essigsaurem Blei das Fällbare entfernt, die abfiltrirte Flüssigkeit mit Schwefelwasserstoff entbleit und eingedampft. Aus der concentrirten Flüssigkeit fiel nun auf Zusatz von Alkohol eine Baryumverbindung des Zuckers als flockiger Niederschlag heraus, die mit Alkohol gewaschen, zwischen Papier abgedrückt und auf Porzellan getrocknet, zu gummiartiger Masse wurde, die sich zu einem weißen Pulver zerreiben ließ.

Nach dem Trocknen bei 60° gab die Analyse:

0·3695 Grm. Substanz gaben 0·3523 Grm. Kohlensäure u. 0·165 Grm. Wasser
0·6823 „ „ „ 0·2872 „ schwefels. Baryum.

Diese Zahlen nähern sich der nachstehenden Formel:

	$C_6H_{11}BaO_6 . H_2O$		Gefunden
C	— 27·1	—	28·2
H	— 4·9	—	5·0
Ba	— 25·8	—	24·6

Der aus dieser Baryumverbindung durch verdünnte Schwefelsäure abgeschiedene Zucker erschien als gelblicher Syrup von

[1]) Sitzungsber d. Wiener Akad. VII. 249.

Caramelgeruch, der sich in der Wärme dunkler färbte, und die Reactionen des Traubenzuckers zeigt. Seine Menge war nicht unbeträchtlich.

Für das Chinaroth hat Schwarz verschiedene Zahlen gefunden:

		a		*b*
C	—	55·4	—	53·6
H	—	5·7	—	5·4

a) durch freiwillige Zersetzung der Chinagerbsäure an der Luft,

b) durch Fällen des ammoniakalischen Auszugs der Rinde mit Salzsäure, Kochen der Fällung mit Kalkmilch, Ausziehen des Rückstandes mit Salzsäure, Wiederlösen in Ammoniak und Fällen mit Salzsäure.

Beide Präparate bei 100° getrocknet.

Das von mir durch Zersetzen der Chinagerbsäure mit Schwefelsäure erhaltene Product, gereinigt durch Lösen in Ammoniak und Fällen mit Salzsäure, gab bei 130—135 getrocknet bis das Gewicht constant blieb:

0·2873 Grm. Substanz gaben 0·6047 Grm. Kohlensäure u. 0·1032 Grm. Wasser.
0·2775 „ „ „ 0·5857 „ „ „ 0·0968 „ „

		In 100 Theilen		
C	—	57·4	—	57·6
H	—	3·9	—	3·9

Die Lösung des Chinaroth in sehr verdünntem Ammoniak wird von Chlorbaryum und Chlorcalcium gefällt.

Die Niederschläge sind sehr feinflockig, dunkel rothbraun und schwer auszuwaschen.

Noch feucht von Filter genommen und auf Porzellan ausgetrocknet, gaben sie schwarzbraune, zu rothem Pulver zerreibliche Stücke.

Nach dem Trocknen bei 135° wurde für diese Verbindungen gefunden:

Calciumverbindung.

0·2496 Grm. Substanz gaben 0·4905 Grm. Kohlensäure u. 0·0828 Grm. Wasser
0·318 „ „ „ 0·071 „ schwefels. Calcium.

Baryumverbindung.

0·2552 Grm. Substanz gaben 0·4351 Grm. Kohlensäure u. 0·0761 Grm. Wasser
0·2426 „ „ „ 0·078 „ schwefels. Baryum.

Will man das Chinaroth und diese Verbindungen unter einen empirischen Ausdruck bringen, so läßt sich berechnen:

$C_{28}H_{22}O_{14}$				Gefunden
C	—	57·7	—	57·5
H	—	3·8	—	3·9

$C_{28}H_{20}CaO_{14}$				Gefunden
C	—	54·2	—	53·6
H	—	3·2	—	3·6
Ca	—	6·4	—	6·6

$C_{28}H_{20}BaO_{14}$				Gefunden
C	—	46·8	—	46·5
H	—	2·8	—	2·9
Ba	—	19·1	—	19·2

Um noch einen Anhaltspunkt für die Beurtheilung der Natur des Chinaroth zu erhalten, wurde es mit schmelzendem Kalihydrat (1 : 4) oxydirt.

Neben einer gewissen Menge eines braunen humusartigen Productes wurde vornehmlich Protocatechusäure erhalten.

An dem stechenden Geruch der beim Absättigen der Schmelze mit verdünnter Schwefelsäure auftrat ließ sich auch etwas Essigsäure erkennen.

Die Protocatechusäure war mit Äther ausgezogen, mit Kohle gereinigt, und hat ergeben (bei 100° getrocknet):

0·2634 Grm. Substanz gaben 0·5221 Grm. Kohlensäure u. 0·0976 Grm. Wasser.

$C_7H_6O_4$				Gefunden
C	—	54·5	—	54·1
H	—	3·9	—	4·1

Eine neue Formel für die Chinagerbsäure aufzustellen, möchte verfrüht sein, da, wie aus einem Vergleich meiner Zahlen mit denen von Schwarz hervorgeht, das Chinaroth von wechselnder Zusammensetzung sein kann, denn wenn auch die Temperaturen des Trocknens verschieden waren, so sind die Differenzen doch nicht durch einen bloßen Unterschied im Wassergehalt erklärbar. Das Chinaroth von Schwarz ist auf denselben Kohlengehalt wie das meinige berechnet, wasserstoffreicher.

$C_{28}H_{22}O_{14}$				Rembold
C	—	57·7	—	57·5
H	—	3·8	—	3·9

$C_{28}H_{34}O_{15}$		Schwarz (a)
55·1	—	55·4
5·5	—	5·7

$C_{28}H_{32}O_{18}$		Schwarz (b)
53·8	-	53·6
5·1	—	5·4

Vorerst sollte nur gezeigt werden, daß die Chinagerbsäure in die Gruppe der zuckerliefernden Verbindungen gehört.

IV. Chinovagerbsäure.

Mit einer kleinen Quantität dieser Verbindung die von einer früheren Untersuchung [1]) erübrigt war, wurde constatirt, daß sie sich nach dem bei der Chinagerbsäure eben beschriebenen Verfahren gleichfalls in Zucker und Chinovaroth spalten läßt.

Die Menge des Chinovaroth die zu Gebote stand, reichte eben nur hin, sich zu vergewissern, daß es mit Kalihydrat oxydirt eine Säure liefert, die ihren Eigenschaften nach unzweifelhaft Protocatechusäure ist.

V. Ratanhiagerbsäure.

Von A. Grabowski.

Die Ratanhiawurzel und das daraus bereitete Extract enthält eine Gerbsäure, über welche Wittstein einige Mittheilungen gemacht hat [2]). Äther zieht sie zugleich mit dem Wachs aus, von dem sie durch Behandeln mit Weingeist befreit wird.

Sie ist roth, löst sich in Wasser trübe auf, reducirt weinsaures Kupferoxydkali, gibt mit Eisenchlorid eine dunkelgrüne Färbung und mit Bleizuckerlösung einen Niederschlag für den Wittstein $C_{54} H_{24} O_{21} + 2PbO$ berechnet.

Vermittelst desselben kann sie gereinigt und von dem Ratanhin [3]) abgetrennt werden.

Durch Erhitzen ihrer Lösung mit verdünnter Schwefelsäure erhielt Wittstein ein rothes amorphes Harz (Ratanhiaroth) in welchem er $C_{70 \cdot 7} H_{5 \cdot 7} O_{23 \cdot 6}$ fand.

---

1) Annalen d. Chemie LXXIX. 130.

2(Gmelin's Handbuch VII. 943.

3) Chem. Centralblatt 1865. S. 1158.

Daneben entsteht ein zuckerartiger Körper.

Die Ratanhiagerbsäure gehört also gleichfalls in die Gruppe der zuckerbildenden Substanzen.

Ich habe zerriebenes Ratanhiaextract mit Wasser ausgekocht, die Lösung klar filtrirt, mit Bleizucker gefällt, den Niederschlag zersetzt, und die erhaltene Flüssigkeit mit verdünnter Schwefelsäure gekocht.

Hierbei schied sich ein rothbraunes amorphes Pulver aus, welches sich in verdünntem Ammoniak völlig löste und durch Fällen mit Salzsäure gereinigt werden konnte.

Ich erhielt jedoch für diesen Körper andere Zahlen als Wittstein für sein Ratanhiaroth.

0·3032 Grm. bei 130° getrock. Substanz gaben 0·6757 Grm. Kohlensäure und
0·1166 „ Wasser.

	In 100 Theilen		$C_{26}H_{22}O_{11}$ (?)
C	— 60·8	—	61·2
H	— 4·3	—	4·3

Die Formel $C_{26}H_{22}O_{11}$ ist dieselbe, die zuletzt Rochleder für ein rothes Zersetzungsproduct des Kastaniengerbstoffes aufgestellt hat [1]).

Dieses letztere gibt mit Ätzkali in der Hitze behandelt Protocatechusäure und Phloroglucin, und ganz dasselbe Verhalten fand ich auch bei dem Ratanhiaroth.

Das Verfahren, diese beiden Producte zu trennen, ist bekannt.

Die Eigenschaften des Phloroglucins lassen eine Verwechslung nicht zu; die Protocatechusäure habe ich analysirt.

0·2621 Gr. bei 100° getr. Subst. gab. 0·5257 Gr. Kohlens. u. 0·0944 Gr. Wasser.

	$C_7H_6O_4$		Gefunden
C	— 54·5	—	54·7
H	— 3·9	—	4·0

Der von dem Ratanhiaroth getrennte Zucker, gereinigt wie in der vorigen Mittheilung über die Chinagerbsäure angegeben ist, erschien als süßlicher Syrup, der nach monatlangem Stehen Ansätze einer Krystallisation zeigte.

---

1) Sitzungsber. d. Wiener Akad. 1866. Novemberheft. Im Auszug. Zeitschrift für Chemie 1867. S. 80.

Das gewöhnliche Ratanhiaextract gibt mit Ätzkali geschmolzen Protocatechusäure und Phloroglucin besonders reichlich. Es verhält sich in diesem Betracht wie das Catechu und das Kino [1]).

VI. Filixgerbsäure.

Von G. Malin.

Ein Decoct der Farnwurzel ist trübe und läßt sich schwer klar filtriren. Es gibt an Äther eine kleine Menge eines braunen, schmierigen Harzes ab. Fällt man nach dieser Behandlung die Flüssigkeit mit Bleizucker, so entsteht ein bräunlich grauer, nicht sehr reichlicher Niederschlag *(A)*.

Er wurde gut ausgewaschen, und unter warmen Wasser mit Schwefelwasserstoff zersetzt.

Die vom Schwefelblei abgelaufene Flüssigkeit gibt, gelinde verdunstet, einen amorphen bräunlichen extractartigen Rückstand, den man nach der, bisher noch geltenden Betrachtungsweise als eine Filixgerbsäure bezeichnen müßte.

Man kann diese durch partielle Fällung ihrer Lösung mit Bleizucker, Entfernen der ersten gefärbteren Partie des Niederschlages, und Zersetzen des lichteren Theiles derselben in der vorigen Weise reinigen; sie hat dann große Ähnlichkeit mit der Chinagerbsäure.

Sie ist hygroscopisch, gibt eine etwas trübe Lösung, wird von starkem Alkohol wenig, von gewöhnlichem Weingeist ziemlich reichlich aufgenommen, gibt mit Eisenchlorid eine olivengrüne, auf Zusatz von Soda violettroth werdende Färbung, reducirt alkalische Kupferoxydlösung, und wird von Leimlösung gefällt.

Mit verdünnter Schwefelsäure gekocht scheiden sich bald dunkelziegelrothe Flocken eines Zersetzungsproductes aus, welches dem Chinaroth der Chinagerbsäure entspricht (Filixroth).

In der davon getrennten Flüssigkeit ist Zucker enthalten, den man gewinnt, wenn man sie mit basisch-essigsaurem Bleioxyd ausfällt, in das Filtrat Schwefelwasserstoff leitet, vom Schwefelblei trennt und eindampft.

---

[1]) Annalen d. Chemie CXXXIV. 118.

Er wurde als honiggelber süßlicher syrupartiger Rückstand erhalten.

Zur Analyse diente eine bei 70° getrocknete Substanz. Die hinterbleibende kleine Menge Asche wurde abgezogen.

0·1998 Grm. Subst. gaben 0·2934 Grm. Kohlensäure und 0·126 Grm. Wasser

				$C_6H_{12}O_6$
C	—	39·9	—	40·0
H	—	6·7	—	7·0

Filixroth. Das Rohproduct löste sich zum kleineren Theil in kochendem Weingeist mit braunrother Farbe, und nach dem Verdunsten hinterblieb es als fast schwarze, glänzende, spröde Masse.

Der im Weingeist nicht geöste Theil war löslich in verdünntem Ammoniak, und daraus durch Salzsäure fällbar. Nach dieser Behandlung gut ausgewaschen, bei 130° getrocknet und analysirt wurde erhalten:

0·2914 Grm. Subst. gaben 0·6451 Grm. Kohlensäure und 0·100 Grm. Wasser.

Dies entspricht

C 60·3; H 3·8 Pct.

In der vom Bleiniederschlage *A* abgelaufenen Flüssigkeit ist noch eine Quantität von Filixgerbsäure gelöst, die durch Fällen mit basisch-essigsaurem Blei gewonnen werden kann.

Sie entging der Fällung durch den Bleizucker, weil zugleich Essigsäure frei wurde, in welcher die Bleiverbindung sehr löslich ist.

Behandelt man den Niederschlag *B* so wie *A*, so erhält man ganz ähnliche Resultate.

Die vom Schwefelblei ablaufende Flüssigkeit war etwas trübe, und setzte beim Stehen einen geringen graubraunen flockigen Absatz ab.

Mit Schwefelsäure gekocht fiel Filixroth heraus, welches nach dem Waschen und Trocknen in Alkohol ganz löslich war. Aus dieser Lösung durch Wasser gefällt gab es bei 130° getrocknet und analysirt dieselben Zahlen, welche für die Gehalte der Bestandtheile des vorigen gefunden worden waren.

0·2845 Grm. Subst. gaben 0·6284 Grm. Kohlensäure und 0·097 Grm. Wasser.

In 100 Theilen:

C 60·3; H 3·8.

Das Filixroth aus *A* sowohl wie das aus *B* gab, der Oxydation mit schmelzendem Kalihydrat unterworfen, P r o t o c a t e c h u s ä u r e

und Phloroglucin. Trennung und Reinigung der beiden Körper wurden in der oft beschriebenen Weise ausgeführt.

Das vollkommene Zutreffen aller charakteristischen Reactionen überhob der analytischen Bestimmungen.

Das empirische Verhältniß der Bestandtheile des Filixroth wäre ausdrückbar durch die Formel $C_{26}H_{18}O_{12}$.

	$C_{26}H_{18}O_{12}$		
C	59·9	60·3	60·3
H	3·4	3·8	3·8

Als „Gerbsäuren aus *Aspidium filix mas*“ hat Luck (Ch. Centralblatt 1851, 657 u. 676) zwei Substanzen beschrieben, die er Tannaspidsäure und Pteritannsäure nannte.

Nach der, von ihm befolgten Darstellungsmethode ist es sehr wahrscheinlich, daß die Tannaspidsäure vornehmlich aus Filixroth besteht.

„Wird grob gepulverte Farnkrautwurzel mit Weingeist von 75—80 Pct. ausgekocht, so gibt das Decoct auf Zusatz von Wasser, etwas Salzsäure und Glaubersalzpulver einen Niederschlag, der Tannaspidsäure und Pteritannsäure enthält. Dieser wird gesammelt, mit Glaubersalzlösung gewaschen, gepreßt, wieder mit Wasser angerieben, und mit salzsäurehaltigem Wasser bei 60—80° eine halbe Stunde digerirt, wodurch Ammoniak und andere Basen entfernt werden. Der Rückstand mit Wasser ausgewaschen, getrocknet und mit weingeistfreiem Äther erschöpft, gibt an diesen Pteritannsäure ab. Man filtrirt, erwärmt den Rückstand mit starkem Weingeist, versetzt mit einigen Tropfen Bleizuckerlösung, dann mit Hydrothion (wodurch die Flüssigkeit filtrirbar wird) filtrirt und verdunstet das Filtrat im Wasserstoffstrome, zuletzt im Vacuum über Vitriolöl. Die so erhaltene Tannaspidsäure ist rein, wenn sie sich durchaus nicht in Wasser und Äther, völlig in Weingeist löst.

Eigenschaften. Schwarzbraune amorphe glänzende Masse, zum spaniolfarbigen Pulver zerreiblich. Geruchlos, schmeckt schwach zusammenziehend, reagirt schwach sauer. Im Vacuo getrocknete Substanz gab:

C 60·3 H 5·7. (Gmelin's Handbuch VII. 916).“

Die Pteritannsäure ist beschrieben als schwarzbraune, amorphe, glänzende, zum rehfarbigen elektrischen Pulver zerreibliche Masse, C 64·4 H 6·9 enthaltend.

Die Bereitungsweise dieser Substanz schließt eine Beimengung der, gleichfalls von Luck aufgefundenen Filixsäure [1]) nicht nur nicht aus, sondern macht sie sogar wahrscheinlich.

Ich bin darum von einer Wiederholung dieser Versuche abgestanden.

---

1) Siehe die folgende Untersuchung.

VII. Filixsäure.

Von A. Grabowski.

E. Luck hat unter diesem Namen eine Substanz beschrieben, die durch Verdunsten des ätherischen Auszugs der Wurzel von *Aspidium filix mas* gewonnen wird [1]).

Herr Malin stellte, nachdem er die Wurzel zum Behufe der Gewinnung der darin enthaltenen Gerbsäure mit Wasser erschöpft hatte, nach Luck's Vorschrift eine kleine Quantität Filixsäure dar, die jedoch nur zu einigen Vorversuchen ausreichte. Ich übernahm die Fortsetzung dieser Versuche nachdem Herr Malin an deren Ausführung verhindert wurde, und habe mich dazu eines Materials bedient, welches von Herrn H. Trommsdorff in Erfurt bezogen war. Er hatte die Gefälligkeit seine Methode der Darstellung mitzutheilen:

„Aus dem officinellen *Extract. filicis* scheidet sich nach längerem Stehen ein, aus feinen Krystallen bestehender Bodensatz ab, welcher zunächst mit kleinen Mengen Äther, dann mit Ätherweingeist gewaschen wird, bis sich dieselben nicht merklich mehr färben. Den Rückstand löse ich mit Hilfe von etwas kohlensaurem Kali in schwachem Weingeist auf, entfärbe die Lösung nöthigenfalls mit etwas Thierkohle, und präcipitire die stark verdünnte Lösung mit verdünnter Essigsäure, wodurch sich die Filixsäure als voluminöser, fast weißer Niederschlag ausscheidet, der auf einem leinenen Tuche gesammelt, gewaschen gepreßt und getrocknet wird“.

Zur Analyse wurde ein Theil des Trommsdorff'schen Präparats nochmals aus Äther umkrystallisirt und bei 100° getrocknet.

Die erhaltenen Zahlen zeigten eine ziemliche Übereinstimmung mit denen von Luck.

0·2467 Grm. Subst. gaben 0·5785 Grm. Kohlensäure und 0·1399 Grm. Wasser.

		In 100 Theilen		Luck fand
C	—	64·0	—	63·57 bis 64·78
H	—	6·3	—	6·47 „ 6·30 [2])

---

[1]) Annalen d. Chemie LIV. 119. Jahrbuch pr. Pharm. XXII. 149. Gmelin's Handbuch, fortg. v. K. Kraut VII. 1063.

[2]) Vergl. Gmelin, l. c.

Die Beschreibung, welche Luck von dem Verhalten der Filixsäure gegen Reagentien gibt, ist genau.

Besser aber als die Verbindungen des Körpers mit Metallen eignen sich zur Feststellung seiner Formel die Zersetzungsproducte, die er liefert, wenn man ihn mit Ätzkali erhitzt.

Trägt man 1 Theil Filixsäure in eine Lösung von 4 Theilen Ätzkali in wenig Wasser ein, und erhitzt in einer Silberschale bis zum beginnenden Schmelzen, so wird die Masse rothbraun, und eine herausgenommene, in Wasser gelöste mit Salzsäure abgesättigte Probe gibt nur mehr eine ganz geringe flockige Ausscheidung.

Löst man dann das Ganze in Wasser und übersättigt es mit verdünnter Schwefelsäure, so nimmt man sofort einen starken Geruch nach Buttersäure wahr.

Von der filtrirten sauren Flüssigkeit wurde nun etwa ein Drittel abdestillirt.

Das Destillat war stark sauer, wurde mit Ammoniak gesättigt und durch Eindampfen concentrirt. Auf einen Zusatz von salpetersaurem Silber fiel dann sofort eine große Menge eines farblosen krystallinischen Niederschlages heraus, der abgespült, gepreßt und getrocknet bei der Analyse die Zahlen des buttersauren Silbers gab.

0·2856 Gr. bei 100° getr. Subst. gab. 0·2509 Gr. Kohlens. u. 0·0925 Gr. Wasser.
0·2728 „ „ „ „ „ „ 0·1518 „ Silber.

	$C_4H_7AgO_2$	Gefunden
C	— 24·6	— 24·0
H	— 3·6	— 3·6
Ag	— 55·4	— 55·6

Die Flüssigkeit von der die Buttersäure abdestillirt war, wurde mit Äther einige Male ausgezogen; der ätherische Auszug hinterließ einen krystallisirbaren Rückstand. Die wässerige Lösung desselben war dunkelgelb, etwas trübe, und ließ auf Zusatz von essigsaurem Blei eine kleine Menge einer harzigen Verunreinigung fallen.

Davon wurde abfiltrit, die Flüssigkeit mit Schwefelwasserstoff entbleit, und zum Krystallisiren gebracht.

Das zweite Zersetzungsproduct erschien sehr bald in den leicht erkennbaren Formen, und mit dem, im hiesigen Laboratorium so oft beobachteten Eigenschaften des Phloroglucin.

Jeden Zweifel über die Identität behob die Analyse.

0·2391 Grm. lufttr. Subst. verl. bei 100° 0·0533 Grm. Wasser
0·1858 „ trock. „ gab. 0·3883 Grm. Kohlens. u. 0·0836 Grm. Wasser.

	$C_8H_8O_3$		
C	— 57·1	—	57·0
H	— 4·8	—	5·0

	Berechnet		Gefunden
$C_8H_8O_3$	— —	—	—
H_2O	— 22·2	—	22·3

Nach dem angegebenen Verfahren, die Filixsäure mit Kalihydrat stark, bis zum Schmelzen zu erhitzen, wurde, außer einer kleinen Menge harziger Nebenproducte, kein weiteres, wesentliches Zersetzungsproduct erhalten.

Die Flüssigkeit, aus der das Phloroglucin mit Äther ausgezogen war, wurde noch eingedampft, und der Salzrückstand mit Alkohol behandelt.

Der Auszug hinterließ aber beim Verdampfen nur eine unbedeutende Quantität eines braunen, schmierigen Rückstandes.

Dampft man die Lösung der Filixsäure in der starken Kalilauge aber nur so weit ab, daß sie breiig wird, löst dann, sättigt mit Schwefelsäure ab, und behandelt wie früher mit Äther, so findet man in dem ätherischen Auszug neben Phloroglucin, dessen Menge in diesem Falle kleiner ist, eine andere krystallisirte Substanz, die sich durch ihre Schwerlöslichkeit schon von Phloroglucin wesentlich unterscheidet, und dadurch leicht von diesem, welches in der Flüssigkeit bleibt, während die erstere schnell anschießt, getrennt werden kann.

Die Menge dieses Körpers reichte nur zu einer Analyse hin, allein diese schon gestattet einen Schluß auf seine Zusammensetzung.

0·263 Grm. Substanz gaben (bei 100° getrock.) 0·589 Grm. Kohlensäure und
0·150 „ Wasser.

Daraus läßt sich berechnen:

	$C_{10}H_{12}O_4$		
C	— 61·2	—	61·1
H	— 6·1	—	6·4

Offenbar ist dieser Körper ein intermendiäres Zersetzungsproduct, und würde beim höheren Erhitzen mit Kalihydrat wieder in Phloroglucin und Buttersäure zerfallen sein.

$$C_{10}H_{12}O_4 + H_2O = C_4H_8O_2 + C_6H_6O_3.$$

Er ist also Monobutyrylphloroglucin $= C_6 H_5 (C_4 H_7 \Theta) O_3$ während die Filixsäure selbst als Dibutyrylphloroglucin aufgefaßt werden könnte, deren Spaltung die Gleichung ausdrückt:

$$\underbrace{C_{14}H_{18}\Theta_5}_{\text{Filixsäure}} + \underbrace{2H_2\Theta} = \underbrace{2C_4H_8\Theta_2}_{\text{Buttersäure}} + \underbrace{C_6H_6\Theta_3}_{\text{Phloroglucin}}$$

Die gefundenen Zahlen entsprechen der Formel $C_{14} H_{18} \Theta_5$ nicht sehr genau, allein es scheint, daß diese Abweichung in der Schwierigkeit ihren Grund hat, die Präparate absolut frei von Spuren verunreinigender Nebenbestandtheile herzustellen.

	$C_{14}H_{18}\Theta_5$ Filixsäure	Luck			Grabowski
C	63·2	63·6	65·0	64·8	63·9
H	6·7	6·5	6·8	6·5	6·3

	$C_{14}H_7Pl\Theta_5$ Filixs. Blei	Gefunden
C	45·5	43·1
H	4·6	4·5
PbO	30·3	30·7 [1]

	$C_{14}H_{17}Cl\Theta_5$ Monochlorfilixsäure	Gefunden
C	55·9	54·7
H	5·6	5·3
Cl	11·8	12·2

	$C_{14}H_{15}Cl_3\Theta_5$ Trichlorfilixsäure	Gefunden
C	45·5	43·8
H	4·0	3·6
Cl	28·8	29·8

Das Bleisalz ist ein amorpher Niederschlag, der nach Luck's Angabe bei 100° dunkel wird und Sauerstoff aufnimmt. Die geringe Übereinstimmung der Analysen mit der Rechnung ist daher leicht erklärlich. — Die Chlorfilixsäuren sind harzartige amorphe Substanzen.

Bezüglich der inneren Constitution der Filixsäure sind, scheint es, nur zwei Fälle möglich:

I. Das Butyryl substituirt den Wasserstoff des Radicals,

II. es ersetzt den des Typus.

Ist das Radical des Phloroglucins $C_6\dddot{H}_3$, so hat man

$$\underbrace{\left.\begin{matrix}C_6H_3\\H_3\end{matrix}\right\}\Theta_3}_{\text{Phloroglucin}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix}C_6(HR_2)\\H_3\end{matrix}\right\}\Theta_3}_{\text{Derivat nach I.}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix}C_6H_3\\HR_2\end{matrix}\right\}\Theta_3}_{\text{Derivat nach II.,}}$$

worin $R = C_4H_7\Theta$.

[1]) Mittelzahlen der Analysen von Luck nach Gmelin's Handbuch. Die Originalabhandlung in dem Jahrbuche der Pharmacie, wo die einzelnen Analysen niedergelegt sind, war mir nicht zugänglich.

Hlasiwetz und Pfaundler haben ein Acetyl und ein Benzoylphloroglucin beschrieben [1]), Verbindungen, die nach der ersten Formel zusammengesetzt sind.

Wäre die Filixsäure von derselben Art, so müßte sie auf demselben Wege leicht synthetisch darstellbar sein.

Es wurde der Versuch gemacht, Butyrylchlorid auf Phloroglucin einwirken zu lassen, allein das Product war von anderen Eigenschaften.

Das Phloroglucin wurde beim Erwärmen mit dem Chlorid unter Entwicklung von Salzsäure allmälig gelöst, und es hinterblieb, nachdem auf dem Wasserbade die letzten Reste derselben und der Überschuß des Chlorids verjagt war, eine ölige, in Wasser unlösliche, in Alkohol und Äther leicht lösliche Substanz, etwas nach Buttersäure riechend, die erst nach wochenlangem Stehen Ansätze einer Krystallisation zeigte, bis endlich der größte Theil nadelförmig krystallisirt war.

Diese äußere Beschaffenheit, sowie die Unlöslichkeit der Verbindung in Alkalien unterscheidet sie wesentlich von der Filixsäure.

Die Filixsäure scheint darum nach der Formel II constituirt zu sein, und den zusammengesetzten Äthern zu entsprechen.

VIII. Gerbsäure der Granatwurzelrinde.

Von **O. Rembold.**

Mit einem wässerigen Decoct der Granatwurzelrinde wurde das Verfahren befolgt, welches man zur Darstellung der Gerbsäuren anzuwenden pflegt: es wurde partiell mit Bleizuckerlösung gefällt und zwei Partien des Niederschlages *a* und *b* gesammelt.

Die erste (*a*) ist von schmutzigbräunlich gelber Farbe, die zweite (*b*) ist heller und reiner gelb [2]).

---

[1]) Annalen d. Chemie CXIX. 199.

[2]) Die von *b* abgelaufene Flüssigkeit gibt mit basisch essigsaurem Blei noch eine nicht unbedeutende Quantität des gelben Niederschlages.

Die, auch von diesem abfiltrirte und entbleite Flüssigkeit läßt angemessen eingeengt eine ziemliche Menge Mannit auskrystallisiren.

Beide Niederschläge wurden mit Schwefelwasserstoff zersetzt.

Die aus *a* erhaltene Flüssigkeit sei mit *A*, die aus *b* mit *B* bezeichnet.

In *A* ist außer einer, der Rinde eigenthümlichen Gerbsäure noch eine gewisse Menge Tannin enthalten.

Beide Bestandtheile erleiden eine Umsetzung, wenn man sie mit verdünnter Schwefelsäure kocht. Wird *A* so behandelt, so scheidet sich ein lehmgelber Absatz ab.

Filtrirt man, und schüttelt das Filtrat mit Äther aus, so hinterläßt dieser nach dem Verdunsten zweierlei krystallisirte Substanzen, deren eine in lauem Wasser löslich ist, während die andere zurückbleibt.

Vor der Behandlung von *A* mit der Schwefelsäure nimmt der Äther nichts Nennenswerthes auf.

Der lösliche Theil umkrystallisirt und mit etwas Kohle entfärbt, ist, wie alle Reactionen und die Analyse bewiesen, Gallussäure.

0·316 Grm. Substanz gaben bei 100° getrocknet 0·0315 Grm. Wasser
0·2845 „ trock. Subst. gaben 0·5143 Grm. Kohlens. u. 0.0947 Grm. Wasser.

		$C_7H_6O_5$		Gefunden
C	—	49·4	—	49·3
H	—	3·5	—	3·7

		Berechnet		Gefunden
$C_7H_6O_5$	—	—	—	—
H_2O	—	9·6	—	10·0

Die Gallussäure ist schon von Latour de Trie in der Granatrinde aufgefunden.

Die vorhin erwähnte, von ihr durch Wasser abgetrennte zweite krystallisirte Substanz ist das Zersetzungsproduct der Granatgerbsäure, die reiner aus *B* gewonnen wird.

Durch einen vorläufigen Versuch überzeugte man sich, daß *B* beim Kochen mit Schwefelsäure keine Gallussäure, sondern blos dieses zweite Zersetzungsproduct lieferte.

B wurde nun nochmals mit Bleizuckerlösung partiell gefällt, die erste Partie des Niederschlags entfernt und der Rest desselben gesammelt, gut gewaschen wieder zersetzt und die erhaltene Flüssigkeit in ganz gelinder Wärme verdunstet.

Die Granatgerbsäure hinterblieb dann als bräunlich-gelbe amorphe, zu grünlichgelbem Pulver zerreibliche Masse von adstrin-

girenden Geschmack. Sie ist unlöslich in Alkohol und Äther, reducirt Silber und alkalische Kupferlösung, fällt Leimlösung und Brechweinsteinlösung, und färbt sich durch Eisenchlorid tintenartig unter Bildung eines schwarzen Niederschlags.

Für die Analyse wurde sie bis zum Gleichbleiben des Gewichts bei 125° getrocknet. Eine kleine Menge Asche, die sie enthielt, wurde in Abzug gebracht.

0·2289 Grm. Subst. gaben 0·4347 Grm. Kohlensäure und 0·0679 Grm. Wasser
0·2533 „ „ „ 0·480 „ „ „ 0·0752 „ „

	In 100 Theilen	
C	51·8	51·7
H	3·3	3·3

Neben der krystallinischen Substanz, die zum Theil sich als fahlgelber pulveriger Absatz ausscheidet, zum andern Theil aus der Flüssigkeit mit Äther ausgezogen werden kann, geht aus der Behandlung der Granatgerbsäure mit verdünnter Schwefelsäure Zucker hervor.

Fällt man die mit Äther ausgezogene Flüssigkeit nach dem Verjagen der letzten Ätherreste mit Bleiessig, so entsteht außer dem schwefelsauren Blei noch viel von einem gelben Niederschlag der den letzten Antheil des Spaltungsproducts und vielleicht etwas unveränderte Granatgerbsäure enthält.

Entfernt man aus der, von diesem Niederschlage ablaufenden Flüssigkeit das Blei durch Schwefelwasserstoff und dampft das völlig farblose Filtrat, so hinterbleibt der Zucker als gelblicher Syrup von Caramelgeruch und süßlichem Geschmack.

Er gab bei 60° getrocknet:

0·2882 Grm. Subst. gaben 0·4248 Grm. Kohlensäure und 0·2018 Grm. Wasser.

	$C_6H_{12}O_6$	
C	40·0	40·2
H	6·7	7·0

Das krystallisirte Zersetzungsproduct der Granatgerbsäure ist eine, bereits mehrfach beschriebene Säure, die Ellagsäure [1]).

[1]) Da die Ellagsäure als in Äther unlöslich beschrieben ist, so kann es auffallen, daß man durch Ausschütteln der, sie enthaltenden Flüssigkeit mit Äther, einen Theil gewinnen kann.

Äußere Beschaffenheit, Löslichkeitsverhältnisse und Reactionen stimmten so vollkommen mit den vorhandenen Angaben über diese Säure überein, daß die Identität mit ihr als festgestellt betrachtet werden darf.

Sie wurde gereinigt durch Behandlung des Rohproducts mit verdünntem warmen Ammoniak.

Hiebei verwandelt sie sich in unlösliches Ammoniumsalz, welches auf einem Filter so lange mit Wasser gewaschen, bis das Abtropfende fast ungefärbt ist, von rein citrongelber Farbe erscheint, und mit Salzsäure zersetzt, strohgelb gefärbte Ellagsäure liefert. Anhaltendes Kochen mit großen Alkoholmengen löst sie auf und nach dem Verdunsten des Lösungsmittels wurde sie in deutlichen Krystallen erhalten.

0·2655 Gr. Sub. gab. (bei 128° getr.) 0·5382 Gr. Kohlens. u. 0·0551 Gr. Wass.
0·281 „ „ „ „ „ „ 0·5676 „ „ „ 0·0581 „ „
0·2996 „ lufttrock. Subst. verloren bei 128° 0·0341 Grm. Wasser
0·3171 „ „ „ „ „ „ 0·0361 „ „

	$C_{14}H_6O_8$				
C —	55·6	—	55·3	—	55·1
H —	2·0	—	2·3	—	2·3

	Berechnet		Gefunden		
$C_{14}H_6O_8$	—	—	—	—	—
$2H_2O$	10·7	—	11·4	—	11·4

Eine quantitative Abscheidung der Ellagsäure aus der Granatgerbsäure, wie sie zur Feststellung einer Formel der letzteren wünschenswerth gewesen wäre, gelingt nicht, da die Zersetzung durch die verdünnte Schwefelsäure nur eine sehr allmälige, kaum immer ganz vollständige ist, und ein Theil der Ellagsäure in der sauren Flüssigkeit gelöst bleibt [1]). Die Formel der Granatgerbsäure entbehrt daher der Controle.

Der Fall ist indessen derselbe wie bei der, sonst in Äther auch unlöslichen Bernsteinsäure z. B., die man einer wässrigen Lösung durch Ausschütteln mit Äther ganz entziehen kann. (Vergl. auch Claus, Annal. d. Chemie CXLI. 51).

Der Theil der Ellagsäure den der Äther nicht aufnimmt, wird aus der Flüssigkeit durch Ammoniak als gelber Niederschlag des Ammoniumsalzes gefällt. Zersetzt man dasselbe mit Salzsäure, so scheidet sich die Säure mit einer harzigen Verunreinigung aus. Durch Behandlung mit Alkohol kann diese entfernt werden.

1) Beim langen Stehen scheidet sich aus dieser Flüssigkeit noch eine Quantität flockig krystallinischer Säuren aus, die manchmal größer als die durch Äther ausziehbare ist.

$C_{20}H_{16}O_{13}$ ist nur der einfachste, mit den Analysen vereinbare Ausdruck ihrer Zusammensetzung.

	$C_{20}H_{16}O_{13}$		Gefunden		
C —	51·7	—	51·8	—	51·7
H —	3·4	—	3·3	—	3·3

Dieser Formel entspricht auch so ziemlich die gelbe Bleiverbindung die beim Fällen einer Lösung der Gerbsäure mit essigsaurem Blei entsteht.

Sie wurde mit kaltem Wasser gut ausgewaschen, und bei 140° getrocknet zur Analyse verwendet.

Sie wird beim Trocknen grünlich.

0·3291 Grm. Subst. gaben 0·435 Grm. Kohlensäure und 0·0544 Grm. Wasser
0·2871 „ „ „ 0·0934 „ Bleioxyd.

	$C_{20}H_{17}PbO_{13}$		
C —	35·9	—	36·1
H —	2·1	—	1·8
Pb —	30·8	—	30·2

Für die Spaltung der Granatgerbsäure ergäbe sich das Schema:

$$\underbrace{C_{20}H_{16}O_{13}}_{\text{Granatgerbsäure}} + \underbrace{H_2O} = \underbrace{C_{14}H_6O_8}_{\text{Ellagsäure}} + \underbrace{C_6H_{12}O_6}_{\text{Zucker}}$$

Über die Beziehungen der Gerbsäuren, Glucoside, Phlobaphene und Harze.

Von H. Hlasiwetz.

Strecker sprach, nachdem er aus der Galläpfelgerbsäure durch Behandlung mit verdünnter Schwefelsäure Gallussäure und Zucker erhalten hatte, zuerst die Vermuthung aus, daß auch andere Gerbsäuren einer solchen Spaltung nach Art der Glucoside fähig sein dürften, und theilte damals schon mit, daß ihm auch die Catechugerbsäure, Glucose geliefert habe [1]).

---

[1]) Annalen d. Chemie XC. 375. Neubauer war diese Zersetzung der Catechugerbsäure nicht gelungen. Annalen d. Chemie XCVI. 360.

Später fand **Stenhouse**, daß die Sumachgerbsäure identisch ist mit Eichengerbsäure, und Zucker liefert.

Auch aus den Gerbstoffen der Weidenrinde, der Valonia *(quercus aegilops)*, der Mirobolanen *(terminala Chebula)*, der Granatäpfelrinde und der Rinde von *quercus pedunculata* erhielt er Zucker. Der Gerbstoff des Thees dagegen gab ihm weder Zucker noch Gallussäure [1]).

Durch meine früheren und die vorstehenden Untersuchungen sind nun gleichfalls einige Beweise für die, den Glucosiden verwandte Natur der Gerbsäuren beigebracht.

Die neben dem Zucker auftretenden Producte sind entweder Säuren, oder indifferente, amorphe, braune Substanzen, und von den letzteren geben einige bei der Oxydation mit schmelzendem Kali Protocatechusäure, andere neben der Protocatechusäure auch Phoroglucin.

Es fällt nun sofort auf, daß durch dieses Verhalten diese Gerbsäuren in einer Beziehung zu einigen anderen im Pflanzenreiche sehr verbreiteten Verbindungen treten, deren Constitution schon genauer gekannt ist.

Die Tabelle drückt dieses Verhältniß ganz allgemein aus.

	Zerfällt in	
Galläpfelgerbsäure	Zucker und	Gallussäure
Granatgerbsäure	„ „	Ellagsäure
Kaffeegerbsäure	„ „	Kaffeesäure
Chinagerbsäure...........	„ „	Chinaroth
Chinovagerbsäure	„ „	Chinovaroth
Filixgerbsäure............	„ „	Filixroth
Ratanhiagerbsäure.........	„ „	Ratanhiaroth
Quercitrin	„ „	Quercetin
Rutin	„ „	Quercetin

	Gibt mit Kalihydrat oxydirt		
Gallussäure	Pyrogallussäure	und	Kohlensäure
Ellagsäure..............	Gallussäure [2])	„	?
Kaffeesäure	Protocatechusäure	„	Essigsäure

---

[1]) Jahresbericht d. Chemie 1861. 383. Diese letztere Angabe ist durch das, was ich zuletzt über die Bestandtheile des Thees mitgetheilt habe, widerlegt.

[2]) Nach vorläufigen Versuchen von Herrn **Rembold**.

	Gibt mit Kalihydrat oxydirt		
Chinaroth	Protocatechusäure	und	Essigsäure
Chinovaroth	Protocatechusäure	„	Essigsäure
Filixroth	Protocatechusäure	„	Phloroglucin
Ratanhiaroth	Protocatechusäure	„	Phloroglucin
Quercetin	Protocatechusäure	„	Phloroglucin
Maclurin	Protocatechusäure	„	Phloroglucin
Luteolin	Protocatechusäure	„	Phloroglucin
Scoparin	Protocatechusäure	„	Phloroglucin
Catechin	Protocatechusäure	„	Phloroglucin
Kastanienroth [1])	Protocatechusäure	„	Phloroglucin

Geht man auf die Constitution der Gerbsäuren näher ein, so wirft sich vor Allem die Frage auf, ob sie auch wirkliche Glucoside sind, weil sie Zucker bei der Zersetzung liefern wie diese.

Die Thatsache dieser Zuckerbildung allein scheint nicht ausreichend, um diese Frage bestimmt zu bejahen.

Nichts beweist, daß der Zucker in ihnen schon präformirt oder so vorbereitet war, wie in den echten Glucosiden.

Diese letzteren sind fast sämmtlich krystallisirt, wie der aus ihnen abscheidbare Zucker; die Gerbsäuren sind alle amorph.

Diese äußeren Eigenschaften sind nicht ganz gleichgiltig, weil sie doch mit bedingt sind durch die Eigenschaften der Bestandtheile.

Der aus den Gerbsäuren abscheidbare Zucker schien zwar in den meisten Fällen wesentlich Traubenzucker zu sein, allein seiner vollkommenen Reinheit konnte man nicht immer vergewissert sein. Die Gerbsäuren spalten sich nicht alle so schnell wie die echten Glucoside. Es gehört bei einigen andauerndes Kochen mit verdünnten Säuren oder Alkalien dazu, und diese Behandlungsweisen können auf den Bestand des Zuckers unmöglich ohne alle Wirkung sein. Es wird sich ein Theil desselben in jene, als Glucinsäure, Apoglucinsäure u. s. w. beschriebenen Verbindungen verwandeln, deren Diagnose und Trennung bis jetzt noch so schwer ist.

Auf eine nähere Charakterisirung dieser zuckerartigen Substanzen ist darum nicht näher eingegangen. Wer sich mit diesem Gegenstande näher befaßt hat, kennt die Schwierigkeiten die es hat, mit

[1]) Rochleder, Sitzungsber. d. Wiener Akad. 1866. LIV. Im Auszug. Zeitschrift Chemie 1867. S. 83.

kleinen Mengen solcher amorpher, zersetzlicher, kaum ohne Veränderung zu trocknender Substanzen, exacte Resultate zu erhalten.

Es wurde auch nicht versucht, für alle diese Gerbsäuren neue Formeln vorzuschlagen, die in mehr als einer Rücksicht unsicher sein müßten.

Vielleicht läßt es sich in der Folge genauer beweisen, daß parallel den eigentlichen Glucosiden, die Zuckerderivate sind, es Verbindungen gibt, die vom Dextrin und den Gummiarten abstammen. Voraussichtlich würden diese amorph sein, müßten aber bei der Behandlung mit Säuren oder Alkalien gleichfalls Zucker geben. Ich vermuthe, daß die Gerbsäuren solche Verbindungen sind.

Auf analytischem Wege würde freilich der Beweis für diese Vermuthung nicht beizubringen sein, da bei der veränderlichen Natur dieser Kohlehydrate auf die Trennung auch gleich die Umwandlung folgen würde, allein vielleicht findet man noch eine synthetische Methode, Zucker und Dextrinverbindungen mit organischen Säuren u. s. w. herzustellen, so wie man künstliche Fette erzeugen kann.

Auch könnten manche dieser Verbindungen Derivate des Mannits sein, der sich so häufig neben Traubenzucker findet, und es ließen sich dann etwa folgende nähere Gruppen unterscheiden:

I. Glucoside. Geben bei der Spaltung Glucose. Die Spaltung bewirken verdünnte Mineralsäuren (auch Fermente).

a) Die Glucose und das zweite Spaltungsproduct treten zu je einem Molecül aus.
Arbutin, Helicin, Ruberythrin, Salicin ....

b) es wird mehr als ein Molecül Glucose abgespalten.
Daphnin, Äsculin, Jalappin, Scammonin, Helleborin, Turpetin ....

c) es wird ein Molecül Glucose, daneben zwei Molecüle anderer Verbindungen, abgespalten.
Populin, Benzohelicin, Gratiolin (?), Bryonin (?), Ononin [1] .....

---

1) Das Ononin zerfällt mit schwachen Alkalien in Onospin und Ameisensäure, das Onospin mit Säuren in Ononetin und Zucker.

Das Ononetin ist, wie ich durch spätere Versuche weiß, noch einer Zersetzung in eine krystallisirbare Säure und eine aromatische Verbindung fähig.

Ich werde die Untersuchung wieder aufnehmen, und die, bis dahin vorläufigen Formeln festzustellen suchen.

II. Phloroglucide. Die durch Spaltung entstehende Zuckerart ist Phloroglucin. Die Spaltung bewirken ätzende Alkalien und concentrirte Mineralsäuren.

Phloretin, Quercetin, Maclurin, Luteolin, Catechin, Filixsäure . . . .

III. Phloroglucoside. Geben zwei verschiedene Zuckerarten: Glucose und Phloroglucin. Die Glucose ist durch verdünnte Mineralsäuren abtrennbar, das dann erhaltene resultirende Phloroglucid zersetzt sich durch Alkalien.

Phloridzin, Quercitrin, Robinin, Rutin . . . .

IV. Gummide. Liefern als Umwandlungsproduct Glucose. Gerbsäuren (?), Carminsäure (?)

V. Mannide. Die durch Spaltung erhaltene Zuckerart ist ein Derivat des Mannits.

Chinovin, Kaffeegerbsäure (?).

VI. Stickstoffhaltige Glucoside.

Amygdalin, Solanin, Indican, Chitin.

Eine, für die Synthese der Glucoside u. s. w. nöthige Vorarbeit ist die Überführung des Traubenzuckers in Rohrzucker. Wenn, wie es wahrscheinlich ist, diese beiden Verbindungen sich verhalten wie Äthylenalkohol zu Diäthylenalkohol, so wird, wenn man erst zwei Molecüle Traubenzucker zu einem Molecül Rohrzucker verbinden kann, es wohl auch möglich sein, den Zucker in die Form von Glucosiden zu bringen.

Mit der Kenntniß eines Verfahrens Verbindungen verschiedener Art zu combinirten, den Polyalkoholen entsprechenden Verbindungen zu verdichten löst sich dann auch wahrscheinlich die Frage nach der Natur des Galläpfelgerbstoffes oder Tannins, den Strecker als ein Glucosid betrachtet, während Rochleder [1]) behauptet, daß der Zucker, den das Tannin bei der Behandlung mit Säuren liefert, von einem Nebenbestandtheil herrührt, der durch weitere Reinigung jedoch so weit herabgedrückt werden kann, daß die Menge des erhaltenen Zuckers nur 4 Pct. vom Gewichte des, zur Zersetzung verwendeten Tannins beträgt. Seine Resultate bestätigen die Versuche von W. Knop, der bis auf 4—6 Pct. Verlust, der aus Ellagsäure und einem Kohlehydrat bestand, alles Tannin in Gallussäure überführte. Auch Stenhouse theilte mit, daß bei Anwendung hinlänglich verdünnter Schwefelsäure oder Salzsäure fast die ganze Menge des angewandten Tannins als Gallussäure erhalten wird [2]).

Nach Rochleder's Versuchen müßte man annehmen, daß bei der Spaltung des Tannins wenigstens 11 Äquiv. Gallussäure auf 1 Äquiv. Zucker entstehen,

[1]) Sitzungsber. d. Wiener Akad. XXX. 159. Ch. Centralblatt 1858. 579.

[2]) Gmelin's Handbuch VII. 885.

und er faßt darum das Tannin als eine Verbindung auf, die zur Gallussäure in dem Verhältniß steht, wie Dextrin zu Traubenzucker.

Ist das Tannin kein Glucosid, dann könnte es leicht eine Digallussäure sein, die der Gallussäure so entspricht, wie der Diäthylenalkohol dem gewöhnlichen Glycol, und es hätte dann die Formel, die zuerst Mulder dafür aufgestellt hat.

$$\underbrace{2C_7H_6O_5}_{\text{Gallussäure}} - H_2O = \underbrace{C_{14}H_{10}O_9}_{\text{Tannin.}}$$

Damit stimmen auch die Analysen des Tannins und seiner Salze so weit als es bei solchen schwer zu reinigenden Verbindungen zu erwarten ist. Die Salze zeigen dann einfache Verbindungsverhältnisse, und man bedarf der Annahme nicht, daß solche, die wie die des Kaliums und Natriums nach ein und demselben Verfahren dargestellt sind, Gemische verschieden basischer Verbindungen seien, die man bei der Formel $C_{27}H_{22}O_{17}$ machen muß.

Die angedeuteten Beziehungen der Gerbsäuren zu anderen Glucosiden veranlassen mich, an dieser Stelle noch einmal kurz auf die Verhältnisse einiger Verbindungen zurückzukommen, mit deren Untersuchung ich mich früher (zum Theil in Gemeinschaft mit Dr. L. Pfaundler) beschäftigt habe: des Phloroglucins, Morins, Maclurins, des Quercetins und seiner Zersetzungsproducte nämlich. Ich entnehme den Mittheilungen hierüber [1]) nur so viel als zur Erklärung gerade nothwendig erscheint. Die hypothetischen Annahmen die ich mache, widersprechen, wie ich glaube, nicht den jetzt geltenden Theorien.

Phloroglucin. Leitet man mit Wurtz das Phloroglucin von einem dreiatomigen Radical ab, so ist seine Formel $\left.\begin{matrix}C_6H_3\\H_3\end{matrix}\right\}O_3$

Behandelt man es mit Wasserstoffsäuren (HCl, HF) in der Hitze [2]), so entsteht daraus ein wasserärmeres Product, welches zu ihm in dem Verhältniß steht, wie der Diglycerinalkohol Lourenço's zum Glycerin.

$$\underbrace{\left.\begin{matrix}C_3H_5\\H_3\end{matrix}\right\}O_3}_{\text{Glycerin}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix}C_3H_5\\C_3H_5\\H_4\end{matrix}\right\}O_5}_{\text{Diglycerinalkohol}}$$

$$\underbrace{\left.\begin{matrix}C_6H_3\\H_3\end{matrix}\right\}O_3}_{\text{Phloroglucin}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix}C_6H_3\\C_6H_3\\H_4\end{matrix}\right\}O_5}_{\text{Diphloroglucin}}$$

---

1) Über das Quercitrin vergl. Sitzungsber. der Wiener Akad. 1864. Juni. Im Auszuge Centralblatt 1864. S. 865.

2) Sitzungsber. d. Wiener Akad. LII. 84. Zeitschrift Chem. 1865. 613.

Das Phloroglucin gibt ein Bromid $\left.\begin{matrix}C_6Br_3\\H_3\end{matrix}\right\}\Theta_3$, dann Substitutionsproducte mit Säureradicalen (Acetyl, Benzoyl, Butyryl), es findet sich in der Form der Filixsäure als zusammengesetzter Äther, es liefert endlich ein Amid [1], welches dem Glyceramin entspricht.

$$\underbrace{\left.\begin{matrix}H_2\\C_3H_5\\H_2\end{matrix}\right\}\begin{matrix}N\\\Theta_2\end{matrix}}_{\text{Glyceramin}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix}H_2\\C_6H_3\\H_2\end{matrix}\right\}\begin{matrix}N\\\Theta_2\end{matrix}}_{\text{Phloramin}}$$

In nächster Beziehung zum Phloroglucin steht das **Morin**.

Das Morin geht ohne Bildung eines zweiten Productes in Phloroglucin über, wenn man es mit nascirendem Wasserstoff behandelt oder mit Kalihydrat erhitzt.

Es ergab die Formel $C_{12}H_{10}\Theta_6$, der auch einige Verbindungen mit K, Na, Ca, Ba und Pb entsprechen.

Stark erhitzt verliert es Wasser und wird zu $C_{12}H_8\Theta_5$.

Das Diphloroglucin $C_{12}H_{10}\Theta_5$ und das Morinhydrat $C_{12}H_{10}\Theta_6$ unterscheiden sich also nur um den Betrag von Θ, welchen das Morin mehr enthält.

Man kann es als ein Hydroxylsubstitutionsproduct des Diphloroglucins betrachten, und es dürfte am ehesten aus diesem künstlich zu gewinnen sein.

$$\underbrace{\left.\begin{matrix}C_6H_3\\C_6H_3\\H_4\end{matrix}\right\}\Theta_5}_{\text{Diphloroglucin}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix}C_6H_2.H\Theta\\C_6H_3\\H_4\end{matrix}\right\}\Theta_5}_{\text{Morinhydrat}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix}C_6H_2.H\Theta\\C_6H_3\\H_2\end{matrix}\right\}O_4}_{\text{Morinanhydrid}}$$

An das Morin schließt sich das **Paradatiscetin** an.

Dieser Körper ist ein Zersetzungsproduct des Quercetins [2], und bildet sich bei der Behandlung desselben mit Kalihydrat, wenn man dieses nicht zu lange darauf einwirken läßt.

Es scheidet sich in der Regel sofort nach dem Absättigen der alkalischen Masse beim Auskühlen in gelblichgrauen Flocken aus, und bildet gereinigt gelbliche glänzende Nadeln, die sehr schnell anschiessen. Es gibt schön krystallisirte Verbindungen mit Ba, Sr und Ca.

---

[1] Annalen der Chemie. CXIX. 203.

[2] Von Kraut (Gmelin's Handbuch V. 1397) als Alphaquercetin beschrieben. Vergl. auch Annalen der Ch. CXII. 114.

Die Formel $C_{15}H_{10}O_6$ drückt seine empirische Zusammensetzung aus, welche dieselbe ist wie die des Datiscetins.

Es gibt als einziges Zersetzungsproduct beim Schmelzen mit Kali, Phloroglucin.

Wenn man seine Formel verdoppelt ($C_{30}H_{20}O_{12}$), so läßt es sich betrachten, als ein, aus Morin und Phloroglucin entstandenes condensirtes Product, als Dimorinphloroglucin.

$$\underbrace{2\,C_{12}H_8O_5}_{\text{Morin}} + \underbrace{C_6H_6O_3}_{\text{Phloroglucin}} - H_2O = \underbrace{C_{30}H_{20}O_{12}}_{\text{Paradatiscetin}}$$

Seine nähere Formel ergäbe sich dann zu

$$\left.\begin{matrix} 2\ C_6H_3.HO \\ 3\ C_6H_3 \\ H_5 \end{matrix}\right\} O_{10}$$

Nach dieser Auffassung erklärt es sich auch, daß die Ausbeute an diesem Körper eine sehr wechselnde ist. Die erhaltene Menge steht im Verhältniß zur Dauer der Behandlung des Quercetins mit Kali. Er kann, unterhält man die Einwirkung sehr lange, ganz zersetzt werden, und statt seiner tritt dann nur Phloroglucin auf.

Das **Quercetin**

wurde von Pfaundler und mir als eine Morinverbindung betrachtet. Wir hatten durch die Einwirkung des Kali's auf dasselbe neben dem Paradatiscetin noch zwei Producte abgespalten.

Das eine, $C_{15}H_{10}O_7$ nannten wir Quercetinsäure, das andere $C_8H_6O_5$ Quercimerinsäure.

Beide sind Zwischenglieder einer Zersetzung, die mit der Bildung von Protocatechusäure endet.

Phloroglucin und Protocatechusäure sind die einzigen Zersetzungsproducte, wenn man das Quercetin mit Kali bis zur starken Wasserstoffentwicklung erhitzt.

Leitet man den Proceß vorsichtig, so treten die beiden intermediären Producte auf, deren Gewinnung und Trennung a. a. O. beschrieben ist.

Wir formulirten dieses Verhältniß in folgender Weise:

$$\text{I.}\quad \underbrace{C_{15}H_{10}O_7}_{\text{Quercetinsäure}} + \underbrace{C_{12}H_{10}O_6}_{\text{Morin}} = \underbrace{C_{27}H_{18}O_{12}}_{\text{Quercetin}} + \underbrace{H_2O}$$

$$\text{II.}\quad \underbrace{C_{15}H_{10}O_7}_{\text{Quercetinsäure}} + \underbrace{H_2O} + \underbrace{O} = \underbrace{C_8H_6O_5}_{\text{Quercimerinsäure}} + \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechusäure}}$$

III. $$\underbrace{C_8H_6\Theta_5}_{\text{Quercimerinsäure}} + \Theta = \underbrace{C_7H_6\Theta_4}_{\text{Protocatechusäure.}} + \underbrace{C\Theta_2}$$

Für eine Erklärung der Constitution dieser Verbindungen will ich zwei Voraussetzungen machen.

Nach den letzten Mittheilungen von Dr. Barth ist die Protocatechusäure dreibasisch und leitet sich von dem Radical $C_7H_3\Theta$ ab. Diesem Radical würde ein drei-atomiges Alkoholradical entsprechen. Es wäre C_7H_5, und $C_7H_3\Theta$ würde sich davon ableiten wie das Radical der Glycerinsäure von dem des Glycerins.

Es sei ferner angenommen, die Quercimerinsäure enthalte das combinirte Radical $C_7H_3\Theta \frown C\Theta^{(III)}$, so wäre ihre Formel

$$\left.\begin{matrix} C_7H_3\Theta \frown CO \\ H_3 \end{matrix}\right\} \Theta_3 =$$

= Carboxyprotocatechusäure, und ihre Umwandlung in Protocatechusäure auszudrücken durch:

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_3\Theta . C\Theta \\ H_3 \end{matrix}\right\} \Theta_3 + \Theta =}_{\text{Quercimerinsäure [1]}} \underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_3\Theta \\ H_3 \end{matrix}\right\} \Theta_3 + C\Theta_2}_{\text{Protocatechusäure}}$$

Die Qercetinsäure erhielte die Formel

$$\left.\begin{matrix} C_7H_3\Theta . C\Theta \\ C_7H_5 \\ H . H\Theta \end{matrix}\right\} \Theta_4 \text{ oder } \left.\begin{matrix} C_7H_3\Theta \\ C_7H_5 \\ C\Theta \\ H_3 \end{matrix}\right\} \Theta_5$$

Sie geht bei längerer Einwirkung des Kali's gänzlich in Protocatechusäure über.

$$\left.\begin{matrix} C_7H_3\Theta \\ C_7H_5 \\ C\Theta \\ H_3 \end{matrix}\right\} \Theta_5 + H_2\Theta + \Theta_2 = \begin{matrix} \left.\begin{matrix} C_7H_3\Theta \\ H_3 \end{matrix}\right\} \Theta_3 \\ \left.\begin{matrix} C_7H_3\Theta \\ H_3 \end{matrix}\right\} \Theta_3 \end{matrix} + C\Theta_2.$$

Mit dieser Annahme sind nun die Zersetzungen, die das Quercetin durch die Behandlung mit nascirendem Wasserstoff erleidet auch leichter verständlich.

---

[1]) Von der Gallussäure unterscheidet sich die Quercimerinsäure durch einen höheren Kohlenstoffgehalt.

$$\underbrace{C_7H_6\Theta_5}_{\text{Gallussäure}} \qquad \underbrace{C_8H_6\Theta_5}_{\text{Quercimerinsäure}}$$

in rationellen Formeln:

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} C_6H_2 . C\Theta \\ H_4 \end{matrix}\right\} \Theta_4}_{\text{Gallussäure}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_3\Theta . C\Theta \\ H_3 \end{matrix}\right\} \Theta_3}_{\text{Quercimerinsäure}}$$

Man erhält durch diese Reaction neben Phloroglucin zwei Producte, die durch Äther ausgezogen und von Phloroglucin durch Bleizucker getrennt werden können.

Sie befinden sich in dem entstehenden Niederschlag und wurden aus diesem durch Schwefelwasserstoff abgeschieden.

Das eine ist ziemlich schwer löslich und krystallisirt leicht; das zweite bleibt in den Laugen, und krystallisirt erst nach längerer Zeit.

Für die erste Verbindung *A* wurde die Formel $C_{13}H_{12}O_5$ als die wahrscheinlichste bezeichnet.

Für die zweite *B* ergab sich $C_7H_8O_3$.

Die erste gibt mit Kali geschmolzen wieder Protocatechusäure und Phloroglucin.

$$\underbrace{C_{13}H_{12}O_5}_{\text{A}} + O_2 = \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechus.}} + \underbrace{C_6H_6O_3}_{\text{Phloroglucin.}}$$

Sie gibt ferner bei weiterer Behandlung mit alkalischen Laugen in der Hitze die Verbindung *B* ($C_7H_8O_3$) neben neuen Mengen Phloroglucin.

$$\underbrace{C_{13}H_{12}O_5}_{\text{A}} + \underbrace{H_2O}_{} = \underbrace{C_7H_8O_3}_{\text{B}} + \underbrace{C_6H_6O_3}_{\text{Phloroglucin.}}$$

(Die Zersetzung ist von uns beim Kochen der Lösung mit Natriumamalgam beobachtet. Offenbar wirkt jedoch hierbei blos das Alkali und der Wasserstoff verhindert nur, daß sich das in alkalischer Lösung für den Sauerstoff sehr empfindliche Product $C_7H_8O_3$ oxydirt).

Es ist in unserer Abhandlung bemerkt, daß $C_7H_8O_3$ zur Protocatechusäure in dem Verhältniß eines Alkohols zu seiner Säure stehen könnte. In der That oxydirt sich die Verbindung mit Kali leicht zu Protocatechusäure. Man hätte dann:

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_5 \\ H_3 \end{matrix}\right\} O_3}_{\text{Verbindung B}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_3O \\ H_3 \end{matrix}\right\} O_3}_{\text{Protocatechusäure.}}$$

und was den Körper $A = C_{13}H_{12}O_5$ betrifft, so gestaltet sich unter dieser Voraussetzung seine Formel zu der eines Abkömmlings des Diphloroglucins, worin C_6H_3 durch C_7H_5 ersetzt ist.

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} C_6H_3 \\ C_6H_3 \\ H_4 \end{matrix}\right\} O_5}_{\text{Diphloroglucin}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix} C_6H_3 \\ C_7H_5 \\ H_4 \end{matrix}\right\} O_5}_{\text{Verbindung A.}}$$

Man bemerkt, daß die Verbindung $C_{13}H_{12}O_5$ bei der Oxydation mit Kali dieselben Producte liefert wie das Maclurin (Moringerbsäure) und das

Catechin.

Ich habe (Annal. d. Ch. CXXXIV. 118) gezeigt, daß alle die zahlreichen Analysen dieses Körpers der Formel $C_{19}H_{18}O_8$ angepaßt werden können. Bringt man diese auf Grund der Oxydation des Catechins zu Phloroglucin und Protocatechusäure unter denselben Gesichtspunkt wie die der vorigen Verbindung, so ergibt sich:

$$\underbrace{\left.\begin{array}{r} C_6H_3 \\ C_7H_5 \\ H_4 \end{array}\right\} O_5}_{\text{Verbindung A}} \qquad \underbrace{\left.\begin{array}{r} 2\ C_6H_3 \\ C_7H_5 \\ H_7 \end{array}\right\} O_8}_{\text{Catechin.}}$$

Einige Versuche, die später Herr A. Grabowski angestellt hat, haben gezeigt, daß man aus Catechin durch blosses Kochen mit Kalilauge Phloroglucin gewinnen kann.

Der zweite hierbei auftretende Bestandtheil ist jedoch so veränderlich und schwierig krystallisirbar, daß er noch nicht von genügender Reinheit erhalten werden konnte.

Als Bestätigung für meine Ansicht, daß zwischen den genannten Körpern ein naher Zusammenhang besteht, ist es mir nicht unwichtig, anführen zu können, daß das Bombay Catechu auch etwas **Quercetin** enthält.

Als von einem ätherischen Auszug desselben der Äther verdampft, und der Rückstand im Wasser aufgenommen wurde, setzte die ziemlich concentrirte Flüssigkeit gallertartige, durchscheinende Massen an, in welchen sich bei längerem Stehen weiße Krystallpunkte bildeten. Mit einem Pistill verrieben, schritt die Krystallisation rasch vor, und das Ganze verwandelte sich in einen schwach gefärbten Brei feiner weicher Krystalle.

Beim Wiederauflösen im warmen Wasser hinterblieb nun eine kleine Menge eines citrongelben krystallinischen Pulvers, welches allen mir wohlbekannten Reactionen nach nichts anderes war als Quercetin.

Eine Überführung des Quercetins in Catechin scheint mir nicht unmöglich zu sein [1].

[1] Vergl. auch Rochleder: „Über die Bestandtheile der Stammrinde des Apfelbaumes". Sitzungsber. d. Wiener Akad. LV. 1867. Februarheft.

Maclurin [1]).

In Übereinstimmung mit dem Angeführten schreibe ich die nähere Formel dieser Verbindung

$$\left.\begin{matrix} C_6H_3 \\ C_7H_3O \\ H_4 \end{matrix}\right\} O_5$$

Diese Formel mit der des Körpers *A* aus Quercetin verglichen macht die Entstehung derselben Zersetzungsproducte beider leicht erklärlich.

$$\underbrace{C_{13}H_{10}O_6}_{\text{Maclurin}} + \underbrace{H_2O} = \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechus.}} + \underbrace{C_6H_6O_3}_{\text{Phloroglucin}}$$

Läßt man auf Maclurin nascirenden Wasserstoff einwirken, so erhält man, je nachdem man hiezu Zink und Schwefelsäure oder Natriumamalgam benützt, verschiedene Producte. Das Phloroglucin wird in beiden Fällen abgetrennt.

Im ersteren entsteht daneben ein, wegen seiner auffälligen Farbenreactionen Machromin genannter farbloser krystallisirter Körper $C_{14}H_{10}O_5$, im zweiten eine nicht krystallisirt zu erhaltende Substanz, für welche als mögliche Formel $C_{14}H_{12}O_5$ berechnet wurde [2]).

Das Phloroglucin scheint bei der Bildung dieser Verbindungen nicht betheiligt zu sein und demnach wäre der Vorgang:

$$\underbrace{2\left(\left.\begin{matrix} C_6H_3 \\ C_7H_3O \\ H_4 \end{matrix}\right\} O_5\right)}_{\text{Maclurin}} + H_4 = \underbrace{2\left(\left.\begin{matrix} C_6H_3 \\ H_3 \end{matrix}\right\} O_3\right)}_{\text{Phloroglucin}} + \underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_3 \\ C_7H_3 \\ H_4 \end{matrix}\right\}}_{\text{Machromin}} O_5 + H_2O$$

Die Formel der zweiten Verbindung entbehrt der Controle; allein es ist möglich, daß der Vorgang bei der Reduction des Maclurins durch Natriumamalgam nur in soweit verschieden verlauft, daß der Bildung des Machromins eine Hydrirung folgt, so daß daraus entstehen kann

$$\left.\begin{matrix} C_7H_5 \\ C_7H_5 \\ H_4 \end{matrix}\right\} O_5$$

d. i. der Dialkohol der Protocatechusäure zu dem sich die erhaltene Substanz $C_{14}H_{12}O_5$ wie ein intermediäres Glied verhielte

$$= \left.\begin{matrix} C_7H_5 \\ C_7H_3 \\ H_4 \end{matrix}\right\} O_4.$$

---

[1]) Annalen der Chemie LXXVII. 355.

[2]) Sitzungsber. d. Wiener Akad. 1864. L. 2. Abth. S. 18. Im Auszuge Chem. Centralblatt 1864. 870.

Luteolin.

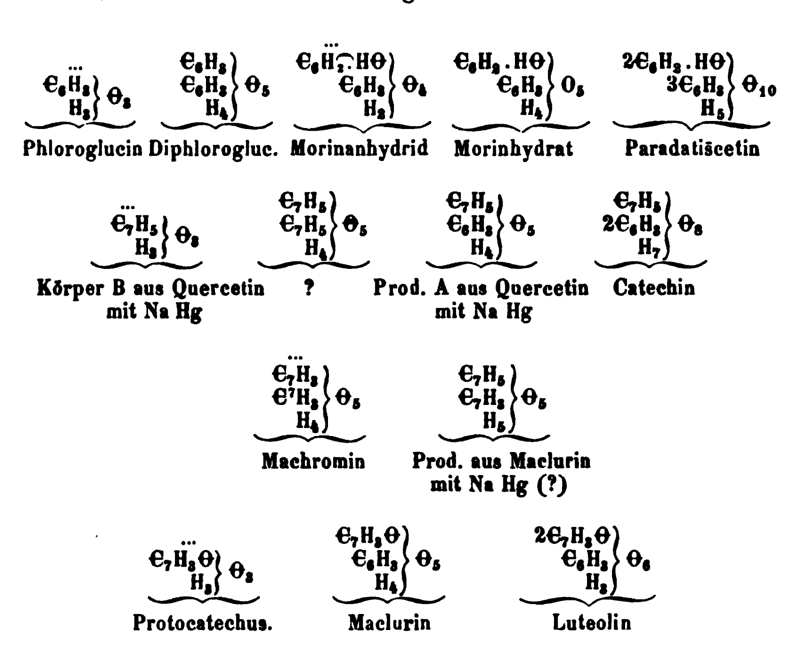
Die letzte Untersuchung Rochleder's weist nah, daß das Luteolin sich beim Erhitzen mit Kalihydrat ganz so verhält wie das Maclurin: Es zerfällt in Protocatechusäure und Phloroglucin [1]). Darnach läßt es sich betrachten als eine, durch Condensation von Maclurin und Protocatechusäure entstandene Verbindung

$$\underbrace{C_{13}H_{10}O_6}_{\text{Maclurin}} + \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechusäure}} - H_2O = \underbrace{C_{20}H_{12}O_8}_{\text{Luteolin}}$$

oder typisch:

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_5O \\ C_6H_3 \\ H_4 \end{matrix}\right\} O_5}_{\text{Maclurin}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix} 2C_7H_3O \\ C_6H_3 \\ H_3 \end{matrix}\right\} O_8}_{\text{Luteolin.}}$$

Gruppirt man die hier besprochenen Verbindungen in eine Tabelle, so wird ihr Zusammenhang leichter überschaulich.



---

1) Sitzungsber. d. Wiener Akad. 1866. Juniheft.

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_3O\overset{\cdots}{\frown}CO \\ H_3 \end{matrix}\right\} O_3}_{\text{Quercimerinsäure}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_3O \\ C_7H_5 \\ CO \\ H_2 \end{matrix}\right\} O_5}_{\text{Quercetinsäure}} \qquad \underbrace{\left.\begin{matrix} C_7H_3O \\ C_7H_5 \\ CO \\ 2C_6H_3 \\ H_4 \end{matrix}\right\} O_{10}}_{\text{Quercetin.}}$$

Phlobaphene.

Die Rinde und Borke der Bäume und Sträucher enthält eine braunrothe amorphe Substanz, die Ursache der Farbe und eines Theils der Beschaffenheit jener Pflanzentheile, welche in verdünnten Alkalien löslich und dadurch ausziehbar ist. Säuren schlagen sie aus solcher Lösung in braunrothen Flocken nieder, so wie sie auch durch Wasser aus einer alkoholischen Lösung fällbar ist.

Stählin und Hofstetter, die sich mit diesem Stoffe zuerst beschäftigt haben, nannten ihn Phlobaphen.

Sie untersuchten denselben aus der Fichte, der Platane, der Chinarinde und der Birke.

Ihre Untersuchung beschränkt sich übrigens auf die Feststellung der procentischen Zusammensetzung [1]). Aus dieser allein läßt sich kein Schluß auf die Formel und Abstammung dieser Stoffe ziehen.

Ihre Zersetzungsproducte jedoch verrathen die letztere, und diesen nach sind die Phlobaphene desselben Ursprungs wie die brau-

---

[1]) Diese fanden sie:

	Pinus silv.			*Plat. acerifol.*	*China flava*	*Betula alba*
C	— 59·9	— 59·6	— 59·8	57·2	59·4	59·9
H	— 4·4	— 4·6	— 4·6	4·8	4·6	4·7
O	— 36·5	— 35·8	— 35·6	37·9	36·0	35·4

Die, nach diesen Zahlen zusammengesetzten Substanzen unterscheiden sie als „Phlobaphenhydrate" von den wasserfreien Phlobaphenen. Die ersteren sind durch Fällung alkalischer Lösungen mit Salzsäure, die letzteren durch Extraction der mit Äther erschöpften Borke mit Weingeist gewonnen.

Für diese wurde erhalten:

	Pin. silv.	*China fl.*	*Betula alb.*
C	— 62·8	62·6	62·4
H	— 4·3	4·4	4·4
O	— 32·9	33·0	33·2

St. und H. berechnen $C_{10}H_8O_4$ für wasserfreies. $C_{10}H_8O_4 + \frac{1}{2}H_2O$ für wasserhaltiges Phlobaphen.

nen amorphen, aus manchen Gerbsäuren darstellbaren Producte, und Chinaroth und Chinaphlobaphen z. B. sind, wenn auch nicht identische, so doch Producte eines und desselben Bildungsprocesses in der Pflanze. Man überzeugt sich leicht durch den Versuch, daß das Chinaphlobaphen durch schmelzendes Ätzkali zu Protocatechusäure oxydirt wird, wie das Chinaroth.

Mit der Untersuchung dieser letzteren Substanz haben sich mehrere Chemiker beschäftigt, allein ihre Zusammensetzung wurde nicht immer gleich gefunden.

	China regia			*China flava*
	(Schwarz)		(Rembold)	(Stähl. u. Hofst.)
C	53·6	55·4	57·5	59·4
H	5·4	5·7	3·9	4·6

	Ch. Huanoco (Lignoin)	*China nova*
	(Hesse)	(Hlasiwetz)
C	59·4	61·2
H	5·8	5·1

So lange man durch Versuche nicht festgestellt hat, daß ein und dieselbe Chinarinde immer ein Chinaroth von derselben Zusammensetzung enthält, kann man die Differenz der Resultate von Schwarz und Rembold z. B. nicht in einem Mangel der Untersuchung suchen, sondern es ist wahrscheinlicher, daß die Zusammensetzung dieser Substanz von Vegetationsbedingungen und Wachsthumsphasen der Pflanze abhängt und danach differirt. Hierüber kann nur eine vergleichende Untersuchung verschieden alter Rinden von Bäumen derselben Species entscheiden.

Wenn man die vorhandenen Analysen auf denselben Kohlenstoffgehalt berechnet, so ergibt folgende Übersicht:

	Berechnet		Gefunden		
	C	H	C	H	
$C_{28}H_{34}O_{15}$	55·1	5·5	55·4	5·7	Chinaroth (Schwarz)
$C_{28}H_{32}O_{16}$	53·8	5·1	53·6	5·4	„ „
$C_{28}H_{32}O_{12}$	60·0	5·7	59·4	5·8	Lignoin (Hesse)
$C_{28}H_{26}O_{12}$	60·6	4·8	61·1	5·0	Chinovaroth (Hlasiwetz)
$C_{28}H_{24}O_{13}$	59·1	4·3	59·4	4·6	Chinaphlobaphen (Stähl. u. Hofst.)
$C_{28}H_{22}O_{14}$	57·7	3·8	57·5	3·9	Chinaroth (Rembold).

In dieser Zusammenstellung sind die letzten drei Formeln auffällig, bei denen man eine Regelmäßigkeit in der Abnahme des

Wasserstoffs und Zunahme des Sauerstoffs findet, wie bei Producten, die durch einen Oxydationsproceß auseinander hervorgehen.

Nicht ohne Grund mögen sich diese Substanzen unter Formeln mit einem Kohlenstoffgehalt bringen lassen, der ein Multiplum von dem der Chinasäure ist, und damit hängt vielleicht zusammen, daß die Chinaphlobaphne gerade so wie die Chinasäure, Protocatechusäure liefern, wenn man sie mit Kali oxydirt. Es wäre darum interessant zu wissen, ob auch Chinasäure aus diesen Stoffen erhalten werden kann, und ist das der Fall, so ist die Chinasäure wohl auch ihr Umsetzungsproduct in den Pflanzen, so lange sie noch Bestandtheile löslicher, in der Säftemasse circulirender Verbindungen sind wie die Chinagerbsäure, aus denen sie sich abspalten lassen.

Fast dieselbe Zusammensetzung wie das Chinaphlobaphen hat nach Stählin und Hofstetter's Analyse das Phlobaphen aus *Pinus silvestris*.

Ich habe mir eine Quantität dieser Substanz durch Ausziehen der Rinde mit verdünntem Ammoniak, Fällen des Auszugs mit Salzsäure und sorgfältiges Auswaschen dargestellt, und es in der gewöhnlichen Weise mit Ätzkali so lange geschmolzen, bis Proben der Schmelze in Wasser gelöst beim Neutralisiren nur wenig Ausscheidung mehr gaben.

Nach dem Auflösen des Ganzen, Absättigen, Filtriren und Ausziehen mit Äther gewann ich eine ansehnliche Menge Protocatechusäure. Phloroglucin war nicht gebildet worden.

Die Phlobaphene der Farnwurzel, der Ratanhia, der Kastanien, geben aber auch noch diesen Körper bei der Oxydation, und sonach kann man schon zwei Gruppen solcher Substanzen unterscheiden, und sie gewissen Verbindungen an die Seite stellen, die sich ebenso verhalten.

Protocatechusäure liefernde Verbindungen.	Protocatechusäure u. Phloroglucin liefernde Verbindungen.
Chinasäure	Maclurin
Piperinsäure	Luteolin
Kaffeesäure	Catechin
Ferulasäure	Quercetin
Eugensäure	Scoparin
Guajakharzsäure	⋮
⋮	

Protocatechusäure liefernde Phlobaphene.	Protocatechusäure u. Phloroglucin liefernde Phlobaphene.
Chinaroth	Filixroth
Chinovaroth	Ratanhiaroth
Fichtenroth	Kastanienroth
⋮	⋮

Die Vermuthung die man haben könnte, daß Phlobaphene, welche Phloroglucin und Protocatechusäure liefern, directe Abkömmlinge der krystallisirten Verbindungen seien, die vorhin als gleichfalls diese Zersetzungsproducte liefernd, neben ihnen aufgeführt wurden, habe ich vorerst nur am Maclurin zu prüfen versucht, welches sich mit concentrirter Schwefelsäure in ein, seinen äußeren Verhältnissen nach phlobapheneähnliches Präparat verwandeln läßt.

In einer Schale wurde Maclurin mit Schwefelsäurehydrat unter stetem Umrühren allmälig bis auf 190° erhitzt. Bei 160—170 beginnt die Bildung einer amorphen braunrothen Substanz, die sich ausscheidet, wenn man einen Tropfen der sauern Flüssigkeit in Wasser fallen läßt.

Als hierbei das Wasser nicht mehr stark gelb gefärbt wurde, wurde das Erhitzen unterbrochen, und der dunkelbraune Inhalt der Schale in eine größere Wassermenge gegossen. Das auf einem Filter gesammelte Rohproduct wurde in warmen Wasser vertheilt, durch etwas Ammoniak gelöst, schnell filtrirt, der Filtrat mit Salzsäure gefällt, und durch Decantiren mit großen Wassermengen ausgewaschen.

Die Zusammensetzung dieses braunen Products, welches von zwei Bereitungen, wobei einmal die Einwirkung der Säure etwas länger, das andere Mal kürzer gedauert hatte, analysirt wurde, zeigte, daß es aus einer Oxydation des Maclurins hervorgegangen ist.

Man fand (bei 130° getr.)

C	—	54·3	—	54·4
H	—	2·4	—	2·5

woraus sich mit Zugrundelegung der Maclurinformel noch am nächsten der Ausdruck $\Theta_{26}H_{14}\Theta_{15}$ (berech. C 55·1; H 2·5) ergibt.

$$\underbrace{2(\Theta_{13}H_{10}\Theta_{6})}_{\text{Maclurin}} - 6H + 3\Theta = \Theta_{26}H_{14}\Theta_{15}$$

Allein die Behandlung mit schmelzendem Kali erzeugt aus diesem Körper weder Phloroglucin noch Protocatechusäure mehr; man erhält nur ganz kleine Mengen theilweise amorpher durch Äther ausziehbarer Producte, die noch nicht weiter untersucht werden konnten.

Modificirt man die Wirkung der Schwefelsäure auf das Maclurin so, daß man, wie Wagner that, die Substanzen nur zusammenreiht und stehen läßt, so entsteht nach ihm [1]) ein rother amorpher Körper, die Rufimorinsäure.

Diese gab ihm bei der Analyse C 54·4 H 4·5 [2]).

Die Rufimorinsäure wird wahrscheinlich noch Phloroglucin und Protocatechusäure liefern, und sie würde sich dann der zweiten Gruppe von Phlobaphene anschließen.

Die Reihe der, wie ich glaube zusammengehörigen Substanzen ist dann:

$Є_{26}H_{24}Θ_{13}$	Kastaniengerbstoff [3])
$Є_{26}H_{22}Θ_{13}$	Oxydationsproduct desselben mit Chromsäure
$Є_{26}H_{24}Θ_{13}$	„ „ „ Kalilauge
$Є_{26}H_{22}Θ_{11}$	Kastanienroth
$Є_{26}H_{22}Θ_{11}$	(?) Ratanhiaroth
$Є_{26}H_{18}Θ_{12}$	(?) Filixroth.

So gering auch die Bedeutung der Phlobaphene im chemischen System sein mag, um so größer ist sie im Leben der Pflanzen.

---

1) Annal. der Chemie LXXX. 318.

2) Sie war bei 100° getrocknet und vielleicht noch nicht völlig wasserfrei. Die Verhältnisse ihrer Bestandtheile sind die eines wasserhaltigen Maclurins

$$(2Є_{13}H_{10}Θ_6 . 3H_2Θ)$$

Diese Formel verlangt Є 54·0 H 4·5.

In einem Bleisalz wurde 59·1 Pct. Bleioxyd gefunden. Für $Є_{26}H_{14}Pb_6Θ_{12}$ berechnet sich 58·9 Bleioxyd. Ein Kupfersalz enthielt 28·3 Pct. Kupferoxyd $Є_{26}H_{15}Cu_5Θ_{12}$ würde 29·4 Pct. verlangen.

Die vorhandenen Angaben lassen vorläufig nur annehmen, die Rufimorinsäure sei eine, dem Maclurin isomere Verbindung von doppeltem Moleculargewicht, wenn sich nicht später herausstellt, daß sie wasserärmer ist, und zum Maclurin in dem Verhältnisse steht wie Rufigallussäure zur Gallussäure.

3) Rochleder, Sitzungsber. d. Wiener Akad. 1866. November, Zeitschrift für Chemie 1867. S. 76. Der Kastaniengerbstoff hat eine Formel, die zufällig (?) die eines Hydro-Maclurin's ist. $2(Є_{13}H_{10}Θ_6) + 4H$.

Nie fehlende Producte des Stoffwechsels in strauch- und baumartigen Gewächsen, erzeugt sie die Vegetation in ungeheuren Quantitäten, erfüllt damit das ganze Zellgewebe der äußeren Bedeckungen, und bedingt mit durch sie auch den Charakter ihrer Erscheinung.

Sie gehören der sogenannten rückbildenden Metamorphose an.

Mit Verbindungen von der Natur des Quercitrins und der Phloroglucoside überhaupt, scheint das Bildungs- und Combinationsvermögen dieser Pflanzen, was stickstofffreie Substanzen betrifft, seine höchste Stufe erreicht zu haben, denn complicirtere sind bis jetzt noch nicht gefunden.

Eine Mannigfaltigkeit von Zersetzungsproducten, wie sie fast nur bei der Harnsäure des Thierreiches wieder auftreten, ist die Folge dieser hohen Zusammensetzung.

Sie durchwandern die Pflanze bis in ihre höchsten, entwickeltsten Theile, und functioniren ohne Zweifel bei der Bildung der Blatt- und Blüthenfarbstoffe, indem sie dort wahrscheinlich eine Spaltung in jene einfacheren Verbindungen erfahren, die auch künstlich aus ihnen darstellbar sind.

Im Stamm und der Rinde findet man sie dann zusammen mit Gerbstoffen, Phloroglucciden und Phlobaphenen, die zu einander in einer unverkennbaren genetischen Beziehung stehen. Die Gerbsäuren scheinen die Zwischenglieder einer Zersetzung zu sein, für die, so wenig wir sie jetzt schon im Einzelnen verfolgen können, uns doch wenigstens einige Fingerzeige gegeben sind. In der Form solcher Gerbsäuren kreist die Phlobaphen liefernde Substanz noch in den Säften der Prosenchymzellen. Jene Partien derselben, die in die nach Außen gelegenen, mehr mit der Luft in Berührung befindlichen Zellschichten (Epidermis und äußere Rindenschicht) gelangen, werden dort durch Oxydation zersetzt und scheiden Phlobaphen aus, so wie sich dieser Körper ausscheidet, wenn man die Gerbsäurelösungen an der Luft stehen läßt.

Man muß annehmen, daß alles Phlobaphen zuerst in löslicher Form befindlich war.

In einer solchen ist es dann auch vielleicht Verwandlungen zugänglich, wie die sind, auf welche ich bei den Chinaphlobaphenen und deren mögliche Beziehung zur Chinasäure hingewiesen habe.

Noch ist bei unseren dürftigen Kenntnissen eine hier sehr wichtige Frage oft nicht zu beantworten: welches die primären und welches die secundären Producte gewisser Vegetationsprocesse sind.

So ist nicht zu entscheiden, ob z. B. das Phloroglucin und die Protocatechusäure, zwei der wichtigsten Verbindungen, Producte des Aufbaues oder der Zerstörung sind.

Vermuthen läßt sich das letztere, denn sie sind bis jetzt frei nirgends gefunden, und es scheint daß der Aufbau mit Substanzen von der Kohlenstoffbindungsweise der Fettsäuren, Pflanzensäuren und Zuckerarten erfolgt und Substanzen von der Kohlenstoffbindungsweise der aromatischen Reihen schon Producte einer Rückbildung sind, auf die nach verschiedenen Metamorphosen die Ausscheidung folgt.

Die Bildung von Gucosiden, Paarungen von Kohlenhydraten und Substanzen aus den aromatischen Reihen erscheinen als Durchgangspuncte in diesen Metamorphosen, in denen auch gewisse Harze eine Stelle einnehmen mögen, wenn man unter diesem Namen nicht blos die Oxydationsproducte der Terpene begreift.

Eine große Anzahl von Terpenharzen ist nach der Formel $C_{20}H_{30}O_2$ zusammengesetzt, und sie können aus den verschiedenen Kohlenwasserstoffen von der Zusammensetzung $C_{10}H_{16}$ nach der Gleichung

$$\underbrace{2C_{10}H_{16}} + 3O = \underbrace{C_{20}H_{30}O_2} + H_2O$$

entstanden gedacht werden.

Dahin gehören das Terpentinharz, Bdellium, Ceradia, Copaiva, Elemi, Icica, Mastix, Sandrak .....

Die Verschiedenheiten der Eigenschaften der vielen isomeren Terpene überträgt sich auch auf diese Oxydationsproducte, die den Charakter schwacher Säuren besitzen.

Eine andere Gruppe solcher Harzsäuren ist durch die Formel $C_{20}H_{30}O_3$ repräsentirt. So das Ladanum, Euphorbium, Olibanumharz, die Krystalle aus dem Copaivabalsam u. A.

Für die Bildung dieser hat man

$$2C_{10}H_{16} + 4O = C_{20}H_{30}O_3 + H_2O.$$

Man erhält künstlich solche Harze, wenn man Terpene längere Zeit mit alkoholischer Kalilösung kocht, oder in zugeschmolzenen Röhren erhitzt.

Versuche dieser Art hat Dr. Barth mit Terpentin-, Wachholder- und Lavendelöl ausgeführt.

Die dunkelgoldgelben Flüssigkeiten, die aus der Operation zunächst hervorgehen, wurden auf dem Wasserbade eingedampft, dann der Rückstand mit verdünnter Schwefelsäure behandelt, und hierauf mit Äther ausgezogen.

Nach dem Abdestilliren des Äthers hinterblieb eine weiche, gelbe Harzmasse, die auf dem Wasserbade von den der letzten Mengen der Kohlenwasserstoffe befreit wurde.

Nach 3—4stündiger Einwirkung des Alkalis auf die Öle waren 10—15 Procent in Harz verwandelt, welches nach einigen Tagen hart, brüchig, colophoniumartig wurde.

Vom Kampher verharzt sich bei dieser Behandlung gleichfalls ein Theil ziemlich leicht, und man erhält von solchem Kampherharz immer eine Quantität, wenn man nach Berthelot's Vorschrift Camphinsäure darzustellen versucht.

Es ist goldgelb, wird nach längerem Verweilen bei 90—100° völlig geruchlos, und bleibt lange weich und zähe.

Die Analysen gaben :

	Gr. Subst.		Gr. Kohlens.		Gr. Wasser
I. Terpentinölharz	0·204	gaben	0·5552	und	0·1772
II. Lavendelölharz	0·3162	„	0·8739	„	0·2835
III. Wacholderölharz	0·2884	„	0·836	„	0·2698
IV. Kampherharz	0·2872	„	0·8306	„	0·2657

	I.	II.	$C_{20}H_{30}O_3$	III.	IV.	$C_{20}H_{30}O_2$
C	74·8	75·4	75·5	79·0	78·9	79·5
H	9·7	9·9	9·4	10·4	10·3	9·9

Die Terpenharze werden von Kalihydrat nur schwer angegriffen und langsam oxydirt. Die Oxydationsproducte sind vornehmlich niedere Glieder aus der Fettsäurereihe, und, wie sich bei neueren Versuchen gezeigt hat, der Camphresinsäure Schwanert's ähnliche Verbindungen [1]).

Aus meinen, mit Barth ausgeführten früheren Untersuchungen geht hervor, daß die übrigen Harze, die nicht von Terpenen stammen, sehr verschiedenen Ursprungs sein müssen, und es konnte an den Beispielen der Verharzung des Bittermandelöls, Eugenöls u. A. ge-

[1]) Ich verweise hierüber auf spätere Mittheilungen.

zeigt werden, wie die aus solchen Harzen erhaltenen Zersetzungsproducte, die Paraoxybenzoësäure, Protocatechusäure, das Resorcin u. A. entstanden sein können.

Da sie stets Terpenharze eingeschlossen enthalten, so mischen sich diesen auch die Oxydationsproducte derselben bei.

Wenn ferner, wie beim Drachenblut und Gummigutt, Phloroglucin darunter gefunden wird, so weist dies auch auf eine Beimischung der mehrfach erwähnten Phloroglucin liefernden Stoffe hin.

Die botanische Charakteristik der Harze hält sich zumeist an die äußere amorphe, „harzige“ Form, und man kann darum, wenn die Pflanzenphysiologen eine Abstammung der Harze aus Gerbstoffen behaupten [1], chemischerseits dieser Behauptung um so weniger widersprechen, als nicht nur durch diese Äußerlichkeiten, sondern auch durch ihre Zersetzungsproducte manche Harze und Gerbstoffe eine Beziehung zu einander zu erkennen geben.

Zu mehr als solchen allgemeinen Schlüssen aber berechtigen die Untersuchungen erst dann, wenn wir durch das Studium der Bildung und Umsetzung einzelner Pflanzenbestandtheile eine klarere Einsicht in die verwickelten und schwer zu überschauenden Processe gewonnen haben, die sich in den Organismen unter Bedingungen abspielen, die so verschieden sind von denjenigen, welche wir künstlich nachzuahmen vermögen.

Noch besitzen wir keine einzige zusammenhängende Untersuchung, die die Entstehung und die Metamorphosen auch nur eines Pflanzenbestandtheils genau verfolgt hätte, und bevor wir hierüber nicht Auskunft zu geben wissen, ist die größte Zurückhaltung im Generalisiren gewisser Erscheinungen geboten.

Die vorstehenden Mittheilungen waren noch nicht für die Veröffentlichung bestimmt; allein da ich die Arbeiten, die sie vervollständigen sollten in nächster Zeit auszuführen verhindert bin, so gebe ich sie, fragmentarisch wie sie sind, und möchte sie nur als Vorarbeiten für spätere Untersuchungen beurtheilt wissen.

---

[1]) Wiesner. Sitzungsber. d. Wiener Akad. LI. 16. Im Auszuge Centralblatt 1856. 756.

Über Longitudinalschwingungen elastischer Stäbe.

Von J. Stefan.

Die Erscheinungen, welche beim Übergange schwingender Bewegungen aus einem Mittel in ein anderes auftreten, bilden eines der wichtigsten Objecte physikalischer Untersuchung. Das Gesetzmäßige in denselben kann zum Theil durch das bloße Experiment festgestellt, zum Theil muß es aber aus Hypothesen nach mathematischer Methode abgeleitet werden und dem Experimente bleibt nur die Aufgabe, die Resultate der Analyse und mit ihnen auch die Zulässigkeit der Hypothesen zu erproben. So verhält es sich mit der Reflexion und Brechung des Lichtes. Die Gesetze für den Gang des Lichtes konnten aus der Erfahrung abgeleitet, die complicirteren Formeln für die Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes nur auf theoretischem Wege gefunden werden.

Die Hypothesen, deren sich Fresnel bedient, sind erstens, daß die Verschiebungen der Theilchen in der Trennungsfläche der beiden Medien nicht sprungweise sich ändern, sondern continuirlich in einander übergehen, und zweitens, daß die lebendige Kraft in einer einfallenden Welle gleich ist der Summe der lebendigen Kräfte in der aus ihr entstandenen reflectirten und gebrochenen Welle.

Dieser zweite Grundsatz läßt sich, wie schon Neumann bemerkt hat, ersetzen durch die Aufstellung, daß die Spannungen in der Trennungsfläche der beiden Medien ebenfalls in continuirlicher Weise in einander übergehen. Es können also die Erscheinungen der Reflexion und Brechung aus zwei Principen abgeleitet werden, aus dem Principe der Continuität der Verschiebungen und dem Principe der Continuität der Spannungen.

Diese beiden Principe wurden auch von Cauchy benützt, die Gleichheit der ersten Differentialquotienten der Verschiebungen in der Trennungsfläche, welche Cauchy annimmt, fällt nämlich mit dem zweiten der genannten Principe zusammen, wenn die Elasticität des Lichtäthers in allen Medien als gleich angenommen wird.

Es schien mir von Interesse, die Anwendbarkeit dieser für die Optik so fruchtbar gewordenen Principe an einigen einfachen der Akustik angehörigen Fällen, welche auch in der Schule leicht zu demonstriren sind, zu prüfen. Als solche Fälle erschienen mir die Schwingungen von Stäben und Saiten, welche aus verschiedenen Stücken bestehen. Dieser erste Aufsatz ist den Longitudinalabschwingungen der Stäbe gewidmet.

I. Über Stäbe, welche aus zwei Stücken von ungleichem Querschnitte bestehen.

Die Töne, welche durch Longitudinalschwingungen eines homogenen elastischen Stabes von durchaus gleichem Querschnitt entstehen, sind in Bezug auf ihre Höhe unabhängig von der Größe dieses Querschnittes. Dieses Resultat liefert nicht nur die Theorie, es ist auch durch das Experiment festgestellt worden. Untersuchungen über Stäbe von veränderlichem Querschnitt sind mir nicht bekannt. Zunächst bot sich der einfache Fall dar, in welchem ein Stab aus einem und demselben Material so geschnitten ist, daß er aus zwei Stücken von ungleichem Querschnitt besteht. Er ist experimentell am leichtesten zu behandeln.

Die Stäbe, mit denen ich experimentirte, waren aus Fichtenholz. Ich gab ihnen zuerst einen möglichst gleichförmigen rechteckigen Querschnitt. Um den Querschnitt ein bestimmtes Stück des Stabes entlang zu verkleinern, wurde das überschüssige Holz weggeschnitten und dabei getrachtet, daß der verkleinerte Querschnitt wieder möglichst gleichförmig ausfiel.

Die Töne wurden hervorgebracht durch Reiben mit einem wollenen Lappen, der mit Colophonium bestreut war. Dabei wurde der Stab mit den Fingern an der Stelle eines Knotenpunktes oder nahe daran gehalten. Die Stäbe waren immer an beiden Enden frei.

Jeder Ton wurde dadurch bestimmt, daß er in Einklang gebracht wurde mit dem eines entsprechenden Stückes einer am Monochord aufgespannten Saite.

Zwei Arten von Versuchen wurden gemacht. Zuerst wurde der Querschnitt des einen Stückes immer um dieselbe Größe verkleinert und die Länge dieses Stückes variirt. Bei der zweiten Art der Versuche blieb die Länge jedes Stückes constant, die Größe des Querschnittes wurde variirt.

Bei den Versuchen erster Art, auf welche sich die folgenden Zahlenangaben beziehen, wurde der Querschnitt des einen Stückes halb so groß gemacht, als der des anderen. Ich theile die mit vier Stäben erhaltenen Resultate mit. Die Länge, Breite, Höhe waren beim ganzen

Stabe Nr. I.	. . . . 1321^{mm}	8^{mm}	6^{mm}
„ „ II.	 1256	11	7
„ „ III.	 1251	5	15
„ „ IV.	 1268	4	8

Mit der Halbirung des Querschnittes wurde bei den ersten drei Stäben von $\frac{1}{16}$ zu $\frac{1}{16}$ bei dem letzten von $\frac{1}{8}$ zu $\frac{1}{8}$ der ganzen Länge vorgeschritten. Die Zahlen in der ersten Colonne der folgenden Tabelle geben an, auf wie viele Sechzehntel die Halbirung sich erstreckt. In den Colonnen I, II, III, IV stehen die Längen der Monochordsaite in Millimetern, bei welchen sie in Einklang war mit den jedesmaligen Tönen der Stäbe I, II, III, IV.

	I.	II.	III.	IV.
0	90	83	78·0	70·0
1	86	80·5	75·5	
2	84	78·3	72·7	65·9
3	82·5	76·4	71·1	
4	81	75·3	70·6	62·8
5	82	75·6	71·0	
6	85	77.7	73·5	65·1
7	87	80·5	75·1	
8	91	83·5	78·0	70·0
9	95	86·6	82·0	
10	97	89·3	85·0	75·4
11	99	91·0	87·8	
12	100	92·5	88·8	79·6
13	100	92·5	88·0	
14	98	91·0	86·0	76·3
15	96	87·3	82·0	
16	90	83	78·0	70·0

Bei dem Stabe II wurde auch der zweite Ton bestimmt, und zwar bei $\frac{4}{16}$ zu 42, bei $\frac{12}{16}$ zu 41·5. Bei $\frac{8}{16}$ drängte sich ein rauher Ton auf entsprechend einer Saitenlänge von 167·4.

Die zur Bestimmung der Tonhöhe dienenden Saitenlängen sind, wie die Tafel zeigt, gering, deßhalb auch die Genauigkeit nicht sehr groß. Auch ist die Vergleichung der Töne des Stabes mit denen der Saite eine schwierige namentlich in den Fällen, in welchen die Obertöne nicht harmonisch zum Grundton sind, ein Umstand, welcher sich bei der später vorgenommenen Untersuchung über die Schwingungen von Saiten, welche aus ungleichen Stücken bestehen, in sehr auffälliger Weise der Beachtung darbot. Es zeigte sich nämlich bei dieser Untersuchung, daß die Höhe eines Tones, dessen Obertöne tiefer als die harmonischen, tiefer geschätzt wird, als er wirklich ist und höher, wenn die Obertöne höher sind als die harmonischen. Aber noch andere Ursachen stören die Gesetzmäßigkeit der Resultate, so der Mangel an vollständiger Gleichförmigkeit der Querschnitte, ferner die ungleichförmige Structur des Holzes, welche bedingt, daß gleichgroße Stücke des Stabes nicht auch akustisch gleichwerthig sind. Trotzdem tritt aus der Tabelle doch deutlich genug folgendes Resultat heraus:

Wenn man mit der Verkleinerung des Querschnittes eines Stabes an einem Ende beginnt und damit successive fortfährt, so steigt der Grundton in die Höhe, erreicht sein Maximum, nachdem man mit der Verkleinerung über $\frac{1}{4}$ der Stablänge hinausgekommen, sinkt dann wieder und erreicht seine ursprüngliche Höhe, wenn man mit der Verkleinerung in der Mitte des Stabes angelangt ist. Setzt man dieselbe fort, so sinkt der Ton, erreicht das Minimum, wenn man $\frac{3}{4}$ der Stablänge überschritten, steigt dann wieder und gelangt zur ursprünglichen Höhe, wenn man mit der Verkleinerung am Ende des Stabes angekommen, dieser also wieder ein Stab von gleichförmigen Querschnitt geworden ist.

Es handelt sich jetzt noch darum, wie die Erhöhung und Vertiefung des Tones von der Größe der vorgenommenen Verkleinerung des Querschnittes abhängig ist. Folgende zwei Versuche geben darüber Aufschluß.

An einem Stabe von 948^{mm} Länge, 3^{mm} Breite und 9^{mm} Höhe wurde auf $\frac{1}{4}$ seiner Länge der Querschnitt um verschiedene Größen verkleinert. In der folgenden Tafel gibt die erste Reihe die Höhen

des verkleinerten Querschnittes, die zweite Reihe die Saitenlängen, welche den Tönen des Stabes entsprechen.

9	58
6	54·5
4	52
2	48·5

An einem zweiten Stabe von 1224^{mm} Länge, 6^{mm} Breite und 15^{mm} Höhe wurde auf $\frac{3}{4}$ seiner Länge der Querschnitt um verschiedene Größen verkleinert. Es gibt in der folgenden Tafel wieder die erste Reihe die Höhen des verkleinerten Querschnittes und die zweite Reihe die den Tönen des Stabes entsprechenden Saitenlängen.

15	70
13	71·5
9·3	75
4·7	84·5

Es zeigt sich also, daß die durch Verkleinerung des Querschnittes längs eines bestimmten Stückes des Stabes hervorgerufene Erhöhung oder Vertiefung des Tones um so bedeutender ist, je mehr die Querschnitte der beiden Stücke von einander verschieden sind.

Noch ist zu bemerken, daß ein Stab immer denselben Ton gibt, ob er durch Reiben an dem Stücke, welches den größeren Querschnitt besitzt, oder durch Reiben an dem anderen Stücke zum Tönen gebracht wird.

Aus den mitgetheilten wenigen und rohen Beobachtungen das allgemeine Gesetz abzuleiten, welches dieselben numerisch darstellen würde, erscheint unmöglich. Es ist deßhalb nothwendig, dasselbe auf theoretischem Wege zu suchen und mit der Erfahrung zu vergleichen, was im Folgenden geschehen soll.

Es sei ein homogener elastischer Stab von durchaus gleichem Querschnitte q. Seine Dichte heiße ρ, der Elasticitätscoëfficient E. In diesem Stabe sollen nun longitudinale Verschiebungen eingeleitet werden der Art, daß alle Punkte, welche ursprünglich einem ebenen auf der Längenaxe senkrechter Querschnitte angehörten, auch nach der Verschiebung noch in einem solchen sich befinden. Für alle Punkte

eines und desselben Querschnittes bleibt also die Verschiebung dieselbe, sie ändert sich nur von Querschnitt zu Querschnitt. Heißt die Entfernung eines solchen Schnittes im Ruhezustande von einem Anfangspunkt in der Längenaxe x, und die darin herrschende Verschiebung u, so ist u als Funktion von x zu betrachten, außerdem aber auch noch abhängig von der Zeit t.

Aus dem Stabe werde ein Element von der sehr kleinen Länge α in Betracht gezogen. Seine vordere Begrenzung bilde der zur Abscisse x gehörige Querschnitt. Die relative Verschiebung der Theile gegen einander ist daselbst bestimmt durch $\frac{du}{dx}$, diese mit dem Elasticitätscoëfficienten multiplicirt, gibt die auf die Flächeneinheit entfallende Spannung. Die ganze Spannung ist daher

$$qE\frac{du}{dx}.$$

Diese zieht das Element nach rückwärts. Die an der anderen Grenzfläche wirkende zieht dasselbe nach vorwärts. Die Differenz beider liefert die bewegende Kraft. Da die Spannung ebenfalls Funktion von x ist und α so klein genommen werden kann, als man will, so kann man die Spannung für die zweite Grenzfläche aus der für die erste ableiten nach der Taylor'schen Formel, und in der Entwickelung beim ersten Gliede stehen bleiben. Man erhält so

$$qE\frac{du}{dx} + \frac{d}{dx}\left(qE\frac{du}{dx}\right)\alpha.$$

Die Differenz beider ist, weil E und q constant sind

$$Eq\frac{d^2u}{dx^2}\alpha.$$

Diese Kraft ertheilt der Masse $\rho q\alpha$ die Beschleunigung $\frac{d^2u}{dt^2}$, es bleibt also die Bewegungsgleichung

$$(1) \qquad \frac{d^2u}{dt^2} = \frac{E}{\rho}\frac{d^2u}{dx^2}.$$

Zu dieser Gleichung kommen noch die Bedingungen für die Enden des Stabes. Ist ein Ende fest, so ist daselbst die Verschiebung u

fortwährend $=0$, ist es frei, so muß daselbst die Spannung, also $\frac{du}{dx}$ fortwährend $=0$ sein.

In unserem Falle besteht der Stab aus zwei Stücken, für welche E und ρ gleich, nur die Querschnitte verschieden sind. Da q in (1) nicht vorkommt, so gilt diese Gleichung auch für das zweite Stück. Zur Unterscheidung soll aber die Verschiebung im zweiten Stücke mit u' bezeichnet werden, es gilt also für dieses die Gleichung

$$\frac{d^2u'}{dt^2} = \frac{E}{\rho}\frac{d^2u'}{dx^2}. \tag{2}$$

Eine im ersten Stücke eingeleitete Verschiebung bedingt auch eine solche im zweiten Stücke und umgekehrt. Diese Abhängigkeit der u und u' von einander kann charakterisirt werden durch Bedingungen, welchen u und u' dort, wo die beiden Stücke des Stabes zusammenstoßen, genügen müssen. Solcher Bedingungen sind zwei nothwendig. Die Principe der Continuität der Verschiebungen und der Continuität der Spannungen sollen sie liefern. Es sollen also beim Übertritte aus dem einen Stücke des Stabes in das andere erstens die Verschiebungen, zweitens die Spannungen nicht von einem Werthe zu einem um eine endliche Größe verschiedenen sich erheben.

Entspricht dem Endpunkte des ersten und zugleich Anfangspunkte des zweiten Stückes die Abscisse x_1, so ist zu Folge der ersten Bedingung

$$u = u' \quad \text{für} \quad x = x_1 \tag{3}$$

und wenn q den Querschnitt des ersten, q' den Querschnitt des zweiten Stückes bedeutet, zu Folge der zweiten Bedingung

$$q\frac{du}{dx} = q'\frac{du'}{dx} \text{ für } x = x_1. \tag{4}$$

Den Gleichungen (1) und (2) genügen die zwei folgenden particulären Integrale

$$\begin{aligned} u &= \cos\alpha t\,(A\cos\beta x + B\sin\beta x) \\ u' &= \cos\alpha t\,(A'\cos\beta x + B'\sin\beta x) \end{aligned} \tag{5}$$

Darin ist der Kürze wegen

$$\alpha \sqrt{\frac{\rho}{E}} = \beta$$

gesetzt. α, A, B, A', B' sind constante Größen, die so zu bestimmen sind, daß die particulären Integrale den Bedingungen des Problems genügen.

Der Stab sei an beiden Enden frei. Der Anfangspunkt der Abscissen sei am Anfange des ersten Stückes, das Ende des zweiten Stückes habe die Abscisse l. Dann hat man folgende Bedingungen

$$\text{für } x = 0 \; \frac{du}{dx} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

$$x = x_1 \text{ die Gleichungen (3) und (4)}$$

$$x = l \; \frac{du'}{dx} = 0. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Diese Gleichungen müssen für jeden Werth von t erfüllt sein. Sie verwandeln sich nach Substitution der Integrale (5) in

$$B = 0$$
$$A \cos \beta x_1 + B \sin \beta x_1 = A' \cos \beta x_1 + B' \sin \beta x_1$$
$$q\,(A \sin \beta x_1 - B \cos \beta x_1) = q'\,(A' \sin \beta x_1 - B' \cos \beta x_1)$$
$$A' \sin \beta l - B' \cos \beta l = 0.$$

Die zweite und dritte dieser Gleichungen geben

$$q'A' = q'A \cos^2 \beta x_1 + qA \sin^2 \beta x_1$$
$$q'B' = q'A \sin \beta x_1 \cos \beta x_1 - qA \sin \beta x_1 \cos \beta x_1$$

oder

$$2q'A' = (q'+q)\,A + (q'-q)\,A \cos 2\beta x_1$$
$$2q'B' = (q'-q)\,A \sin 2\beta x_1.$$

Diese zwei Werthe von A' und B' in die vierte der obigen Gleichungen eingeführt geben nach einer einfachen Reduction

$$(q'+q) \sin \beta l + (q'-q) \sin \beta\,(l - 2x_1) = 0, \qquad (8)$$

welche Gleichung zur Bestimmung von β und somit auch von α dient. Sie hat unendlich viele Wurzeln. Jede derselben kann in (5) eingesetzt werden und liefert ein Paar particulärer Integrale, welches mit einer willkürlichen Constanten A noch versehen ist. Es kann aber

in (5) cos αt auch durch sin αt versetzt werden und es bilden die Summen von allen solchen particulären Integralen die allgemeinen Integrale der Gleichungen (1) und (2), welche allen aufgestellten Bedingungen des Problems genügen.

Die particulären Integrale (5) stellen die Schwingungen dar, welche einen einzelnen bestimmten Ton erzeugen. Die Höhe dieses Tones ist bestimmt durch den Werth von α oder β, der aus der Gleichung (8) gezogen wird. Die Dauer einer Schwingung ist

$$\tau = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{\beta} \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Je kleiner die aus der Gleichung (8) gezogene Wurzel β, desto tiefer ist demnach der entsprechende Ton.

Hat der Stab durchaus gleichen Querschnitt, so ist $q'-q=0$ und statt der Gleichung (8) bleibt

$$\sin \beta l = 0,$$

deren Wurzeln

$$\beta l = \pi,\ 2\pi,\ 3\pi \ldots.$$

den Grundton und die harmonischen Obertöne des Stabes liefern.

Ist q' von q verschieden und zwar q' größer als q, so sind, so lange x_1 kleiner als $\frac{l}{2}$ in (8) die Winkel βl und $\beta\,(l-2x_1)$ positive Winkel. Die Gleichung kann nur befriedigt werden, wenn der größere über 180° hinaus geht. Man hat also in diesem Falle βl größer als π. Der Grundton des Stabes ist also höher, als er früher bei gleichförmigem Querschnitt war. Wird $x_1 = \frac{l}{2}$, so wird $\beta\,(l-2x_1) = 0$ und es bleibt die Gleichung Sin $\beta l = 0$, wie bei dem Stabe mit gleichförmigem Querschnitt. Da βl für $x_1 = 0$ mit π beginnt, dann steigt, bei $x_1 = \frac{l}{2}$ wieder $= \pi$ wird, so liegt inzwischen ein größter Werth desselben.

Wird endlich x_1 größer als $\frac{l}{2}$, so wird $\beta\,(l-2x_1)$ negativ und es müssen dann, damit (8) befriedigt wird, die Winkel βl und $\beta(2x_1-l)$ kleiner sein als 180°. Der Grundton des Stabes wird also tiefer. Er erhält wieder die ursprüngliche Höhe, wenn $x_1 = l$ ist.

Ich habe für den speciellen Fall, daß $q' = 2q$, für welchen die Gleichung (8) übergeht in

$$3 \sin \beta l + \sin \beta (l - 2x_1) = 0,$$

die Werthe von βl berechnet für

$$x_1 = \frac{l}{16},\ 2\frac{l}{16},\ 3\frac{l}{16} \text{ u. s. w.}$$

Sie sind in der zweiten Colonne der folgenden Tafel enthalten. Die erste enthält die Anzahl der $\frac{l}{16}$, welcher x_1 gleich ist. Die dritte Colonne enthält die Zahlen, mit denen die dem Grundtone des Stabes von gleichförmigem Querschnitt entsprechende Seitenlänge multiplicirt werden muß, damit man die dem neuen Tone entsprechende Seitenlänge erhält. Die folgenden Colonnen enthalten die Producte dieser Zahlen in 90, 83, 78 und 70 enthalten also die Berechnung der oben mitgetheilten Versuche. Die Vergleichung dieser Producte mit den Daten des Versuches zeigt, daß die Theorie in hinreichender Übereinstimmung mit der Erfahrung steht.

0	180°00	1·0000	90·0	83·0	78·0	70·0
1	185·75	0·9690	87·2	80·4	75·6	
2	191·41	0·9404	84·6	78·1	73·3	65·8
3	196·29	0·9170	82·5	76.1	71·5	
4	199·19	0·9037	81·3	75·0	70·5	63·3
5	198·76	0·9054	81·5	75·1	70·6	
6	194·48	0·9255	83·3	76·8	72·2	64·8
7	187·62	0·9595	86·4	79·6	74·8	
8	180·00	1·0000	90·0	83·0	78·0	70·0
9	172·95	1·0408	93·7	86·4	81·2	
10	167·16	1·0768	96·9	89·4	84·0	75·4
11	163·03	1·1041	99·4	91·6	86·1	
12	160·81	1·1193	100·7	92·9	87·3	78·3
13	160·87	1·1189	100·7	92·9	87·3	
14	163·73	1·0994	98·9	91·3	85·7	76·9
15	170·06	1·0584	95·3	87·8	82·5	
16	180·00	1·0000	90·0	83·0	78·0	70·0

Die Gleichung (8) läßt sich leicht auflösen für die beiden Fälle, in welchen x_1 entweder $\frac{1}{4}$ oder $\frac{3}{4}$ der ganzen Stablänge beträgt. Sie verwandelt sich dann in

$$(q'+q)\sin\beta l \pm (q'-q)\sin\frac{\beta l}{2} = 0.$$

Löst man $\sin\beta l$ in $2\sin\frac{\beta l}{2}\cos\frac{\beta l}{2}$ auf, so liefern die Wurzeln von

$$\sin\frac{\beta l}{2} = 0$$

die geraden Obertöne. Den Grundton liefert die kleinste Wurzel der nach Division durch $\sin\frac{\beta l}{2}$ übrig bleibenden Gleichung

$$2(q'+q)\cos\frac{\beta l}{2} \pm (q'-q) = 0.$$

Diese Gleichung kann nun verwendet werden zur Berechnung der oben mitgetheilten Versuche, in denen $x_1 = \frac{l}{4}$ und dann $x_1 = \frac{3l}{4}$ war. Die folgenden zwei Tabellen enthalten die Daten der Rechnung und die Resultate derselben

q	q'	$\cos\frac{\beta l}{2}$	βl	$\frac{180}{\beta l}$
6	9	0·1	191°48	0·94
4	9	0·19231	202 18	0·89
2	9	0·31818	217 11	0·83

q	q'	$\cos\frac{\beta l}{2}$	βl	$\frac{180}{\beta l}$
13	15	0·03571	175 90	1·023
9·3	15	0·11728	166 52	1·081
4·7	15	0·26396	149 38	1·205

Multiplicirt man die in der letzten Colonne stehenden Zahlen mit 58 und 70, den Saitenlängen, welche den ursprünglichen Tönen entsprechen, so erhält man die Werthe

54·5	51·6	48·2
71·6	75·6	84·3

welche mit den beobachteten in guter Übereinstimmung stehen.

Um die Strecken zu finden, über welche die Verkleinerung des Querschnittes ausgedehnt werden muß, damit die Tonänderung ein Maximum wird, hat man in der Gleichung (8) βl als die dependente, x_1 als die independente Variable zu betrachten. Differenzirt man die Gleichung nach x_1, so folgt

$$(q'+q)\cos\beta l\frac{d(\beta l)}{dx_1}+(q'-q)\cos\beta(l-2x_1)\left[\left(1-\frac{2x_1}{l}\right)\frac{d(\beta l)}{dx_1}-2\beta\right]=0.$$

Setzt man

$$\frac{d(\beta l)}{dx_1}=0,$$

so bleibt noch

$$\cos\beta(l-2x_1)=0.$$

für die erste Wurzel hat man

$$\beta(l-2x_1)=\pm\frac{\pi}{2}\quad\ldots\ldots\ldots\quad(a)$$

und die Gleichung (8) gibt nunmehr

$$\sin\beta l=\mp\frac{q'-q}{q'+q}\quad\ldots\ldots\ldots\quad(b)$$

Bestimmt man aus dieser Gleichung zuerst βl, so gibt die Gleichung (a) dann x_1. Das den oberen Zeichen entsprechende gehört zum Maximum, das den unteren Zeichen entsprechende zum Minimum der Tonhöhe.

Z. B. Ist $q'=2q$, so folgt aus

$$\sin\beta l=\mp\frac{1}{3}$$

das Maximum $\beta l = 199°47$

„ Minimum $\beta l = 160°53$

und es gehört zu dem ersteren $x_1 = 0\cdot274\,l$

„ „ letzteren $x_1 = 0\cdot780\,l$.

Wie auch die beiden Querschnitte q und q' beschaffen sein mögen, die Größen der dem Maximum und Minimum der Tonhöhe entsprechenden x_1 sind zwischen bestimmten Grenzen eingeschlossen, welche gefunden werden, wenn man folgende zwei extreme Fälle untersucht.

1. Es sei q sehr wenig von q' verschieden, so wird βl in (b) nur um eine sehr kleine Zahl von π differiren. Setzt man geradezu π für βl in (a) ein, so erhält man

$$x_1 = \frac{l}{4} \text{ für das Maximum,}$$

$$x_1 = \frac{3l}{4} \text{ „ „ Minimum.}$$

2. Es sei q sehr klein gegen q', so folgt aus (b) βl nahezu $\frac{3\pi}{2}$ oder $\frac{\pi}{2}$. Setzt man diese Werthe in a ein, so erhält man

$$x_1 = \frac{l}{3} \text{ für das Maximum,}$$

$$x_1 = l \text{ „ „ Minimum.}$$

Soll also das Maximum der Tonhöhe erreicht werden, so muß die Verkleinerung des Querschnittes bis über $\frac{1}{4}$ der Stablänge ausgedehnt werden und zwar um so weiter, je bedeutender die Verkleinerung ist, nie aber wird diese über $\frac{1}{3}$ der Stablänge hinausreichen.

Soll das Minimum der Tonhöhe erreicht werden, so muß die Verkleinerung bis über $\frac{3}{4}$ der Stablänge erstreckt werden und zwar um so mehr, je bedeutender die vorgenommene Verkleinerung ist.

Es bleibt noch übrig, die Lage des Knotenpunktes zu bestimmen. Ich will mich darauf beschränken, das leicht zu erschließende Resultat herzustellen. Der Knotenpunkt liegt immer in dem längeren Stücke des Stabes von seinem freien Ende entfernt um eine Größe, welche gleich ist der halben Länge, welche der Stab von gleichförmigem Querschnitt haben müßte, um den jeweiligen Ton des zusammengesetzten Stabes zu geben.

An diese dem Grundtone des Stabes gewidmeten Betrachtungen sollten nun auch solche über die Obertöne geknüpft werden. Da jedoch diese bei den angestellten Versuchen nur in wenigen Fällen bestimmt wurden, auch nur in wenigen Fällen mit Leichtigkeit den Stäben entlockt werden konnten, so begnüge ich mich hier mit einer einzigen Bemerkung.

Die Obertöne sind bei einem Stabe, der aus zwei Stücken von ungleichem Querschnitt besteht, zum Grundton nicht harmonisch. In

speciellen Fällen können bestimmte Reihen harmonisch unter einander werden, jene nämlich, für welche an der Trennungsstelle der beiden Stabstücke ein Knotenpunkt sich befindet. z. B. der zweite, vierte Ton, überhaupt alle geraden Töne werden harmonisch und von derselben Höhe, welche sie in dem Stabe von durchaus gleichem Querschnitt hätten, wenn $x_1 = \frac{l}{4}$ oder $x_1 = \frac{3l}{4}$ wird. Es hat dann die Gleichung (8) den Factor $\sin\frac{\beta l}{2}$, welcher die Wurzeln

$$\beta l = 2\pi,\ 4\pi,\ 6\pi \ldots$$

liefert. Diese repräsentiren die aufeinander folgenden Octaven des Grundtons, welchen der Stab bei gleichförmigem Querschnitt gibt. Die Erfahrung bestätigte diese theoretische Folgerung, so weit als sie zu Rathe gezogen werden konnte.

Es bleibt der analytischen Vollständigkeit wegen noch übrig zu zeigen, wie aus den particulären Integralen das allgemeine dargestellt werden kann der Art, daß es auch den gegebenen Anfangszuständen des Stabes entspricht.

Wenn man in der zweiten der Gleichungen (5) noch die aus den Grenzbedingungen abgeleiteten Werthe von A' und B' substituirt, so erhält man

$$u = A\cos\alpha t\cos\beta x$$
$$u' = A\cos\alpha t\,.\,\frac{1}{2q'}\left[(q'+q)\cos\beta x + (q'-q)\cos\beta(x-2x_1)\right].$$

Es sollen die Factoren von $A\cos\alpha t$ in diesen zwei Gleichungen der Kürze wegen mit U und U' bezeichnet werden. Man kann aber $A\cos\alpha t$ auch durch $C\sin\alpha t$ ersetzen, unter C ebenfalls eine Constante verstanden. Dann sind auch

$$u = (A\cos\alpha t + C\sin\alpha t)\,U$$
$$u' = (A\cos\alpha t + C\sin\alpha t)\,U'$$

particuläre Integrale. Bezeichnet man die verschiedenen Wurzeln der Gleichung (8) mit β_1, β_2, $\beta_3 \ldots$ und versieht mit den gleichen

Indices auch die zugehörigen Größen A, C, α, U, U', so sind die allgemeinen Integrale darstellbar durch

$$u = \Sigma\,(A_n \cos \alpha_n t + C_n \sin \alpha_n t)\, U_n$$
$$u' = \Sigma\,(A_n \cos \alpha_n t + C_n \sin \alpha_n t)\, U'_n,$$

worin die Summation sich über die allen Wurzeln der Gleichung (8) entsprechenden Ausdrücke erstreckt.

Der Anfangszustand des Stabes sei nun gegeben in folgender Weise: Es ist für $t = 0$

$$\left.\begin{aligned} u &= f(x) \\ \frac{du}{dt} &= F(x) \end{aligned}\right\} \text{von } x = 0 \text{ bis } x = x_1,$$

$$\left.\begin{aligned} u &= \varphi(x) \\ \frac{du'}{dt} &= \Phi(x) \end{aligned}\right\} \text{von } x = x_1 \text{ bis } x = l.$$

Man hat demnach

$$f(x) = A_1 U_1 + A_2 U_2 + \dots \quad \text{von } x = 0 \text{ bis } x = x_1,$$
$$\varphi(x) = A_1 U'_1 + A_2 U'_2 + \dots \quad \text{,, } x = x_1 \text{ ,, } x = l.$$

Aus diesen zwei Gleichungen müssen die Coëfficienten A bestimmt werden. Zwei ähnliche Gleichungen sind dann für die Coëfficienten C gegeben. Da die Bestimmungsweise für beide dieselbe ist, so genügt es, sie an den zwei aufgeschriebenen Gleichungen zu zeigen.

Zur Bestimmung eines beliebigen der Coëfficienten A dient nun folgende Regel:

Will man den Coëfficienten A_n, so multiplicire man die erste Gleichung mit $qU_n dx$, die zweite mit $q'U'_n dx$, integrire alle Glieder der ersten von 0 bis x_1, alle Glieder der zweiten von x_1 bis l. Addirt man dann die beiden resultirenden Gleichungen, so bleibt

$$q\int_0^{x_1} f(x) U dx + q'\int_{x_1}^{l} \varphi(x)\, U' dx = A_n \left[q\int_0^{x_1} U_n U_n dx + q'\int_{x_1}^{l} U'_n U'_n dx \right]$$

als Bestimmungsgleichung für A_n übrig. Die Coëfficienten aller übrigen Coëfficienten A sind nämlich von der Form

$$q\int_0^{x_1} U_m U_n dx + q'\int_{x_1}^{l} U'_m U'_n dx.$$

Jeder solche Ausdruck ist aber identisch $= 0$, sobald m und n zwei verschiedene Zahlen sind und nur von Null verschieden, wenn m und n gleich sind.

Der Beweis dieses Satzes kann nach der in ähnlichen Fällen öfters zur Anwendung kommenden Methode geführt werden. Jedes der U genügt nämlich der Differentialgleichung

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = -\beta^2 U,$$

worin U und β gleichzeitig mit demselben Index zu versehen sind. Man kann daher schreiben

$$\beta_m^2 \int_0^{x_1} U_m U_n dx = -\int_0^{x_1} U_n \frac{d^2 U_m}{dx^2} dx.$$

Wendet man auf die zweite Seite dieser Gleichung zweimal die Methode der theilweisen Integration an, so erhält man

$$\beta_m^2 \int_0^{x_1} U_m U_n dx = \left[-U_n \frac{dU_m}{dx} + U_m \frac{dU_n}{dx} \right]_0^{x_1} - \int_0^{x_1} U_m \frac{d^2 U_n}{dx^2} dx,$$

oder wenn man $\frac{d^2 U_n}{dx^2}$ durch $\beta_n^2 U$ ersetzt, ferner berücksichtigt, daß für $x = 0$ sowohl U_m als $U_n = 0$ ist wegen der Bedingung (6), so bleibt

$$(\beta_m^2 - \beta_n^2) \int_0^{x_1} U_m U_n dx = \left[-U_n \frac{dU_m}{dx} + U_m \frac{dU_n}{dx} \right]_{x = x_1}.$$

Auf dieselbe Weise findet man auch

$$(\beta_m^2 - \beta_n^2) \int_{x_1}^{l} U'_m U'_n dx = \left[U'_n \frac{dU'_m}{dx} - U'_m \frac{dU'_n}{dx} \right]_{x = x_1}.$$

Multiplicirt man die erstere dieser Gleichungen mit q, die zweite mit q' und bemerkt, daß für $x = x_1$

$$U_m = U'_m, \quad U_n = U'_n, \quad q \frac{dU_m}{dx} = q' \frac{dU'_m}{dx}, \quad q \frac{dU_n}{dx} = q' \frac{dU'}{dx}$$

wegen der Bedingungen (3) und (4), so bleibt

$$(\beta_m^2 - \beta_n^2) \left[q \int_0^{x_1} U_m U_n dx + q' \int_{x_1}^{l} U'_m U'_n dx \right] = 0,$$

welche Gleichung den zu beweisenden Satz enthält.

Aus den mitgetheilten Versuchen und Rechnungen folgt, daß die Schwingungen, welche in einem Stücke eines zusammengesetzten Stabes entstehen, nicht ungestört in das zweite sich fortpflanzen können. Obwohl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in beiden Stäben dieselbe ist, so erleiden sie doch beim Übergange aus dem einen Stücke in das andere eine Reflexion. Um das Verhältniß zu finden, nach welchem aus der einfallenden Welle die reflectirte und die durchgelassene sich bilden, kann man die Wellenbewegung darstellen durch folgende particuläre Integrale

$$u = a \sin \alpha (x - ct) + a_1 \sin \alpha (x + ct)$$
$$u' = a' \sin \alpha (x - ct).$$

Die beiden Glieder in u bedeuten zwei Wellenzüge. Der erste, dem die Amplitude a zukommt, schreitet in der Richtung der positiven x fort, er sei der einfallende. Der zweite mit der Amplitude a_1 schreitet in entgegengesetzter Richtung in demselben Medium fort, er ist der reflectirte. u' bedeutet den in das zweite Stück eingetretenen Zug. Die Größe c ist die gemeinschaftliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen.

Damit obige Integrale den Bedingungsgleichungen an der Trennungsfläche, in welche wir den Anfangspunkt von x setzen, nämlich den Gleichungen

$$u = u', \quad q \frac{du}{dx} = q' \frac{du'}{dx} \text{ für } x = 0$$

genügen, müssen zwischen a, a_1 und a' die Relationen

$$a - a_1 = a'$$
$$q(a + a_1) = q'a',$$

woraus die Intensitätsformeln

$$\frac{a_1}{a} = \frac{q' - q}{q' + q}, \quad \frac{a'}{a} = \frac{2q}{q' + q}$$

folgen. Sie haben dieselbe Form, welche die Fresnel'schen Reflexionsformeln für den Fall senkrecht einfallender Lichtstrahlen annehmen, nur tritt an die Stelle des Brechungsquotienten das Verhältniß der beiden Querschnitte so, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in den beiden Medien durch die reciproken Werthe der Querschnitte der beiden Stabstücke vertreten erscheinen.

II. Über Stäbe, welche aus drei Stücken bestehen.

Nachdem die beiden Principe, das der Continuität der Verschiebungen und das der Continuität der Spannungen, sich in dem eben betrachteten Falle zur Erklärung der Erscheinungen als geeignet erwiesen, kann man annehmen, daß sie sich auch in dem allgemeineren Falle, in welchem die den Stab zusammensetzenden Stücke von verschiedener materieller Beschaffenheit sind, bewähren werden. Ich will nun auf Grundlage derselben den Fall berechnen, daß ein Stab aus drei heterogenen Stücken zusammengesetzt ist. Dieser Fall schließt auch den, daß der Stab aus zwei Stücken besteht, und noch andere als specielle Fälle in sich.

Elasticitätscoëfficient und Dichte sollen für das erste Stück mit E und ρ, für das zweite mit E' und ρ', für das dritte mit E'' und ρ'' bezeichnet werden. Die Verschiebungen in den drei Stäben seien u, u', u''. Diese genügen also den Differentialgleichungen

$$(9) \quad \frac{d^2u}{dt^2} = \frac{E}{\rho}\frac{d^2u}{dx^2}, \quad \frac{d^2u'}{dt^2} = \frac{E'}{\rho'}\frac{d^2u'}{dx^2}, \quad \frac{d^2u''}{dt^2} = \frac{E''}{\rho''}\frac{d^2u''}{dx^2}.$$

Soll der ganze Stab nur einerlei Schwingungen machen, so müssen für die Verschiebungen particuläre Integrale gesetzt werden, in welchen die periodischen Functionen der Zeit t dieses t mit einem und demselben Factor multiplicirt enthalten, also etwa die Integrale

$$(10) \quad u = U\cos\alpha t, \quad u' = U'\cos\alpha t, \quad u'' = U''\cos\alpha t.$$

Die Größen U, U', U'' müssen dann den Gleichungen

$$(11) \quad \frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{\rho\alpha^2}{E}U, \quad \frac{d^2U'}{dx^2} = -\frac{\rho'\alpha^2}{E'}U', \quad \frac{d^2U''}{dx^2} = -\frac{\rho''\alpha^2}{E''}U''$$

genügen, oder wenn man der Kürze wegen

$$(12) \quad \frac{\rho\alpha^2}{E} = \beta^2, \quad \frac{\rho'\alpha^2}{E'} = \beta'^2, \quad \frac{\rho''\alpha^2}{E''} = \beta''^2$$

setzt, den Gleichungen

$$(13) \quad \frac{d^2U}{dx^2} = -\beta^2 U, \quad \frac{d^2U'}{dx^2} = -\beta'^2 U', \quad \frac{d^2U''}{dx^2} = -\beta''^2 U''.$$

Man kann also schreiben

$$\begin{aligned} U &= A \cos\beta x + B \sin\beta x \\ U' &= A' \cos\beta' x + B' \sin\beta' x \\ U'' &= A'' \cos\beta'' x + B'' \sin\beta'' x. \end{aligned} \tag{14}$$

Die Größen U, U', U'' müssen aber an den Grenzen der Stücke, zu welchen sie gehören, bestimmten Bedingungen genügen. Es soll nun das erste Stück reichen von $x = 0$ bis $x = x_1$; das zweite von $x = x_1$ bis $x = x_2$; das dritte von $x = x_2$ bis $x = l$.

Ist der Stab an beiden Enden frei, so hat man zunächst

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dx} &= 0 \text{ für } x = 0, \\ \frac{dU''}{dx} &= 0 \quad " \quad x = l. \end{aligned} \tag{15}$$

Die erste Bedingung fordert das Verschwinden von B. Die zweite wird erfüllt, wenn man für U'' die Form

$$U'' = A'' \cos\beta''(l - x_2)$$

wählt.

Haben die drei Stücke die Querschnitte q, q', q'', so hat man ferners noch die Bedingungen

$$\begin{aligned} U &= U', \quad qE\frac{dU}{dx} = q'E'\frac{dU'}{dx} \text{ für } x = x_1 \\ U' &= U'', \quad q'E'\frac{dU'}{dx} = q''E''\frac{dU''}{dx} \quad " \quad x = x_2. \end{aligned} \tag{16}$$

Diese Bedingungen gestatten die Bestimmung der Constanten A', B', A'' durch A und liefern außerdem noch eine Gleichung für α. Die langen Formeln der Zwischenrechnung übergehend, setze ich nur diese Gleichung hieher. Sie ist

$$\left.\begin{aligned} & qE\beta q'E'\beta' \sin\beta x_1 \cos\beta'(x_2 - x_1) \cos\beta''(l - x_2) \\ + \; & q'E'\beta' q'E'\beta' \cos\beta x_1 \sin\beta'(x_2 - x_1) \cos\beta''(l - x_2) \\ - \; & qE\beta q''E''\beta'' \sin\beta x_1 \sin\beta'(x_2 - x_1) \sin\beta''(l - x_2) \\ + \; & q'E'\beta' q''E''\beta'' \cos\beta x_1 \cos\beta'(x_2 - x_1) \sin\beta''(l - x_2) \end{aligned}\right\} = 0 \tag{17}$$

Diese Formel soll zunächst für einen speciellen Fall besonders betrachtet werden.

Bestehen alle drei Stücke aus demselben Materiale und sind nur in ihren Querschnitten verschieden, so hat man

$$E = E' = E'', \quad \beta = \beta' = \beta''.$$

Die Auflösung der Gleichung ist leicht, wenn

$$x_1 = \frac{l}{4}, \quad x_2 = \frac{3l}{4}.$$

Es tritt dann in allen Gliedern der Factor $\sin\frac{\beta l}{2}$ auf. Die Werthe von β, für welche dieser Factor Null wird, entsprechen den geraden Tönen des Stabes, welche somit sämmtlich harmonisch sind zu dem Grundtone, den der Stab von derselben Länge und gleichförmigem Querschnitt gibt.

Für die übrigen Töne erhält man dann noch die Gleichung

$$\cos\frac{\beta l}{2} = \frac{qq''-q'q'}{(q+q')(q'+q'')}.$$

Ähnlich verhält es sich mit dem Falle, in welchem $x_1 = \frac{l}{4}$, $x_2 = \frac{l}{2}$ ist. Für die geraden Töne erhält man ebenfalls die Gleichung

$$\sin\frac{\beta l}{2} = 0$$

und für die ungeraden

$$\cos\frac{\beta l}{2} = \frac{(q-q')q''}{(q+q')(q'+q'')}.$$

Ich habe mit zwei Stäben hieher gehörige Versuche gemacht. Die folgenden Tabellen enthalten die gewonnenen Resultate.

Erster Stab. $q=1$, $q'=2$, $q''=1$			Zweiter Stab. $q=2$, $q'=1$, $q''=2$		
x_1	x_2	l	x_1	x_2	l
0	8	89	8	8	52
1	8	84·5	4	5	58
1	7	79	4	6	60
2	7	77	3	6	64
2	6	75	2	6	65
3	6	79	0	6	57
4	6	84·5	0	8	52
4	5	86·5			
8	8	90			

Die Zahlen in den Colonnen x_1 und x_2 bedeuten die Achtel der ganzen Stablänge. Die Zahlen in den Colonnen l bedeuten die Längen der Saiten, welche mit dem Stabe im Einklange sind.

Berechnet man die Fälle (2, 6) und (4, 6) nach den obigen Formeln, so erhält man für den ersten Stab

$$\frac{\beta l}{2} = 109^\circ 28' 16'' \quad \text{und} \quad 96^\circ 22' 46''.$$

Für den zweiten Stab

$$\frac{\beta l}{2} = 70^\circ 33' 42'' \quad \text{und} \quad 77^\circ 9' 38''.$$

Daraus ergeben sich

0·822	0·934
1·275	1·166

als die Factoren, mit denen die ursprüngliche Saitenlänge multiplicirt werden muß, daß sie den in diesen Fällen zu gebenden Tönen entspricht. Man erhält für den ersten Stab 74 und 84·1, für den zweiten 65·9 und 60·3, welche Zahlen mit den beobachteten Werthen in hinreichender Übereinstimmung sich befinden.

III. Über belastete Stäbe.

Ein an einem Querschnitte mit einer endlichen Masse belasteter Stab kann als specieller Fall eines aus drei Stücken bestehenden Stabes betrachtet werden. Das erste und das dritte Stück werden in diesem Falle als vollkommen gleichartig in die Rechnung zu ziehen sein. Das mittlere Stück entsprechend dem belasteten Querschnitte wird man unendlich kurz und mit einer solchen Dichte versehen annehmen, daß das Product aus seinem Volumen in diese Dichte seine nebst der angehängten Masse gibt.

Wenn diese Masse wirklich nur an einem Querschnitte, nicht an einem endlichen Stücke des Stabes angebracht ist, allerdings ein idealer Fall, so gibt es in ihr keine Dehnungen und Verkürzungen, welche die Spannung in diesem Querschnitte ändern könnten. Man hat also in den Bedingungsgleichungen, welche aus dem Princip der Continuität der Spannungen fließen.

$$q = q' = q'' \quad \text{und} \quad E = E' = E''$$

zu setzen.

Ferner wird

$$x_2 - x_1 = \Delta$$

eine Größe sein, die so klein genommen werden kann, als man will. Man wird daher in der allgemeinen Gleichung für α die Sinus der Bogen $\beta\Delta$, $\beta'\Delta$ durch diese Bögen, die Cosinus derselben aber durch die Einheit ersetzen. Man erhält auf diese Weise folgende Gleichung:

$$\beta \sin \beta l + (\beta'^2 - \beta^2)\,\Delta \cos \beta x_1 \cos \beta\,(l - x_1) = 0.$$

Ersetzt man darin β'^2 und β^2 durch $\frac{\rho'}{E}$ und $\frac{\rho}{E}$, multiplicirt ferner die ganze Gleichung mit q, so erhält man

$$\rho q l . \frac{\sin \beta l}{\beta l} + q\,(\rho' - \rho)\,\Delta \cos \beta x_1 \cos \beta\,(l - x_1) = 0.$$

Nun ist $q(\rho' - \rho)\Delta$ offenbar nichts anderes als die belastende Masse, $\rho q l$ die Masse des Stabes. Bezeichnet man erstere mit m, letztere mit M, so kann man die vorstehende Gleichung auch schreiben

$$\text{(18)} \qquad \sin \beta l + \frac{m}{M}\,\beta l \cos \beta x_1 \cos \beta\,(l - x_1) = 0.$$

Diese Gleichung gilt zunächst, wenn die Masse m an einem einzelnen Querschnitt angebracht ist. Sie wird aber näherungsweise noch gelten, wenn Δ zwar einen endlichen, wie es in der Natur immer der Fall sein wird, aber sehr kleinen Werth hat, sobald die Masse m nur als Ganzes mit dem Stabe sich bewegt, nicht aber schwingende Bewegungen in ihr selbst entstehen. Ist aber letzteres der Fall, so gilt die Gleichung nicht mehr. Dieser Fall tritt z. B. auch bei sehr kleinem Δ ein, wenn man den Stab durch ein durchbohrtes Plättchen schiebt. Wird der Stab zum Tönen gebracht, so kommt das Plättchen in transversale Eigenschwingungen und diese können, wie Versuche gezeigt haben, bewirken, daß statt einer Vertiefung des Tones, welche durch Belastung herbeigeführt wird, eine Tonerhöhung eintritt. Dasselbe kann auch geschehen, wenn man ein solches Plättchen an das Ende eines Stabes anklebt.

Ein Stab von 16·68 Gramm. Gewicht wurde an seinem Ende belastet mit einem kugelförmigen Gemenge aus Wachs und Schnitzchen von Zinnfolie. Zwei Versuche wurden gemacht:

Belastung 2·47 Gramm., Seitenlänge 67
„ 3·28 „ „ 70.

Der unbelastete Stab gab einen Ton gleich dem einer Saite von der Länge 60.

Für den Fall eines am Ende belasteten Stabes hat man in der Gleichung (18) $x_1 = l$ zu setzen. Sie geht dann über in

$$\operatorname{tang} \beta l + \frac{m}{M} \beta l = 0.$$

Für die beiden angeführten Fälle hat der Bruch $\frac{m}{M}$ die Werthe

0·148 und 0·199.

Die genäherten Werthe der ersten Wurzeln βl sind für diese zwei Fälle

158° und 152°3.

Dividirt man durch diese beiden Zahlen 180°, so erhält man die Quotienten 1·14 und 1·18. Diese mit 60 multiplicirt geben

68·4 und 70·8,

welche zwei gerechneten Saitenlängen nur wenig größer als die beobachteten sind.

Ich füge nun noch zur Vervollständigung der obigen analytischen Entwickelungen den Lehrsatz hinzu, dessen Anwendung die Herstellung des allgemeinen den Anfangszuständen eines aus drei Stücken bestehenden Stabes entsprechenden Integrales aus den particulären Integralen ermöglicht.

Es ist schon oben bemerkt worden, daß die Bedingungsgleichungen (15) und (16) gestatten, alle in den Formeln (14) enthaltenen Constanten A, B durch eine einzige auszudrücken, etwa durch A. Diese erscheint dann in allen Gliedern, aus welchen U, U', U'' bestehen, als Factor. Es sollen die von diesem Factor befreiten Werthe von U, U', U'' im Folgenden durch diese nämlichen Buchstaben bezeichnet werden. Auch diese neuen Größen U genügen den Differentialgleichungen (11). In diesen Gleichungen ist α eine Wurzel der Gleichung (17). Es sei α_1 eine zweite Wurzel dieser Gleichung, so hat man für diese analog den Gleichungen (11) drei Gleichungen mit dem Parameter α_1. Die zugehörigen Werthe von U, U', U'' sollen durch dieselben Buchstaben mit dem angehängten Index 1 bezeichnet

werden. Man findet nun leicht nach dem im ersten Abschnitte befolgten Verfahren

$$\rho(\alpha_1^2-\alpha^2)\int_0^{x_1} UU_1\ dx = E\left\{U_1\frac{dU}{dx}-U\frac{dU_1}{dx}\right\}_0^{x_1}$$

$$\rho'(\alpha_1^2-\alpha^2)\int_{x_1}^{x_2} U'U'_1\ dx = E'\left\{U'_1\frac{dU'}{dx}-U'\frac{dU'_1}{dx}\right\}_{x_1}^{x_2}$$

$$\rho''(\alpha-\alpha^2)\int_{x_2}^{l} U''U''_1\, dx = E''\left\{U''_1\frac{dU''}{dx}-U''\frac{dU''_1}{dx}\right\}_{x_2}^{l}.$$

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen mit q, die zweite mit q', die dritte mit q'' und addirt die Resultate, so erhält man auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens wegen der Bedingungen (15) und (16) Null. Auf der ersten Seite ist der Voraussetzung nach $\alpha_1^2-\alpha^2$ von Null verschieden, es bleibt also

$$(19)\qquad q\rho\int_0^{x_1} UU_1dx+q'\rho'\int_{x_1}^{x_2} U'U'_1dx+q''\rho''\int_{x_2}^{l} U''U''_1dx=0.$$

Dies ist der angezogene Lehrsatz. Seine Anwendung zur Bestimmung der Constanten bedarf nach dem im ersten Abschnitte Gesagten keiner Erklärung mehr.

Nur ist über die Specialisirung dieses Satzes für den Fall eines belasteten Stabes noch etwas zu bemerken. Für einen solchen Stab ist, wie oben bemerkt worden, $q=q'=q''$ und $x_2-x_1=\Delta$ zu setzen, unter Δ eine sehr kleine Länge verstanden. Dann kann man

$$\int_{x_1}^{x_2} U'\ U'_1\, dx = U'U'_1\Delta$$

$$\int_{x_2}^{l} U''U''_1dx = \int_{x_1}^{l} U''U''_1dx - U''U''_1\Delta$$

setzen, worin die mit Δ multiplicirten U', U'' die nach Substitution von x_1 für x erhaltenen speciellen Werthe dieser Größen bedeuten, welche zusammenfallen mit den für dieses specielle x geltenden Werthen von U. Man kann also statt des Trinoms in (19) schreiben

$$q\rho\int_0^{x_1} UU_1 dx + q\rho\int_{x_1}^{l} U'' U_1'' dx + q(\rho'-\rho)\,\Delta U' U_1'.$$

Darin kann wieder $q(\rho'-\rho)\Delta$ durch die belastende Masse m ersetzt werden und es bleibt statt der Gleichung (19) die Folgende:

$$q\rho\int_0^{x_1} UU_1 dx + q\rho\int_{x_1}^{l} U'' U_1'' dx + mU'U_1' = 0, \tag{20}$$

worin U' und U_1' die Werthe bedeuten, welche U und U_1 oder U'', U_1'' annehmen, sobald in den allgemeinen Ausdrücken für dieselben an die Stelle von x der specielle Werth x_1 gesetzt wird.

Über das Verhalten lebender Muskeln gegen Borsäurelösungen.

Von dem w. M. **Ernst Brücke.**

Die bekannten Eigenschaften der Borsäure und eine Reihe von Versuchen, welche ich über die Einwirkung derselben auf Eiweißkörper angestellt hatte, veranlaßten mich, das Verhalten der lebenden Muskeln gegen Borsäurelösung zu untersuchen. Es is bekannt, daß die Schwefelsäure, die Salpetersäure und die Chlorwasserstoffsäure in allen Verdünnungsgraden die Muskeln schnell zu Grunde richten; auch die dreibasische Phosphorsäure, welche Eiweißlösungen nicht fällt, thut es, und ebenso Essigsäure, Oxalsäure, Weinsäure, Milchsäure etc. Aus keiner dieser Säuren kann man eine Lösung bereiten, in der sich die Muskeln länger erhielten als im Wasser; sie beschleunigen alle mehr oder weniger das Absterben. Anders verhält es sich mit der Borsäure. Wenn man drei Gewichtstheile einer vorher durch umkrystallisiren gereinigten und dann geschmolzenen Borsäure in 200 Gewichtstheilen Wasser auflöst; so erhält man eine Flüssigkeit, in der sich die Muskeln entschieden länger lebend erhalten als in reinem Wasser. Ich habe die Versuche so angestellt, daß von den *Musculi sartorii* eines Frosches der eine ins Wasser, der andere in Borsäurelösung gelegt und dann von Zeit zu Zeit jeder auf seine Reizbarkeit geprüft wurde. Ausnahmslos starb der in Wasser liegende früher ab. Nicht selten erhielt der in der Borsäure liegende seine Reizbarkeit mehr als doppelt so lange.

Auch in einer Lösung, die einen Gewichtstheil geschmolzene Borsäure auf fünfzig Theile Wasser enthielt, lebten die Muskeln noch nahezu ebenso lange, wie in der 1½procentigen; bei stärkerer Concentration aber schrumpften sie und starben schneller ab.

In einprocentigen Lösungen, bewahrten sie länger als im Wasser, aber nicht so lange, wie in der 1½procentigen ihre Reizbarkeit. Sie machen darin häufige und lebhafte Contractionen, ähnlich wie in

Kochsalzlösungen. Noch heftiger sind dieselben in einer Lösung die nur ein Procent krystallisirter Borsäure enthält. Ich habe sie hier bis zum Verlöschen der Reizbarkeit andauern sehen. Dagegen beruhigen sich die Muskeln, wenn sie auch anfangs ziemlich heftig zucken, in der eineinhalb- und zweiprocentigen Borsäurelösung in der Regel bald, antworten aber dann nicht selten durch eine kräftige Contraction selbst auf sehr unbedeutende mechanische Reizung. Solche einzelne, mit der Langsamkeit einer Herzsystole erfolgende Contractionen treten auch bisweilen ohne alle äußere Veranlassung auf.

Ich habe auch an Gastroknemien Versuche angestellt. Auch hier erhielten sich die in $1\frac{1}{2}$procentiger Borsäurelösung liegenden am längsten. Wenn sie nur noch schwach zuckten und die zum Gegenversuche dienenden Muskeln bereits abgestorben waren, warf ich sie, ohne das völlige Verlöschen der Reizbarkeit abzuwarten, in Magnesia und wälzte sie darin um die Säure von ihrer Oberfläche zu tilgen. Dann spülte ich sie rasch ab und durchschnitt sie um aus dem Inneren eine Probe zu nehmen, die ich zwischen blauem Lackmuspapier zerquetschte. Es entstand dadurch ein schwachrother Fleck.

Wenn man die Musculatur eines Unterschenkels von *Hydrophilus piceus* auf die untere Platte eines Quetschers ausleert, sie mit Borsäurelösung übergießt und dann mit der oberen Platte des Quetschers bedeckt; so dauern die Bewegungen der Muskelfasern bis gegen eine Viertelstunde fort.

Vielleicht werden andere Beobachter sie noch länger andauern sehen, da ich den Versuch, für den ich übrigens die zweiprocentige Lösung geeigneter finde als die $1\frac{1}{2}$procentige, nur mit Käfern angestellt habe, die in der Gefangenschaft überwintert hatten.

Soll man aus Allem diesen schließen, daß die Borsäure eine für die Muskeln indifferente und unschädliche Substanz sei? Ich muß diese Frage mit Nein beantworten. Die Muskeln erhalten sich in Borsäurelösungen zwar länger als im reinen Wasser, aber weniger lange als in verdünnten Kochsalzlösungen und weniger lange, als wenn man sie, vor Verdunstung geschützt, sich selber überläßt. Wenn man die Käfermuskeln beobachtet, so findet man, daß die Faserenden, welche frei in die Borsäure hineinragen, zuerst absterben und dann noch passiv bewegt werden durch die Contractionen, welche der Theil vollführt, welcher tiefer in der Muskelmasse eingebettet, mehr geschützt ist. Dies spricht dafür, daß die Borsäure, wenn sie einmal

in einiger Menge in die contractile Substanz eingedrungen ist, dieselbe ertödtet, und das läßt sich auch mit den vorher aufgeführten Thatsachen leicht vereinigen.

Das Wasser tödtet den Muskel durch den Quellungsproceß, den es in allen seinen Theilen hervorruft, und dieser Quellungsproceß wird durch die gleichzeitige Anwesenheit der Borsäure gehemmt. Wasser und Borsäure mit einander dringen langsamer ein, als Wasser allein.

Bei einer gewissen Concentration treten weder Quellung noch Schrumpfung ein, und diese erweist sich als die günstigste..

Daß man hier die Erscheinungen vermißte, zu welchen die im Eingange erwähnten Säuren Veranlassung geben, hat eben seinen Grund in dem durchaus verschiedenen Verhalten der Borsäure gegen Eiweißkörper. Auch in einer concentrirten Lösung von arsenigter Säure erhalten sich die Muskeln länger-lebend, als im reinen Wasser. Der Unterschied ist nur nicht so groß, wie bei der eineinhalb- bis zweiprocentigen Borsäurelösung.

XII. SITZUNG VOM 25. APRIL 1867.

Der Director des k. k. militär.-geograph. Institutes, Herr Feldmarschallieutenant A. v. Fligely, setzt die Akademie mit Zuschrift vom 13. April in Kenntniß, daß die permanente Commission für Mitteleuropäische Gradmessung ihre diesjährige Versammlung in Wien halten und daß deren erste Sitzung am 25. April statthaben werde.

Herr Dr. L. Pfaundler, Privatdocent in Innsbruck, hinterlegt ein versiegeltes Manuscript zur Wahrung seiner Priorität.

Das c. M. Herr Prof. Dr. A. Rollett in Graz übersendet eine Abhandlung des Herrn Dr. E. Schwarz, Assistenten der Physiologie an der Grazer Universität, betitelt: „Über eine Methode doppelter Färbung mikroskopischer Objecte, und ihre Anwendung zur Untersuchung der Muskulatur des Darmtraktes, der Milz, Lymphdrüsen und anderer Organe."

Herr Dr. G. v. Hahn, k. k. Consul zu Syra, übermittelt einen Bericht über die Ausgrabungen auf Therasia und die von dem Corvettenarzte Fejér daselbst aufgefundenen Menschenknochen.

Herr J. Popper übergibt eine Note als Entgegnung auf den in der Zeitschrift für Mathematik und Physik. (Jahrg. 1866) erschienenen Bericht über das von ihm gegebene Convergenz-Criterium unendlicher Reihen und bestimmter Integrale.

Herr Dr. S. Stricker überreicht eine Abhandlung: „Über die Bedeutung des Kochsalzes für den menschlichen Organismus," von den Herren E. Klein und E. Verson.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. December 1866. Berlin; 8°.

— Kais. Leopoldino-Carolinische Deutsche, der Naturforscher. XXXII. Band, 2. Abthlg. Dresden, 1867; 4°.

Annales météorologiques de l'Observatoire Royal de Bruxelles. Par A. Quetelet. I[re] Année. Bruxelles, 1867; 4°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 5. Jahrg. Nr. 8. Wien, 1867; 8⁰.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1636. Altona, 1867; 4⁰.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV, Nr. 13—14. Paris, 1867; 4⁰.

Cosmos. 2ᵉ Série. XVIᵉ Année, 5ᵉ Volume, 15ᵉ—16ᵉ Livraisons. Paris, 1867; 8⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg., Nr. 15—16. Wien, 1867; 8⁰.

Hauer, Le Chevalier François de, Exposition universelle de Paris 1867. L'Institut géologique Imp. Roy. d'Autriche. Vienne, 1867; gr. 8⁰.

Jahresbericht des ersten Wiener Lehrervereins „die Volksschule" und des damit verbundenen Sängerchores „Schubertbund." 1866; 8⁰.

Karte des Donaustromes innerhalb der Grenzen des österr. Kaiserstaates. VI. (letzte) Lieferung. Folio.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XVII. Jahrg. Nr. 15—16. Wien, 1867; 4⁰.

Reise der österr. Fregatte Novara um die Erde etc. Zoologischer Theil. II. Band, 2. Abtheilung. *Lepidoptera*, Heft 3. Von Dr. Cajetan Felder und Rudolf Felder. Wien, 1867; 4⁰.

Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux: Mémoires. Tome III, 2ᵉ Cahier. 1865; Tome IV, 1ᵉʳ—2ᵉ Cahiers 1866. Bordeaux et Paris; 8⁰.

Verein für siebenbürgische Landeskunde: Archiv. N. F. VI. Band, 3. Heft. 1865; VII. Band, 1. & 2. Heft. 1866. Kronstadt; 8⁰. — Jahresbericht. 1864/5 & 1865/6. Hermannstadt; 8⁰. — Haltrich, Josef, Plan zu Vorarbeiten für ein Idiotikon der siebenbürgisch-sächsischen Volkssprache. Kronstadt, 1865; 8⁰. — Schuster, Friedr. Wilhelm, Siebenbürgisch-sächsiche Volkslieder, Sprichwörter, Räthsel, Zauberformeln und Kinderdichtungen. Hermannstadt, 1865; 8⁰. — Fuss, Michael, *Flora Transilvaniae excursoria. Cibinii, 1866; 12⁰.*

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 30—33. Wien, 1867; 4⁰.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 8. Gratz, 1867; 4⁰.

Über die Bedeutung des Kochsalzes für den menschlichen Organismus.

Von **Emanuel Klein** und **Enrico Verson.**

Die Frage nach der Bedeutung des Kochsalzes für den thierischen Organismus, ist schon zu wiederholten Malen ventilirt worden, ohne dabei eine befriedigende Lösung erfahren zu haben. Namentlich was den Menschen betrifft, ist noch lange keine Antwort darauf erfolgt, ob und warum das Chlornatrium ein unentbehrlicher Bestandtheil seiner Nahrungsmittel ist.

Geschichtsschreiber und Reisende erzählen allerdings von Völkerstämmen, welche vorübergehend oder dauernd des Kochsalzgenusses entbehrten. Wir wissen ferner, daß Schwerkranke in sofern sie überhaupt keine Nahrung zu sich nehmen, auch kein Kochsalz genießen; endlich finden sich auch Versuche verzeichnet von Menschen, welche durch mehrere Tage ihre Speisen nicht salzten.

Aus alldem ist aber bis jetzt noch nicht so viel zu entnehmen, um über die Wichtigkeit und die Bedeutung des Kochsalzes als Nahrungsmittel der Menschen urtheilen zu können.

Wir wissen nicht ob sich die Völkerstämme, von welchen die Rede ist, keiner anderen Ersatzmittel bedienten; was den kranken Organismus betrifft ist ein Urtheil schon gar nicht zulässig, und was endlich die Versuche anlangt, sind die positiven Resultate ziemlich mangelhaft.

Sicher ist nur, daß im Menschen de norma Kochsalz angehäuft ist, von welchem ein Theil während einer mangelhaften Zufuhr allmälig abgegeben wird. Die während einer zwölftägigen Entziehungskur von Kaupp (Archiv für phys. Heilk. 1855) ausgeführten Kochsalzbestimmungen des Harnes sprechen unzweifelhaft zu Gunsten dieser Annahme. Mehr ist mit Sicherheit nicht eruirt worden.

Die Angabe von Wundt (Journ. f. pract. Chemie 1853), daß am dritten Tage des Versuches mit ungesalzener Nahrung Albu-

minurie aufgetreten sei, wurde von Kaupp und Stokvis nicht bestätigt.

Die Angaben von Voit (Untersuchungen über den Einfluß des Kochsalzes etc. München 1860) beziehen sich soweit es seine eigenen Versuche angeht, nicht auf den Menschen, in soferne sie sich aber auf Gesetze beziehen, welche allgemein giltig sein sollen, lassen sie manchen gewichtigen Einwand zu.

Voit stellte sich hauptsächlich zwei Fragen, und die waren erstens, auf welchem Wege wird das Kochsalz aus dem Organismus entfernt, und zweitens, hat das Kochsalz auf die Harnstoffmenge einen Einfluß oder nicht.

Die zweite für den Stoffwechsel wichtigere Frage erfährt von ihm die Beantwortung, daß das Kochsalz die Oxydation der Eiweißkörper fördere und daher die Harnstoffausscheidung gesteigert werde.

Die Zahlen, auf welche sich Voit stützt, wagen wir nicht entfernt zu bezweifeln. Ein Blick auf die Tabelle Kaupp's zeigt aber, daß bei einem sehr mangelhaften Genusse von Kochsalz die Harnstoffmenge nicht nur nicht abnimmt, sondern in geringem Grade zunimmt.

Es muß demgemäß die Frage aufgeworfen werden, ob der thierische Organismus nicht überhaupt mehr Eiweiß oxydire und mehr Harnstoff abgebe, wenn er auf ungewohnte Mengen Kochsalz gesetzt wird, mag sich diese Abnormität im positiven oder negativen Sinne geltend machen.

Auf diese Frage muß zunächst geantwortet werden, wenn man die Bedeutung des Kochsalzes beurtheilen will. Die Angaben Voit's über die Relation der Wasserabgabe zum Kochsalzgenusse, erfordern, so richtig abermals die Zahlen sein mögen, auf die er sich stützt, gleichfalls einer etwas präciseren Fassung.

Wir werden auf dieses Thema bei der Anführung und Besprechung unserer Versuche zurückkommen; es soll hier vorerst das Detail dieser Versuche aus einander gesetzt werden. Diese Versuche am Menschen angestellt, zeichnen sich vor den anderen bisher bekannt gewordenen (Kaupp, Wundt) einmal dadurch aus, daß die Entziehung des Kochsalzes dem mit Rücksicht auf diesen Versuch ausgeruhten Organismus in zwei verschiedenen Perioden auferlegt wurde, und zweitens dadurch, daß während des Chlorhungers und

nach demselben die Schwankungen des Kochsalz- und Wassergehaltes im Blute und die Verhältnisse des letzteren zum Gesammtorganismus in Betracht gezogen wurden.

Einer von uns (Verson) hat in zwei Perioden von je acht Tagen, die aber durch fünf Wochen (Ruhezeit) von einander getrennt waren den Kochsalzgenuß soweit herabgesetzt, als es bei der Nothwendigkeit Nahrung einzunehmen, überhaupt möglich war. Er trank nur destillirtes Wasser; seine Speisen wurden ohne Salzzusatz mit eben solchem Wasser bereitet; selbst das Brod wurde unter den angegebenen Verhältnissen gebacken.

Das Kochsalz, welches in den genossenen Speisen von vornherein enthalten war, wurde nicht bestimmt. Wir begnügten uns dabei mit einer Schätzung, mit Zugrundelegung bekannter Bestimmungen. Die Gesammtmenge für je 24 Stunden fällt mit Rücksicht auf die großen Zahlen, in welchen sich unsere späteren Angaben bewegen, so gering aus, daß die Fehler die aus einer solchen Schätzung entstehen können, unsere Resultate und Schlüsse kaum beeinflussen.

Bei einem täglichen Genusse von etwa 420 Grm. Rindfleisch, 400 CC. Milch, 180 Grm. Reis, 280 Grm. Kartoffeln, 280 Grm. Fett (besonders bereitet) und 90 Grm. Brot [1]), ergibt sich ein Kochsalzgehalt von circa 1·6 Grm. In Rücksicht nun, daß das Rindfleisch in destillirtem Wasser gekocht wurde, welches letztere (für Verson) keine weitere Verwendung fand, ist die Zahl 1·6 noch zu hoch gegriffen. Der Fehler, den wir bei dieser Schätzung der Kochsalzzufuhr machen können, kann also, selbst als großer vorausgesetzt, von keinem wesentlichen Einflusse auf unsere Schlußbetrachtungen sein, da es sich in unserem Versuche um eine Abnahme der Kochsalzausscheidung von vielen Grammen für je 24 Stunden handelte.

Die Blutproben zu den genannten Bestimmungen wurden durch Aderlässe gewonnen, und zwar wurde ein Aderlaß im Beginne des Versuches, einer zu Ende des Chlorhungers und einer vier Tage später gemacht.

Das Blut wurde aus der geöffneten Vene in einen Tiegel gelassen, und dieser mit aufgelegtem Deckel gewogen. Der Wasserverlust, der bis zum Auswägen eintritt, beträgt wenige Milligramme. Es muß

---

1) Bei der Bestimmung der Nahrungsmengen, wurde besonders darauf geachtet jede nennenswerthe Abwechslung von der gewohnten Kost, zu vermeiden.

dies besonders angeführt werden, da auch bei der größten Eleganz mit welcher die Aderlässe ausgeführt werden, der Tiegel äußerlich bespritzt wird, und demgemäß behufs Reinigung des letzteren ein Zeitverlust unerläßlich ist. Wir haben indessen Proben von 8 bis 10 Grm. genommen, daher der Verlust von Milligrammen keinen großen Fehler mit sich bringt, welcher schließlich bei allen Proben gemacht, mit Rücksicht auf die Differenzen nicht in Betracht kommt.

Das Körpergewicht wurde auf einer Decimalwage, welche bei 100 Kilo Balastung noch einige Gramme ausschlägt, und übrigens zu bestimmten Tagesstunden gewonnen; in Rücksicht auf eine geregelte Lebensweise, und in Rücksicht auf die auffällige Schwankung, namentlich nach der Wiederaufnahme des Kochsalzgenusses, können daher unseren Betrachtungen, in soferne sie sich auf das Körpergewicht stützen, gleichfalls keine beträchtlichen Fehler zu Grunde liegen.

Das Kochsalz des Blutes wurde als Chlorsilber durch die Waage, das des Harnes und der Fäces maßanalitisch durch eine Normal-Silberlösung bestimmt. Die Zahlen welche sich auf diese Bestimmungen beziehen, dürfen wir als so fehlerfrei hinstellen, als dies bei Chlorbestimmungen überhaupt möglich ist. Der Harnstoff wurde maßanalitisch bestimmt, und es kann bekanntlich die Genauigkeit dieser Maßanalyse den Chlorbestimmungen nicht an die Seite gestellt werden. Die Schwankungen im Laufe des Versuches waren indessen zu auffällig um bei einem einigermaßen genauen Titre vernachläßigt werden zu dürfen.

Die Harnsäure wurde durch Salzsäure ausgeschieden und direct bestimmt; das specifische Gewicht wurde täglich durch Wägung gewonnen.

Die Menge des täglichen Getränkes blieb während des Versuches constant auf circa 675 CC.; sie wurde am ersten Versuchstage nach dem Durstgefühle geregelt. Harn und Fäces wurden zu bestimmten Tageszeiten abgesetzt, und der erstere für je 24 Stunden gesammelt und gemessen.

Die Zahlen, welche in jeder der beiden Versuchsperioden gewonnen wurden, stimmen annäherungsweise mit einander überein.

Wir theilen indessen doch nur eine, auf die zweite Periode bezügliche Tabelle mit, weil die der ersten Periode wegen zufälliger, wider unser Verschulden eingetretener Unterbrechungen weniger vollkommen ist. Namentlich gilt dies von den Bestimmungen des Blutes.

Wir hatten uns nämlich vergeblich abgemüht, das Blut aus vollgesogenen Blutegeln zu bestimmen. Wir bestimmten das Gewicht des Blutegels vor dem Ansetzen und unmittelbar nach dem Abfallen. Gleichzeitig ausgeführte Analysen von Blutegeln im Laboratorium des Herrn Prof. Redtenbacher sollten uns über die nöthigen Correcturen belehren.

Das Vorhaben stellte sich aber als unzweckmäßig heraus, namentlich wegen des Wasserverlustes während des Saugens, der kaum vollständig zu corrigiren ist.

Wir wollen nun zunächst die auf den zweiten Versuch bezügliche Tabelle mittheilen:

Während des Versuches.

Tag	Harn					Fäces	Summe des Kochsalzes
	Harnmenge in CC.	Specifisches Gewicht	Harnstoff in Grm.	Harnsäure in Grm.	Kochsalz in Grm. 1)	Kochsalz in Grm.	Grammen
0.	1900	1·01547	36·48	0·5458	18·681	8·658	27·339
1.	1650	1·01248	33·165	0·4931	9·9	5·541	15·441
2.	1660	1·01253	37·184		6·527	3·741	10·268
3.	770	1·02455	·38·269	0·58674	3·798	5·52	9·318
4.	1130	1·01789	42·488	0·55257	4·113	1·28	5·393
5.	1150	1·01601	37·03	0·5479	3·22	1·19	4·410
6.	1145	1·0167	39·159	0·8432	2·943	2·25	5·193
7.	1100	1·01681	38·3	1·05655	2·86	1·33	4·190
8.	1115	1·0171	38·356	1·26106	2·519	1·45	3·969
Nach dem Versuche.							
I.	650	1·02895	37·96	0·7199	3·445	3·25	6·695
II.	720		37·44		7·92	1·65	9·570
III.	900	1·02801	38·34	1·0093	11·223	1·5	12·723
IV.	1170	1·02395	40·833	0·396	15·795	3·45	19·245
V.	1670		41·9	0·4934	17·368	4·8	22·168

Wenn wir nun das ClNa im Harne näher ins Auge fassen, ergibt sich kein regelmäßiges Sinken desselben, sondern wir stoßen sogar auf Schwankungen, welche im negativen Sinne statthaben.

1) Das Sinken des ClNa bis zum letzten Versuchstage, war in der ersten Versuchsreihe noch beträchtlicher; im Harne fiel dasselbe bis auf 1·58 Grm. herab.

Daß dies jedoch großentheils von den entleerten Harnmengen abhängt, ersieht man leicht aus der folgenden Tabelle, in welcher das Kochsalz auf 100 Theile Harnflüssigkeit gerechnet ist, wo sich die Schwankungen viel flacher herausstellen, als dies bei den absoluten Chlorausscheidungen der Fall ist.

ClNa des Harns in Percenten.

Tag vor dem Versuche:		0·938
1.	Versuchstag:	0·6
2.	„	0·393
3.	„	0·494
4.	„	0·364
5.	„	0·28
6.	„	0·257
7.	„	0·26
8.	„	0·226

Gegenüber den Angaben von Voit, daß der Koth de norma so gut wie kein Kochsalz enthalte, müssen wir hervorheben, daß dies für unseren Fall nicht zutrifft; wir müssen aber auch anführen, daß Verson in der Regel viel Kochsalz zu sich nimmt. Daß die Faecalmaßen noch viel unregelmäßigere Zahlen als der Harn ergeben, ist erklärlich, wenn man die häufig unvollständige Entleerung des Darmkanals berücksichtigt, wodurch eine scharfe Abgrenzung der täglichen Ausscheidungen nicht möglich ist.

Die Verhältnißzahl der Ein- und Ausfuhr von ClNa fällt in den ersten Tagen steil ab, während sie in den nachfolgenden sich immer sanfter senkt.

In Anbetracht, daß die Ausfuhr des Kochsalzes bis in den letzten Tagen die Einfuhr übersteigt, darf in Übereinstimmung mit Kaupp und Voit geschlossen werden, daß vor dem Versuche eine gewisse Menge Salz im Organismus aufgespeichert war, die nun während des Versuches allmälig hergegeben wird. Die Untersuchung des Blutes, welche wir im Verlaufe mittheilen, wird uns lehren, daß dieses nur mit einem Bruchtheil an der Aufspeicherung Antheil nimmt, während der andere Theil dem übrigen Organismus angehört; sie wird uns ferner lehren, daß das Plus der Ausgabe, welches sich uns ergab, mehr beträgt, als das was das Blut verloren hat, und es müssen daher

die Gewebe an der Mehrausgase betheiligt gewesen sein. Da aber der Harn direct aus dem Blute filtrirt und diffundirt, so muß das Kochsalz aus den Geweben in das Blut wandern, nach Maßgabe als dieses verarmt. Diese Übergabe oder Wanderung kann nur allmälig geschehen, da sonst das allmälige Sinken der Kochsalzausfuhr nicht erklärlich wäre.

Was das specifische Gewicht anlangt, sollte man voraussetzen, es erniedrige sich dieses stetig in Folge des verminderten Kochsalzgehaltes. Dem geschieht aber wie die Tabelle zeigt, nicht so; und da das ClNa in stetiger Abnahme begriffen, während das specifische Gewicht, wenn nicht steigt, doch wenigstens auf der gleichen Höhe verharrt, so muß erwartet werden, daß die übrigen fixen Bestandtheile eine Vermehrung erfahren haben. Das hat wirklich im Harnstoffe und in der Harnsäure statt. Die Vermehrung des Harnstoffs, welche sich schon am zweiten und dritten Tage ergibt, stellt sich am vierten Tage bei der relativ sehr vermehrten Harnmenge, um so schroffer heraus. Allerdings geht die Harnstoffmenge schon am nächsten Tage von der hohen Ziffer herab, sie bleibt aber auf eine noch immer abnorme Höhe, welche nun constant bis zum letzten Versuchstage anhält.

Die Vermehrung der Harnsäure tritt mehr in den letzten Tagen der Versuchszeit hervor und ist überhaupt regelmäßiger und allmäliger als jene des Harnstoffs.

Die Tabelle Kaupp's [1]) stimmt in dieser Richtung mit unserem Befunde nicht ganz überein, und weder das specifische Gewicht noch

[1])

Harnmenge CC.	S. G.	ClNa Grm.	Harnstoff Grm.	fester Rückstand Grm.
2488	1010	8·015	32·334	65·932
2080	1014	4·853	35·36	67·08
2121	1012·5	4·005	32·875	62·133
2100	1012·75	3·266	32·97	64·05
2048	1010	2·73	33·382	58·88
1900	1012	3·743	33·382	60·095
2225	1012	3·213	35·155	62·3
2665	1009	4·738	32·246	61·98
2004	1012	5·342	35·27	59·615
2200	1011·5	4·4	34·32	62·7
1956	1011·5	3·81	35·513	60·059
2206	1011·5	3·411	34·571	57·015

der Harnstoff lassen bei ihm einen unserem Versuche analogen Gang erkennen. Kaupp ist aber bei seinen Untersuchungen über den Einfluß verschiedener Chlorzufuhr unmittelbar von einer Versuchsreihe zur andern übergegangen, und dieser Umstand war wohl nicht geeignet, die Unterschiede in den Wirkungen verschiedener Chlorzufuhr scharf erkennen zu lassen; ja er selbst hebt es in seiner Arbeit ausdrücklich hervor, daß nach vermehrter Chlorzufuhr, ein Nachklingen in der folgenden Versuchsreihe sich fühlbar macht. Die in unseren Versuchen so auffallende Vermehrung der Harnstoffausscheidung steht ferner in Widerspruch mit den Angaben Voit's, daß das Kochsalz die Oxydation der Eiweisskörper befördere.

Zur Lösung dieser Differenz glauben wir nun Folgendes anführen zu müssen.

I. In der ersten Versuchsreihe, deren Ergebnisse namentlich, was das Kochsalz anlangt, mit der zweiten Reihe ziemlich analog ausfielen, stieg die Menge des ausgeschiedenen Harnstoffs auf 44·205 Grm. Eine Zahl, welche in der zweiten Versuchsreihe nicht erreicht wurde.

II. Die subjectiven Erscheinungen am Chlorhungernden, waren während der ersten Versuchsreihe und namentlich am dritten und vierten Tage viel auffälliger, als in der zweiten Reihe; besonders war die Mattigkeit eine viel größere.

III. Die Größe der Harnstoffausscheidung sank nicht unmittelbar nachdem der gewöhnliche Kochsalzgenuß wieder aufgenommen worden war, die Zahlen blieben immer noch über der Norm.

Diese Thatsachen legen den Schluß nahe, daß erstens der Organismus die Kochsalzentziehung in der ersten Reihe schlechter ertrug, als in der zweiten Reihe, wo er sich an die Entziehung oder vielmehr an die Schwankungen theilweise gewöhnt hatte; daß ferner die hohe Ziffer der innerhalb 24 Stunden ausgeschiedenen Harnstoffmenge, auf den abnormen Zustand zu beziehen ist, in welchem sich der an Chlor verarmte Organismus befand.

Daß dieser abnorme Zustand in den ersten Tagen des Versuches, in welchen plötzlich die Salzzufuhr fast abgeschnitten wurde, auffälligere Folgen zeigte, ist von selbst klar.

Am ersten Tage brauchte aber diese Abnormität noch nicht fühlbar zu sein; denn der Organismus verfügte noch über genug überschüssiges Chlor um innerhalb 24 Stunden circa 15 Grm. aus-

zuscheiden. Vom zweiten Tage bis zum vierten fiel die Gesammtkochsalzausscheidung von circa 10 Grm. auf 5 Grm. und da stieg der Harnstoff allmälig bis auf 42 Grm. in der ersten Versuchsreihe sogar auf 44 Grm.

Von da ab schwankten die ausgeschiedenen Kochsalzmengen weniger und ein ähnliches Verhalten zeigt sich auch für den Harnstoff. Erst am vierten und fünften Tage des wieder aufgenommenen Kochsalzgenusses steigt die Harnstoffmenge wieder um einen bis zwei Gramme.

Wir werden aber später zeigen, daß sich da der Körper mit Kochsalz überladen hat, und abgesehen davon, daß die Schwankungen überhaupt einen abnormen Zustand bedingen, kann also die Übersättigung noch ihr Besonderes dazu beitragen.

Unsere Erfahrung führt uns also mit einiger Wahrscheinlichkeit zu der Annahme, daß abnorme Verhältnisse in der Concentration der Lösungen im thierischen Organismus zu erhöhter Oxydation von Eiweisskörpern führen und das um so mehr, je weniger der Organismus an solche Abnormitäten gewöhnt ist.

Mit der Wiederaufnahme der Chlorzufuhr fiel die Menge des in 24 Stunden entleerten Harns von 1115 auf 650 Grm. trotzdem das zugeführte Getränk wegen gesteigerten Durstgefühls auf das doppelte gesteigert wurde. Diese Thatsache ist zwar an und für sich verständlich; der Organismus hat wieder angefangen Kochsalz aufzuspeichern, und hat damit auch Wasser gebunden; die später mitzutheilenden Ergebnisse am Blute werfen über diese Annahme ein ganz klares Licht.

Voit behauptet aber, das Kochsalz sei ein Diureticum, und dem gegenüber muß unser Befund vertheidigt werden.

Wir wollen den Betrachtungen Voit's keineswegs entgegentreten; daß eine vermehrte Salzausscheidung auch eine vermehrte Wasserabgabe bedinge, ist ja vielfach erprobt. Aber der Satz, daß das Kochsalz ein Diureticum sei, gilt eben nur dann, wenn der Organismus mit Kochsalz gesättigt ist und keines mehr aufhäufen kann; dann wird das Plus von eingeführtem Kochsalze ausgeschieden werden und ein Plus an Wasser mit sich reißen. Wenn aber wie in

unserem Falle, der Organismus an Kochsalz verarmt, dann verarmt er auch an Wasser, wie das die Versuche am Blute und Köpergewichte ergeben; und wenn er dann wieder Kochsalz in größerer Menge zu sich nimmt, speichert er mehr Kochsalz auf als er dessen früher besessen, und damit auch größere Mengen von Wasser.

Erst bis der Organismus über Bedürfniß gesättigt ist, steigt die Harnmenge in raschen Sprüngen.

Wie die Tabelle zeigt, wird das Chlornatrium nach der Wiederaufnahme der Zufuhr anfangs in geringen Mengen ausgeschieden, und es steigt diese Menge fast so steil auf als sie während des Hungers steil abfiel.

Der Organismus speichert wieder Kochsalz auf; und daß diese Aufspeicherung selbst den normalen Gehalt des Organismus an ClNa übertrifft, werden wir später zeigen.

Betreffs der Fäcalmassen ist dasselbe zu bemerken wie über jene der eigentlichen Versuchszeit. Nur sind hier die Schwankungen noch um so erklärlicher, weil auch die Zurückhaltung der Kothmassen im Darme begünstigter war. Dieselbe Bindung von Wasser nämlich, die wir aus der Harnverminderung erschlossen, scheint auch die Ursache gewesen zu sein, daß die Stuhlentleerungen aus sehr festen Ballen bestanden und weniger ausgiebig waren.

Der Harnstoff, dessen Ausscheidung in den ersten Tagen nach erneuerter Chlorzufuhr eher etwas sank, erhebt sich wieder am vierten und fünften Tage. Wir müssen hier jedenfalls noch die relativ bedeutenden Schwankungen der Harnmengen in Rechnung bringen; aber auch in Rücksicht auf diese darf die Harnstoffausscheidung immerhin als bedeutend angenommen werden.

Daß das specifische Gewicht zu solcher ungewöhnlichen Höhe steigt (1·02801) ist bei der reducirten Menge und beim vermehrten Harnstoff- und Chlornatriumgehalt des Harnes, leicht begreiflich.

Nachdem wir die Kochsalzmengen kennen, welche während des Versuches selbst zu- und ausgeführt wurden, können wir mit ziemlicher Genauigkeit bestimmen, wie viel ClNa der Organismus in den acht Versuchstagen verloren hat.

Wenn wir von der Gesammtausfuhr 58·182 Grm., die Summe der täglichen Salzzufuhren, die wir auf 8 × 1·4 Grm. sehr annähernd

schätzen können, abrechnen, so bleiben uns 46·982 Grm., welche den Verlust des ganzen Körpers an ClNa innerhalb besagter acht Tage darstellen. Berücksichtigen wir nun die darauffolgenden fünf Tage, in welchen täglich eine mittlere ClNazufuhr von 25 Grm. stattfand, und berechnen wir wie früher das ein- und das ausgeführte Kochsalz, so ergeben sich 54·599 Grm. ClNa, welche vom Eingeführten in den fünf Tagen nicht wieder ausgeschieden wurden. Da wir als Verlust des Körpers an ClNa während der Versuchszeit 46·982 Grm. berechnet haben, und nun 54·599 Grm. zurückgehalten werden, so verbleibt noch ein Überschuß von wenigstens 7·617 Grm. Chlornatrium, mit welchen sich der Organismus übersättigt hat.

Wir kommen endlich zum letzten Gegenstande unserer Untersuchung, zum Blute. Die Blutproben wurden alle zu gleicher Tageszeit und in gleichen Abständen von dem Genusse von Speise und Trank entnommen, unter den bereits bekannten Bedingungen gewogen, unter 100° getrocknet, verkohlt, die Kohle ausgelaugt, der Rückstand verascht und die Asche noch einmal extrahirt.

Es ergaben sich folgende Resultate:

	1. Versuchstag	8. Versuchstag	5 Tage nach dem Chlorhunger
Chlornatrium..	0·40168%	0·28302%	0·42308%
Wasser.......	79·09%	78·2144%	79·926%

Aus vorliegenden Zahlen geht jedenfalls hervor, daß das Blut sich an den Alterationen des Organismus bei Chlorentziehung wesentlich betheiligt. Wir sehen es am Ende des Versuches um 0·11866% ClNa ärmer, ebenso erscheint zu dieser Zeit sein Wassergehalt um 0·8756% abgenommen.

Fünf Tage später finden wir seinen Gehalt an ClNa und Wasser wieder erhöht, und zwar dem letzten Versuchstage gegenüber um 0·14006% an ClNa, um 1·746% an Wasser.

Übereinstimmend mit unserer früheren Berechnung der gesammten Aus- und Einfuhr während des Chlorhungers und nach demselben ergibt also die directe Bestimmung des Blutes, daß sich auch in diesem ein excessiver Ersatz, ein Plus herausstellt, und zwar von

0·0214% ClNa und von 0·836% Wasser. Um unsere Betrachtungen weiter ausführen zu können, müssen wir nun auch das Körpergewicht berücksichtigen, wie es sich vor und nach dem Versuche heraussellte.

Es ergab sich hier:

1. Versuchstag: 57·1912 Kilogr.
8. „ 56·7012 „
5 Tage nach dem Versuche: 58·3112 „

Hiemit während der Chlorenthaltung eine Gewichtsabnahme von 0·49 Kilo, während fünf unmittelbar darauffolgender Tage eine Zunahme von 1·61 Kilo; also auch hier ein Plus der Restitution über den Verlust und zwar um 1·12 Kilo.

Welche Stoffe der Körper im Werthe von 1120 Grm. angesetzt hat, läßt sich nicht bestimmen; sicher ist nur, daß das Wasser dabei eine große Rolle spielt. Denn da das Blut um 1·7% an Wasser reicher geworden ist, läßt sich voraussetzen, daß ein Gleiches auch für den übrigen Organismus gilt. Aber vorausgesetzt, der ganze Organismus verhalte sich den Gewichtsverhältnissen entsprechend dem Blute gleich, so wäre die ganze Gewichtszunahme noch nicht erklärt.

Es ist aber nicht wahrscheinlich, daß das Blut, welches an der Salzbewegung den relativ größeren Antheil nimmt, an der Wasserbewegung, die doch von der ersteren abhängt, den kleineren Antheil nehmen sollte.

Nehmen wir nach den Berechnungen Welcker's das Blut als $^1/_{13}$ des Gesammtkörpergewichtes an, und berechnen wir dann die Blutmengen nach ihrem Gehalt an ClNa und jenem an Wasser zu den verschiedenen Versuchszeiten in Percenten, so ergibt sich:

	1. Versuchstag	8. Versuchstag	5 Tage nach dem Versuche
Blut	4·39932 Kilo	4·36163 Kilo	4·48547 Kilo
Wasser.......	3·47942 Kilo	3·4114 Kilo	3·58506 Kilo
ClNa.........	17·671 Grm.	12·343 Grm.	18·977 Grm.

Das Gesammtblut hätte demnach in den acht Versuchstagen 0·03769 Kilogr. verloren; in den fünf darauffolgenden Tagen erschien ein überschüssiger Ersatz von 0·12384 Kilogr., welcher mit der schon angegebenen Vermehrung der ClNa- und Wasserpercente im

Blute überhaupt, im Einklange stünde. Rechnen wir aber den Verlust des Blutes an Wasser und ClNa aus, so ergeben sich zusammen 73·33 Grm. (= 68aq + 5·33 ClNa), das ist ein Mehrverlust von 35·64 Grm., gegen jene Bestimmung, welche sich nur auf das Körpergewicht stützt, und ferner darauf, daß das Blut stets in der Verhältnißzahl 1 : 13 an den Veränderungen des Gesammtorganismus Antheil nimmt.

Mit Rücksicht auf das ClNa hatte das Blut in der achttägigen Chlorenthaltung unter gleichen Voraussetzungen einen Verlust von 5·328 Grm. ClNa erlitten. Da aber wie früher gezeigt, der Gesammtorganismus 46·982 Grm. verloren hat, so verbleiben 41·654 Grm. auf Rechnung der übrigen Gewebe. Es ergibt sich demgemäß, daß das Blut in seinen Veränderungen mit dem übrigen Organismus nicht gleichmäßig Schritt hält; denn nach dem Verhältniß von 1 : 13 müßte der Gesammtorganismus circa 65 Grm. verlieren, wenn das Blut deren 5 einbüßt.

Die Zahl 5·33 Grm. für das Blut kann schon für sich aus leicht begreiflichen Gründen nicht genug Fehler in sich enthalten, um sie nicht der Gesammtzahl 46·982 gegenüber halten zu dürfen, und sohin auszusagen, daß das Blut an den während des Versuches erlittenen Veränderungen relativ grösseren Antheil nimmt, als der Gesammtorganismus.

Rechnen wir aber das im Blute gefundene ClNa als Percente auf den Gesammtorganismus, so ergäbe sich gleichfalls eine Zahl (circa 72 Grm.), welche den factischen Verlust (46 Grm.) übersteigt. Es ergibt sich also auch auf solchem Wege die Richtigkeit des eben ausgesprochenen Gesetzes.

In Kürze sei noch den allgemeinen Ercheinungen im Befinden des Organismus und den äußeren Verhältnissen des Harnes während der Versuchszeit Rechnung getragen.

In Beziehung auf die ersteren ist Schwächegefühl, Mattigkeit, Eingenommenheit des Kopfes und Völle des Magens hervorzuheben. Wir wollen uns hier nicht in einer Erklärung dieser Erscheinungen ergehen, um nicht zu neuen unbegründeten Vermuthungen greifen zu müssen. Wir glauben jedoch besonders betonen zu müssen, daß diese sämmtlichen Erscheinungen im Laufe der Versuchstage abnahmen

und in der zweiten Versuchsreihe überhaupt viel milder auftraten, so daß sie bis zum letzten Versuchstage fast ganz verschwanden.

Was den Harn anlangt, fiel uns sein veränderter Säuregrad auf. Obwohl immer stark sauer gelassen, zeigte doch der gesammelte Harn eine ausgesprochene Neigung zur Alcalescenz, so daß über Nacht die Reaction neutral oder ganz alkalisch wurde; im letzteren Falle mit reichlichen Sedimenten von phosphorsaurem Ammoniakmagnesia und prachtvoll stechapfelförmigem harnsaurem Ammoniak. Es lag nun weiter zu prüfen, ob die Zeit der Entleerung auf diese Zersetzlichkeit des Harnes von Einfluß sei und indem nun die zu verschiedenen Perioden gelassenen Harnmengen einzeln gesammelt wurden, ergab es sich, daß die Alkalescenz des Gesammtharnes auf Rechnung des bald (2 Stunden) nach der Hauptmalzeit entleerten zu bringen war. Derselbe zeigte bisweilen im Laufe von 2—3 Stunden schon alkalische Reaction; und auch hier wollen wir nur andeutungsweise auf die von Bence Jones hervorgehobene Thatsaehe hinweisen, daß die Säure des Harnes während der Verdauung abnimmt.

Wenn wir die Ergebnisse unserer Untersuchung überblicken, so können wir uns nicht der Ansicht anschließen, daß das Kochsalz in soferne es den Nahrungsmitteln künstlich zugesetzt wird, ein mit Rücksicht auf unser Wohlbefinden absolut unentbehrlicher Bestandtheil derselben sei. Unentbehrlich ist es nur relativ, in soferne wir vom Hause an eine kochsalzhaltige Nahrung gewöhnt werden. Diese Gewohnheit greift in die intrauterinale Periode unseres Lebens zurück, allwo das Ei schon in dem kochsalzhältigen Plasma der Mutter gebadet ist.

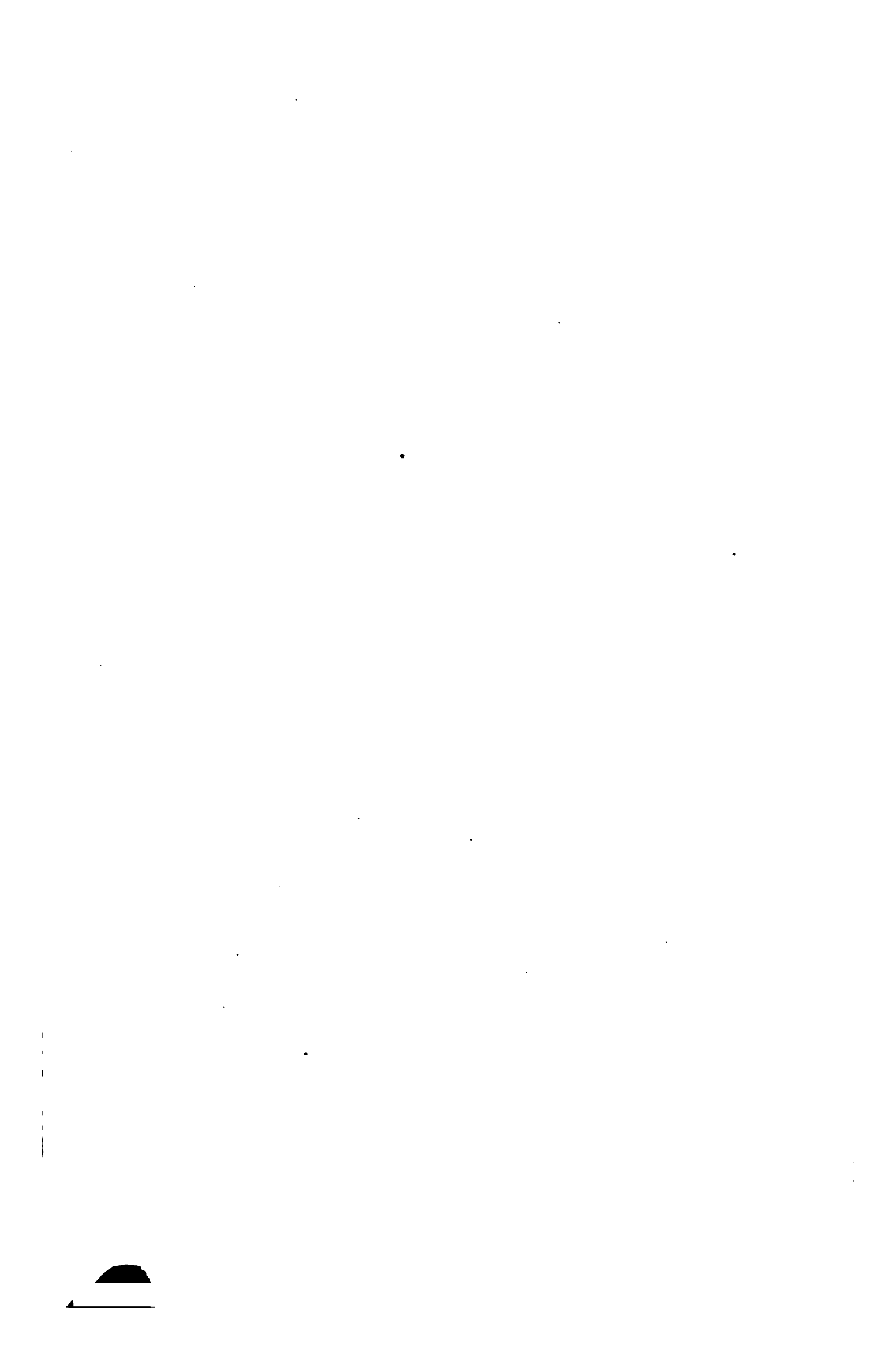
Wer von dieser Gewohnheit plötzlich abfällt, wird sich dabei weidlich schlecht befinden, eine Erfahrung, welche bekanntlich von den Alpenjägern häufig genug gemacht wird.

Das schlechte Ertragen des Kochsalzhungers macht sich in Zahlen ausgedrückt, hauptsächlich geltend in der Zunahme der stickstoffhaltigen Ausscheidungen. In soferne diese auf eine erhöhte Consumtion von Eiweisskörpern schließen lassen und in soferne bei dem Darniederliegen der Verdauung an keinen reichlichen Ersatz zu denken ist, begreifen sich die subjectiven Erscheinungen von selbst.

Im weitesten Sinne ist der Mangel an Chlor im Blute und in den übrigen Säften in dem Sinne wie Rosenthal den Mangel an Sauer-

stoff und Stricker den Mangel an gelösten Substanzen überhaupt *(Aqua destillata)* auffaßt, als ein Reiz zu betrachten, der zu der erhöhten Oxydation Veranlassung gibt.

Für den Reiz, der aus dem Mangel an Kochsalz entsteht, kann aber der Organismus abgestumpft werden; das ergibt sich aus den Beobachtungen Verson's und aus den eingangs bereits erwähnten Berichten. Wir müssen uns also der Annahme anschließen, daß die Menschen leben könnten, wenn sie ihre Speisen nicht salzten. Das Kochsalz als Zusatz zu den Speisen ist ein Genußmittel, welches die Menschen nur in sofern nicht entbehren können, als starke Raucher den Tabak und viele andere Menschen gewohnte Genüsse nicht entbehren können oder wollen.



SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

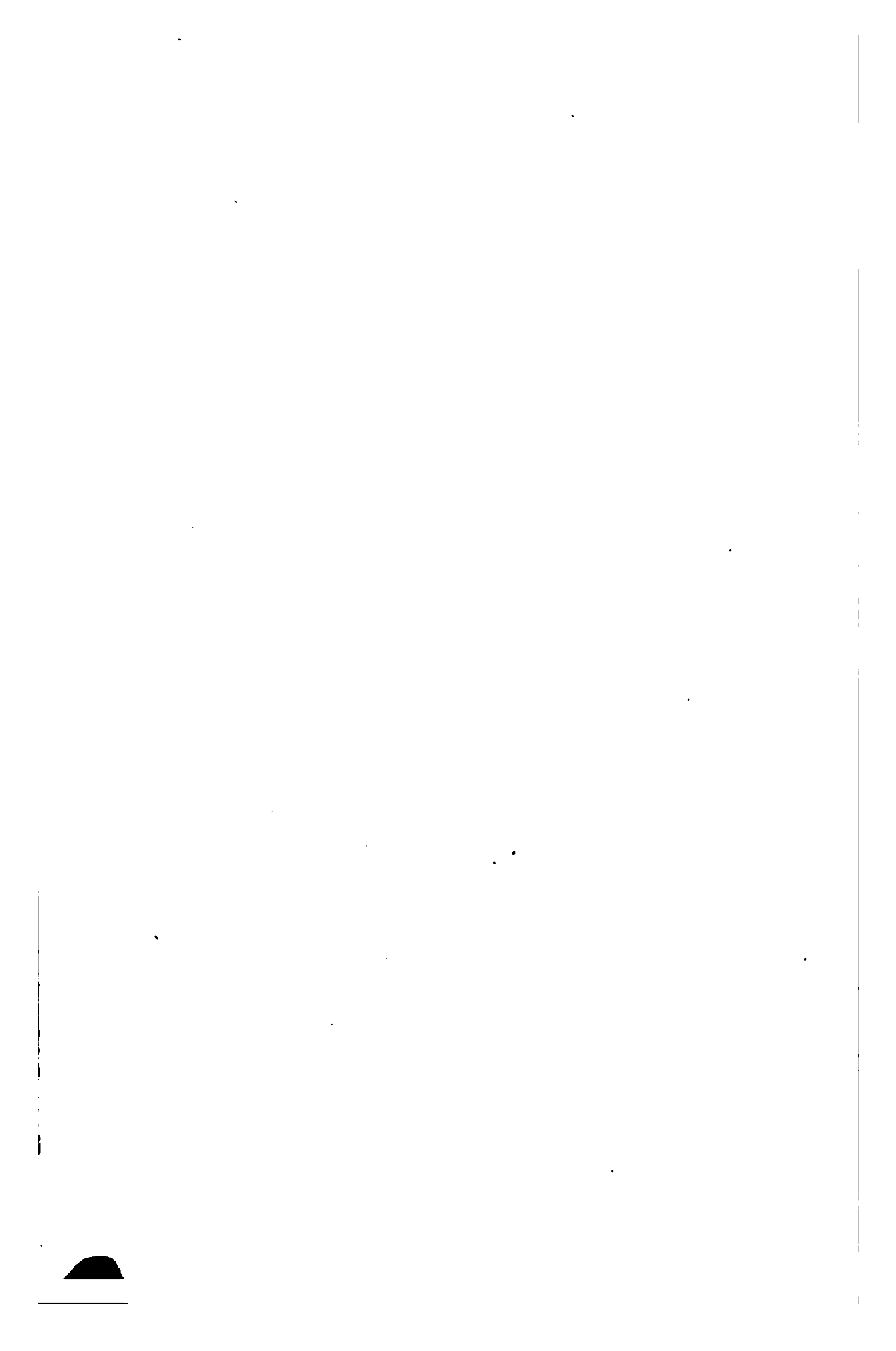
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LV. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

5.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.



XIII. SITZUNG VOM 9. MAI 1867.

Der Präsident gibt Nachricht von dem am 17. April l. J. zu Pavia erfolgten Ableben des auswärtigen correspondirenden Mitgliedes Herrn Professors Bartholomäus Ritter von Panizza und ladet die Classe ein, ihr Beileid durch Aufstehen kund zu geben.

Sämmtliche Anwesende erheben sich von den Sitzen.

Hierauf werden folgende eingesendete Abhandlungen vorgelegt:

„Die Local-Stunden von 178 Meteoriten-Fällen" vom Herrn Hofrathe W. Ritter v. Haidinger.

„Über *Aesculus Hippocastanum* L." von Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag.

„Über die maßanalytische Bestimmung löslicher Ferro- und Ferrid-Cyanverbindungen und eine Titrestellung für Chamaeleon", von Herrn Dr. W. Fr. Gintl, Assistenten an der Lehrkanzel für Chemie an der Prager-Universität.

„Analyse der Emmaquelle zu Gleichenberg in Steiermark" von Herrn Prof. Dr. J. Gottlieb in Graz.

„Untersuchungen über Molybdänsäure und deren Salze" von Herrn Fr. Ullik, Assistenten an der technischen Hochschule zu Graz.

„Über krystallisirte Ankerite vom Erzberge in Obersteiermark" von Herrn A. F. Reibenschuh.

Beschreibung einer neuen hydraulischen Maschine von Herrn Chr. Pilgrim zu Triest.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale des Sciences, Belles-Lettres & Arts de Lyon: Mémoires. Classe des Lettres: N. S. Tome XI. 1864—65; Classe des Sciences: Tome XIV, 1864. Lyon & Paris; gr. 8°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Abhandlungen. 1865. Berlin, 1866; 4°. — Monatsbericht. Januar & Februar 1867. Berlin; 8°.

Annalen der Chemie & Pharmacie von Wöhler, Liebig und Kopp. N. R. Band LXV, Heft 3; Band LXVI, Heft 1. Leipzig & Heidelberg, 1867; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 5. Jahrg. Nr. 9. Wien, 1867; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1637—1639. Altona, 1867; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXVIII, Nr. 109 & 111. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1867; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV, Nr. 15—16. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 17e—18e. Livraisons. Paris, 1867; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, königl., zu Göttingen: Gelehrte Anzeigen. 1866. Band I—II. — Nachrichten aus dem Jahre 1866. Göttingen; 8°.

— — Königl., zu Leipzig: Abhandlungen der mathem.-phys. Classe. VIII. Band, Nr. 2. Leipzig, 1866; 4°. — Berichte der mathem.-phys. Classe. 1865; 1866, 1—3. Leipzig, 1866; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg., Nr. 17. Wien, 1867; 8°.

Halle, Universität, Akademische Gelegenheitsschriften für das Jahr 1866. 4° & 8°.

Instituut, Koninkl. Nederlandsch Meteorologisch, zu Utrecht: Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek vor 1866. I. Deel. Utrecht, 1866; 4°.

Isis: Sitzungs-Berichte. Jahrg. 1866, Nr. 10—12. Dresden. 1867; 8°.

Königsberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften für das Jahr 1866. Folio, 4° & 8°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. 17. Jahrg. Nr. 17—18. Wien, 1867; 4°.

Mittheilungen des k. k. Génie-Comité. Jahrg. 1867, 3. Heft. Wien; 8°.

— aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1867, V. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 249e Livraison. Tome IXe, Année 1867. Paris; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrg. 1867. XVII. Band, Nr. 1. Wien, 1867; kl. 4°.

Reichsforstverein, österr.: Monatschrift für Forstwesen. XVII. Band. Jahrg. 1867, Februar-Heft, Wien; 8°.

Societas Regia scientiarum Upsalensis: Nova acta. Seriei tertiae. Vol. VI., fasc. I. 1866. Upsaliae; 4°.

Société Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Tome XXXIX. Année 1866, Nr. 4. Moscou; 8°.

— Linnéenne de Lyon: Annales. Année 1865, Nouvelle Série. Tome XII.; Année 1866. N. S. Tome XIII. Paris, 1866; gr. 8°.

Society, The Royal, of Edinburgh: Transactions. Vol. XXIV, Part 2. For the Sessions 1865—66. 4°. — Proceedings. Vol. V, Nr. 68—69; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 34—37. Wien, 1867; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVII. Jahrg. Nr. 9. Gratz, 1867; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig und Hübner. N. F. IX. Jahrg., II. Band, Nr. 24. 1866; X. Jahrgang. III. Bd. Nr. 5—7. Leipzig, 1867; 8°.

Über krystallisirte Ankerite vom Erzberge in Obersteiermark.

Von **Anton Franz Reibenschuh.**

Auf dem Erzberge in Steiermark, wo der Ankerit in Verbindung mit Spatheisenstein erscheint und mit diesem — doch nur in geringen Mengen als Zuschlag — verhüttet wird, fand man ihn meist nur in Massen von krystallinischem und dichtem Gefüge, während gut ausgebildete Krystalle zu den Seltenheiten gehörten. In der letzten Zeit sind nun auf dem Erzberge und zwar in den Hohlräumen eines sehr stark verwitterten Spatheisensteines, in dem sogenannten Blauerze, sehr schön krystallisirte Ankerite gefunden worden, von denen mir einige Stücke durch Herrn Professor R. Niemtschik zukamen und deren Analyse ich im Laboratorium des Herrn Prof. Dr. J. Gottlieb ausgeführt habe.

Um zunächst die physiographischen Eigenschaften anzuführen, haben die in jeder Hinsicht ausgezeichneten Krystalle die Rhomboederform der Spaltungsgestalt, erscheinen sowohl einfach wie als regelmäßige Zwillingsbildungen und haben die Zusammensetzungsfläche parallel einer Fläche des Rhomboederprisma.

Die Krystalle erscheinen entweder einzeln oder in Gruppen, meist ohne feste Verbindung mit dem sie umgebenden Blauerze und dürften aus dem Zerstörungsproducte des Muttergesteines gebildet worden sein.

Als Begleiter dieses Ankeritvorkommens finden sich sehr reine zuweilen an beiden Enden ausgebildete Bergkrystalle mit den gewöhnlichen Prismen- und Pyramidenflächen, seltener auch den Flächen des Rhomboeders und des Trapezoeders, und wie ich an Exemplaren aus der Sammlung des oben erwähnten Herrn zu sehen Gelegenheit hatte, sehr schöne wasserhelle Arragonitkrystalle und Calcit.

Die meisten Ankeritkrystalle sind sattelförmig gekrümmt und haben eine drusige Oberfläche, doch kommen auch einfache Rhomboeder und Zwillingsbildungen davon mit vollkommen ebenen und glatten Flächen vor.

Gewöhnlich sind die Krystalle undurchsichtig, zuweilen durchscheinend, sehr selten durchsichtig und wasserklar. Sie haben Glasglanz oder Perlmutterglanz und die Farbe derselben ist weiß, gelblich, röthlich, braun, letztere zuweilen metallisch glänzend.

Dem Rhomboeder entsprechende Spaltungsflächen sind sehr leicht zu erzeugen, selbst dann, wenn das Mineral schon ziemlich stark verwittert ist.

Das specifische Gewicht derselben ist 2·97, die Härte 3·5—4·0. Eigenthümlich sind die am Erzberge vorkommenden Krystalle mit dunkelbrauner Farbe und glatter Oberfläche, welche bei dem geringsten Drucke von außen in ein röthlichbraunes Pulver zerfallen, und andere Krystalle von lichtgrauer Farbe, deren Oberflächen wie von Säuren zerfressen aussehen, im Innern dagegen keine Spur einer Zerstörung wahrnehmen lassen.

Zur analytischen Untersuchung dienten fünf Varietäten, 1—3 Krystalle, theils weiß, theils gelblich, eine Varietät 4, braun, hie und da metallisch glänzend und wie oben erwähnt wurde, beim geringsten Drucke in ein röthlich-braunes Pulver zerfallend und endlich die Varietät 5, die gewisser Maßen als Zersetzungsproduct den Überzug dunkel gefärbter, im Innern unversehrter Krystalle bildet.

Bei den Varietäten 1—3 wurden sämmtliche Körper bei 4 und 5 der unbedeutenden Menge des Materials wegen nur die Basen bestimmt.

Die directe Bestimmung der Kohlensäure bei Varietät 1—3 fand nach Art der organischen Elementaranalyse mit chromsaurem Bleioxyd statt.

Die Menge des in der Substanz vorfindlichen Eisenoxydes und Eisenoxyduls wurde durch Titration ermittelt.

Varietät 1 besteht in 100 Theilen aus

Kohlensäure	41·72
Eisenoxyd	1·62
Eisenoxydul	24·24
Manganoxydul	1·84
Kalk	23·92
Magnesia	6·42
	99·76

Die Menge des Sauerstoffes in der Kohlensäure und in den isomorphen Basen verhält sich wie 30·34 : 15·19.

Varietät 2 enthält in 100 Theilen:

Kohlensäure:	42·13
Eisenoxyd	3·71
Eisenoxydul	24·57
Manganoxydul	1·46
Kalk	23·41
Magnesia	4·93
	100·21

Das Verhältniß des Sauerstoffes der Kohlensäure und der isomorphen Basen ist wie 30·64 : 14·45 also näherungsweise wie 2 : 1.

Die Varietät 3 besteht in 100 Theilen aus

Kohlensäure	42·39
Eisenoxyd	1·54
Eisenoxydul	21·40
Manganoxydul	1·74
Kalk	25·91
Magnesia	6·89
	99·87

Es beträgt der Sauerstoffgehalt der Kohlensäure 30·82 und jener der Basen, mit Ausschluß des Eisenoxyds 14·90 woraus sich das Verhältniß 30·82 : 14·90 oder näherungsweise wie 2 : 1 ergibt.

Varietät 4 enthält in 100 Theilen:

Eisenoxyd	69·55
Manganoxydul	—
Kalk	4·64
Magnesia	1·92

Varietät 5 gab in 100 Theilen:

Eisenoxyd:	22·56
Manganoxydul	—
Kalk	34·22
Magnesia	4·23

Aus den beiden letzten Analysen ergibt sich, daß die Varietät 4 in der Zersetzung weiter vorgeschritten ist, als die Varietät 5.

Die Localstunden von 178 Meteoritenfällen.

Von dem w. M. W. Ritter von Haidinger.

Der Gegenstand, welchen der hochverehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften vorzulegen ich mir heute die Ehre gebe, reiht sich so nahe und unmittelbar an die beiden Betrachtungen vom 17. und vom 31. Jänner d. J. an, daß er streng genommen als eine unerläßliche Ergänzung derselben gelten darf. Alles zusammen in Einer Mittheilung verarbeitet, würde freilich anziehender erschienen sein, aber es liegt andererseits in der Natur der Sache, daß sich das Feld der Arbeit erweitert, so wie die letztere begonnen ist und weiter verfolgt wird.

Zwei Richtungen sind es, in welchen man die Meteoritenfälle der Tageszeit nach an der Oberfläche unseres Planeten vergleichen kann, mit den verschiedenen wechselnden Meridianen, auf welche man dieselben beziehen kann, und mit der festen Lage der Sonne, in den durch sie bestimmten Tagesstunden.

Ich war zuerst veranlaßt gerade unsere classische Meteoritensammlung des k. k. Hof-Mineraliencabinets zu Grunde legend, die Tagesstunden der Meteoritenfälle mit einander in geographischer Beziehung zu vergleichen, und sie zu diesem Ende auf Einen Meridian, und zwar auf den von Greenwich zu beziehen. Die Sammlung enthielt Belegstücke zu 126 Meteoritenfällen.

Aber in den Werken der Schriftsteller lagen doch noch mehrere fest angegebene Tageszeiten vor, und aus diesen gelang es mir noch 52 zu gewinnen, welche mit den vorhergehenden die für den Gegenstand nicht unbeträchtliche Summe von 178 Fällen darstellen.

Es wäre wohl wünschenswerth gewesen, wenn die sämmtlichen Fälle in Ein Bild hätten vereinigt werden können. Indessen kann dies hier vorläufig auf sich beruhen. Wichtiger aber ist es, die sämmtlichen 178 Fälle nach ihren Localstunden zusammenzustellen, und diese nachstehende Tafel ist es, welche ich hier vorzulegen die Ehre habe.

A. M.			P. M.	
6 Vago.	1	12 — 1	1 Mascombes; 2 Eichstädt, Dharwar, Girgenti; 4 l'Aigle; 5 Perth, New Concord, Canellas; 11 Ensisheim.	9
1 Corrientes; 8 Chantonnay; 12 Turakina.	3	1 — 2	1 Caswell C[ty]; 4 Toulouse; 5 Nörten; 7 Buttelstädt, Chat. Renard; 8 Luponnas, Pilistfer; 9 Krasnoi; 10 Menow; 11 Charsonville; 12 Schönenberg.	11
12 Pegu, Trapezunt.	2	2 — 3	1 Tregony; 2 Mhow, Jowa; 3 Timochin; 4 Milena; 6 Larissa; 7 Dickson C[ty], Dhurmsala; 8 Petersburg N. A.; 10 Charkow, Borkut.	11
5 St. Mesmin; 7 Braunau.	2	3 — 4	1 Fabbriano; 2 Little Piney; 3 Grüneberg, Harrison C[ty]; 4 Schellin, Erxleben, Killeter; 5 Nashville, Forsyth; 3 Oesel; 6 Scheftlar, Juvinas; 7 Manegaon; 9 Lissa, Wessely; 11 Myhee Counta, Mauerkirchen, Trenzano; 12 Wold Cottage.	19
5 Castel Berardenga, Castine; 11 Macao, Shalka.	4	4 — 5	1 Pentolina, Nellore; 3 Doroninsk, Stawropol, Alais; 4 Hatford; 5 Bremervörde; 6 Knyahinya; 7 Albareto; 8 Woodbridge, Aldsworth, Nobleborough; 9 Lucé, Klein Wenden, Mezö-Madaras; 10 Avignon, Les Ormes; 11 Doab.	18
3 Sagan; 4 Lahore; 5 Stannern; 6 Jonzac; 9 Limerick.	5	5 — 6	1 Oriang; 3 Crevalcore, Salès; 5 Gopalpur, Hraschina; 7 Lixna; 11 Allahabad, Nulles; 12 Schie.	9
9 Epinal, Mudoor; 10 Favars, 12 Weston.	4	6 — 7	2 Tounkin, Curvello; 6 Siena, Grosnja; 8 Dundrum; 11 Blansko.	6
2 Launton; 3 Fünen; 4 Ceylon; 5 Kakova; 6 Charwallas, Cereseto; 7 Buschhof; 9 Linum; 10 Charollais, Chassigny, Politz, Zebrak; 12 Ausson.	13	7 — 8	4 Gütersloh; 5 Waltring, Orgueil; 6 Utrecht, S. Denis-Westrem; 7 Tabor, Berlanguillas; 8 Polinos; 9 Crema; 12 Benares.	10
1 Cesena; 6 Richmond; 8 Shergotty; 10 Cold Bokkeveld, 12 Manbhoom.	5	8 — 9	1 Renazzo; 4 Beeston; 6 Angers; 7 Barbotan; 11 Simonod.	5
4 Glasgow; 5 Macerata; 9 Rodach; 10 Apt, Bialystok; 11 Mont Vaisien; 12 Okniny.	7	9 — 10	7 Montpreis.	1
3 Kuleschowka *); 4 Kaba; 6 Uden; 9 Honolulu; 12 Mässing.	5	10 — 11		0
2 Ortenau, Durala, Buchmut, Nanjemoy, Parnallee, Alessandria; 3 Segowlee; 4 Parma; 5 Karakol, Butsura; 6 Chandacapur; 7 Gross Divina, Crawford C[ty]; 8 Stolzenau, Tipperary, Deal, Dacca, Oued Soufflat; 9 Agen; 10 Rasgrad, Nicorps; 11 Sigena; 12 Tourinnes-la-Grosse.	(74) 23	11 — 12	2 Zwickau; 4 Heredia; 7 Vouillé, 8 Agra; 10 Ohaba.	(104) 5

*) Dies, 11 Uhr Morgens, ist nach Ad. Goebel die richtige Fallzeit, nicht 12h P. M. um Mitternacht, wie es in früheren Angaben unrichtig heißt. Melanges physiques et chimiques, tirés du bulletin de l'académie impériale des sciences de St. Pétersbourg. Tome VII, p. 285. Kritische Übersicht der im Besitze der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften befindlichen Aerolithen.

In meiner ersten Mittheilung am 17. Jänner hatte ich allerdings unter den vier Verfassern des Berichtes an die British Association im Jahre 1860, auch Herrn R. P. Greg genannt. Er war es der zuerst auf die Mehrzahl der Nachmittagsfälle gegenüber den Vormittagsfällen aufmerksam gemacht hatte, wie er mir nun in einem freundlichen Schreiben von 3. April mittheilte, in demselben aber, sich gleichzeitig auf Herrn Alexander Herschel's Ansichten berufend, billigerWeise so großes Gewicht auf die Vergleichung der Localstunden der Fälle legte, daß ich nicht verschieben durfte, sogleich die von mir gesammelten 178 Ereignisse in dieser Richtung zu untersuchen, welche gewiß auch in Beziehung auf die Vergleichungen in astronomischer Beziehung, wie früher die geographische war, eine so umfassende Darstellung geben mußten, wie wir sie überhaupt gegenwärtig zu erlangen vermögen.

Es ist gewiß dabei unerläßlich, die sämmtlichen Fälle, europäische, amerikanische, asiatische vereint zum Gegenstande der Betrachtung zu nehmen, nicht willkürlich nur die einen zum Ausschlusse der übrigen. Auch die Beifügung der Namen der Orte wo die Fälle stattgefunden haben, um jede Erörterung über dieselben zu erleichtern. Zu genauerer Würdigung der Beziehungen sind übrigens auch noch in kleinen vorgesetzten Ziffern 1 bis 12 die Monate angedeutet, in welchen die Fälle stattgefunden haben. Sie werden hier allerdings nicht als Grundlagen zu ferneren Betrachtungen angewendet, aber ich glaubte, daß auch diese Notiz, wie sie gelegentlich gegeben ist, an einem andern Orte wird nützlich gemacht werden können.

In jedem Abschnitte der Stunden sind die Fälle, nebst den einzelnen Namen, auch summarisch angegeben. Es ist nun leicht dieselben mit einander zu vergleichen. Die Gesammtsumme der Vormittagsfälle, also derjenigen von Nachts 12 Uhr bis Mittags 12 Uhr, ist 74, die Gesammtsumme der Nachmittagsfälle, oder derjenigen von 12 Uhr Mittags bis 12 Uhr Nachts, ist 104. Dieses Verhältniß, von einer so großen Zahl, als man sie überhaupt für den Augenblick als genügend zu betrachten berechtigt ist, tritt an die Stelle des früher als bestehend angenommenen von 13 zu 58, in 72 Fällen, oder in

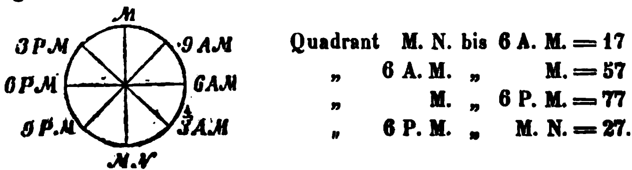
annähernden kleineren Zahlen ausgedrückt, haben wir 3 : 4 anstatt 1 : $4\frac{1}{2}$. Dieses letztere Verhältniß aus einer kleineren Zahl von Fällen abgeleitet, aber nicht durch die Namen belegt, hatte mir zwar immer auffallend geschienen, aber erst als es nach Jahren noch als Grundlage zu ferneren Erörterungen galt, versuchte ich aus der sehr vermehrten Kenntniß des Gegenstandes selbst, genauere Vergleichungspunkte abzuleiten.

Allerdings darf man nach den bisher gefundenen Zahlen auch künftighin mehr Nachmittagsfälle als Vormittagsfälle erwarten, aber doch nur immer in dem Verhältnisse von 4 : 3. Die Wahrscheinlichkeit für jede Stunde ergibt sich aus der Vergleichung der ihr angehörigen Zahl mit der Durchschnittszahl der Fälle in 24 Stunden und ist also $\frac{178}{24} = 7\cdot42$.

Für 4^h P. M. wäre also das Verhältniß 19 : 7·42 oder etwas mehr als $2\frac{2}{3}$: 1.

Für 12^h Mittags wäre es = 23 : 7·42 oder 3·1 : 1.

In Gruppen von 6 Stunden stellen sich die Anzahlen der Fälle wie folgt:



Quadrant	M. N.	bis	6 A. M.	=	17
„	6 A. M.	„	M.	=	57
„	M.	„	6 P. M.	=	77
„	6 P. M.	„	M. N.	=	27.

Die Gruppe der 12 Stunden der Tagesfälle von 6 Uhr A. M. bis 6 Uhr P. M. enthält 134, während für die Gruppe der 12 Stunden der Nachtfälle von 6 Uhr P. M. bis 6 Uhr A. M. nur 44 Fälle übrig bleiben.

Während also die Vormittagsfälle zu den Nachmittagsfällen in dem Verhältnisse von 3 : 4 stehen, zeigt sich das Verhältniß der Tagesfälle zu den Nachtfällen nahe wie 3 : 1.

Dies ist ein allerdings sehr in die Augen fallender Unterschied. Die Gruppen von je 6 an einander schließenden Stunden stehen in folgendem Verhältnisse:

Quadrant	von	3 A. M.	bis	9 A. M.	=	33
„	„	9 A. M.	„	3 P. M.	=	66
„	„	3 P. M.	„	9 P. M.	=	67
„	„	9 P. M.	„	3 A. M.	=	12.

Die Gruppe, welche die Mitternachtstunde umgibt, ist die der wenigsten Meteoritenfälle, nur 12 in 6 Stunden, nur 2 auf jede ein-

zelne derselben im Durchschnitt. Sie sind selbst innerhalb der Nachthälfte von 44 Fällen seltener als in den an die 6 Uhr A. M. und 6 Uhr P. M. anschließenden Gruppen von je drei Stunden, welche noch die Zahlen von 11 und 21 Fällen darbieten.

Nur die in die Augen fallendsten Verhältnisse sind hier einzeln verfolgt. Im Ganzen läßt sich wohl aus den bisherigen Beobachtungen schließen, wenn auch künftighin die gleichen Verhältnisse fortdauern, daß die Tagesfälle dreifach die Zahl der Nachtfälle übertreffen werden. Eben so daß insbesondere die Fälle in späten Nacht- und frühen Morgenstunden, von 9 Uhr bis 3 Uhr, am seltensten in den Verzeichnissen erscheinen werden.

In jenem Berichte an die British Association für 1860, dessen früher gedacht wurde, und welcher die Angabe der 13 Vormittagsfälle, gegen 58 Nachmittagsfälle in 72 enthält, findet sich auch folgende Stelle: „Wenn es wahr ist, daß mehr aërolithische Fälle bei Tage vorkommen als bei Nacht, sollte es scheinen, daß die Erde mehr in der Lage ist, solchen Körpern in ihren Bahnen zu begegnen, wenn sie sich von der Sonne entfernen, indem diejenige Seite, welche der Sonne entgegengesetzt ist, natürlich die wahrscheinlichste ist, welche mit denselben in Berührung kommen kann“[1]).

Diese summarisch schon vor längerer Zeit, in Folge man muß es zugeben, weniger genügender Annahmen, ausgesprochene Ansicht, findet allerdings nun bei dem Vorhandensein unseres nahezu vollständigen Vorrathes an Thatsachen eine bei Weitem weitergehende Bestätigung. Dennoch muß man wünschen, daß man für viel genauere künftige Beobachtungen sorgen möge.

Einige größere Festigkeit würden die bisherigen Grundlagen allerdings besitzen, wenn man mit einiger Sicherheit behaupten könnte, daß während der Zeit gar keine Beobachtungen übergangen worden sind, und daß die Angaben auch mit einiger Schärfe in den Archiven aufbewahrt wurden.

Freilich sind die Meteoritenfälle von Umständen begleitet, welche bei Tage wie bei Nacht die höchste Aufmerksamkeit erregen müssen,

---

[1]) If true that more aerolithic falls occur during daytime, than during the night, it would seem that there is a greater tendency to encounter those bodies in their orbits, as they recede from the sun; that side of the earth most directly opposite to the sun being naturally most likely to come into actual contact with them. p. 26.

die gewaltigen Schallerscheinungen, die namentlich zur Nachtzeit so weithin blendenden Feuermeteore, der Steine und Eisenmassen selbst nicht zu gedenken. Aber nicht in gleichem Grade sorgte der Bildungsgrad und die Aufmerksamkeit der Erdebewohner für Aufzeichnung und Mittheilung der Ereignisse.

Der älteste Meteorstein, von dem die Fallstunde aufbewahrt wurde, ist zugleich der älteste, von welchem Bruchstücke sich noch in unseren Sammlungen finden, der vom 7. November 1492.

Seitdem folgten sich die Angaben nur sehr allmälig. Folgende Tafel zeigt den Fortschritt.

	In je 20 Jahren			Im Jahrhundert		
	A. M.	P. M.	Zusammen	A. M.	P. M.	Zusammen
Bis Ende 1500	1	1	2	1	1	2
Von 1501 bis 1520	0	1	1			
„ 1521 „ 1540	0	0	0			
„ 1541 „ 1560	0	0	0			
„ 1561 „ 1580	0	1	1			
„ 1581 „ 1600	0	2	2	. . .	4	4
Von 1601 bis 1620	0	0	0			
„ 1621 „ 1640	4	2	6			
„ 1641 „ 1660	2	2	4			
„ 1661 „ 1680	2	0	2			
„ 1681 „ 1700	0	2	2	8	6	14
Von 1701 bis 1720	0	2	2			
„ 1721 „ 1740	1	2	3			
„ 1741 „ 1760	1	3	4			
„ 1761 „ 1780	2	5	7			
„ 1781 „ 1800	2	7	9	6	19	25
Von 1801 bis 1820	16	12	28			
„ 1821 „ 1840	17	22	39			
„ 1841 „ 1860	15	31	46			
„ 1861 „ 1866	11	9	20	59	74	133
Bis Ende 1866 im Ganzen .				74	104	178

Aber auch selbst in den Angaben der Stunden macht sich eine gewisse Unsicherheit bemerklich, welche von dem gesellschaftlichen Zustande abhängt. Es glückt nicht immer eine feste Angabe zu finden. Die Angabe um die Mittagszeit, welche durch die Ziffer 23

für die Stunde von 11 bis 12 ausgedrückt ist, blieb wohl bei mehreren Angaben eigentlich nur eine Schätzung, die sich auf die auch in anderer Beziehung wichtige Stunde des Mittags bezog. Man würde sonst wohl nicht die nächsten Nachbarn 11 A. M. mit 4 und 1 P. M. mit 9 Fällen bezeichnet finden. Es hätten sich wohl bei genauen Zeitbestimmungen gewiß die Ziffern mehr ausgeglichen oder abgerundet. Aber auch Mitternacht 11 bis 12 P. M. hat 5 Fälle, während für 11 P. M. kein Fall verzeichnet ist, für 1 A. M. nur ein einziger. Auch dieses wohl nur, weil der größte Theil der Bewohner schlief, und spätere Anfragen zwar eine tiefe Nachtstunde, nahe an Mitternacht als Auskunft erhielten, ohne eigentlich eine Stundenangabe zu verzeichnen. So könnten sich wohl auch diese 6 Fälle gleichförmiger auf die drei Stunden von 10 Uhr bis 2 Uhr vertheilen.

Wer die Originalangaben, die Quellen vergleicht, wird diese Bemerkungen gewiß nicht überflüssig finden. Ein neues Beispiel gibt, wie zum Zeugniß aufgerufen, die höchst anziehende mir soeben als freundliches Geschenk zugekommene Schrift des Herrn Adolph Goebel in St. Petersburg, aus welcher ich eben die richtige Tagesfallzeit des Meteoriten von Kuleschowka, gefallen am 12. März 1811 11 Uhr des Morgens, entnahm, statt der in mehreren früheren Verzeichnissen angegebenen Stunde der Mitternacht. Das Werk enthält die werthvollsten Nachrichten über die Meteoriten in den Sammlungen daselbst, und bringt uns mancherlei Berichtungen, auf welche ich mehrfach werde zurückkommen müssen. Hier sei mir vorläufig nur gestattet, dem hochgeehrten Herrn Verfasser meinen besten Dank und volle Anerkennung auszudrücken.

Über den Meteorsteinfall von Charkow, am 10. October 1787 Nachmittags um 3 Uhr, berichtet derselbe, daß die „näheren Nachrichten über diesen Fall, von Stoikowitsch, Professor der Physik an der Charkower Universität, erst siebzehn Jahre nach stattgehabtem Ereignisse gesammelt worden“ sind. Er schließt bei dieser Thatsache billig die Betrachtung an „wie viele solcher von vielen Zeugen gesehenen Vorfälle aus dem Gedächtnisse der Menschen verschwunden und für die Wissenschaft für immer verloren gegangen sein mögen, wenn sich nicht zufällig Jemand fand, der Notiz hiervon nahm und das Geschehene zu Papier brachte“ [1]).

---

[1]) Mélanges etc. Seite 278.

Bei diesem Stande der Unvollkommenheiten der Daten, auf welchen wir unsere Schlüsse zu gründen vermögen ist zwar jeder Fortschritt, der sich an Herrn R. P. Greg's erste allgemeine Bemerkungen, wenn sie auch eine viel zu große Verhältnißzahl ergaben, in astronomischer Richtung anschließen kann, gewiß höchst werthvoll und wünschenswerth. Indessen wird es wohl immer gerathen sein, einen der Factoren nicht gänzlich aus der Beurtheilung auszuschließen, die Thatsache, daß doch bei Tage die ganze Bevölkerung sich in wachendem Zustande befindet, bereit alle Ereignisse nach verschiedenen Richtungen lebhaft selbst aufzunehmen, und weiter mitzutheilen, während Nachts der Zustand des Schlafes der natürliche des allergrößten Theiles der Bewohner ist, und während derselben in entlegenen Gegenden so manche Erscheinung statt finden kann, über welche Nichts mitgetheilt wird, und die daher auch in den Verzeichnissen fehlt, welche für die Zukunft aufbewahrt werden. Wie viel Einfluß man der Betrachtung dieses Umstandes zugestehen sollte, bin ich wohl nicht vorbereitet zu beantragen. Jedenfalls ist er gewiß nicht ohne allen Einfluß.

Die Zeit vor dem Meteorsteinfalle von Ensisheim, am 7. November 1492, dürfen wir wohl, was die Angabe der Tages- oder Nachtstunden früherer Fälle betrifft, für unsere Kenntniß als „der Nacht“ angehörig betrachten.

Die Methodik der darstellenden Geometrie zugleich als Einleitung in die Geometrie der Lage.

Von **Dr. Wilhelm Fiedler,**

Professor der darstellenden Geometrie am k. böhm polytechnischen Landesinstitute zu Prag.

(Mit 3 Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 21. März 1867.)

1. Die practischen Ziele der darstellenden Geometrie bedingen, daß, als ihr allgemeiner Zweck die Bestimmung aller Raumformen durch andere räumliche Formen — Abbilder oder Nachbildungen von jenen — aufgefaßt werde. Das Abbild muß Lage, Form und Dimensionen des Abgebildeten angeben oder ihre Ermittelung gestatten.

Je nach Umständen dient diesem Zwecke die graphische Darstellung, d. h. die Abbildung auf einer ebenen (oder krummen) Fläche, oder das Modell, das räumliche Abbild.

Mit der Entwickelung der Mittel zur Erreichung dieses Zweckes werden die Mittel zur Ausführung aller Constructionen der Geometrie und zur Lösung ihrer Probleme gewonnen; die allgemeine Auffassung der dabei vermittelnden elementaren Processe gibt zugleich die natürlichste Grundlage für das System der reinen Geometrie.

2. Das mathematische Abstractum des Sehprocesses ist die nächste und natürlichste Quelle aller Abbildungsmethoden, weil jedes Abbild den Beschauer so deutlich als möglich an das Urbild erinnern soll. Darum sind bei dem Vorgange der Abbildung das Original und das Abbild in centraler oder perspectivischer Lage zu denken, d. h. die geraden Verbindungslinien der Punkte des einen mit den respective entsprechenden des andern gehen durch einen festen Punkt, das Centrum. Von dieser gegenseitigen Lage abgesehen und noch nach Aufhebung derselben sind Original und Abbild durch die beiden Gesetze verbunden, daß jedem Punkte des Originals ein Punkt des Abbildes und umgekehrt und jeder Geraden des Originals eine

Gerade des Abbildes und umgekehrt entspricht; man sagt, das Original und das Abbild sind projectivisch oder stehen in der Verwandtschaft der Projectivität.

3. Die graphische Darstellung in der Ebene entspricht der Voraussetzung, daß alle Punkte des Abbildes in einer Ebene — der durch die Zeichnungsebene repräsentirten Bildebene — gelegen seien; ihre Vereinigung heißt das Bild oder die Projection des Originals. Die geraden Linien vom Centrum der Projection nach den Punkten des Originals, welche durch ihre Schnitte mit der Bildebene die Projectionen jener Punkte bestimmen, heißen die projicirenden Strahlen und bilden in ihrer Gesammtheit das projicirende Strahlenbündel. Für ein in unendlicher Ferne gedachtes Centrum wird dasselbe zu einem Parallelenbündel. Jenes entspricht der Centralprojection, dieses der Parallelprojection, welche man wieder nach der Neigung der projicirenden Strahlen gegen die Bildebene in orthogonale und schiefe unterscheiden kann. Die Centralprojection genügt, als dem Vorgange des Sehens näher, den Anforderungen der Bildlichkeit im höheren Grade. Man gelangt von ihren Gesetzen durch Specialisirung zu denen der Parallelprojection, durch Verallgemeinerung aber zu jenen, welche die dem allgemeinen Zweck der darstellenden Geometrie entsprechenden Modellirungsmethoden beherrschen müssen.

Darum hat die Methodik der darstellenden Geometrie, die sich übrigens auf die geometrischen Elementarformen: die gerade Linie, den Punkt und die Ebene beschränken darf, in der Centralprojection den zweckmäßigsten Ausgangspunkt. An die Entwickelung der Methoden bei der Betrachtung der Elementarformen schließt sich dann die Anwendung derselben auf das Studium und die Darstellung der zusammengesetzten Formen an. Die Benützung aller Methoden und die Wahl der für die specielle Absicht zweckmäßigsten unter ihnen kann nur so schon für das Studium gesichert werden.

4. Das Centrum C, der Scheitel oder Träger des Strahlenbündels der projicirenden Geraden, werde auf die Bildebene, die wir als Tafelebene denken, durch die von ihm auf dieselbe gefällte Normale bezogen; der Fußpunkt c der letzteren heißt der Hauptpunkt, ihre Länge die Distanz, der mit ihr aus jenem in der Tafel beschriebene Kreis D der Distanzkreis (Fig. 1). Der nach einem Punkte

gehende projicirende Strahl — der Schein desselben — schneidet die Tafel im Bilde des Punktes. Umgekehrt bestimmt zwar jeder Punkt der Tafel den nach ihm gehenden projicirenden Strahl, aber unter den Punkten desselben kann nur der in unendlicher Ferne gelegene, d. i. die Richtung des Strahls, und der in der Bildebene gelegene als durch ihn bestimmt angesehen werden. Die von verschiedenen Punkten der Tafel ausgehenden projicirenden Strahlen können nach ihren Neigungswinkeln β gegen die Tafel unterschieden werden, die in einem rechtwinkligen Dreieck aus dem Abstand des Punktes vom Hauptpunkte und der Distanz als Katheten der letzteren gegenüberliegen, somit für die Punkte eines aus dem Hauptpunkte beschriebenen Kreises constant sind — mit ihnen auch die Länge der projicirenden Strahlen vom Centrum bis zur Tafel. Solche Kreise sollen Neigungskreise heissen.

5. Die Bilder aller Punkte einer Geraden geben das Bild der Geraden; die Gesammtheit ihrer projicirenden Strahlen bildet ein (ebenes) Strahlenbüschel und die projicirende Ebene oder den Schein der Geraden. Das Bild der Geraden ist daher eine Gerade. Jede Gerade in der Bildebene bestimmt eine projicirende Ebene mit dem Centrum. Sie bestimmt alle Strahlen des zu ihr gehörigen projicirenden Büschels, außer diesen aber nur noch zwei Gerade in der projicirenden Ebene, nämlich die in unendlicher Ferne, d. i. die Stellung der Ebene, und ihre Schnittlinie mit der Bildebene. Die projicirenden Ebenen können nach ihren Tafelneigungen α unterschieden werden, oder nach den Tafelneigungen derjenigen projicirenden Geraden in ihnen, deren Fußpunkt in der Tafel dem Centrum oder Hauptpunkte am nächsten liegt. Die Tafelneigung ist daher für alle diejenigen projicirenden Ebenen die nämliche, welche den Tangenten des nämlichen Neigungskreises entsprechen; mit ihr auch die Breite des Streifens der projicirenden Ebene, welcher zwischen der Bildebene und der zu ihr parallelen Ebene durch das Centrum oder der Verschwindungsebene liegt.

6. Unter den Geraden in derselben projicirenden Ebene, welche die nämliche Gerade zum Bilde haben, kann eine jede bestimmt werden, indem man die Bilder derjenigen Punkte in ihr angibt, welche durch ihre Projection allein bestimmt sind, d. h. ihren Durchstoßpunkt mit der Bildebene und das Bild ihres unendlich fernen Punktes oder den Durchstoßpunkt des zu ihr parallelen projicirenden

Strahls mit der Bildebene: das Bild einer Geraden, ihr Durchstoßpunkt σ und ihr Fluchtpunkt φ in demselben bestimmen die Gerade — nämlich das Bild die projicirende Ebene, der Durchstoßpunkt ein Strahlenbüschel in ihr, zu dem sie gehört, und der Fluchtpunkt den Strahl desselben, mit welchem sie zusammenfällt. Daraus ergibt sich die Tafelneigung der Geraden und ihre Länge zwischen Tafel und Verschwindungsebene als identisch mit den entsprechenden Größen des ihr parallelen projicirenden Strahles; die Entfernung ihres Schnittpunktes ν mit der Verschwindungsebene vom Centrum C als die Länge $\varphi\sigma$ in ihrem Bilde. Der Halbirungspunkt in der Strecke $\varphi\sigma$ ist das Bild desjenigen Punktes der Geraden, der in einer zur Tafel parallelen Ebene in der Entfernung der Distanz gelegen ist. Diese zweite Parallelebene, die Tafel und die Verschwindungsebene, trennen vier Strecken $\infty\mu$, $\mu\sigma$, $\sigma\nu$ und $\nu\infty$ der Originalgeraden von einander, denen die vier Strecken des Bildes $\varphi\mu'$, $\mu'\sigma$, $\sigma\infty$, $\infty\varphi$ entsprechen.

7. Durch die Umlegung der Geraden mit ihrer projicirenden Ebene in die Tafel wird der Zusammenhang zwischen Original und Bild einer solchen vollständig ersichtlich gemacht, — Projectivität in perspectivischer Lage. Wenn (C) das umgelegte Centrum ist, so ist die Parallele G zu $(C)\varphi$ durch σ die Umlegung der Geraden G'. Jeder Strahl eines Büschels vom Scheitel (C) schneidet G und G' in entsprechenden Punkten a', a etc. (Fig. 2). Für ν als den Punkt der Geraden in der Verschwindungsebene ist $\Delta a\nu(C) \backsim \Delta(C)\varphi a'$ und

$$a\nu : \nu(C) = (C)\varphi : \varphi a' \quad \text{oder} \quad a\nu . \varphi a' = \nu(C) . (C)\varphi = \sigma\nu . \varphi\sigma,$$

d. i. das Product der Abstände eines Punktes im Original vom Verschwindungspunkte und seines Bildes vom Fluchtpunkte der Geraden ist für alle Punkte derselben Geraden constant ($= k^2$); es heißt die perspectivische Potenz der Geraden und die Punkte ν, φ heißen die Gegenpunkte resp. des Originals und des Bildes.

$$\text{Aus} \quad \varphi a' = \frac{k^2}{a\nu}, \ \varphi b' = \frac{k^2}{b\nu} \ \text{folgt} \ a'b' = \frac{k^2}{a\nu . b\nu} . ab;$$

$$\text{insbesondere} \ a'\varphi = \frac{k^2}{a\nu}, \quad a'\sigma = \frac{k^2}{a\nu . \sigma\nu} a\sigma \quad \text{oder} \quad a'\varphi : a'\sigma = \sigma\nu : a\sigma,$$

d. i. die Strecke $\varphi\sigma$ wird durch das Bild des Punktes in demselben Verhältniß getheilt, wie die Strecke νa in σ, oder im Verhältniß der

Distanz zum Tafelabstand des Punktes — ein Satz von zahlreichen Consequenzen. Die speciellen Relationen $a'b' = ab$ oder $d'\sigma = d\sigma$ (Fig. 3), lassen sich danach leicht construiren. Da k^2 nur von den Seiten $\sigma\nu$, $\varphi\sigma$ aber nicht von den Winkeln des Parallelogramms $\nu\sigma\varphi(C)$ abhängt, so gilt der Satz: Wenn zwei Gerade G, G' perspectivisch sind, so bleiben sie perspectivisch, auch wenn die eine von ihnen G um den Schnittpunkt beider gedreht wird, das Centrum bewegt sich dann in der Peripherie des aus φ mit $\varphi(C)$ als Halbmesser beschriebenen Kreises. Jeder Punkt dieses Kreises hat den Character und die Verwendung eines Theilungspunktes (Fig. 2).

8. Dieselben Relationen geben ferner

$$a'c' : b'c' = \frac{ac}{a\nu} : \frac{bc}{b\nu} \text{ und } \frac{a'c'}{b'c'} : \frac{a'd'}{b'd'} = \frac{ac}{bc} : \frac{ad}{bd},$$

d. i. das Theilungsverhältniß einer endlichen Strecke wird durch Centralprojection stets, der Quotient zweier Theilungsverhältnisse derselben Strecke wird durch Projection nicht geändert. Diese constante Function heißt ein Doppelverhältniß von vier Punkten der Geraden. Weil man hat

$$\frac{ac}{bc} : \frac{ad}{bd} = \frac{\Delta aCc}{\Delta bCc} : \frac{\Delta aCd}{\Delta bCd} = \frac{Ca.Cc.\sin aCc}{Cb.Cc.\sin bCc} : \frac{Ca.Cd.\sin aCd}{Cb.Cd.\sin bCd}$$
$$= \frac{\sin(A,C)}{\sin(B,C)} : \frac{\sin(A,D)}{\sin(B,D)},$$

so erkennt man den constanten Werth des Doppelverhältnisses von vier Punkten allen Projectionen gegenüber als den des Doppelverhältnisses des projicirenden Strahlenbüschels, welches ihr Schein ist.

Für $ac = -bc$ ist

$$a'c' : b'c' = \frac{k^2}{a\nu . c\nu} ac : \frac{k^2}{b\nu . c\nu} bc = -b\nu : a\nu = -\varphi a' : \varphi b',$$

also

$$\frac{a'c'}{b'c'} : \frac{a'\varphi}{b'\varphi} = -1,$$

d. h. der Gleichtheilung von ab in c entspricht die harmonische Theilung von $a'b'$ in c' und φ. Auch a, b, c und der unendlich ferne

Punkt des Originals bestimmen eine harmonische Theilung; dem entspricht die Construction harmonischer Theilungen und harmonischer Strahlenbüschel.

Für eine projicirende Gerade ist $k^2 = 0$; für eine Parallele zur Tafel $k^2 = \infty$ und zugleich $av = bv = \infty$, also $a'c' : b'c' = ac : bc$, d. h. Original und Bild sind projectivisch ähnlich, nach dem Verhältnisse der Abstände der Original- und Bildgeraden vom Centrum. Wenn diese Abstände gleich und entgegengesetzt sind, so sind die Geraden projectivisch gleich. Für ein unendlich fernes Centrum der Projection ist $k^2 = \infty$, $av = bv$, d. h. im Falle der Parallelprojection sind alle entsprechenden Geraden projectivisch ähnlich und wenn sie parallel sind, projectivisch gleich.

9. Zwei gerade Linien, die so auf einander bezogen sind, daß die eine als eine Centralprojection der andern angesehen werden kann, oder daß jedem Punkte der einen ein Punkt der andern entspricht und umgekehrt, heißen projectivisch; ebenso die sie bildenden Punktreihen. Für vier Punkte der einen und die entsprechenden Punkte der andern haben die gleich gebildeten Doppelverhältnisse einerlei Werth. In der speciellen Lage, in der solche Reihen beim Vorgang der Centralprojection erhalten werden, heißen sie perspectivisch. Beide Reihen haben dann einen Punkt entsprechend gemein und die geraden Verbindungslinien der entsprechenden Punktpaare gehen durch einen und denselben Punkt, beide Reihen sind Schnitte desselben Strahlenbüschels. Nach diesen Merkmalen kann man projectivische Reihen immer in perspectivische Lage bringen und wieder diese Lage gibt das einfachste Mittel, projectivische Reihen zu bilden. Sind a, b, c drei Punkte der einen und a', b', c' die entsprechenden der andern Reihe, so bestimmt die Relation

$$\frac{ac}{bc} : \frac{ad}{bd} = \frac{a'c'}{b'c'} : \frac{a'd'}{b'd'}$$

— schreiben wir abkürzend $\{abcd\} = \{a'b'c'd'\}$ — zu dem gegebenen Punkte d der ersten Reihe den entsprechenden Punkt d' der zweiten durch das demselben entsprechende Theilverhältniß $a'd' : b'd'$. Verschiebt man die eine der beiden Reihen so, daß ein Paar entsprechende Punkte a, a' zusammenfallen, so bestimmen die Geraden bb' und cc', welche der neuen Lage entsprechen, den Scheitel t des

Büschels, aus welchem beide Reihen geschnitten sind, und td liefert den Punkt d' der zweiten Reihe. (Fig. 4).

Wenn über derselben Reihe a, b, c, d aus verschiedenen Scheiteln t, t' Strahlenbüschel gebildet werden, so ist

$$\{abcd\} = \{t.abcd\} = \{t'.abcd\},$$

wenn $t.abcd$ das Büschel aus t durch a, b, c, d bezeichnet. Bezeichnet man die entsprechenden Strahlenpaare durch A, A'; B, B' etc.; so kann man schreiben $\{ABCD\} = \{A'B'C'D'\}$. Solche Büschel heißen perspectivisch; der ihre Scheitel verbindende Strahl ist beiden entsprechend gemein. Strahlenbüschel sind projectivisch, wenn sie in perspectivische Lage gebracht oder als Scheine derselben Punktreihe betrachtet werden können. Der vorher angegebene Characterzug verstattet die Herstellung der perspectivischen Lage und damit die einfachste Herstellung projectivischer Büschel. Drei Paare entsprechender Strahlen bestimmen dieselben.

Aufgabe: Man bestimme eine gerade Linie aus den Centralprojectionen von drei Punkten a, b, c in ihr und den respectiven Tafelabständen y_1, y_2, y_3 derselben. Sind a'', b'', c'' die Fußpunkte der letzteren, so ist für einen vierten Punkt d und seinen Tafelabstand $dd'' = y_4$ sowie β als Tafelneigung der Geraden

$$\frac{ac}{bc} : \frac{ad}{bd} = \{abcd\} = \frac{(y_1 - y_3)\sin\beta}{(y_2 - y_3)\sin\beta} : \frac{(y_1 - y_4)\sin\beta}{(y_2 - y_4)\sin\beta}$$

$$= \frac{y_1 - y_3}{y_2 - y_3} : \frac{y_1 - y_4}{y_2 - y_4} = \{a'b'c'd'\} = \{a''b''c''d''\}.$$

Wenn man daher von einem Nullpunkte aus die Tafelabstände y_1, y_2, y_3, nach Größe und Sinn in eine Gerade abträgt (Fig. 4), so bestimmen die drei Endpunkte eine zur Reihe der Bilder a', b', c' entsprechende projectivische Reihe und indem man für die den Ordinaten o, ∞ entsprechenden Punkte von jener die entsprechenden in dieser bestimmt, erhält man den Durchgangspunkt σ und den Fluchtpunkt φ der Geraden, die Punkte aber, die in der Ordinatenreihe dem Mittelpunkte von $\sigma\varphi$ und dem unendlich fernen Punkte derselben entsprechen, liefern durch ihre Abstände von o die Ordinaten der Punkte μ und ν der Geraden, d. h. $\pm D$. Erst die Hinzufügung der Tafelneigung β der Geraden und der Tafelneigung einer der projicirenden

Linien von *a, b, c* zu den Bedingungen der Aufgabe würde die Lage des Centrums bestimmen[1].

10. Wenn zwei gerade Linien G_1, G_2 durch denselben Punkt *a* gehen, so werden die Strecken $\sigma_1\varphi_1$, $\sigma_2\varphi_2$ in ihrem gemeinschaftlichen Punkte *a'* nach einerlei Verhältniß getheilt, d. h. die Geraden $\sigma_1\sigma_2$ und $\varphi_1\varphi_2$ sind einander parallel. Die erstere Gerade ist zugleich die Spur *S* der Ebene der beiden Geraden oder der Ort der Durchgangspunkte aller in dieser Ebene möglichen Geraden, und die letztere als der Ort ihrer Fluchtpunkte die Fluchtlinie *F* dieser Ebene. Durch Spur und Fluchtlinie ist jede Ebene bestimmt, man erhält sie als die durch die Spur gehende Parallelebene zu der durch das Centrum und die Fluchtlinie bestimmten Ebene (Fig. 5).

Jede in der Ebene liegende Gerade *G* ist durch ihr Bild *G'* bestimmt, weil in der Spur und der Fluchtlinie der Ebene resp. ihr Durchgangspunkt und ihr Fluchtpunkt liegen müssen. Das Bild eines Strahlenbüschels in der Ebene ist im Allgemeinen wieder ein Strahlenbüschel und umgekehrt; das eine der beiden Büschel bestimmt mit dem Projectionscentrum eine Schaar projicirender Ebenen, welche die projicirende Gerade des Scheitels gemein haben — wir sagen ein Ebenenbüschel; das andere Strahlenbüschel ist ein neuer ebener Schnitt desselben. Liegt der Scheitel des Originalbüschels in der Schnittlinie *N* seiner Ebene mit der Verschwindungsebene, so ist sein Bild ein Büschel von Parallelen; ist das Original ein Parallelenbüschel, so ist das Bild ein Strahlenbüschel, dessen Scheitel der gemeinsame Fluchtpunkt der Parallelen ist; liegt der Scheitel des Originalbüschels in der zweiten Parallelebene, so liegt der des Bildes in der Mittellinie *M'* zwischen Spur und Fluchtlinie seiner Ebene oder mitten zwischen Durchgangs- und Fluchtpunkt jedes seiner Strahlen.

Die unendlich ferne Gerade und die Parallelen *N, S* und *M* begrenzen auf der Originalebene vier Regionen, denen im Bilde die durch *F*, die unendlich ferne Gerade, *S* und *M'* begrenzten Regionen entsprechen. Die normale Breite des Streifens zwischen *F* und *S* im Bilde gibt den rechtwinkligen Abstand des Centrums von der Schnittlinie *N* der Ebene in der Verschwindungsebene an; darum decken sich in einer projicirenden Ebene Fluchtlinie und Spur.

---

[1] Die Bestimmung der Geraden durch Durchgangs- und Fluchtpunkt bei gegebenem Centrum ist ein specieller Fall hiervon.

11. Ebenen von einerlei Fluchtlinie sind parallel und umgekehrt. Die Tafelneigung α der Ebene ist zugleich die der ihr parallelen projicirenden Ebene und ergibt sich daher nach §. 5 im Dreieck $ch(C)$; die Hypotenuse $h(C)$ desselben gibt die normale Breite der Streifen der Ebene an, welche zwischen den drei Parallelebenen des Systems, d. i. zwischen den Linien M, S und N gelegen sind; legt man daher in dem durch sie bestimmten Abstande Parallelen zu S auf beiden Seiten desselben, so geben diese die Lagen (N) und (M) an, in welche die Geraden N und M durch Umlegung der Ebene in die Tafel gelangen (Fig. 5). Man findet insbesondere: Ebenen, die sich in der Verschwindungsebene schneiden, haben parallele und äquidistante Spuren und Fluchtlinien; Ebenen, die sich in der zweiten Parallelebene schneiden, haben einerlei Mittellinie zwischen den respectiven Spuren und Fluchtlinien. Nach den Beziehungen der Fluchtlinie zu den Neigungskreisen löst man die Aufgaben: Man lege durch eine gegebene Gerade Ebenen von vorgeschriebener Tafelneigung α; insbesondere also bei gegebener Spur S. Man ziehe auf einer gegebenen Ebene Gerade von vorgeschriebener Tafelneigung β.

12. Die Parallellinien und Parallelebenen zur Tafel bilden Ausnahmsfälle von den entwickelten Bestimmungsweisen, weil ihre Durchgangs- und Fluchtelemente unangebbar sind. Aber eine zur Bildebene parallele Ebene ist durch einen ihrer Punkte und dieser durch eine ihn enthaltende und nicht in der Ebene gelegene Gerade bestimmbar. Eine zur Bildebene parallele Gerade ist durch ihr Bild und einen in ihr gelegenen Punkt oder eine sie enthaltende Ebene bestimmt. Für die Punkte und Geraden der Verschwindungsebene genügt je die Angabe einer Geraden oder einer Ebene, in der sie liegen. Die Behandlung dieser Ausnahmsfälle wird damit zur einfachen aber nützlichen Übung bei den durch das vorige lösbaren Aufgaben; z. B. man ziehe durch einen Punkt die Parallele zu einer gegebenen Geraden; man bestimme die gerade Verbindungslinie zwischen zwei gegebenen Punkten; man bestimme die Ebene von drei Punkten oder die Ebene durch eine Gerade parallel einer andern Geraden oder durch einen Punkt parallel zu zwei Geraden; man construire die Schnittlinie zweier Ebenen oder den Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene; man bestimme die Transversale zu zwei Geraden durch einen gegebenen Punkt oder parallel einer gegebenen Geraden.

13. Wenn eine projicirende Gerade und eine projicirende Ebene normal zu einander sind, so liegt der Durchgangspunkt σ der ersteren in dem vom Hauptpunkte c auf die Spur S der letzteren gefällten Perpendikel so, daß er mit dem Fußpunkte des letzteren die Hypotenuse eines am Projectionscentrum rechtwinkligen Dreieckes bestimmt. Die spitzen Winkel desselben sind die Tafelneigungen β und α der Geraden und der Ebene und es ist $c\varphi . ch = D^2$ (Fig. 6). Weil alle Normalen einer Ebene parallel sind und alle Normalebenen einer Geraden ebenso, so besteht dieselbe Relation zwischen dem Fluchtpunkt einer Geraden und der Fluchtlinie der zu ihr normalen Ebenen. Darnach construirt man die Normale einer Ebene durch einen gegebenen Punkt oder die Normalebene einer Ebene durch eine gegebene Gerade, die gemeinschaftliche Normale und die kürzeste Entfernung $s_1 s_2$ von zwei Geraden $\sigma_1\varphi_1$, $\sigma_2\varphi_2$ (Fig. 7).

14. Die Definitionen, nach denen die Winkel von Ebenen gegen einander und von Geraden gegen Ebenen auf Winkel zwischen geraden Linien reducirt werden, gestatten nach dem Vorigen die constructive Zurückführung aller Winkelgrößen auf Linienwinkel. Die Winkel zwischen zwei Geraden sind aber den am Centrum durch die Parallelstrahlen derselben gebildeten Winkeln gleich und man erhält dadurch die Umlegung der Winkel zweier Geraden $\sigma_1\varphi_1$, $\sigma_2\varphi_2$ mit ihrer Ebene S, F in die Tafel (Fig. 8). Denn für (C) als das mit der parallelen projicirenden Ebene in die Tafel umgelegte Centrum sind $(C)\varphi_1$, $(C)\varphi_2$ die Schenkel des umgelegten Winkels der Parallelstrahlen und daher die zu ihnen durch σ_1, σ_2 gezogenen Parallelen die Schenkel (G_1), (G_2) des mit seiner Ebene umgelegten Winkels. Verzeichnet man die Linie (N) der Ebene, die nach §. 11 ebenso weit und in demselben Sinne von der Spur entfernt ist, wie (C) von der Fluchtlinie, so sind die Schnittpunkte von (G_1) und (G_2) mit derselben die Gegenpunkte ν_1, ν_2 der Schenkel und daher sind die Geraden $(C)\nu_1$, $(C)\nu_2$ respective zu G_1', G_2' oder $\sigma_1\varphi_1$, $\sigma_2\varphi_2$ parallel. Das Bild a' und die Umlegung (a) des Scheitels des Winkels liegen mit dem umgelegten Centrum (C) in einer Geraden.

15. Nach dem Vorigen sind alle Aufgaben der Geometrie über die Elementarformen: Punkt, gerade Linie und Ebene lösbar unter der Voraussetzung geometrischer Genauigkeit auch bei schleifenden Schnitten etc., bei unbegrenzter Zeichnungsebene und abgesehen von

allen in Kleinheit der Constructionstheile etc. auftretenden Hindernissen der graphischen Durchführung. Durch *Transformationen* wird die Sicherung der Auflösung auch unter diesen Beschränkungen erreicht, d. h. *durch Lagenveränderungen des Centrums, der Bildebene oder des Objects*. Man kann das Centrum der Projection nach jedem beliebigen Punkte des Raumes verlegen und die Bildebene oder eine beliebige Ebene des Objects mit einer bestimmten Ebene zusammenfallen machen. Jede Verlegung des Centrums läßt sich aus einer Verrückung desselben in der Verschwindungsebene und einer solchen in der Tafelnormale zusammensetzen; in analoge Componenten zerlegen sich auch alle Parallelverschiebungen der Bildebene oder des Objects; ihre Drehungen sind davon getrennt zu betrachten.

16. Bei den *Transformationen des Centrums* bleiben die Durchgangselemente ungeändert, während das neue System der Fluchtelemente dem ursprünglichen congruent oder ähnlich und in ähnlicher Lage ist, je nachdem die Verschiebung des Centrums in der Verschwindungsebene oder in der Tafelnormale erfolgt. Im ersteren Falle wiederholen der Hauptpunkt c und alle Fluchtpunkte einfach nach Größe, Richtung und Sinn die Verschiebung des Centrums (Fig. 9); das Bild eines Punktes verschiebt sich in der gleichen Richtung bis in das transformirte Bild der Geraden, welche ihn bestimmt; projicirende Gerade verwandeln sich in solche, deren Bildlänge der Verschiebungsgröße gleich ist; jede beliebige Gerade kann zur projicirenden gemacht werden, indem man das Centrum nach ihrem Verschwindungspunkte ν verlegt. Man kann zu einer Geraden in bekannter Ebene aber von unzugänglichem Fluchtpunkte Parallelen von gegebenen Durchgangspunkten ziehen, man kann die Entfernung des Centrums von einer bestimmten Ebene vergrößern, um eine auf ihr gelegene Figur deutlicher zu erhalten, man kann aus dem für das rechte Auge bestimmten Bilde einer Raumform das dem linken Auge entsprechende ableiten — *Construction stereoskopischer Bilder* —, etc.

Im zweiten Falle, (Fig. 10), verschiebt sich jeder Fluchtpunkt in der ihn mit dem Hauptpunkt verbindenden Geraden um einen Betrag, der in einem rechtwinkligen Dreiecke als zweite Kathete erhalten wird, das die Tafelneigung β des zugehörigen projicirenden Strahls zum anliegenden Winkel und die Verschiebung des Centrums

zur andern Kathete hat. Das Bild eines Punktes rückt in der Geraden fort, die es mit dem Hauptpunkte verbindet. Das Bild einer Tafelnormale und die Bestimmung einer Normalebene zur Tafel bleiben ungeändert. Das Arbeiten mit reducirter Distanz ist dieser Transformation äquivalent.

17. Die Parallelverschiebungen des Objectes vollziehen sich durch Veränderungen der Durchgangselemente, welche den vorigen der Fluchtelemente genau analog sind. Die Parallelverschiebung des Objectes wird von allen Durchgangspunkten nach Größe, Richtung und Sinn wiederholt. Jede Gerade oder Ebene kann dadurch zu einer projicirenden gemacht oder umgekehrt vom Centrum mehr entfernt werden.

Bei der zur Tafel normalen Verschiebung bleibt jede Gerade in der zur Tafel normalen Ebene, die sie enthält, und ihr Durchgangspunkt rückt in der Spur derselben um einen Betrag fort, der in einem rechtwinkligen Dreiecke aus der Größe der Verschiebung als einer Kathete und der Tafelneigung der Geraden als gegenüberliegendem Winkel die zweite Kathete ist. Es ist die Verschiebung des Fluchtpunktes im zweiten Falle des §. 16.

18. Die Verschiebung der Bildebene in sich selbst gibt nur eine Verlegung der Zeichnung oder eines Theiles derselben in der Tafel. Die Verschiebung nach Normalen zur Tafel, (Fig. 11), ändert sowohl die Durchgangs- als die Fluchtelemente und zwar werden beide um den nämlichen wie vorher aus Verschiebungsgröße und Tafelneigung abzuleitenden Betrag in gleicher Richtung und gleichem Sinne verschoben, so daß jedes Fluchtelement in gerader Linie mit dem Hauptpunkt verbleibt; denn die Gerade selbst, der zu ihr parallele projicirende Strahl und die projicirende Ebene sowie die zur Tafel normale Ebene durch sie verändern sich nicht. Die Bildlänge $\sigma\varphi$ einer Geraden und die Bildbreite SF einer Ebene bleiben ungeändert. Man kann mit Hilfe dessen jeden beliebigen Punkt einer Geraden zu ihrem Durchstoßpunkt machen, jede Parallele zur Tafel in sie hinein verlegen, die Distanz reduciren etc.

Bei den Transformationen durch Normalverschiebung liegt das Paar der Geraden, welche das ursprüngliche und das transformirte Bild einer solchen als gleichzeitig gedacht repräsentiren, in einer Normalebene zur Tafel. Ist bei der letzten Transformation, (Fig. 11), insbesondere S_1^* eine Parallele zur Tafel, die in der transformirten

Geraden den Punkt $a^{*\prime}$, in der ursprünglichen den Punkt b' bestimmt, so entspricht dem Punkte $a^{*\prime}$ der Punkt a' der letzteren, und da $a'a^{*\prime}$ der Verschiebungsgröße der Tafel gleich und zu $a^{*\prime}b'$ rechtwinklig ist, so kann hierdurch das Dreieck $a'a^{*\prime}b'$ umgelegt und in seiner wahren Gestalt dargestellt werden. Diese Betrachtungen führen wiederholt auf die Normalebenen zur Tafel als besonders günstig für die constructive Behandlung. Da die Ausmessung der zu projicirenden Raumformen praktisch mit Vortheil nach der Coordinatenmethode geschieht, so ist es bequem die als Verticalebene gedachte Tafel und die Horizontalebene als natürliche Coordinatenebenen zu betrachten und in ihrer Schnittlinie den Anfangspunkt fest zu setzen. Denkt man das System der Fußpunkte der Coordinaten in einer der festen Ebenen perspectivisch dargestellt, so ist dann die Schaar der zugehörigen Normalen dieser Ebene zu verzeichnen und sind in ihnen die gemessenen Längen abzutragen. Das System der der Tafel selbst angehörigen Coordinatenfußpunkte erfordert nur die Auftragung der Coordinaten als Tafelnormalen nach §. 7.[1])

19. Die Umlegung einer Ebene in die Tafel oder die Überführung der Tafel in die Lage einer gegebenen Ebene endlich knüpft sich unmittelbar an die in §. 14 entwickelte Beziehung für den Winkel von zwei Geraden an. Zu allen Punkten und Geraden des Bildes erhält man wie dort die entsprechenden Punkte und Geraden des Originals und umgekehrt. Beide Systeme sind characterisirt durch das Gesetz, daß jedem Punkte und jeder Geraden des einen Systems respective ein Punkt und eine Gerade des andern Systems entspricht und umgekehrt; als ihm unterworfen heißen sie nach Steiner und Möbius projectivisch oder collinear im Allgemeinen, Chasles nennt sie homographisch. Überdieß aber erhält man sie hier in einer besonderen Lage, die man als die perspectivische oder concentrische Lage derselben zu bezeichnen pflegt: Jedes Paar entsprechender Punkte liegt auf einerlei Strahl eines Büschels, welches beiden Systemen entsprechend gemein ist und jedes Paar entsprechender Strahlen geht durch einerlei Punkt einer Reihe, welche beiden Systemen entsprechend, gemein ist. Der Träger jenes Büschels [Fig. 8, (C)] heißt das Collineationscentrum und der Träger dieser Reihe

[1]) Vergl. meine Programmschrift (1860): „Die Centralprojection als geometrische Wissenschaft" §. 16, 17. Für das Frühere ibid. §§. 1—14.

(ibid. S) die Collineationsaxe. Die Geraden F und (N), welche nach §. 7 in ganz gleicher Weise beim Übergang von einem System zum andern und umgekehrt zur Verwendung kommen, heißen die Gegenaxen der beiden collinearverwandten Systeme. Die Axe und das Centrum der Collineation mit einer der Gegenaxen bestimmen die collinearen, centrisch gelegenen Systeme, in Übereinstimmung mit der Herkunft derselben aus der Centralprojection des ebenen Systems. Centrum, Axe und ein Paar entsprechender Punkte würden zur Bestimmung auch hinreichen; die Gegenaxen würde man als Orte der Scheitel derjenigen Strahlenbüschel beider Systeme erhalten, denen Parallelenschaaren des jedesmaligen andern Systems entsprechen. Diese Zusammenhänge entsprechen ganz dem perspectivischen Zusammenhang der ebenen Systeme im Raum (§. 4, 5.) Der am Schlusse des §. 7 gegebene Satz für perspectivische Gerade erweitert sich direct auf projectivische Ebenen: Zwei ebene perspectivische Systeme bleiben perspectivisch, wenn man das eine von ihnen um die Durchschnittslinie beider dreht; das Centrum der Projection beschreibt dabei eine Kreisperipherie, die in der Fluchtlinie der Ebene ihren Mittelpunkt hat und zu ihr normal ist.

20. Die entsprechenden Geraden der centrisch collinearen Systeme sind projectivisch in perspectivischer Lage, die Gegenpunkte beider Reihen liegen in den Gegenaxen der Systeme. Das Strahlenbüschel, welches das Centrum zum Scheitel hat, genauer jeder seiner Strahlen, entspricht sich selbst, und ist aus der Übereinanderlagerung von zwei entsprechenden und gleichen Strahlenbüscheln des Original- und des Bildsystems entstanden, sowie die Collineationsaxe die Deckung und Vereinigung von zwei gleichen entsprechenden Reihen ist. Man erkennt die Existenz gleicher, Strahl für Strahl einander entsprechender Büschel in den perspectivischen Systemen direct wie folgt: sind H, H^* die Halbirungsebenen der von der Tafel mit der Originalebene gebildeten Flächenwinkel und werden auf sie vom Centrum der Projection aus die Normalen gefällt, welche die Originalebene in (C) und (C^*) und die Bildebene in $(\mathfrak{C})$ und $(\mathfrak{C}^*)$ respective schneiden; legt man dann durch die Normale $C(C)(\mathfrak{C})$ eine Ebene, welche die Originalebene in (G) und die Bildebene in G' schneidet und in der Schnittlinie S dieser beiden Ebenen den Durchgangspunkt σ dieser Geraden bestimmt, so ist $(C)\sigma = (\mathfrak{C})\sigma$

und für jedes Paar entsprechender Geraden aus (C), $(\mathfrak{C})$, die in S den Punkt σ, gemein haben,

$$\Delta(C)\sigma\sigma_1 = \Delta(\mathfrak{C})\sigma\sigma_1, \text{ d. h. } \angle\sigma(C)\sigma_1 = \angle\sigma(\mathfrak{C})\sigma_1.$$

Dasselbe gilt für die zweite Halbirungsebene H^* und die zu ihr gefällte Normale. Beim Zusammenfallen der Original- und Bildebene vereinigen sich die Scheitel der entsprechend gleichen Büschel im Centrum der Collineation.

21. Nach den Regeln der Collineation in collinearer Lage ergeben sich zu jeder ebenen Figur die entsprechenden Figuren für jede Lage des Centrums, der Collineationsaxe und der Gegenaxe des gegebenen Systems. Je nach der Lage dieser Letzteren gegen die Originalfigur entsprechen derselben verschiedene Figuren, die man die Collinearverwandten der gegebenen Figur nennt und die eine durch gewisse allgemeine Eigenschaften — projectivische Eigenschaften der Figuren — mit der Originalfigur und unter sich verbundene Familie bilden. Das Dreieck und das Viereck bieten hinreichende Beispiele zur Erläuterung dessen. Jedes Viereck kann als Centralprojection eines Parallelogramms und noch specieller eines Quadrats angesehen werden. Sind (Figur 12) $a'b'c'd'$ seine Ecken e', f' die Schnittpunkte seiner Gegenseitenpaare $a'b'$, $c'd'$ und $a'd'$, $b'c'$ und g', h', k' die Schnittpunkte der Paare von Geraden $a'c'$, $b'd'$; $a'c'$ mit $e'f'$, $b'd'$ mit $e'f'$, so wird das Original $abcd$ des Vierecks ein Parallelogramm für jede Centralprojection, für die die Gerade $c'f'h'k'$ die Gegenaxe seiner Ebene ist; es wird ein Rechteck insbesondere, wenn das umgelegte Centrum in dem über $e'f'$ als Durchmesser beschriebenen Kreise und ein Quadrat, wenn es zugleich in dem über $h'k'$ als Durchmesser beschriebenen Kreise liegt. Da aber Doppelverhältnisse von Punktreihen oder Strahlenbüscheln durch Centralprojection nicht geändert werden, so liefern die auf solche bezüglichen Eigenschaften des Quadrats solche des Vierecks überhaupt. Die Halbirung der Diagonalen gibt nach §. 8 die harmonische Theilung jeder derselben durch die beiden anderen, wenn $e'f'$ als die dritte Diagonale des Vierecks gilt. Ebenso gibt die Halbirung der Winkel der Diagonalen dort durch die Parallelen zu den Seiten die harmonische Theilung der Winkel von zwei Diagonalen des Vierecks durch die Geraden aus ihrem Schnittpunkt nach den Enden der dritten. Also:

die Endpunkte jeder Diagonale werden durch die beiden andern Diagonalen und zwei Diagonalen werden durch die Endpunkte der dritten Diagonale harmonisch getrennt.

22. Die Zusammenfassung des Bisherigen leitet zu allgemeinen Betrachtungen. Die Centralprojection der Grundformen: Punkt, Gerade und Ebene hat gleichmäßig auf zwei Processe geführt, die als die Bildung des Scheins und die Erzeugung des Schnittes bezeichnet werden können. Der Schein des Punktes ist der nach ihm gehende projicirende Strahl und der Schnitt des Letzteren mit der Tafel ist das Bild des Punktes; der Schein der Geraden ist das projicirende ebene Strahlenbüschel und der Schnitt desselben mit der Tafel ist ihr Bild; der Schein des ebenen Strahlenbüschels ist das projicirende Ebenenbüschel und der des Systems aller Geraden derselben Ebene das projicirende Ebenenbündel. Wenn man dazu die Anschauung fügt, daß der Schein einer Geraden aus einer Geraden das Büschel der Ebenen ist, welche die Punkte der ersten mit der letzteren bestimmen, so erhellt, daß die Punktreihe in einer Geraden, das Strahlenbüschel aus einem Punkte in einer Ebene und das Ebenenbüschel durch eine Gerade ein abgeschlossenes System bilden, dessen einzelne Gebilde sich auseinander durch die Processe der Schein- oder Schnittbildung ohne Hinzutritt eines neuen Gebildes wiedererzeugen: Aus der Punktreihe in gerader Linie als Schein aus einem Punkte das ebene Strahlenbüschel, aus einer Geraden das Ebenenbüschel; aus dem Strahlenbüschel als Schein aus einem Punkte das Ebenenbüschel, als Schnitt mit einer Ebene die Punktreihe in gerader Linie; aus dem Ebenenbüschel durch Schnitt mit einer Ebene das Strahlenbüschel, mit einer Geraden die Punktreihe. Man nennt diese drei Gebilde die projectivischen Elementargebilde oder die Grundgebilde erster Stufe. Durch einfache Anwendungen des Fundamentalsatzes in §. 8 ergibt sich, daß das Gesetz der Gleichheit entsprechender Doppelverhältnisse je zwei dieser Gebilde verbindet, von denen das eine ein Schnitt oder Schein des andern ist, oder welche beide Schnitte oder Scheine oder je ein Schein und ein Schnitt des nämlichen dritten sind. Dem entsprechend übertragen wir die Bezeichnung als perspectivisch von Punktreihen und Strahlenbüscheln, die sich auf einander projiciren, oder von denen das letztere die erstere projicirt, auf die Punktreihe und das Ebenenbüschel,

welches sie aus einer beliebigen Geraden projicirt, auf die Strahlenbüschel, welche dieselbe Reihe aus verschiedenen Punkten auch derselben Ebene, auf die Ebenenbüschel, welche dasselbe Strahlenbüschel aus verschiedenen Punkten projiciren und auf die Punktreihen, welche Schnitte desselben Ebenenbüschels sind. Dieselben Gebilde heißen projectivisch, wenn sie in irgend einer andern gegenseitigen Lage gedacht werden; die Gleichheit der entsprechenden Doppelverhältnisse gibt dann Zeugniß von der vorherbestehenden oder der herstellbaren perspectivischen Beziehung.

23. Die Grundgebilde erster Stufe sind zugleich die natürlichen Grundgebilde der reinen Geometrie (§. 1), d. h. sie bieten den zweckmäßigsten Ausgangspunkt für die Untersuchung der Mannigfaltigkeit der Gestalten. Die Centralprojection des ebenen Systems gibt ihre ersten Zusammensetzungen; als ein System von geraden Linien, hat es zu seinem Schein das Bündel der projicirenden Ebenen derselben, als ein System von Punkten das Bündel der projicirenden Strahlen. Wie das ebene Strahlensystem die Vereinigung unendlich vieler Strahlenbüschel in derselben Ebene ist, deren jedes durch zwei Strahlen bestimmt wird, so ist sein Schein die Vereinigung unendlich vieler Ebenenbüschel um denselben Punkt; wie das ebene Punktsystem die Vereinigung von unendlich vielen geradlinigen je durch zwei Punkte bestimmten Punktreihen in derselben Ebene ist, so ist sein Schein die von unendlich vielen ebenen Strahlenbüscheln aus demselben Punkte. Darum nennt man das ebene Punkt- und Strahlensystem und das punktförmige Ebenen- und Strahlenbündel die vier Grundgebilde zweiter Stufe.

In Weiterführung derselben Betrachtungsweise erscheint der Raum entweder als die Unendlichkeit seiner Punkte oder als die Unendlichkeit seiner Ebenen; als Punktsystem ist er die Vereinigung von unendlich vielen ebenen Punktsystemen, deren jedes durch drei beliebige Punkte bestimmt ist, als Ebenensystem die Vereinigung unendlich vieler Ebenenbündel, deren jedes durch drei beliebige Ebenen bestimmt ist. In beiderlei Hinsicht heißt er ein Gebilde dritter Stufe.

Betrachtet man aber endlich den Raum als die Unendlichkeit aller möglichen Geraden, so kann jede derselben als die Schnittlinie unendlich vieler Ebenen oder als die Reihe der unendlich

vielen in ihr gelegenen Punkte angesehen werden und da jede Ebene als Strahlensystem und jeder Punkt als Strahlensystem ein Gebilde zweiter Stufe ist, so erscheint jede Gerade des Raumes als ein Gebilde dritter Stufe und der Raum selbst, der sie alle enthält, somit als das Gebilde vierter Stufe. Dieser Aufbau des Systems der Geometrie zeigt, daß das mit Erkenntniß der projectivischen Zusammenhänge begonnene Studium der Gebilde erster Stufe die Grundlage aller weiteren Entwickelung ist.

24. Entsprechend den den Vorgang des Projicirens zusammensetzenden Operationen der Scheinbildung und des Schneidens zeigt sich in der ganzen Reihe der nun aus ihnen entwickelten Anschauungen der Gebilde und demgemäß überall in den geometrischen Untersuchungen eine Correspondenz zwischen dem Liegen in Geraden oder in Ebenen und dem Gehen durch Gerade oder durch Punkte, zwischen Punkt und Ebene, zwischen der Geraden als Verbindungslinie von Punkten und der Geraden als Schnittlinie von Ebenen. Die Gebilde der verschiedenen Stufen zeigen die Punkte einer Geraden, die Ebenen durch eine Gerade, und die Geraden aus einem Punkte in einer Ebene; die Geraden in einer Ebene und die durch einen Punkt, die Punkte in einer Ebene und die Ebenen durch einen Punkt, die Punkte und die Ebenen im Raum und die Geraden im Raum. Unter den Gebilden in einer Ebene findet Entsprechen zwischen dem Punkt und der Geraden, im Strahlen- und Ebenenbündel zwischen Strahl und Ebene statt. Dies Gesetz der Dualität tritt schon in den einfachsten Wahrheiten hervor: Ein Punkt und eine Gerade bestimmen eine Ebene, sowie eine Ebene und eine Gerade einen Punkt; drei Punkte bestimmen eine Ebene, wenn sie nicht in einer Geraden liegen und drei Ebene einen Punkt, wenn sie nicht durch eine Gerade gehen. Wenn von beliebig vielen Geraden jede zwei sich schneiden, aber nicht alle in einem Punkte, so liegen sie in einer Ebene, und wenn nicht alle in einer Ebene liegen, so gehen sie durch einen Punkt. Ebenso entsprechen sich die Probleme der Geometrie: Man construirt die Transversale von zwei Geraden aus einem gegebenen Punkte oder in einer gegebenen Ebene, indem man die Durchschnittslinie der von dem Punkte mit beiden Geraden bestimmten Ebenen im einen und die Verbindungslinie der von der Ebene mit beiden Geraden bestimmten Punkte im andern Falle construirt. Weil das Problem von den Trans-

versalen zu drei Geraden sich selbst entspricht, so vereinigen sich zu seiner Lösung beide vorher gegebenen Methoden.

25. Man pflegt die dualistisch entsprechenden Sätze, Definitionen und Probleme durch Nebeneinanderstellung zu characterisiren:

Zwei geradlinige Punktreihen sind perspectivisch, wenn sie Schnitte desselben Strahlenbüschels sind; entsprechende Punkte liegen auf einerlei Strahl desselben, der Schnittpunkt beider Geraden entspricht sich selbst.	Zwei Strahlenbüschel sind perspectivisch, wenn sie Scheine derselben Punktreihe sind; entsprechende Strahlen gehen durch einerlei Punkt derselben, die Verbindungslinie beider Scheitel entspricht sich selbst.
Zwei ebene Systeme sind perspectivisch, wenn sie Schnitte des nämlichen Strahlen- oder Ebenenbündels sind; ihre entsprechenden Elemente liegen auf einerlei Strahl oder Ebene desselben, beide Systeme haben die Reihe in der Schnittlinie ihrer Ebenen entsprechend gemein.	Zwei Strahlen- oder Ebenenbüschel sind perspectivisch, wenn sie Scheine desselben ebenen Systems sind, ihre entsprechenden Elemente gehen durch einerlei Gerade oder Punkte desselben, beide haben das Büschel der Ebenen aus der Verbindungslinie ihrer Scheitel entsprechend gemein.

Die Nothwendigkeit dieses Gesetzes der Dualität entspringt aus der Natur des Doppelverhältnisses (§. 8, 22), welches die projectivischen Beziehungen der Grundgebilde erster Stufe beherrscht; denn aus der Übertragbarkeit desselben von Reihen auf Büschel und umgekehrt[1]) folgt, daß mit dem Beweise eines Satzes über projectivische Beziehungen zugleich der Beweis des nach dem Gesetze der Dualität entsprechenden Satzes geliefert ist. Damit werden die Früchte der

[1]) Die Sätze dieser Übertragung sind selbst Beispiele für das Princip der Dualität:

Die Doppelverhältnisse aller Vierstrahlenbüschel, welche Scheine derselben vierpunktigen Reihe sind, haben mit den gleichgebildeten Doppelverhältnissen dieser Reihe dieselben Werthe.	Die Doppelverhältnisse aller Vierpunktreihen, welche Schnitte desselben Vierstrahlenbüschels sind, haben mit den gleichgebildeten Doppelverhältnissen dieses Büschels dieselben Werthe.
Die Doppelverhältnisse aller Vierebenenbüschel, welche Scheine derselben vierpunktigen Reihe aus einer Geraden oder desselben vierstrahligen Büschels aus einem Punkte sind, haben mit den gleichgebildeten Doppelverhältnissen dieser Reihe oder dieses Büschels dieselben Werthe.	Die Doppelverhältnisse aller Vierpunktreihen, welche Schnitte desselben Vierebenenbüschels mit einer Geraden oder desselben Vierstrahlenbüschels mit einer Ebene sind, haben mit den gleichgebildeten Doppelverhältnissen dieses Ebenen- oder Strahlenbüschels einerlei Werthe.

geometrischen Arbeit verdoppelt. Dies wird sich jedoch nicht auf Winkel- und Längenrelationen im Allgemeinen beziehen, weil und insoweit diese nicht projectivisch sind. Damit trennt sich das vom Gesetze der Dualität beherrschte Gebiet der Geometrie der Lage von dem der Geometrie des Maaßes. Daß die Grundlagen der letzteren als Specialisirungen gewisser allgemeiner Begriffe der Geometrie der Lage erkannt wurden, ist ein characteristisches Ergebniß der Entwickelung (§. 49).

26. Das Studium der Gebilde erster Stufe, anknüpfend an §. 8, 9 ist auf das innigste mit der Untersuchung der perspectivischen ebenen Systeme (§. 19) verbunden und liefert zugleich eine vollständige und strenge Theorie der Curven und Kegelflächen zweiter Ordnung und Classe. Hierin sowie in weiteren Anwendungen ist es ein wichtiger Bestandtheil der darstellenden Geometrie.

Zwei projectivische Gebilde erster Stufe sind durch drei Paare entsprechender Elemente, z. B. die Punktpaare a, a', b, b', c, c' bestimmt; zu jedem vierten Elemente des einen d erhält man aus

$$\{abcd\} = \{a'b'c'd'\} \text{ durch } \frac{a'd'}{b'd'} = \frac{a'c'}{b'c'} \cdot \frac{ad}{bc} : \frac{ac}{bc}$$

das entsprechende Element d' des andern. Sind die projectivischen Reihen $abcde\ldots$, $a'b'c'd'e'\ldots$ oder T, T' nicht in perspectivischer Lage, so sind doch die Büschel, welche aus zwei entsprechenden Punkten der Reihen über der jedesmaligen andern Reihe gebildet werden, perspectivisch, weil

$$\{a.a'b'c'd'..\} = \{a'.abcd\}$$

also aa' ihnen entsprechend gemeinsam ist; daher liegen die Schnittpunkte der Paare von Geraden ab', $a'b$; ac', $a'c$; ad', $a'd$ etc. in einer Geraden T'' (Fig. 13). Daß diese Gerade für die den verschiedenen anderen Paaren b, b', etc. als Scheitel entsprechenden Büschel dieselbe ist, beweißt man wie folgt. Man hat

$$\{a.a'b'c'c\} = \{b.a'b'c'c\}$$

und im Schnitte dieser Büschel mit den Geraden $a'c$, $b'c$ respective für r als Schnittpunkt von ba', $b'c$ und s als den von ab', $a'c$ projectivische Reihen

$$\{a'sb''c\} = \{rb'a''c\};$$

verbindet man aber die Punkte derselben mit dem Schnittpunkt c'' von ab', $a'b$ und nennt man die Schnittpunkte von bc', $b'c$ und von ca', $c'a$ respective a'' und b'', so sind in den projectivischen Büscheln $\{c''.a'sb''c\}$ und $\{c''.rb'a''c\}$ die drei Paare entsprechender Strahlen $c''a'$, $c''r$; $c''s$, $c''b'$; $c''c$, $c''c$ zusammenfallend und es decken sich also auch die vierten $c''b''$ und $c''a''$. Von den drei Punkten a'', b'', c'' gehören aber b'' und c'' zu der Geraden T'' für die Büschel aus a, a'; c'' und a'' zu der für die Büschel aus b, b' und a'', b'' zu der für die Büschel aus a, a'; also ist T'' für alle diese Büschel dieselbe Gerade.

Wenn man $ab'ca'bc'$ als ein den Geraden T, T' eingeschriebenes Sechseck betrachtet, so sind die Paare ab', $a'b$; bc', $b'c$; ca', $c'a$ die Paare seiner Gegenseiten und die drei Schnittpunkte c'', a'', b'' derselben liegen in einer Geraden T''. Dem Punkte d in T entspricht (Fig. 13) derjenige Punkt d' in T', für welchen die Schnittpunkte der Geraden $a'd$ und ad', also auch der von $b'd$ und bd', etc. in der Geraden T'' liegen. Dem gemeinschaftlichen Punkte beider Reihen, der als zu T gehörig p und als zu T' gehörig q' heißen mag, entsprechen die Schnittpunkte von T'' mit T' und T oder q und p'. Sind p' und q gegeben, so genügt ein weiteres Paar a, a' zur Bestimmung der projectivischen Reihen.

Bezeichnet man die Punkte durch u und r', welche in jeder Reihe dem unendlich fernen Punkte der andern entsprechen, so ist für zwei Paar entsprechende Punkte

$$\{abu\infty\} = \{a'b'\infty r'\} \text{ oder } au.a'r = bu.b'r = \text{const.},$$

die Constanz des Productes der Abstände von den Gegenpunkten (§. 7), denn für die perspectivische Lage fallen r', u auf φ, ν. Das Entsprechen der unendlich entfernten Punkte gibt

$$\{abc\infty\} = \{a'b'c'\infty\}, \text{ d. h. } ac : bc = a'c' : b'c',$$

die Projectivität ist insbesondere Ähnlichkeit und $pq : p'q'$ ist das Ähnlichkeitsverhältniß; ist T'' einer der Halbirungslinien der Winke von T, T' parallel, so wird sie zur Gleichheit.

27. Drei Paare entsprechender Strahlen A, A'; B, B'; C, C' aus den Scheiteln t, t' (Fig. 14) bestimmen die zwei projectivischen Büschel derselben. Für D als vierten Strahl des ersten Büschels bestimmt sich D' als der entsprechende des zweiten durch das Theilver-

hältniß sin (A', D') : sin (B', D'). Die Punktreihen, welche auf zwei entsprechenden Strahlen A, A' vom jedesmaligen andern Büschel gebildet werden, sind perspectivisch [1]), weil sie den Punkt (A, A') entsprechend gemein haben. Die Verbindungslinien C'', A'', B'' der Punktpaare AB', $A'B$; BC', $B'C$; CA', $C'A$ gehen durch einen Punkt t''. der für alle die verschiedenen Reihen derselbe ist, die auf den verschiedenen Paaren entsprechender Strahlen entstehen. Sind R und S die Geraden von BA' nach $B'C$ und von AB' nach $A'C$ respective, so liefern die perspectivischen Reihen $\{A.A'B'C'C\}$ und $\{B.A'B'C'C\}$ durch Verbindung mit $A'C$, $B'C$ projectivische Büschel

$$\{A'SB''C\} = \{RB'A''C\}$$

und diese durch Schnitt mit C'' die projectivischen Reihen $\{C''.A'SB''C\}$ und $\{C''.RB'A''C\}$; da in denselben die drei Paare $C''A'$, $C''R$; $C''S$, $C''B'$; $C''C$, $C''C$ identisch sind, so fallen auch $C''B''$ und $C''A''$ zusammen. $AB'\,CA'\,BC'$ kann als ein den Punkten t, t' umgeschriebenes Sechsseit angesehen werden; die geraden Verbindungslinien der Paare seiner Gegenecken gehen durch einen Punkt. Die Strahlen D und D' der Büschel entsprechen einander, wenn die Paare AD', $A'D$ und ebenso BD', $B'D$ auf geraden Linien durch t'' liegen (Fig. 14), dem gemeinschaftlichen Strahl P, Q' beider Büschel entsprechen die Geraden tt'' und $t't''$ als Q und P'. Sind sie gegeben, so genügt ein weiteres Paar entsprechender Strahlen zur Bestimmung der Büschel.

Die gewonnenen constructiven Methoden für die Vervollständigung projectivischer Grundgebilde kommen somit darauf hinaus, daß man beide Gebilde mit einem dritten derselben Art perspectivisch macht. (Vergl. §. 9.) Nach den Ergebnissen der Construction können projectivische Reihen und Büschel jederzeit durch eine Verschiebung des einen in seinem Träger — um pp' oder qq' respective — oder durch eine Drehung des einen um seinen Scheitel — um $\angle(P', Q')$

---

[1]) Allgemeiner sind nach dem §. 26 auch die Punktreihen perspectivisch, welche aus beiden Büscheln durch Strahlen geschnitten werden, die den Durchschnittspunkt eines Paares entsprechenden Strahlen enthalten. Und das Analoge gilt auch für projectivische Punktreihen, daß die über ihnen gebildeten Büschel perspectivisch sind, wenn ihre Scheitel der Verbindungslinie zweier entsprechender Punkte angehören.

oder $\angle(P, Q)$ respective — in perspectivische Lage gebracht werden. In der perspectivischen Lage von zwei Büscheln erkennt man, daß sie stets zwei Paare von entsprechenden Strahlen R, R', $R^*, R^{*\prime}$ enthalten, welche im einen und im andern Büschel rechte Winkel (R, R^*), $(R', R^{*\prime})$ bilden; denn sie gehen nach den Schnittpunkten des perspectivischen Durchschnittes der beiden Büschel mit dem Kreise (Fig. 15), welcher sie zum Durchmesser hat und die Scheitel beider Büschel enthält. Ihre Existenz in der projectivischen Lage ist nach dem Vorigen unzweifelhaft, ihre Construction wird sich später ergeben (§. 53). Zwei beliebige Paare entsprechender Strahlen A, A', B, B' geben mit ihnen die Relation

$$\{RR^*AB\} = \{R'R^{*\prime}A'B'\}$$

d. h.

$$\tan(R, A) : \tan(R, B) = \tan(R', A') : \tan(R'. B')$$

oder

$$\tan(R', B') = \text{const.} \tan(R, B)$$

als einfachen Ausdruck der Projectivität der Büschel. Für const $= \pm 1$ erhält man als Specialfall der projectivischen die gleichen Büschel.

Die vorigen Constructionen erlauben die Bestimmung aller Arten projectivischer Gebilde erster Stufe aus je drei entsprechenden Elementenpaaren. Eine geradlinige Punktreihe und ein Strahlenbüschel vervollständigt man aus drei entsprechenden Paaren, indem man entweder über der Reihe ein Büschel aus einem Punkte oder aus dem Büschel eine Reihe durch eine Transversale bildet; projectivische Ebenenbüschel werden durch den Schnitt mit einer Ebene auf projectivische Strahlenbüschel und durch den mit beliebigen Geraden auf projectivische Reihen zurückgeführt und aus diesen nach den vorigen Methoden vervollständigt.

28. Für projectivische Punktereihen, welche nicht in perspectivischer Lage sind, umhüllen die geraden Verbindungslinien entsprechender Punktepaare statt durch einen Punkt zu gehen eine Curve; und für projectivische Strahlenbüschel, welche nicht in perspectivischer Lage sind, liegen die Schnittpunkte entsprechender Strahlenpaare anstatt in einer Geraden zu sein, auf einer Curve. Man erhält so als Erzeugnisse der beiden ersten projectivischen Elementargebilde zwei Curven und es ist

offenbar, daß durch die analoge Verbindung auch der Ebenenbüschel mit einander und mit den beiden vorigen ähnliche andere Erzeugnisse hervorgebracht werden können. Die Betrachtung jener Curven ist vor Allem förderlich für die Weiterführung der Theorie der Grundgebilde. Ihre Natur ergibt sich aus ihrer Entstehung. Die Umhüllungscurve der geraden Verbindungslinien entsprechender Punktepaare von zwei projectivischen Reihen kann mit einem beliebigen Punkte ihrer Ebene nicht mehr als zwei Gerade gemein haben oder es können an sie von jedem aus nur zwei Tangenten gezogen werden; denn drei derselben würden drei Paare entsprechender Punkte in zwei projectivischen Reihen auf Geraden aus einem Punkte bedingen, was nur unter Voraussetzung der perspectivischen Lage derselben möglich ist. Man sagt, die Umhüllungscurve ist von der zweiten Classe.

Ebenso ist der Ort der Schnittpunkte der entsprechenden Paare von zwei projectivischen Büscheln eine Curve zweiter Ordnung, d. h. eine solche, die mit einer beliebigen Geraden in ihrer Ebene nur zwei Punkte (Schnittpunkte) gemein haben kann; denn drei gemeinschaftliche Punkte würden die perspectivische Lage der Büschel bedingen, in welcher alle Paare entsprechender Strahlen sich in dieser Geraden schneiden. Dieselbe würde für diesen äußersten Fall zusammen mit dem Scheitelstrahl beider Büschel, der ihnen entsprechend gemeinsam ist, die Örtscurve vertreten; ebenso der Schnittpunkt der Verbindungslinien der entsprechenden Punktepaare beider Reihen mit dem gemeinsamen Punkte derselben im vorigen Falle die Umhüllungscurve, noch immer in jenem Falle zweiter Ordnung und in diesem zweiter Classe.

29. Wenn die geraden Verbindungslinien von vier Paaren entsprechender Punkte aa', bb', cc', dd' beider Reihen A, B, C, D (Fig. 16) gezogen werden, so bilden sie und die Träger der Reihen selbst E, F, ein System von sechs Geraden, in welchem jede zwei mit den vier übrigen Reihen von gleichen entsprechenden Doppelverhältnissen bilden. Ebenso bilden die Schnittpunkte a, b, c, d der vier Paare von entsprechenden Strahlen AA', BB', CC', DD' mit den Scheiteln e, f der Büschel selbst ein System, in welchem jede zwei mit den vier übrigen durch projectivische Büschel verbunden werden. Denn z. B. (Fig. 17) aus

$$\{a.cdef\} = \{b.cdef\} \text{ folgt } \{c.abef\} = \{d.abef\},$$

weil für x, x', y, y', z, z' als die Schnittpunkte der Paare von Geraden *bc*, *ad*; *ca*, *bd*; *cd*, *ab* mit der gemeinschaftlichen Linie *ef* aus

$$\{a.cdef\} = \{b.cdef\} \text{ zuerst } \{yx'ef\} = \{xy'ef\}$$

und somit auch

$$\{yxef\} = \{x'y'ef\} \text{ oder } \{c.abef\} = \{d.abef\}$$

hervorgeht; in analoger Weise für jeden der sechs Fälle, in denen die betrachtete Gruppe von vier Elementen mit der ursprünglichen zwei Elemente gemein hat. Für die acht weiteren Fälle, in welchen drei gemeinsame Elemente vorhanden sind, geht die Giltigkeit daraus hervor.

Da aber zu den Trägern der projectivischen Reihen und der Verbindungslinien von drei Paaren aa', bb', cc' die Verbindungslinie eines beliebigen vierten Paares als sechste Gerade und ebenso zu den Trägern der projectivischen Büschel und den Schnittpunkten von drei Paaren AA', BB', CC' der Schnittpunkt jedes beliebigen vierten Paares als sechster Punkt hinzugenommen werden kann, so gelten die Sätze:

Eine Curve zweiter Ordnung ist durch fünf beliebige Punkte als ihre Punkte bestimmt. Vier Punkte einer Curve zweiter Ordnung werden mit irgend zwei anderen Punkten derselben durch je vier Strahlen verbunden, welche gleiche entsprechende Doppelverhältnisse bestimmen. Ein solches Doppelverhältniß heißt das Doppelverhältniß von vier Punkten der Curve zweiter Ordnung.

Eine Curve zweiter Classe ist durch fünf beliebige gerade Linien als ihre Tangenten bestimmt. Vier Tangenten einer Curve zweiter Classe werden von irgend zwei anderen Tangenten derselben in je vier Punkten geschnitten, welche gleiche entsprechende Doppelverhältnisse bestimmen Ein solches Doppelverhältniß heißt das Doppelverhältniß von vier Tangenten der Curve zweiter Classe.

Die Construction einer Curve zweiter Classe aus fünf Tangenten erfolgt daher durch Vervollständigung der beiden projectivischen Reihen, welche drei der gegebenen Tangenten durch ihre Schnittpunkte mit den beiden übrigen in diesen bestimmen (§. 26) und durch Verbindung der entsprechenden Paare derselben; ebenso die Construction der Curve zweiter Ordnung aus fünf Punkten durch Vervollständigung der beiden projectivischen Büschel, welche drei der gegebenen Punkte durch ihre Verbindungs-

linien mit den beiden übrigen an diesen bestimmen. Die Träger der Reihen haben in jenem Falle zu ihren Berührungspunkten mit der Curve die Punkte p', q, welche in ihnen ihrem Schnittpunkt pq' entsprechen, in diesem zu ihren Tangenten an die Curve die Strahlen P', Q, welche in ihnen dem Scheitelstrahl PQ' entsprechen. Denn man nennt den Schnittpunkt eine Tangente mit der unendlich nahe benachbarten Tangente der Curve ihren Berührungspunkt mit derselben und die Verbindungslinie eines Punktes der Curve mit dem unendlich nahe benachbarten Punkte derselben die Tangente des Punktes.

30. Die Sätze von Pascal und Brianchon sind nur andere Ausdrucksformen der vorigen Constructionen.

Sechs Punkte einer Curve zweiter Ordnung bilden in jeder Aufeinanderfolge ein Sechseck, dessen drei Gegenseitenpaare sich in Punkten einer geraden Linie durchschneiden.

Denn sind a, b, c, d, e, f solche sechs Punkte, so ist nach dem Vorigen

$$\{a.bcdf\} = \{e.bcdf\}$$

und wenn man diese Büschel durch die Transversalen cd und cb respective schneidet und die Punkte ab, cd und af, cd mit b', p_3, die Punkte ed, cb und ef, cb mit d', p_2 bezeichnet,

$$\{b'cdp_3\} = \{bcd'p_2\}.$$

Projicirt man diese Reihen aus dem Punkte ab, de oder p_1, so wird

$$\{p_1.b'cdp_3\} = \{p_1.bcd'p_2\}$$

und da diese zwei projectivischen Büschel die Paare entsprechender Strahlen p_1b', p_1b; p_1c, p_1c; p_1d, p_1d' gemein haben, so fällt auch das Paar p_1p_3, p_1p_2 in eine Gerade; wir nennen sie die Pascal'sche Linie P des Sechsecks $abcdef$ (Fig. 18).

Legt man daher durch den Schnittpunkt p_1 der Geraden ab, de gerade

Sechs Tangenten einer Curve zweiter Classe bilden in jeder Aufeinanderfolge ein Sechsseit, dessen drei Gegeneckenpaare auf geraden Linien aus einem Punkte liegen.

Sind A, B, C, D, E, F solche sechs Tangenten, so ist nach dem Vorigen

$$\{A.BCDF\} = \{E.BCDF\}$$

und wenn man diese Reihen aus den Punkten CD, CB respective projicirt und die Verbindungslinien AB, CD und AF, CD mit B', P_3, die Linien ED, CB und EF, CB mit D', P_2 bezeichnet,

$$\{B'CDP_3\} = \{BCD'P_2\}.$$

Schneidet man diese Büschel mit der Geraden P_1, welche die Gegenecken AB, DE verbindet, so wird

$$\{P_1.B'CDP_3\} = \{P_1.BCD'P_2\}$$

und da diese projectivischen Reihen, die entsprechenden Paare P_1B', P_1B; P_1C, P_1C'; P_1D, P_1D' gemein haben, so fallen auch P_1P_3 und P_1P_2 auf einen Punkt; wir nennen ihn den Brianchon'schen Punkt p des Sechsseits $ABCDEF$ (Fig. 19).

Wählt man auf der Verbindungslinie P_1 der Punkte AB, DE Punkte,

Linien, welche *bc*, *ed* respective in Punkten p_2, p_3 schneiden und verbindet man diese mit *e* und *a* respective durch Gerade, so schneiden sich diese immer in einem sechsten Punkte *f* der durch *abcde* bestimmten Curve. Mit der Drehung von *P* um p_1 rückt *f* auf der Peripherie der Curve fort.

welche mit *BC* und *CD* respective die Geraden P_2, P_3 bestimmen, und schneidet man diese mit *E* und *A* respective in Punkten, so liegen diese immer in einer sechsten Tangente *F* der durch *ABCDE* bestimmten Curve. Mit der Verschiebung von *p* auf P_1 durchläuft *F* alle Lagen der Tangenten der Curve.

Man construirt also für die Curve zweiter Ordnung aus fünf Punkten ihren zweiten Schnittpunkt mit jeder Geraden, die durch einen der fünf gezogen wird, und für die Curve zweiter Classe aus fünf Tangenten ihre zweite Tangente mit jedem Punkte, der auf einer der fünf gewählt wird.

31. Wenn zwei benachbarte Ecken des eingeschriebenen Sechsecks zusammenfallen, so liefert der Satz von Pascal in ihrer geraden Verbindungslinie die Tangente der Curve zweiter Ordnung in diesem Punkte; und ebenso liefert, wenn man zwei aufeinander folgende Seiten des umgeschriebenen Sechseits zusammenfallen läßt, der Satz von Brianchon in ihrem Durchschnittspunkte den Berührungspunkt der Curve zweiter Classe mit derselben. Denn nach jenem muß für *a, b* als zusammenfallend die zugehörige Tangente mit der Geraden *de* in einem Punkte der Verbindungslinie von *bc*, *ef* mit *cd, fa* zusammen treffen (Fig. 18); und nach diesem ebenso für *A, B* als zusammenfallend der zugehörige Berührungspunkt mit dem Schnittpunkt *DE* in einer geraden Linie liegen, die auch die Schnittpunkte der Geraden *BC, EF* und *CD, FA* enthält (Fig. 19).

Denkt man zweimal zwei auf einander folgende Ecken oder Seiten des eingeschriebenen Sechecks oder des umgeschriebenen Sechsseits zusammenfallend, so erhält man unter Annahme, daß die vereinigten Paare die Gegenecken oder Seiten des entstehenden Vierecks oder Vierseits sind die Sätze (Fig. 20):

In jedem einer Curve zweiter Ordnung eingeschriebenen Viereck liegen die Schnittpunkte der Gegenseitenpaare und die der Tangenten in den Gegenecken in einer Geraden.

In jedem einer Curve zweiter Classe eingeschriebenen Vierseit gehen die Verbindungslinien der Gegeneckenpaare und die der Berührungspunkte in den Gegenseiten durch einen Punkt.

Endlich durch die dreimalige Vereinigung aufeinander folgender Paare:

In jedem einer Curve zweiter Ordnung eingeschriebenen Dreieck liegen die Durchschnittspunkte der Seiten mit den Tangenten der Curve in den respective gegenüberliegenden Ecken in einer Geraden.

In jedem einer Curve zweiter Classe umgeschriebenen Dreiseit gehen die Verbindungslinien der Ecken mit den Berührungspunkten der Curve in den respective gegenüberliegenden Seiten durch einen Punkt.

Wie diese Sätze so sind auch als Specialfälle in den Sätzen von Pascal und Brianchon die Constructionen der Curve zweiter Ordnung aus vier Punkten und der Tangente in einem von ihnen, aus drei Punkten und den Tangenten in zweien derselben enthalten, so wie die der Curve zweiter Classe aus vier Tangenten und dem Berührungspunkt in einer von ihnen und aus drei Tangenten und den Berührungspunkten in zweien derselben.

32. Von den übrigen Erzeugnissen projectivischer Gebilde erster Stufe treten zunächst diejenigen den vorigen zur Seite, welche denselben nach dem Gesetze der Dualität entsprechen; nämlich die Erzeugnisse von zwei projectivischen Ebenenbüscheln, deren Träger sich schneiden — entsprechend den zwei projectivischen Punktreihen, deren Träger in einer Ebene liegen, und von zwei projectivischen Strahlenbüscheln, deren Scheitel zusammenfallen — entsprechend den zwei Strahlenbüscheln von zusammenfallenden Ebenen. Sie erzeugen Gebilde im Strahlenbündel und im Ebenenbündel, welche der Curve zweiter Ordnung im ebenen Punktesystem und der Curve zweiter Classe im ebenen Strahlensystem respective entsprechen, die Kegelflächen zweiter Ordnung und diejenigen zweiter Classe.

In zwei projectivischen Ebenenbüscheln, deren Träger einen Punkt gemein haben, liegen die Durchschnittslinien der Paare entsprechender Ebenen in einer Kegelfläche zweiter Ordnung. Jeder ebene Schnitt der Kegelfläche zweiter Ordnung ist eine Curve zweiter Ordnung, da sie aus

In zwei projectivischen Strahlenbüscheln, deren Träger zusammenfallen, bestimmen die Ebenen der Paare entsprechende Strahlen eine Kegelfläche zweiter Classe als ihre Umhüllte. Jeder ebene Schnitt der Kegelfläche zweiter Classe ist eine Curve zweiter Classe, da sie von den

den projectivischen Strahlenbüscheln erzeugt wird, welche die Schnittebene mit den erzeugenden Ebenenbüscheln bestimmt.

Die Ebene, welche zwei unendlich nahe benachbarte gerade Linien (Erzeugende) der Kegelfläche bestimmen, ist eine Tangentenebene der Kegelfläche. Der Satz von Pascal mit allen seinen Folgerungen überträgt sich auf diese Flächen; er erlaubt ihre Construction aus fünf Strahlen eines Bündels, von denen keine drei in einer Ebene liegen und die der Tangentenebene für einen derselben; ebenso die aus vier Strahlen eines Bündels und der Tangentenebene in einer oder aus drei Strahlen und den Tangentenebenen in zweien derselben.

geraden Verbindungslinien der entsprechenden Punkte derjenigen projectivischen Reihen umhüllt wird, die ihre Ebene mit den erzeugenden projectivischen Büscheln bestimmt.

Die gerade Linie, welche zweien unendlich nahen Ebenen der Kegelfläche gemeinsam ist, ist eine gerade Linie (Erzeugende) der Kegelfläche. Der Satz von Brianchon mit seinen Folgerungen überträgt sich auf diese Flächen und erlaubt ihre Construction aus fünf Ebenen eines Bündels, von denen keine drei dieselbe Gerade enthalten und die der Berührungserzeugenden für eine derselben; ebenso die aus vier Ebenen eines Bündels und der Berührungserzeugenden in einer oder aus drei Ebenen und der Berührungserzeugenden in zweien derselben.

Oder kurz: Der Schein einer Curve zweiter Ordnung aus einem Punkte ist eine Kegelfläche zweiter Ordnung und derjenige einer Curve zweiter Classe eine Kegelfläche zweiter Classe. Solche Kegelflächen sind es daher, welche die centralprojectivische Abbildung der Curven zweiter Ordnung oder Classe vermitteln. Da die Definition dieser Curven aber von Eigenschaften der Projectivität allein ausgeht und alle angegebenen Constructionsmethoden ausschließlich auf solche und den Gebrauch des Lineals gegründet sind, so folgt, daß alle Projectionen von Curven zweiter Ordnung oder Classe wiederum Curven zweiter Ordnung oder Classe sind, und daß die Constructionen im Bilde an den Projectionen der gegebenen Punkte und Tangenten ganz ebenso ausgeführt werden müssen, wie sie am Original auszuführen sein würden.

33. Diese Betrachtungen verknüpfen die Curven zweiter Ordnung oder Classe auf das Engste mit der für die graphische Methode wichtigsten unter allen Curven, mit dem Kreise.

Der Kreis ist eine Curve zweiter Ordnung, weil die Strahlenbüschel, welche aus zwei beliebigen Punkten vier feste Punkte derselben projiciren, projectivisch gleich sind auf Grund der Gleichheit der Peripheriewinkel über demselben Bogen; er entsteht auch

wie die Curven zweiter Ordnung überhaupt durch den Schnitt von zwei projectivisch gleichen Strahlenbüscheln von einerlei Drehungssinn (Fig. 21). Der Kreis ist aber auch eine Curve zweiter Classe, denn er hat die Eigenschaft, daß das zwischen zwei festen Tangenten gelegene Segment einer veränderlichen Tangente vom Centrum aus unter constantem Winkel projicirt wird, so daß die Reihen, welche von den Lagen der beweglichen Tangente auf den festen Tangenten gebildet werden, die Schnitte gleichwinkliger Strahlenbüschel und daher projectivisch sind. Der Kreis entsteht daher auch als Umhüllung der geraden Verbindungslinien der entsprechenden Paare in zwei projectivischen Reihen, die aus einem Punkte der Halbirungslinie des Winkels ihrer Träger durch gleichwinklige Strahlbüschel von einerlei Drehungssinn projicirt werden.

Sind A, B, C, D (Fig. 21) vier Lagen der beweglichen Tangente mit den respectiven Berühungspunkten a'', b'', c'', d'' und den Schnittpunktenreihen a, b, c, d; a', b', c', d' auf den beiden festen Tangenten O, O' in den Berührungspunkten o, o', so ist

$$\{o'.a''b''c''d''\} = \{a'b'c'd'\} = \{abcd\} = \{ABCD\},$$

d. h. das Doppelverhältniß von vier Punkten des Kreises ist dem Doppelverhältniß der zugehörigen Tangenten desselben gleich.

Die Centralprojection des Kreises, d. h. der ebene Schnitt seines projicirenden Kegels — die man einen Kegelschnitt par excellence zu nennen pflegt — ist eine Curve zweiter Ordnung und zweiter Classe wie der projicirende Kegel eine Kegelfläche zweiter Ordnung und Classe ist. Das Doppelverhältniß von irgend vier Tangenten derselben ist constant und dem Doppelverhältnisse ihrer vier Berührungspunkte gleich. Die Bildung der centrisch-collinearen Figuren zu den Constructionen, welche die beiden vorher betrachteten Erzeugungsweisen des Kreises darstellen, führt zu den Constructionen seiner Collinearverwandten als Erzeugnisse projectivischer Gebilde im Allgemeinen. Daß überhaupt alle Curven zweiter Ordnung und ebenso alle Curven zweiter Classe Centralprojectionen des Kreises d. h. Kegelschnitte sind und umgekehrt, wird sich aus den weiteren Entwickelungen ergeben (§. 51).

34. Die Collinearverwandten des Kreises sind von verschiedener Gestalt je nach der Lage des Kreises in Bezug auf die

Gegenaxe seines Systems; wenn er dieselbe nicht trifft, so hat der collinearverwandte Kegelschnitt keine reellen Punkte mit der unendlich entfernten Geraden seines Systems gemein und heißt Ellipse, wenn der Kreis die Gegenaxe seines Systems in zwei reellen Punkten schneidet, so hat der Kegelschnitt zwei reelle und verschiedene Punkte in unendlicher Entfernung und heißt Hyperbel; berührt der Kreis die Gegenaxe seines Systems, so berührt auch der collinearverwandte Kegelschnitt die unendlich entfernte Gerade seines Systems und heißt eine Parabel. Diese Bedingungen im Sinne der Centralprojection und in Bezug auf den projicirenden Kegel eines im Raume bedachten Kreises ausgesprochen, lauten wie folgt: Das Bild des Kreises ist eine Ellipse, wenn die Verschwindungsebene mit dem projicirenden Kegel nur das Centrum gemein hat, eine Hyperbel, wenn sie ihn in zwei Erzeugenden durchschneidet und eine Parabel, wenn sie ihn längs einer Erzeugenden berührt.

Die Aufnahme der unendlich fernen Punkte der Hyperbel und Parabel unter die Bestimmungsstücke derselben liefert Specialfälle der allgemeinen Constructionen, die ohne jede wesentliche Veränderung aus diesen hervorgehen: Die Construction der Hyperbel aus vier Punkten und einem ihrer unendlich fernen Punkte, man sagt einer Asymptotenrichtung; aus drei Punkten und den beiden Asymptotenrichtungen; aus drei Punkten oder drei Tangenten und der Tangente in einem unendlich fernen Punkte oder einer Asymptote; aus einem Punkte oder einer Tangente und beiden Asymptoten (Fig. 22, 23). Die Construction der Parabel aus drei Punkten oder drei Tangenten und ihren unendlich fernen vereinigten Punkten d. i. ihrer Axenrichtung; aus drei Tangenten und dem Berühungspunkt in einer derselben; aus zwei Tangenten und ihren Berührungspunkten und aus vier Tangenten — zu denen die unendlich ferne Gerade der Ebene die fünfte Tangente ist (Fig. 24). Diesen speciellen Constructionen entsprechen specielle Sätze über die Kegelschnitte, wie beispielsweise folgende: Das Parallelogramm, welches die von einem Punkte der Hyperbel gezogenen Parallelen zu ihren Asymptoten mit diesen selbst bestimmen, ist von constanter Fläche; ebenso das Dreieck, welches eine Tangente der Hyperbel mit den Asymptoten derselben bestimmt. Die Verbindungslinien von zwei festen mit einem veränderlichen Punkte der Hyperbel bestimmen

in der Asymptote derselben zwei gleiche und gleichsinnige Reihen. Die Tangenten einer Parabel bestimmen auf zwei festen unter ihnen projectivisch ähnliche Reihen.

35. Es wäre die nächste Aufgabe einer graphischen Theorie der Kegelschnitte, die Beziehungen eines durch seine Bestimmungselemente — Punkte und Tangenten — gegebenen Kegelschnitts zu einer in seiner Ebene gelegenen Geraden oder zu einem Punkte derselben zu untersuchen, d. i. die zwei Punkte, welche jene, und die zwei Tangenten, welche dieser mit ihm gemein hat, zu bestimmen.

Die projectivischen Strahlenbüschel, welche den durch fünf Punkte bestimmten Kegelschnitt hervorbringen, bestimmen auf jeder Geraden in seiner Ebene zwei projectivische Punktreihen, welche nur zwei Punkte entsprechend gemein haben können; diese sind die Schnittpunkte der Geraden mit dem Kegelschnitt. Ebenso bestimmen die beiden projectivischen Punktreihen, welche den durch fünf Tangenten gegebenen Kegelschnitt hervorbringen, mit jedem Punkte seiner Ebene zwei concentrische, projectivische Strahlenbüschel, welche nur zwei Strahlen entsprechend gemein haben können: Die Tangenten des Kegelschnitts aus dem gegebenen Punkte. Beide Probleme erfordern also die graphische Behandlung projectivischer Punktreihen und Strahlenbüschel von einerlei Träger, welche durch die Constructionen der §§. 26, 27 nicht direct erledigt ist; die Behandlung projectivischer Ebenenbüschel von einerlei Scheitelkante käme auf die erstere zurück.

Die Fundamentalsätze der Theorie der Kegelschnitte in §. 29 zeigen, daß die Paare der entsprechenden Strahlen A, A'; B, B' etc. von zwei projectivischen Büscheln mit demselben Träger auf jedem durch denselben gehenden Kegelschnitt Paare entsprechender Punkte von zwei projectivischen Systemen α, α'; β, β' etc. bestimmen und ebenso, daß die Paare a, a'; $b. b'$ etc. der entsprechenden Punkte von zwei projectivischen Punktreihen auf derselben Geraden mit jedem diese Gerade berührenden Kegelschnitt Paare entsprechender Tangenten A, A'; B, B' etc. von zwei projectivischen Systemen bestimmen, die wie jene früher betrachteten durch drei Paare entsprechender Elemente bestimmt sind.

Es sind Specialfälle hiervon, daß zwei geradlinige projectivische Reihen mit jedem Punkte ihrer Ebene und zwei punktförmige pro-

jectivische Strahlenbüschel mit jeder Geraden in ihrer Ebene zwei projectivische Büschel oder Reihen von einerlei Träger bestimmen; aber zur Ermittelung der sich selbst entsprechenden oder Doppelelemente führen sie nicht.

Die Central-Collineation in der Ebene oder die Centralprojection ebener Systeme bildet endlich ebenfalls eine Quelle concentrischer und coaxialer projectivischer Systeme, wenn auch von mehr eingeschränkter Art. In centrisch-collinearen Systemen sind die entsprechenden Punktreihen in gerader Linie und die entsprechenden Strahlenbüschel um einen Punkt projectivisch; geht der geradlinige Träger oder die Axe der einen Reihe durch das Centrum der Collineation, so fällt der entsprechenden andern mit ihm zusammen, ebenso wenn der Scheitel oder das Centrum des einen Büschels in der Collineationsaxe liegt, der Scheitel des andern: Entsprechende Reihen durch das Centrum sind coaxial, entsprechende Büschel aus der Collineationsaxe sind concentrisch. Die Besonderheit dieses Vorkommens besteht darin, daß die Doppelelemente solcher Systeme direct bekannt sind, nämlich für die vereinigten projectivischen Reihen das Centrum der Collineation und der Punkt in der Collineationsaxe, für die concentrischen projectivischen Büschel die Collineationsaxe und der Strahl nach dem Collineations-Centrum.

36. Denken wir zwei projectivische Punktsysteme auf demselben Kegelschnitt durch drei entsprechende Paare α, α'; β, β'; γ, γ' bestimmt (Fig. 25), so gehen von entsprechenden Punkten α, α' derselben nach den Punkten des jedesmaligen andern Systems projectivische Strahlbüschel, die einen Strahl $\alpha\alpha'$ entsprechend gemein haben $\{\alpha . \alpha'\beta'\gamma'\delta'\} = \{\alpha' . \alpha\beta\gamma\delta\}$, also für die gerade Linie zwischen den Punkten $\alpha\beta'$, $\alpha'\beta$; $\alpha\gamma'$, $\alpha'\gamma$ als Axe perspectivisch sind. Wenn den Scheiteln β, β' die Axe der Perspective $\beta\alpha'$, $\beta'\alpha$; $\beta\gamma'$, $\beta'\gamma$ entspricht, so folgt aus dem Umstande, daß die sechs gegebenen Punkte in der Folge $\alpha\beta'\gamma$, $\alpha'\beta\gamma'$ ein Pascal'sches Sechseck bilden, welches die Linien $\alpha\beta'$, $\alpha\beta$; $\beta'\gamma$, $\beta\gamma'$; $\gamma\alpha'$, $\gamma'\alpha$ zu seinen Gegenseitenpaaren hat, daß die Axen dieser Paare perspectivischer Strahlenbüschel eine einzige Gerade P bilden, dieselbe dient zur Construction fernerer entsprechender Paare des Systems aus den drei gegebenen: Ist δ ein vierter Punkt der ersten Reihe, so liegt der entsprechende δ' der zweiten so, daß die Geraden $\alpha'\delta$, $\alpha\delta'$ oder $\beta'\delta$, $\beta\delta'$ etc. sich in der Geraden P durchschneiden.

Fällt aber δ in einen der Punkte, welche die Gerade P mit dem Kegelschnitt gemein hat, so vereinigt sich δ' mit ihm, d. h. die Punkte φ, φ^* des Kegelschnitts, welche der Geraden P angehören, sind die entsprechend gemeinsamen oder Doppelpunkte der projectivischen Reihen im Kegelschnitt. Im Falle der Berührung von P mit dem Kegelschnitt sind sie in einem Punkte vereinigt; wenn die Gerade P den Kegelschnitt nicht trifft, so sagt man, daß die Doppelpunkte φ, φ^* des Systems imaginär sind, erachtet sie aber nach wie vor als vollständig definirt. Sie liefern die Relation

$$\{\varphi\varphi^*\alpha\beta\}=\{\varphi\varphi^*\alpha'\beta'\},$$

d. h. jedes Paar von Elementen bestimmt mit den Doppelelementen dasselbe Doppelverhältniß, wie das Paar der entsprechenden Elemente. Sind die Doppelelemente oder ist ihre gerade Verbindungslinie P gegeben, so genügt zur Bestimmung der projectivischen Reihen ein einziges getrenntes Paar entsprechender Punkte α, α'.

Die von einem Punkte t des Kegelschnitts nach den entsprechenden Punkten a, a'; b, b' etc. der beiden projectivischen Reihen gehenden Strahlen A, A' etc. bilden ein Paar von concentrischen projectivischen Büscheln, dessen Doppelstrahlen F, F^* nach den Punkten φ, φ^* gehen.

Zu zwei concentrischen projectivischen Strahlenbüscheln, die durch drei entsprechende Paare A, A'; B, B'; C, C' bestimmt sind, liefert jeder durch seinen Scheitel gehende vollständig verzeichnete Kegelschnitt drei entsprechende Paare α, α'; β, β'; γ, γ' von projectivischen Reihen auf demselben als Schnittpunkte, diese bestimmen die Gerade P, welche zur Construction aller übrigen entsprechenden Strahlenpaare sowie zu der der Doppelstrahlen dient. Unter allen den Scheitel enthaltenden Kegelschnitten empfiehlt sich der Kreis durch Bequemlichkeit und Genauigkeit.

37. Sind zwei projectivische Tangentenschaaren an denselben Kegelschnitt durch drei entsprechende Paare A, A'; B, B'; C, C' gegeben (Fig. 26), so erzeugen die Strahlen A, A' mit denen der jedesmaligen andern Schaar perspectivische Punktreihen $\{A.A'B'C'D'\ldots\}=\{A'.ABCD\ldots\}$ mit dem Schnittpunkte der Geraden AB', $A'B$; AC', $A'C$ als Centrum der Perspective; ebenso B, B' mit dem Punkte AB', $A'B$; BC', $B'C$; da die Strahlen in der Ordnung $AB'CA'BC'$ die Seiten eines Brianchon'schen Sechsseits sind,

welches die Geraden AB', $A'B$; $B'C$, BC'; $C'A$, CA' zu den Verbindungslinien der Gegenecken hat, so liefern alle diese perspectivischen Reihen ein einziges Centrum p. Dasselbe dient zur Bestimmung der Paare entsprechender Strahlen D, D' etc., weil die Punkte AD', $A'D$ auf derselben durch p gehenden Geraden liegen müssen. Die von p aus an den Kegelschnitt gehenden Tangenten FF^* liefern die entsprechend gemeinsamen oder Doppelstrahlen der projectivischen Schaaren. Die Relation

$$\{FF^*AB\} = \{FF^*A'B'\}$$

verbindet sie mit je zwei Paaren entsprechender Strahlen; sind sie oder ist ihr Durchschnittspunkt p bekannt, so genügt ein Paar entsprechender Strahlen zur Bestimmung. Schneidet man mit einer beliebigen Tangente T des Kegelschnitts die projectivischen Tangentenschaaren, so bestimmen sie in ihr die entsprechenden Paare a, a' etc. und die Doppelpunkte f, f^* von zwei projectivischen Punktreihen. Und wenn solche durch drei Paare entsprechender Punkte in einer Geraden bestimmt sind, so bestimmen diese mit einem die Gerade berührenden Kegelschnitt drei Paare von zwei projectivischen Tangentenschaaren A, A' etc., durch deren Vervollständigung mittelst des Punktes p und aus deren Doppelstrahlen F, F^* die Vervollständigung der coaxialen Reihen und die Bestimmung ihrer Doppelpunkte erfolgt. Unter allen den Träger berührenden Kegelschnitten liefern Kreise die bequemste und schärfste Construction.

Damit ist streng und allgemein gezeigt, daß und wie zwei vereinigte projectivische Punktreihen oder Strahlenbüschel zwei Doppelelemente besitzen, die entweder reell und verschieden oder imaginär oder insbesondere reell und zusammenfallend sind.

Von den Doppelelementen abgesehen sind die vorigen Constructionen auch für einen nur durch fünf Punkte oder Tangenten bestimmten Kegelschnitt mittelst des Lineals allein ausführbar; aber die Benützung des Hilfskreises ist dem wegen größerer Bequemlichkeit und Genauigkeit der Ausführung vorzuziehen, für die Bestimmung der Doppelelemente insbesondere aber erforderlich. Sie entspricht dem Übergange zu einer Centralprojection der allgemeinen Construction, als bei welcher die Projectivität der in Betracht kommenden Gebilde nicht gestört wird.

38. **Die Construction der Durchschnittspunkte einer Geraden mit einem durch fünf Punkte bestimmten Kegelschnitt und die der Tangenten von einem Punkte an einen durch fünf Tangenten bestimmten Kegelschnitt** (Fig. 27) sind nach §. 35 im Vorigen mit enthalten und zwar jede der beiden Aufgaben in doppelter Lösung. Die Bestimmung der Gattung eines durch fünf Punkte gegebenen Kegelschnittes ist ein Specialfall der ersten Aufgabe; die unendlich entfernte Gerade ersetzt die gegebene Gerade derselben. Man bildet also aus zweien der fünf Punkte das Strahlbüschel über den drei anderen Punkten, verlegt das eine derselben durch Parallelverschiebung an den Scheitel des andern — wodurch die entsprechende Reihe in der unendlich fernen Geraden nicht geändert wird — und bestimmt die Doppelstrahlen der so erhaltenen concentrischen projectivischen Büschel; ihre Richtungen sind die unendlich entfernten Punkte des Kegelschnitts (Asymptotenrichtungen); ihre Realität characterisirt denselben als Hyperbel, ihr Zusammenfallen als Parabel, ihr Imaginärsein als Ellipse. Einfache Regeln für die Lage der Punkte, welchen Ellipse oder Hyperbel entspricht, lassen sich leicht ableiten. Mit denselben Methoden ist die Aufgabe lösbar: die durch vier Punkte gehenden und eine Gerade berührenden Kegelschnitte zu construiren (Fig. 28) — und ebenso: die aus vier Tangenten und einem Punkte bestimmten Kegelschnitte zu construiren. Denn denkt man zwei der gegebenen Punkte mit den beiden übrigen durch Gerade verbunden, so erzeugen sie mit der als Tangente gegebenen Geraden zwei vereinigte projectivische Reihen, die aus den Paaren a, a'; b, b' durch die weitere Bedingung bestimmt sind, daß ihre Doppelpunkte vereinigt sein müssen; denkt man zwei der vier Tangenten von den beiden übrigen geschnitten, so erzeugen die Schnittpunkte mit dem gegebenen Punkte des Kegelschnitts zwei projectivische Strahlenbüschel, die durch die beiden gefundenen Paare und die Nothwendigkeit, daß ihre Doppelstrahlen sich decken, völlig bestimmt sind. Im ersteren Falle ist der Vereinigungspunkt der Doppelpunkte — für den man zwei Lagen erhält, die reell oder imaginär sein können — der Berührungspunkt eines Kegelschnittes durch die vier Punkte mit der gegebenen Tangente; im letzteren Falle die Gerade der vereinigten Doppelstrahlen, für welche man zwei reelle oder imaginäre Lagen erhält — die Tangente eines Kegelschnitts, welcher die vier Geraden

berührt, in dem gegebenen Punkte. Man erhält daher zwei Kugelschnitte für jedes der beiden Probleme und es bliebe die Frage zu erörtern: unter welchen Voraussetzungen können dieselben zusammenfallen und unter welchen sind sie imaginär?

Ein wichtiger Specialfall des ersten Problems ist die Construction der durch vier gegebene Punkte möglichen Parabeln; die gegebene Tangente ist in diesem Falle die unendlich entfernte Gerade der Ebene und man erhält die Axenrichtungen 2∞, $2\infty'$ der entsprechenden Parabeln (Fig. 29). Dieselbe Construction löst auch die berühmten Probleme: Man bestimme ein n-Eck, dessen n-Seiten in gegebener Ordnung durch n feste Punkte gehen, während seine n-Ecken in gegebener Ordnung in n Geraden liegen.

Man construire ein n-Eck, welches einem gegebenen (im allgemeinsten Falle durch fünf Punkte) Kegelschnitte eingeschrieben ist, während zugleich seine n-Seiten in gegebener Ordnung durch n feste und bekannte Punkte gehen (Fig. 30).	Man construire ein n-Seit, welches einem (durch fünf Tangenten) gegebenen Kegelschnitt umgeschrieben ist, während zugleich seine n-Ecken in gegebener Ordnung in n festen und bekannten Geraden legen.

Endlich ist durch die Construction der Doppelelemente die allgemeine Aufgabe lösbar: In zwei Paaren projectivischer Systeme an demselben Träger (— respective gerade Linie, Punkt, Kreis, Curve zweiter Ordnung oder Classe) die Paare von Elementen zu bestimmen, welche denselben gemeinschaftlich sind. Wir denken das erste projectivische System durch die Elementengruppen A, B, C; A', B', C' (Fig. 31) und das zweite durch die Gruppen $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$; $\mathfrak{A}', \mathfrak{B}', \mathfrak{C}'$ bestimmt und nennen F, F'; $F^*F^{*\prime}$ die gemeinschaftlichen Paare. Werden dann die Elemente A'', B'', C'' so bestimmt, daß sie den Elementen A, B, C als zu der Gruppe $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$ gehörig, in der Gruppe $\mathfrak{A}', \mathfrak{B}', \mathfrak{C}'$ projectivisch entsprechen, und construirt man die Doppelelemente $F', F^{*\prime}$ der projectivischen Gruppen A', B', C' und A'', B'', C'', endlich aber zu ihnen die Elemente F, F^*, welche jenen Elementen von $F', F^{*\prime}$ von $A'B'C'$ oder $A''B''C''$ in der Gruppe ABC projectivisch entsprechen, so sind F, F'; $F^*, F^{*\prime}$ die gemeinschaftlichen Paare entsprechender Elemente beider Systeme von projectivischen Gebilden. Dieses Problem umfaßt eine große Zahl von Specialisirungen, von denen wir nur hervorheben: die Construction der entsprechenden Elementen-

paare in zwei projectivischen Grundgebilden, welche einen vorgeschriebenen Winkel von gegebenem Drehungssinn mit einander einschließen oder ein nach Größe und Sinn vorgeschriebenes Segment zwischen sich fassen; die Construction der entsprechenden Elementenpaare von solchen, die mit einem gegebenen Paar von Elementen ein vorgeschriebenes Doppelverhältniß bilden; die der Elementenpaare, welche mit zwei gegebenen Paaren (den Doppelelementen der projectivischen Systeme) je ein gegebenes Doppelverhältniß bestimmen, etc.

39. Die Betrachtung der coaxialen projectivischen Reihen und der concentrischen projectivischen Büschel, wie sie in centrischen Collineationssystemen auftreten (§. 35), fügt dem Vorigen einige nützliche Beziehungen hinzu. Wenn auf einer das Collineationscentrum s enthaltenden Geraden den Punkten a, b des einen Systems die Punkte a', b' des andern entsprechen, und σ den ihr angehörigen Punkt der Collineationsaxe S bezeichnet, so ist

$$\{s\sigma ab\} = \{s\sigma a'b'\},$$

also auch, wie durch die Ausschreibung der Doppelverhältnisse sofort erkannt wird,

$$\{s\sigma aa'\} = \{s\sigma bb'\}$$

d. i. jedes Paar entsprechender Punkte bildet mit den beiden Doppelpunkten ein Doppelverhältniß von constantem Werthe.

Die aus einem beliebigen Punkte der Collineationsaxe nach den Paaren einer solchen Doppelreihe gehenden Strahlen bilden eine Vereinigung von concentrischen projectivischen Strahlenbüscheln entsprechender Geraden, für die die Collineationsaxe und der nach dem Centrum gehende Strahl die Doppelstrahlen sind. Jedes Paar entsprechender Strahlen bestimmt mit den Doppelstrahlen das nämliche mit dem vorigen gleichwerthige Doppelverhältniß $\{S\Sigma AA'\} = \{S\Sigma BB'\}$; daher gelten nach den Gesetzen der centrischen Collineation die Sätze:

In jeder Centralcollineation ebener Systeme bestimmen je zwei entsprechende Punkte mit dem Centrum und dem in ihrer Geraden liegenden Punkte

In jeder Centralcollineation ebener Systeme bestimmen je zwei entsprechende Gerade mit der Axe und dem aus ihrem Schnittpunkte nach dem

der Collineationsaxe ein Doppelverhältniß von unveränderlichem Werthe.

Collineationscentrum gehenden Strahl ein Doppelverhältniß von unveränderlichem Werthe.

Beide Doppelverhältnisse sind gleich und man kann sie unter der Bezeichnung: Doppelverhältniß der Centralcollineation oder der Centralprojection zusammenfassen und nach den Werthen derselben Centralprojectionen von einander unterscheiden.

40. Die Construction entsprechender Punktepaare desselben durch das Centrum gehenden Strahls in centrisch collinearen Systemen ist eine Construction coaxialer projectivischer Reihen mit gegebenen reellen Doppelpunkten; ebenso ist die Construction entsprechender Strahlenpaare aus demselben in der Collineationsaxe gelegenen Punkte eine Construction concentrischer projectivischer Strahlenbüschel mit gegebenen reellen Doppelstrahlen. Die Benützung, welche die Gegenaxen der Systeme bei diesen Constructionen erfahren, ist bekannt (§. 19); ein Paar entsprechender Punkte a, a' oder ein Paar entsprechender Strahlen A, A' würde zu ihrer Bestimmung auf Grund der vorigen Sätze führen, wenn Centrum und Axe der Collineation gegeben sind. Entspricht dem unendlich fernen Punkte des Strahls als der ersten Reihe angehörig der Punkt u' und als der zweiten Reihe angehörig der Punkt r, so ist

$$\{s\sigma aa'\} = \{s\sigma\infty u'\} = \{s\sigma r\infty'\}, \text{ d. h. } \{s\sigma aa'\} = \frac{sr}{\sigma r} = \frac{\sigma u'}{su'},$$

d. h. die Punkte r, u' der Gegenaxen theilen die Strecke der Doppelpunkte $s\sigma$ und σs nach dem einfachen Verhältniß, welches dem Doppelverhältniß der Collineation gleich ist. Auch ist nach denselben Gleichheiten

$$\frac{as}{\sigma s} : \frac{aa'}{\sigma a'} = \frac{\sigma u'}{\sigma s} = \frac{rs}{\sigma s} \text{ und somit } rs = \sigma u',$$

d. h. die Gegenpunkte r und u' sind gleich entfernt von den Doppelpunkten s und σ in entgegengesetztem Sinne oder die Mitte zwischen den Gegenpunkten ist auch die Mitte zwischen den Doppelpunkten (Vergl. §. 11). Dem entsprechen ganz die Constructionen auf Grund der Centralprojection (Fig. 32). Sind die vereinigten projectivischen

Reihen durch die Doppelpunkte σ, s und ein Paar entsprechender Punkte a, a' gegeben, oder die concentrischen projectivischen Büschel durch die Doppelstrahlen S und Σ und ein Paar A, A', so zieht man in jenem Falle eine Gerade S durch σ und kann in diesem Falle einen Punkt s auf Σ beliebig wählen; man zieht sodann dort Gerade A, A' aus a, a' respective nach einem Punkte der Geraden S und in beiden Fällen durch s die Parallelen A^*, $A^{*\prime}$ zu ihnen und hat in den Punkten A, $A^{*\prime}$; A', A^* Punkte der zu S parallelen Gegenaxen. Auch die Construction der entsprechenden Paare rectangulärer Strahlen (§. 27) knüpft sich leicht hieran: *Die beiden über $s\sigma$ beschriebenen Kreise, welche ihre Centra respective in den beiden vorher bestimmten Gegenaxen haben, bestimmen in den Endpunkten ihrer in die Gegenaxen fallenden Durchmesser die Punkte, nach welchen die Strahlenpaare* R, R^*; R', $R^{*\prime}$ *gehen.* Die Symmetrie ihrer Lage gegen die Doppelstrahlen ist darin angezeigt (Fig. 32).

41. Ihrer weiteren Anwendung wegen ist die folgende Ausdrucksform für die vorigen Sätze bemerkenswerth und verdient unabhängigen Beweis (Fig. 33):

Wenn die Ecken zweier Dreiecke a_1, a_2, a_3; a'_1, a'_2, a'_3 in Paaren a_1, a'_1; a_2, a'_2; a_3, a'_3 auf geraden Linien aus einem Centrum s liegen, so schneiden sich die Paare der entsprechenden Seiten a_1a_2, $a'_1a'_2$; a_2a_3, $a'_2a'_3$; a_3a_1, $a'_3a'_1$ in Punkten x_3, x_1, x_2 einer Geraden S und diese schneidet die Geraden $a_1a'_1$, $a_2a'_2$, $a_3a'_3$ in drei Punkten σ_1, σ_2, σ_3, die mit diesen Punkten und dem Centrum einerlei Doppelverhältniß bestimmen.

Wenn die Seiten zweier Dreiseite A_1, A_2, A_3; A'_1, A'_2, A'_3 in Paaren A_1, A'_1; A_2, A'_2; A_3, A'_3 durch Punkte einer geraden Linie S gehen, so sind die geraden Verbindungslinien der entsprechenden Ecken derselben A_1A_2, $A'_1A'_2$; A_2A_3, $A'_2A'_3$; A_3A_1, $A'_3A'_1$ drei Strahlen X_3, X_1, X_2 aus einem Punkte s und dieser bestimmt mit den drei Schnittpunkten der Strahlenpaare $A_1A'_1$, $A_3A'_2$, $A_2A'_3$ drei Gerade Σ_1, Σ_2, Σ_3, die mit diesen und dem nach dem Centrum gehenden Strahl einerlei Doppelverhältniß bestimmen.

Denken wir S in dem zur Linken stehenden Satze als die Verbindungslinie von x_1 und x_2 und σ_1, σ_2, σ_3 als die Schnittpunkte von $a_1a'_1$, $a_2a'_2$, $a_3a'_3$ mit ihm, so sind $a_2a'_2\sigma_2$, $a_3a'_3\sigma_3$ aus x_1 in Perspective, also

$$\{a_2a'_2\sigma_2 s\} = \{a_3a'_3\sigma_3 s\};$$

ebenso $a_3a_3'\sigma_3$, $a_1a_1'\sigma_1$ aus x_2, so daß

$$\{a_3a_3'\sigma_3 s\} = \{a_1a_1'\sigma_1 s\} \text{ und somit } \{a_1a_1'\sigma_1 s\} = \{a_2a_2'\sigma_2 s\},$$

d. h. auch $a_1a_1'\sigma_1$ und $a_2a_2'\sigma_2$ sind in Perspective, die Geraden a_1a_2 und $a_1'a_2'$ schneiden sich in einem Punkte x_3 der Geraden $\sigma_1\sigma_2x_1x_2$ und der Satz ist vollständig bewiesen. Für den Beweis des zur Rechten stehenden Satzes denken wir s als den Schnittpunkt der Geraden X_1 und X_2 und Σ_1, Σ_2, Σ_3 als die Verbindungslinien desselben mit den Punkten A_1A_1', A_2A_2', A_3A_3'.

Liegen beide Dreiecke in verschiedenen Ebenen, so ist die Gerade S die Schnittlinie ihrer Fbenen und die vorigen Schlüsse behalten Geltung, so daß auch hier dieselbe Ausdrucksform für die Centralprojection und die Centralcollineation ebener Systeme gilt.

Denkt man x_1', x_2', x_3' als die Schnittpunkte der Geraden a_2a_3', $a_2'a_3$; a_3a_1', $a_3'a_1$; a_1a_2', $a_1'a_2$ respective, so liegen die Punktegruppen $x_1x_2'x_3'$, $x_2x_3'x_1'$, $x_3x_1'x_2'$ in drei Geraden, die mit $x_1x_2x_3$ ein Vierseit bilden, das x_1, x_1'; x_2, x_2'; x_3, x_3' zu den Gegeneckenpaaren hat. Jede der vier Geraden theilt mit dem Punkte s die ursprünglichen Segmente a_1a_1', a_2a_2', a_3a_3' nach gleichem Doppelverhältnisse (Fig. 33).

Denkt man X_1', X_2', X_3' als die Verbindungsgeraden der Punkte A_2A_3', $A_2'A_3$; A_3A_1', $A_3'A_1$; A_1A_2', $A_1'A_2$, so gehen die Geraden $X_1X_2'X_3'$, $X_2X_3'X_1'$, $X_3X_1'X_2'$ durch drei Punkte, die mit dem Schnittpunkte von $X_1X_2X_3$ ein Viereck bilden, welches X_1, X_1'; X_2, X_2'; X_3, X_3' zu den Paaren seiner Gegenseiten hat. Jeder der vier Punkte theilt mit der Geraden S die ursprünglichen Winkel A_1A_1', A_2A_2', A_3A_3' nach gleichem Doppelverhältnisse.

42. Die centrischen Collineationen ebener Systeme sind nach der Lage ihrer Centra und Axen und nach den Werthen ihrer characteristischen Doppelverhältnisse — als den Elementen, welche sie bestimmen — von einander verschieden. Als Quelle besonderer Fälle sind hervorzuheben: die Lage des Centrums in unendlicher Ferne, die Lage der Collineationsaxe oder die des Centrums und der Axe im Unendlichen; dazu die speciellen Werthe des Doppelverhältnisses. Ist zuerst das Centrum s einer unter den unendlich vielen unendlich entfernten Punkten der Ebene des Systems (Fig. 34), die nicht in der Axe liegen, so gilt die Relation

$$\{\infty\sigma aa'\} = \{\infty\sigma bb'\} \text{ d. i. } \sigma a' : \sigma a = \sigma b' : \sigma b = \text{const.};$$

die Paare entsprechende Punkte liegen auf den Strahlen einer Parallelenschaar gegen eine feste Axe S so, daß die zwischen ihnen liegen-

den Segmente durch den zugehörigen Punkt der Axe in constantem Verhältnisse getheilt werden, d. h. sie bilden vereinigte projectivisch ähnliche Reihen. Die Paare entsprechender Geraden begegnen sich in der Axe und alle von demselben Punkte der Letzteren ausgehenden Paare bilden concentrische projectivische Büschel, die die Axe und den nach dem Centrum gehenden Strahl d. i. zwei Linien von constanter Neigung zu Doppelstrahlen haben und daher einander gleich sind. Die Gegenaxen der Systeme liegen in unendlicher Ferne. Daher sind alle entsprechenden Reihen in entsprechenden Geraden projectivisch ähnlich, nur das Ähnlichkeitsverhältniß ändert sich von einem Paare zum andern.

Die so characterisirte Beziehung ebener Systeme heißt Affinität in centraler Lage und entspricht der Parallelprojection ebener Systeme. Entsprechende Strecken gerader Linien sind in solchen Systemen stets gleichzeitig endlich, also auch alle entsprechenden Figuren immer zugleich geschlossen; einer Schaar von Parallelen entspricht stets wieder eine solche.

Der unendlich entfernten Lage der Collineationsaxe bei endlich entferntem Centrum entspricht die Beziehung ebener Systeme, welche man als Ähnlichkeit in centraler (ähnlicher) Lage bezeichnet. Man hat dann (Fig. 35) auf jedem Strahl durch das Centrum

$$\{s\infty aa'\} = \{s\infty bb'\} \text{ d. i. } sa : sa' = sb : sb'$$

und das gleiche Verhältniß für alle diese Strahlen. Die Paare entsprechender Geraden bilden Parallelen und alle gleichgerichteten Paare dieser Art somit zwei vereinigte projectivische Parallelenbüschel, deren einer Doppelstrahl durch das Centrum geht, während der andere unendlich entfernt ist. Die vereinigten projectivischen Reihen in den Strahlen durch das Centrum sind projectivisch ähnlich, die Gegenaxen also in unendlicher Ferne und auch alle andern entsprechenden Punktreihen projectivisch ähnlich. Entsprechende Strecken sind stets zugleich endlich, entsprechende Figuren zugleich geschlossen, entsprechende Winkel gleich groß. Diese Beziehung entspricht der Centralprojection eines ebenen Systems auf eine der seinigen parallele Ebene (§. 12) und es ist bei derselben zu unterscheiden, ob das Centrum auf einerlei Seite entsprechender Paare d. i. der Bild- und Originalebene oder auf verschiedenen Seiten derselben liegt.

Ist zugleich das Centrum und die Axe der Collineation unendlich entfernt, so erhält man Ähnlichkeit in ähnlicher Lage mit dem Ähnlichkeitsverhältniß $\infty a : \infty a' = +1$; alle Paare entsprechender Geraden sind projectivisch gleich. alle entsprechenden Winkel gleich groß: Die Systeme sind congruent, entsprechend der Parallelprojection des ebenen Systems auf eine ihm selbst parallele Ebene. Ist aber $sa : sa' = \pm 1$, so erhält man als Ähnlichkeit in ähnlicher Lage mit dem Verhältniß $+1$ die Deckung oder Congruenz und mit -1 die Symmetrie in Bezug auf ein Centrum (Fig. 35). Die Letztere entspricht der Centralprojection des ebenen Systems auf eine zu ihr parallele Ebene, die vom Centrum in entgegengesetztem Sinne ebenso weit entfernt ist, wie die Ebene des Systems. Endlich kann im Falle der Affinität $\sigma a : \sigma a' = -1$ sein; dann sind die beiden Systeme in orthogonaler oder schräger Symmetrie in Bezug auf die Axe S (Fig. 36).

43. Specielle Werthe des characteristischen Doppelverhätnisses der Centralcollineation sind in den äußersten Specialisirungen des vorigen Paragraphen schon hervorgetreten und es erübrigt nur ihre Untersuchung im Falle der allgemeinen Lage des Centrums und der Axe.

Soll das Doppelverhältniß $\{s\sigma aa'\} = o$ oder $= \infty$ werden, so sind die Relationen $sa = o$, oder $\sigma a' = o$; $sa' = o$, $\sigma a = o$ respective erforderlich, Voraussetzungen, die nicht weiter zu verfolgen sind. Ebenso bedingt $\{s\sigma aa'\} = +1$ die Relation $aa' = o$; d. h. ein Doppelverhältniß kann nur in uneigentlicher Weise, nämlich durch Vereinigung zweier Elemente in eines einen der Werthe o, ∞, $+1$ haben. Dagegen ist der specielle Werth -1 allgemein möglich. $\{s\sigma aa'\} = -1$ bedingt die innere und äußere Theilung des Paares $s\sigma$ durch das Paar aa' nach einerlei Verhältniß. Man findet dafür $\{s\sigma aa'\} = \{s\sigma a'a\}$, als characteristisches Kennzeichen für dies besondere Doppelverhältniß oder die harmonische Theilung (§. 8, §. 21) und umgekehrt aus

$$\{s\sigma aa'\} = \{s\sigma a'a\} \text{ auch } \{s\sigma aa'\} = -1,$$

d. i. zwei Paare von Elementen constituiren ein harmonisches Gebilde, wenn die Elemente jedes Paares mit einander vertauscht werden können, ohne daß der

Werth ihres Doppelverhältnisses sich ändert[1]) und umgekehrt.

Im Sinne der in den letzten Paragraphen entwickelten Anschauung heißt dieß: In einer Centralprojection oder centrischer Collineation ebener Systeme vom characteristischen Doppelverhältniß —1 entspricht jedem Punkte oder Strahl der nämliche Punkt oder Strahl im andern System, ob man ihn als dem ersten oder dem zweiten System angehörig betrachtet; oder den vereinigten Punkten a, b' oder Strahlen A, B' entsprechen die vereinigten Punkte a', b oder Strahlen A', B. Wir nennen eine solche Central-Collineation oder Projection deshalb eine harmonische oder auch nach dem im nächsten Paragraphe Erörterten eine involutorische Centralcollineation und sagen, daß die beiden so auf einander bezogenen Systeme ein Involutionssystem in der Ebene bilden (Fig. 37).

Für die Bestimmung der Gegenaxen behält man

$$sr : \sigma r = \sigma u' : su' = -1,$$

d. h. die Punkte r und u' fallen in der Mitte der Strecke $s\sigma$ und damit die Gegenaxen in der Mitte zwischen dem Centrum s und der Collineationsaxe S zusammen. Daraus würde die Vertauschbarkeit des Entsprechens von Punkten und Geraden beider collinearen Systeme folgen, so wie umgekehrt das vertauschbare Entsprechen eines einzigen Paares von Elementen die angegebene Vereinigung der Gegenaxen nothwendig macht. Die Construction der entsprechenden Punktepaare zeigt, daß solche Paare immer entweder durch das Centrum oder durch die Axe (harmonisch) getrennt und auf einerlei Seite der Gegenaxe liegen; ebenso entsprechende Gerade. Die in den Schlußsätzen des §. 41 bezeichneten Geraden $x_1x'_2x'_3$, $x_2x'_3x'_1$, $x_3x'_1x'_2$ fallen mit $x_1x_2x_3$ und die Punkte $X_1X'_2X'_3$, etc. mit $X_1X_2X_3$ zusammen; der Werth des Doppelverhältnisses ist —1.

44. Die vereinigten projectivischen Reihen, welche die auf einerlei Strahl aus dem Centrum liegenden entsprechenden Punkte-

---

1) Die gleichzeitige Vertauschung der Elemente beider Paare unter sich läßt jedes Doppelverhältniß ungeändert $\{abcd\} = \{badc\}$.

paare einer harmonischen Centralcollineation bilden und die vereinigten projectivischen Strahlenbüschel, welche die aus einerlei Punkt der Axe gehenden entsprechenden Strahlenpaare derselben bilden, nennt man als eine specielle Art vereinigter projectivischer Reihen oder Büschel Punktereihen und Strahlenbüschel in Involution. Involutorische Reihen und Büschel sind durch zwei Paare entsprechender Elemente z. B. a, a'; b, b' bestimmt, weil durch die Vertauschung der Elemente eines Paares ein drittes Paar a', a gebildet wird. Sind c, c' zwei weitere entsprechende Elemente, so ist

$$\{abca'\} = \{a'b'c'a\} \text{ und somit } ac.ba'.b'c' = -a'c'.b'a.bc.$$

Für den Punkt r als die Vereinigung der Gegenpunkte beider Reihen oder den Centralpunkt der Involution ist

$$\{abr\infty\} = \{a'b'\infty r\} \text{ oder } ar.a'r = br.b'r = \pm q^2,$$

d. h. das Product der Abstände entsprechender Punkte der Involution vom Centralpunkt ist constant.

Für einen Doppelpunkt f ist

$$\overline{fr}^2 = \pm q^2 \text{ und } fr = q\sqrt{\pm 1},$$

die Doppelpunkte sind reell, wenn die Paare entsprechender Punkte auf einerlei Seite des Centralpunktes (dies ist der Fall der centralprojectivischen Involutionssysteme) und imaginär, wenn sie auf verschiedenen Seiten desselben liegen.

In Bezug auf die Strahlenbüschel in Involution, welche die entsprechenden Paare aus einem Punkte der Collineationsaxe bilden, bemerken wir vor Allem, daß die am Schlusse des §. 40 gegebene Construction ihrer entsprechenden Paare rectangulärer Strahlen wegen der Vereinigung der Gegenaxen nur ein einziges Paar R, R' liefert; man nennt die Strahlen desselben die Axen der Involution und sie sind offenbar die Halbirungslinien der von ihren Doppelstrahlen gebildeten Winkel (Fig. 37). Dasselbe Resultat erhält man aus der auf das Paar R, R' bezogenen Involutionsgleichung für ein beliebiges Strahlenpaar AA', nämlich

$$\{RR'AB\} = \{R'RA'B'\};$$

denn sie gibt

$$\tan(R, A) \,.\, \tan(R, A') = .\tan(R, B).\tan(R, B') = \text{const.}$$

und für einen Doppelstrahl F also

$$\tan^2(R, F) = \text{const.};$$

unabhängig übrigens von der Realität der Doppelstrahlen. Ebenso gilt für die Doppelstrahlen F, F^* und ein beliebiges Paar die Relation

$$\{FF^*AA'\} = \{FF^*A'A\} = -1.$$

45. Vereinigte projectivische Reihen und Büschel, in denen die einzelnen Elemente einander vertauschbar entsprechen, lassen sich direct bei den allgemeinen Constructionen der §§. 26, 27 bilden und diese Quelle der involutorischen Elementargebilde liefert bemerkenswerthe Ergebnisse durch die Beziehung, in der sie zur Construction der Curven zweiter Ordnung und Classe steht. Aus drei Paaren a, a'; b, b'; c, c' (Fig. 38) entsprechender Punkte von zwei projectivischen Reihen T, T' wurden durch die Gerade T'' der Schnittpunkte $bc', b'c$; $ca', c'a$; $ab', a'b$ alle übrigen Paare entsprechender Punkte bestimmt; die Punkte T'', T und T'', T' oder q, p' entsprechen dem Punkte T, T' oder p, q', der den gegebenen Reihen gemeinschaftlich ist. Bildet man aus einem Punkte von T'' die über den Reihen $a, b, c, p, q, \ldots$; a', b', c', p', q'; stehenden Strahlenbüschel, so hat man in ihnen concentrische vereinigte projectivische Büschel, in denen die Paare von Strahlen $P(Q'), P'(Q)$ einander vertauschbar entsprechen und die Construction des §. 26 zeigt, daß alle Strahlenpaare derselben einander vertauschbar entsprechen. Die Gerade T'' der Construction des §. 26 ist also der Ort der Scheitel involutorischer Strahlenbüschel, welche mit den Reihen T, T' perspectivisch sind (Fig. 38).

Aus drei Paaren A, A'; B, B'; C, C' entsprechender Strahlen von zwei projectivischen Strahlbüscheln t, t' wurden in §. 27 durch den Schnittpunkt t'' der Geraden $BC', B'C$; $CA', C'A$; AB' $A'B$, die übrigen Paare entsprechender Strahlen derselben bestimmt; die Strahlen $t''t$ und $t''t'$ oder Q, P' entsprechen dem Strahl tt' oder P, Q', der den beiden Büscheln gemeinsam ist. Bildet man auf einer Geraden durch t'' die den Büscheln $A, B, C, P, Q \ldots$; $A', B', C', P', Q' \ldots$ perspectivischen Reihen, so sind sie vereinigte projectivische Reihen,

in denen die Paare $p(q')$, $p'(q)$ einander vertauschbar entsprechen und die Construction des §. 27 zeigt, daß alle Punktepaare derselben einander vertauschbar entsprechen. Der Punkt t'' der Construction des §. 27 ist der gemeinschaftliche Punkt der Träger der involutorischen Punktreihen, welche mit den Büscheln t, t' perspectivisch sind (Fig. 39). Sind insbesondere die projectivischen Büschel Parallelenbüschel, so ist der Punkt t' der gemeinschaftliche Centralpunkt aller so entstehenden Involutionen. Daß aber bei vereinigten projectivischen Gebilden die Vertauschbarkeit eines Paares entsprechender Elemente z. B. a, a' die aller andern solchen Paare nach sich zieht, folgt auch direct aus der Natur der Doppelverhältnisse. Denn sind a, b; a', b' entsprechende Gruppen und entsprechen sich a, a' vertauschbar, so entspricht auch dem Elemente b' als zum System a gehörig betrachtet das Element b im System a'; weil für ein anderes Element β als das entsprechende

$$\{aa'bb'\} = \{a'ab'\beta\} \text{ wäre und wegen } \{aa'bb'\} = \{a'ab'b\}$$

auch

$$\{a'ab'\beta\} = \{a'ab'b\}$$

sein, d. h. β mit b zusammenfallen müßte. Sonach können auch projectivische Grundgebilde von einerlei Träger stets durch eine bloße Lagenveränderung in involutorische Gebilde übergeführt werden, indem man die beiden Elemente derselben zur Deckung bringt, welche einem und demselben Elemente entsprechen; also bei Punktreihen durch die Vereinigung der Gegenpunkte, bei Strahlenbüscheln durch die Vereinigung der entsprechenden Paare von rechten Winkeln. In beiden Fällen ist die Überführung in doppelter Weise möglich; man bildet also aus den vereinigten projectivischen Gebilden involutorische von zweierlei Art, in denen die entsprechenden Paare gegen den Centralpunkt oder gegen die Axen verschiedene Lagen haben.

46. Die Consequenzen der Constructionen der §§. 26, 27 zeigen, wie diese Verschiedenheit der Lage mit der Realität der Doppelelemente zusammenhängt. Zwei projectivische Strahlenbüschel erzeugen als Ort der Schnittpunkte der entsprechenden Strahlen eine Curve zweiter Ordnung, für die die Geraden tt'', $t't''$ die Tangenten in t, t' sind; die involutorische Reihe auf einer durch t'' gehenden Geraden hat ihre Schnittpunkte mit dieser Curve zu Doppelpunkten und die letztern sind reell oder ima-

ginär mit den ersteren. Bei reellen Doppelpunkten wird das Segment derselben durch jedes Paar von entsprechenden Punkten harmonisch getrennt und kein Paar entsprechender Punkte wird durch ein anderes getrennt; bei imaginären Doppelpunkten trennt jedes Paar alle anderen (Fig. 39).

Die Doppelstrahlen des involutorischen Büschels, das aus einem Punkte von T'' nach den Punkten der Reihen T, T' geht, sind die aus jenem Punkte möglichen Tangenten der Curve zweiter Classe, welche als die Umhüllung der Verbindungslinien ihrer entsprechenden Paare entsteht (Fig. 38). Das Verhalten entsprechender Paare in den Fällen reeller und imaginärer Doppelstrahlen genügt dem vorher für Reihen angegebenen Gesetze. Wegen der so erkannten Beziehung der Doppelelemente der involutorischen Gebilde zur Ordnung ihrer entsprechenden Paare hat man jene auch die Ordnungselemente der Involution genannt.

47. Das vollständige Viereck und Vierseit ist nicht nur für specielle Linien und Punkte eine Quelle der harmonischen Theilung, sondern für alle eine Quelle der Involution. Ist $abcd$ das Viereck (Fig. 40) und sind u, v, w die Schnittpunkte seiner Paare von Gegenseiten bc, ad; ca, bd; ab, cd respective und schneidet eine Transversale dieselben Paare in x, x'; y, y'; z, z' respective, so beweißt man jede Relation wie $\{xyzx'\} = \{x'y'z'x\}$ in derselben Art, indem man bemerkt, daß die Reihen $xyzx'$ und $xz'y'x'$ mit $xcba$ aus a und d respective perspectivisch sind,

$$\text{also } \{xyzx'\} = \{xz'y'x'\} \text{ und daher } \{xyzx'\} = \{x'y'z'x\}$$

ist. Es sind die Gruppen auf der Transversale aus zwei Ecken des Vierecks perspectivisch mit der auf derjenigen Seite desselben liegenden Reihe, die die beiden anderen Ecken verbindet; also $yacv$ aus b und d mit $yzx'y$ und $yx'z'y'$; $zabw$ aus c und d mit $zyxz'$ und $zx'y'z'$, etc.

Das dualistisch entsprechende gilt für das Vierseit (Fig. 41) der Geraden A, B, C, D mit den Verbindungslinien U, V, W seiner Paare von Gegenecken BC, AD; CA, BD; AB, CD für die Strahlenpaare X, X'; Y, Y'; Z, Z' aus einem beliebigen Punkte seiner Ebene nach diesen. Wenn die Transversale durch zwei Gegenseitenschnittpunkte geht oder der Scheitel des Büschels der Schnittpunkt von zwei

Verbindungslinien der Gegenecken ist, so kommt man auf die Beziehung der Doppelelemente zu einem Paare der Involution, d. h. auf die harmonische Theilung zurück.

Diese Beziehungen dienen in der folgenden Ausdrucksweise vorzüglich bequem zur linearen Construction des sechsten Elementes einer Involution aus zwei Paaren und dem einen Elemente eines dritten Paares:

Wenn eine Gerade die Seiten *bc*, *ca*, *ab* eines Dreiecks *abc* in Punkten x, y, z schneidet, und Punkte x', y', z' in denselben respective so bestimmt werden, daß

$$\{xyzx'\} = \{x'y'z'x\}$$

ist, so gehen die Geraden ax', by', cz' durch einen und denselben Punkt d.

Wenn ein Punkt mit den Ecken *BC*, *CA*, *AB* eines Dreiseits *ABC* durch Gerade X, Y, Z verbunden und die Gruppe von Geraden X', Y', Z' durch ihn so bestimmt wird, daß

$$\{XYZZ'\} = \{X'Y'Z'Z'\}$$

ist, so liegen die Punkte AX', BY', CZ' in einer und derselben Geraden D.

Die Sätze von der Involution beim vollständigen Viereck und Vierseit sind specielle Fälle von Sätzen über die Curven zweiter Ordnung, welche vier gemeinschaftliche Punkte und die Curven zweiter Classe, welche vier gemeinschaftliche Tangenten haben. Denken wir eine der durch die Punkte a, b, c, d gehenden Curven zweiter Ordnung (Fig. 42) durch die Transversale, welche die Gegenseitenpaare bc, ad; ca, bd desselben in x, x'; y, y' schneidet, in Punkten z, z' getroffen, so liefert das Grundgesetz der Theorie der Curven zweiter Ordnung die Projectivität der aus b und a über d, c, z, z' stehenden Strahlenbüschel oder

$$\{b.cdzz'\} = \{a.cdzz'\},$$

also für den Schnitt mit der Transversale auch

$$\{xyzz'\} = \{y'x'zz'\} = \{x'y'z'z\}.$$

Alle diejenigen Curven zweiter Ordnung, welche dieselben vier Punkte enthalten, werden von einer beliebigen Geraden ihrer Ebene in Punktepaaren einer Involution geschnitten, zu der auch die Schnittpunkte derselben mit

Alle diejenigen Curven zweiter Classe, welche dieselben vier Tangenten besitzen, bestimmen mit einem beliebigen Punkte ihrer Ebene Strahlenpaare einer Involution als Tangenten, zu der auch die Verbindungslinien desselben

den Paaren der Gegenseiten des Viereckes der vier Punkte gehören.	mit den Paaren der Gegenecken des Vierseits der vier Punkte gehören.

Die Doppelpunkte der durch die Gegenseitenpaare des Vierecks in einer beliebigen Geraden bestimmten Involution sind die Berührungspunkte der durch jene vier Punkte und mit der Geraden als Tangente möglichen Curven zweiter Ordnung; die Doppelstrahlen der durch die Gegeneckenpaare eines Vierseits an einem beliebigen Punkte bestimmten Involution sind ebenso die Tangenten der die vier Geraden berührenden und durch diesen Punkt gehenden Curven zweiter Classe.

48. Wenn durch den Scheitel eines involutorischen Strahlenbüschels eine Curve zweiter Ordnung geht, so bestimmen die Strahlen des Büschels mit ihr ein System von Punkten in Involution, nämlich ein System in Projectivität (§. 35), dessen Paare sich vertauschungsfähig entsprechen. Dasselbe ist durch zwei Paare α, α'; β, β' (Fig. 43) entsprechender Punkte bestimmt, weil man β', β als das dritte Paar kann, welches sie als projectivisch zur Bestimmung erfordern würden. Die Geraden $\alpha\beta', \alpha'\beta$; $\alpha\beta, \alpha'\beta'$ bestimmen zwei Punkte der Pascal-schen Linie P des Systems und diese dient wie in §. 36 zur Construction aller andern entsprechenden Paare der Involution der Punkte der Curve und damit der Paare der Involution der Strahlen des Büschels; sie liefert auch durch ihre Schnittpunkte mit der Curve zweiter Ordnung die Doppelpunkte des Systems und die Doppelstrahlen des involutorischen Büschels. Wenn die entsprechenden Paare einander trennen, so erhält man, weil die Gerade P die Curve nicht schneidet, weder reelle Doppelpunkte noch Doppelstrahlen für das System.

Wenn der Träger einer involutorischen Reihe von einer Curve zweiter Classe berührt wird, so bestimmen die Punkte der Reihe mit dieser als Tangenten ein System von Strahlen in Involution, d. h. ein System, dessen Strahlen sich projectivisch (§. 35) und vertauschbar entsprechen. Dasselbe ist durch zwei entsprechende Paare A, A'; B, B' bestimmt, weil B', B als drittes entsprechendes Paar anzusehen ist; die Paare von Schnittpunkten (Fig. 44) $AB', A'B$; $AB, A'B'$ bestimmen mit einander zwei durch den Brianchon'schen Punkt p des Systems gehende Gerade und der Punkt p dient dann wie in §. 37 zur Bestimmung jedes Strahls C' der involutorischen Tangentenschaar, welcher einem gegebenen Strahle C entspricht;

er liefert auch in den von ihm an die Curve gehenden Tangenten die Doppelstrahlen des Systems. Die Schnittpunkte der Strahlen des Systems mit dem Träger der gegebenen involutorischen Reihe liefern die ferneren Paare und die Doppelpunkte derselben. Natürlich dient der Kreis als Hilfscurve für die Ausführung dieser Constructionen, insoferne es sich um die Vervollständigung involutorischer Reihen oder Büschel handelt (Fig. 40, 41).

49. Wenn ein Winkel von constanter Größe sich um seinen Scheitel dreht, so erzeugen seine Schenkel entsprechende Paare A, A'; B, B'; C, C'; etc. von zwei projectivischen concentrischen Büscheln, weil $\{ABCD\} = \{A'B'C'D'\}$ ist; dem System der Punkte α, α'; β, β'; γ, γ' im Kreise entspricht die unendlich entfernte Gerade als Pascal'sche Linie P. Ist der Winkel insbesondere ein Rechter, so ist das Entsprechen der Paare vertauschungsfähig, man hat $\{ABCA'\} = \{A'B'C'A\}$ und nennt die so gebildete Involution insbesondere eine Involution rechter Winkel. Jede andere Involution enthält nur ein Paar entsprechender rechtwinkeliger Strahlen, ihre Axen (§. 44), und nach dem Vorigen ist eine Involution von Strahlen, in welcher zwei rechtwinkelige Paare existiren eine Involution rechter Winkel, d. h. alle ihre Strahlenpaare sind rechtwinklig. Für die rechtwinkelige Involution sind alle die Sehnen ihrer Punktpaare α, α'; β, β'; etc. im Kreise (Fig. 45) $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$ etc. Durchmesser dieses Kreises; die Gerade P ist die unendlich entferte Gerade der Ebene wie vorher, d. h. die Doppelstrahlen concentrischer gleichwinkliger Büschel gehen wie die Doppelstrahlen der Involution rechter Winkel nach den (imaginären) Punkten, welche der (Hilfs-) Kreis mit der unendlich entfernten Geraden gemein hat. Da aber alle rechtwinkligen Involutionen einerlei involutorische Reihe der Richtungen ihrer Strahlen haben, der also auch immer dieselben Doppelpunkte zukommen, so muß jeder Kreis dieselben Punkte der unendlich fernen Geraden liefern, d. h. alle Kreise derselben Ebene gehen durch zwei feste imaginäre Punkte ω_1, ω_2 in unendlicher Ferne, die man daher als die (imaginären) Kreispunkte der Ebene bezeichnet[1]). Sie sind die Doppelpunkte der Involution der Richtungen aller rechtwinkligen Strahlenpaare der Ebene und die der

---

[1]) Darum können sich zwei Kreise nur in zwei reellen Punkten durchschneiden.

Projectivität der Richtungen aller Strahlenpaare der Ebene von constantem Richtungsunterschied bei gleichem Drehungssinn. Wir sprechen endlich auch von der Involution der Richtungen aller derjenigen Strahlenpaare, deren im bestimmten Sinn gemessene Winkel einerlei Richtung der Halbirungslinie haben. Bildet man für ein involutorisches Strahlenbüschel dieser Art das involutorische System $\alpha, \alpha'; \beta, \beta'$ (Fig. 46) im Hilfskreis, so gehen die Sehnen $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$ etc. durch einen festen Punkt (in unendlicher Ferne), analog dem Umstande, daß sie bei der Involution rechter Winkel durch den Mittelpunkt des Hilfskreises gehen. Denkt man von den betreffenden Figuren centralprojectivische Abbildungen gemacht, so erhält man aus der rechtwinkligen und der symmetrischen Involution von Strahlen Involutionen allgemeiner Art und erkennt, daß auch für diese die Sehnen der entsprechenden Paare der Involutionen in der Hilfscurve durch einen festen Punkt gehen müssen. Daß dies in der That eine allgemeine Eigenschaft involutorischer Systeme von Punkten auf einer Curve zweiter Ordnung ist, wird die Ausdehnung der Betrachtungen des §. 43 auf Curven zweiter Ordnung und zweiter Classe zeigen und zugleich, daß eine dualistisch entsprechende Eigenschaft für die Involutionen von Tangenten an Curven zweiter Classe besteht.

50. Kreise, welche durch zwei feste reelle oder imaginäre Punkte π_1, π_2 gehen (die nicht unendlich entfernt sind), bilden ein System von Kegelschnitten durch vier feste Punkte, werden somit von jeder Geraden in Paaren einer Involution geschnitten, welche die Berührungspunkte der Geraden mit Kreisen des Systems zu Doppelpunkten und den Schnittpunkt mit der Chordale oder Radicalaxe der Kreise zum Centrum hat[1]).

Insbesondere bestimmt der gemeinschaftliche Durchmesser des Systems der durch zwei reelle Punkte gehenden Kreise mit ihnen eine Involution ohne reelle Doppelpunkte (Fig. 47), die von den beiden gemeinschaftlichen Punkten aus durch rechtwinklige Involutionen projicirt wird. In jeder Ebene, welche durch den Träger einer Involution ohne reelle Doppelpunkte geht, gibt es um-

[1]) Drei Kreise in derselben Ebene werden von jeder Geraden durch ihr Radicalcentrum in sechs Punkten einer Involution geschnitten, die diesen Punkt zum Centralpunkt hat.

gekehrt zwei Punkte, aus denen sich die Involution durch ein Büschel von rectangulären Strahlenpaaren projicirt; alle diese Scheitel der rechtwinkligen Involutionen liegen in einem Kreise, der den Centralpunkt zum Mittelpunkt und die Constante q zum Maaß seines Halbmessers hat und dessen Ebene zum Träger der Involution normal ist. Er bildet den gemeinschaftlichen Schnitt eines Systems von Kugeln, die über den einzelnen Segmenten der Involution als Durchmesser beschrieben sind. Die Involution mit reellen Doppelpunkten hat eine analoge beachtenswerthe Eigenschaft (Fig. 48). Beschreibt man über dem Segment der Doppelpunkte als Durchmesser einen Kreis, so wird dieser von jedem über dem Segment eines Paares entsprechender Punkte als Durchmesser beschriebenen Kreise rechtwinklig durchschnitten; denn die aus einem der Schnittpunkte nach den Doppelpunkten und den Punkten dieses Paares gehenden Strahlen bilden ein harmonisches Büschel mit zwei Paaren rechtwinkliger Strahlen und es bildet daher jedes Paar mit jedem Strahle des anderen Paares gleiche Winkel.

51. Die Eigenschaft der involutorischen Reihen ohne reelle Doppelpunkte, die der vorige Paragraph enthält, führt zur Erledigung einer wichtigen Frage über das Verhältniß der Curven zweiter Ordnung und derjenigen zweiter Classe zu den Kegelschnitten (Collinearverwandten des Kreises) und unter einander; nämlich der Frage, ob alle Curven zweiter Ordnung auch Curven zweiter Classe sind und umgekehrt, oder ob alle diese Curven als Centralprojectionen oder Collinearverwandte des Kreises anzusehen seien?

In der durch zwei projectivische Strahlenbüschel t, t_1 erzeugten Curve zweiter Ordnung durch die Punkte a, b, c, d (Fig. 49) denken wir den Punkt t', durch den die Träger der involutorischen Reihen gehen (§. 45), legen durch diesen eine Gerade G mit einer Involution ohne reelle Doppelpunkte und bestimmen den Kreis der Scheitelpunkte der rechtwinkligen Involutionen. Projicirt man dann von einem Punkte π desselben als Centrum die erzeugenden Büschel der Curven zweiter Ordnung auf eine zur Ebene (π, G) parallele Ebene, so bilden in der Projection je zwei entsprechende Strahlen derselben einen rechten Winkel und die Projectionen der Büschel erzeugen einen Kreis. In der Figur ist der höchste Punkt des Kreises gewählt, so daß

die Ebene πb normal zur Ebene der Curve ist und als Aufrißebene betrachtet werden kann, wenn diese als Grundrißebene gilt. Die Ebene, auf welche die Projection zu bilden ist, liegt dann der Aufrißebene parallel, die Gerade S_1 ist ihre erste Spur. Die Scheitel t, t_1 projiciren sich in t', t'_1 als Durchmesserendpunkte des Kreises, auf dem die Bilder von a, b, c, d nämlich a', b', c', d' gelegen sind. Jede Curve zweiter Ordnung kann also als Kreis projicirt werden und ist also eine Collinearverwandte desselben und eine Curve zweiter Classe.

Zu der durch zwei projectivische Reihen T, T_1 erzeugten Curve zweiter Classe (Fig. 50) denken wir die Gerade T_2, den Ort der Träger involutorischer Büschel; wird eines dieser Strahlenbüschel, welches keine reellen doppelten Strahlen besitzt, durch eine durch den gemeinschaftlichen Punkt pq' beider Reihen gehende Gerade G geschnitten, so entsteht in ihr eine Involution ohne doppelte Punkte, die aus den Punkten eines gewissen Kreises durch rechtwinklige Involutionen projicirt werden kann. Projiciren wir von einem Punkte π dieses Kreises das involutorische Büschel und die erzeugenden projectivischen Reihen auf eine zu (π, G) parallele Ebene, so hat die Projection der Curve die Eigenschaft, daß das Stück jeder Tangente zwischen zwei festen parallelen Tangenten — den Bildern von T, T_1 — von einem bestimmten Punkte aus — nämlich der Projection des Scheitels des involutorischen Strahlbüschels — unter rechtem Winkel gesehen wird. Liegt dieser Punkt in gleichem Abstande von den bezeichneten parallelen Tangenten, so wird die Projection der Curve nach §. 33 ein Kreis; um also die gedachte Curve zweiter Classe als Kreis zu projiciren, muß die Gerade G und der Scheitelpunkt des involutorischen Büschels auf T_2 durch T, T_1 harmonisch getrennt sein. In der Figur ist der höchste Punkt des Kreises als Projectionscentrum und die durch ihn und die Gerade G bestimmte Ebene als Aufrißebene, die Ebene der Curve als Grundrißebene gedacht. Die Träger T, T_1 der Reihen a, b, c, d; a', b', c', d' sind als parallele Tangenten in T', T'_1 und die Gerade T_2 als der zugehörige Durchmesser in T'_2 auf die durch S_1 gehende der Aufrißebene parallele Ebene projecirt.

Man darf hiernach alle Curven zweiter Ordnung mit denen zweiter Classe als Kegelschnitte oder Collinearverwandte des Kreises oder als Curven zweiten Grades etwa

zusammenfassen und alle bisher von einer dieser Curvenarten entwickelten Eigenschaften gelten von ihnen allen.

52. Wenn man in einer involutorischen Centralcollineation auf drei durch das Collineationscentrum gehenden Geraden je ein Paar entsprechender Punkte a, a'; b, b'; c, c' bestimmt, so ist nach den Eigenschaften des involutorischen Entsprechens $ab'ca'bc'$ ein Pascal'sches Sechseck und die drei Punktepaare liegen also auf einem Kegelschnitte und sind sechs Punkte einer Involution von Punkten desselben. Sind a, a'; b, b'; c, c', etc. Paare einer Involution von Punkten eines Kegelschnittes, so gehen die Sehnen aa', bb', cc', dd' etc. durch einen und denselben Punkt s und die Sehnenpaare ab', $a'b$; ac', $a'c$; ab, $a'b'$ etc. schneiden sich in Punkten einer und derselben Geraden S (Fig. 51).

Wenn man in einer involutorischen Centralcollineation durch drei in der Collineationsaxe gelegene Punkte je ein Paar entsprechender Geraden A, A'; B, B'; C, C' verzeichnet, so ist nach den Eigenschaften des involutorischen Entsprechens $AB'CA'BC'$ ein Brianchon'sches Sechsseit, und die drei Paare von Geraden berühren also einen Kegelschnitt und sind sechs Strahlen einer Involution von Tangenten desselben. Sind A, A'; B, B'; C, C' etc. Paare einer Involution von Tangenten eines Kegelschnitts, so liegen die Schnittpunkte AA', BB', CC' etc. auf einer und derselben Geraden S und die Paare der Schnittpunkte AB', $A'B$; AC', $A'C$; AB, $A'B'$ etc. liegen auf geraden Linien aus einem und demselben Punkte s (Fig. 52).

Man nennt jenen Punkt s das Centrum und diese Gerade S die Axe der Involution.

Wenn man in den Paaren entsprechender Punkte der Involution auf dem Kegelschnitte die Tangenten zieht, so bilden diese eine Involution von Strahlen nach dem Grundgesetze des §. 33 wie als entsprechende Gerade der involutorischen Centralcollineation, die sich paarweis in der Axe der Involution durchschneiden. Die Doppelpunkte der Involution a, a'; b, b' etc. liegen auf der Axe S und sind zugleich die Berührungspunkte der Tangenten, welche vom Centrum der Involution an den Kegelschnitt gehen, sie sind mit diesen reell oder imaginär (Fig. 51).

Wenn man in den Paaren entsprechender Strahlen der Involution am Kegelschnitt die Berührungspunkte bestimmt, so bilden diese eine Involution von Punkten nach dem Grundgesetze des §. 33 wie als entsprechende Punkte der involutorischen Centralcollineation, die paarweis auf einer durch das Centrum der Involution gehenden Geraden liegen. Die Doppelstrahlen der Involution A, A', B, B' etc. gehen durch den Centralpunkt s und sind zugleich die Tangenten in den Punkten, welche die Axe S der Involution mit dem Kegelschnitte gemein hat; sie sind mit diesen reell oder imaginär (Fig. 52).

Das Centrum und die Axe der Involution, sei es nun von Punkten eines Kegelschnitts oder von Tangenten desselben, werden durch die Curve nämlich durch die Punkte- oder Tangentenpaare derselben harmonisch getrennt (§. 43):

Der Kegelschnitt bestimmt auf jedem durch das Centrum der Involution gehenden Strahl ein Punktepaar, welches das zwischen dem Centrum und der Axe der Involution gelegene Segment harmonisch theilt.

Der Kegelschnitt bestimmt mit jedem in der Axe der Involution liegenden Punkte ein Tangentenpaar, welches den an ihm durch das Centrum und die Axe der Involution bestimmten Winkel harmonisch theilt.

53. Durch die Existenz des Centrums und der Axe der Involutionen auf und an Kegelschnitten werden die allgemeinen Probleme leicht lösbar, welche dem Schlußproblem des §. 38 über projectivische Systeme für die involutorischen entsprechen.

Man erhält zuerst die gemeinschaftlichen Elemente von zwei Involutionen mit einerlei Träger (respective Gerade, Punkt, Kreis oder Kegelschnitt), indem man für die entsprechenden Involutionen auf einem Hilfskreis die Verbindungslinie ihrer Centra p, p^* oder den Schnittpunkt ihrer Axen P, P^* bestimmt, durch die Punkte oder die Tangenten des Kreises, welche demselben mit jener Verbindungslinie oder diesem Schnittpunkt gemeinschaftlich sind (Fig. 53). Die Bedingungen der Realität für die gemeinschaftlichen Elemente von zwei Involutionen ergeben sich leicht aus dieser Construction, lassen sich aber auch direct sehr einfach begründen. Unter den Specialfällen heben wir hervor: Die Construction der Axen einer Involution von Strahlen als des Paares derselben, welches sie mit einer rechtwinkligen Involution von demselben Träger gemein hat; die Construction des Paares einer Involution, welches ein gegebenes Halbirungselement besitzt, als des ihr mit einer symmetrischen Involution gemeinsamen Paares von Elementen; die Construction des Elementenpaares einer Involution, welches mit einem gegebenen Paar von Elementen ein harmonisches System bildet, und des Paares, welches mit zwei gegebenen Paaren von Elementen (der Doppelelemente der zwei Involutionen) je ein harmonisches System bildet etc. Von Anwendungen liegen hier nahe: die Construction derjenigen durch je vier Punkte gehenden Kegelschnitte, welche sich auf einer gegebenen Geraden durchschneiden, oder welche einerlei Asymptotenrichtungen haben;

die Construction der Kegelschnitte durch vier Punkte, welche ein gegebenes Segment harmonisch theilen oder deren Asymptotenwinkel eine gegebene Halbirungsrichtung haben.

Man erhält ferner die Elemente F, F'; F^*, $F^{*\prime}$ einer Involution A, B; A', B', welche zugleich in zwei projectivischen Gebilden 𝔄, 𝔅, ℭ; 𝔄′, 𝔅′, ℭ′ von demselben Träger (Gerade, Punkt, Kreis oder Kegelschnitt) einander entsprechen, wie folgt: Man bildet die entsprechenden Punktesysteme auf einem Hilfskreis, nämlich α, β; α', β'; 𝔞, 𝔟, 𝔠; 𝔞′, 𝔟′, 𝔠′ und bestimmt mittelst des Centrums p der Involution α, α', β, β' die den Elementen 𝔞, 𝔟, 𝔠 entsprechende Elemente 𝔞″, 𝔟″, 𝔠″ der Involution; die Doppelelemente φ', $\varphi^{*\prime}$ der projectivischen Systeme 𝔞′, 𝔟′, 𝔠′; 𝔞″, 𝔟″, 𝔠″ und die ihnen in der Involution vom Centrum p entsprechenden Elemente φ, φ^* bestimmen dann die gesuchten Paare von Elementen (Fig. 54).

Von den speciellen Formen dieses Problems sind hervorzuheben: die Construction der entsprechenden Paare rechtwinkeliger Strahlen von zwei projectivischen Strahlensystemen, als die ihnen mit einer Involution rechter Winkel von demselben Träger gemeinschaftlichen Strahlen; die Construction entsprechender Elementenpaare projectivischer Systeme, welche mit zwei gegebenen Elementen (den Doppelelementen einer Involution) ein harmonisches System bilden, oder die ein gegebenes Halbirungselement haben; die Construction der Paare einer Involution, welche einen gegebenen Winkel oder ein gegebenes Segment von bestimmtem Sinne zwischen sich fassen, oder der Paare letzterer Art, welche mit zwei gegebenen Elementen ein harmonisches System bilden; die Construction der Elemente, die mit zwei gegebenen ein harmonisches System und zugleich mit zwei andern gegebenen ein System von vorgeschriebenem Doppelverhältnisse bilden, etc.

54. Nach dem Vorigen wird zu jedem gegebenen Kegelschnitt für jeden gegebenen Punkt seiner Ebene als Centrum und ebenso für jede gegebene Gerade seiner Ebene als Axe eine Involution von Punkten und eine Involution von Tangenten respective bestimmt.

Ist ein vollständig verzeichneter Kegelschnitt und ein Punkt seiner Ebene gegeben, so bestimmen die durch den letzteren gehenden Geraden auf dem Kegelschnitt die entsprechen-	Ist ein vollständig verzeichneter Kegelschnitt und eine Gerade seiner Ebene gegeben, so bestimmen die Punkte der letzteren mit dem Kegelschnitt die entsprechenden Paare einer

den Paare einer Involution von Punkten und die in diesen den Kegelschnitt berührenden Tangenten die Paare eine Involution von Strahlen. Die Schnittpunkte der Verbindungslinien *ab*, *a'b'*; *ab'*, *a'b* etc. der erstern und die der entsprechenden Paare von Strahlen der letzteren liegen in einer Geraden, die durch den Kegelschnitt von dem gegebenen Punkte harmonisch getrennt wird.

Involution von Strahlen und die Berührungspunkte derselben mit dem Kegelschnitt die Paare einer Involution von Punkten. Die Verbindungslinien der Schnittpunkte *AB*, *A'B'*; *AB'*, *A'B* etc. der ersteren und die der entsprechenden Paare von Punkten der letzteren gehen durch einen Punkt, der durch den Kegelschnitt von der gegebenen Geraden harmonisch getrennt wird.

Die Doppelelemente dieser Involutionen sind die der Geraden mit dem Kegelschnitt gemeinsamen Punkte und die dem Punkte mit dem Kegelschnitt gemeinsamen Tangenten. Diese Gerade und dieser Punkt sind Axe und Centrum einer Centralcollineation, in welcher der Kegelschnitt sich selbst entspricht, nämlich jedem seiner Punkte der mit ihm auf demselben Strahl aus dem Centrum gelegene Punkt und jeder seiner Tangenten die mit ihr in der Axe sich durchschneidende Tangente. Darnach kann jeder Kegelschnitt für jeden Punkt seiner Ebene als Centrum ebenso wie für jede Gerade seiner Ebene als Axe als sich selbst collinear oder speciell involutorisch angesehen werden. Zugleich zeigt die Anschauung dieser Beziehung als einer centralprojectivischen Darstellung, daß die Halbirungslinie aller auf den Strahlen vom Centrum bis zur Axe gemessenen Strecken als die Gegenaxe der Systeme, auch je ein Paar Gegenecken aller der Parallelogramme enthält, welche die vom Centrum ausgehenden Parallelen zu einem Paar entsprechender Geraden mit diesen selbst bilden.

55. In Bezug auf einen Kegelschnitt entspricht somit jedem Punkt seiner Ebene als Centrum eine Gerade derselben als Axe der Involution und jeder Geraden als Axe ein Punkt als Centrum derselben. Man bezeichnet die so einem Punkte entsprechende Gerade als die Polare des Punktes und den Punkt selbst als den Pol dieser Geraden in Bezug auf den Kegelschnitt. Nach dem vorigen Paragraphen hat man folgende Constructionsmittel für den Übergang vom Pol zur Polare und umgekehrt (Fig. 55).

Man erhält die Polare P eines Punktes p in Bezug auf einen Kegelschnitt durch eine von ihm ausgehende den Kegelschnitt (in a, a') schneidende Gerade als die gerade Verbindungslinie des dem Pole harmonisch conjugirten vierten Punktes p' in ihr mit dem Schnittpunkte der beiden Tangenten des Kegelschnitts in den mit ihr gemeinsamen Punkten a, a'; man erhält sie mittelst zweier den Kegelschnitt (in a, a'; b, b' respective) schneidenden Geraden aus dem Pol als die Verbindungslinie der vierten harmonischen Punkte in denselben, oder als die der Schnittpunkte der Tangentenpaare des Kegelschnitts in den mit ihnen gemeinsamen Punkten oder als die der Schnittpunkte der entsprechenden Sehnen $ab', a'b$; $ab, a'b'$ zwischen den nicht entsprechenden Punktepaaren der Curven auf beiden Geraden.

Man erhält den Pol p einer Geraden P in Bezug auf einen Kegelschnitt durch die von einem in ihr gelegenen Punkt an den Kegelschnitt gehenden Tangenten A, A' als Schnittpunkt des der Polare harmonisch conjugirten vierten Strahles P' aus ihm mit der Sehne der Berührung des Kegelschnitts in den gedachten Tangenten A, A'; man erhält ihn mittelst der Tangentenpaare (A, A'; B, B' respective) des Kegelschnitts aus zwei verschiedenen Punkten der Polare als Schnittpunkt der beiden vierten harmonischen Strahlen aus denselben, oder als den der Berührungssehnen, welche jenen Tangentenpaaren entsprechen, oder als den Schnittpunkt der Verbindungslinien der entsprechenden Schnittpunkte $AB', A'B$; $AB, A'B'$ der nicht entsprechenden Tangentenpaare aus beiden Punkten.

Diese Constructionen zeigen zugleich, wie die beiden Sätze des §. 31 über das einer Curve zweiter Ordnung eingeschriebene Viereck und das einer Curve zweiter Classe umgeschriebene Vierseit (Fig. 19) durch die Theorie der Involution verbunden sind.

In jedem einem Kegelschnitte eingeschriebenen Viereck ist die Verbindungslinie eines Paares von Gegenecken die Polare des Durchschnittspunktes der Verbindungslinie der beiden andern Paare in Bezug auf den Kegelschnitt. Die drei Verbindungslinien der Paare der Gegenecken sind in Bezug auf alle dem Viereck umgeschriebenen Kegelschnitte ein System von drei harmonischen Polaren, d. h. jede von ihnen ist die Polare des Durchschnittspunktes der beiden andern in Bezug auf alle diese Kegelschnitte (Fig. 55).

In jedem einem Kegelschnitte umgeschriebenen Vierseit ist der Durchschnittspunkt eines Paares von Gegenseiten der Pol der Verbindungslinie der Durchschnittspunkte der beiden andern Paare in Bezug auf den Kegelschnitt. Die drei Durchschnittspunkte der Paare der Gegenseiten sind in Bezug auf alle dem Vierseit eingeschriebenen Kegelschnitte ein System von drei harmonischen Polen, d. h. jeder von ihnen ist der Pol der Verbindungslinie der beiden andern in Bezug auf alle diese Kegelschnitte (Fig. 55).

Die Dreiecke und Dreiseite, welche diese Systeme bilden, werden auch als in Bezug auf den Kegelschnitt sich selbst conjugirt bezeichnet.

56. Dieselben Constructionen liefern die Sätze:

Die Polaren aller Punkte einer Geraden P in Bezug auf einen Kegelschnitt gehen durch den Pol p dieser Geraden.

Die Pole aller der durch einen Punkt p gehenden Geraden in Bezug auf einen Kegelschnitt liegen auf der Polare P dieses Punktes.

Die Reihe der Pole in der Polare und das Büschel der entsprechenden Polaren aus dem Pol sind projectivisch. Insbesondere ist jede Tangente eines Kegelschnitts die Polare ihres Berührungspunktes in Bezug auf ihn und jeder Punkt des Kegelschnitts der Pol der zugehörigen Tangente. Die Punktreihe in der Tangente und das Strahlenbüschel der ihr entsprechenden Polaren aus dem Berührungspunkte sind projectivisch (§. 33, Fig. 21).

Nach diesen Gesetzen läßt sich zu jeder Figur in der Ebene eines Kegelschnitts eine in Bezug auf diesen ihr entsprechende Figur ableiten, in welcher jedem Strahlenbüschel der ersten eine ihr projectivische Punktreihe der zweiten und umgekehrt entspricht. Man nennt sie die Polarfigur der ersten und da die Beziehung von zwei solchen Figuren zu einander nach dem Vorigen eine gegenseitige ist, so nennt man auch beide reciproke Polarfiguren in Bezug auf den Kegelschnitt und diesen Letzteren die Directrix der Polarreciprocität. Die Figur eines geometrischen Satzes gibt der eines neuen Satzes den Ursprung. Alle die Sätze, welche im Vorigen aus viel allgemeineren Gründen als nach dem Principe der Dualität einander entsprechend sich ergeben haben, lassen sich auch als Ausdrücke solcher polarreciproken Figuren ansehen und vom Principe der Reciprocität aus beweisen. Die Polarfigur einer Curve zweiter Classe in Bezug auf einen Kegelschnitt ist eine Curve zweiter Ordnung; die Construction der ersteren mittelst projectivischen Punktreihen auf zweien ihrer Tangenten führt auf die Construction der Letzteren mittelst der projectivischen Strahlenbüschel aus zweien ihrer Punkte; der Satz von Pascal liefert den Satz von Brianchon, etc. [1])

[1]) Auf Grund des §. 13 läßt sich leicht eine vollständige Theorie der polar-reciproken Figuren in Bezug auf einen festen (imaginären) Kreis entwickeln, die dadurch besondern Werth für den hier verfolgten Plan hat, daß sie zugleich die Theorie der Kegelflächen ganz im Zusammenhang mit dem hier Gegebenen vollendet.

57. Alle Geraden eines ebenen Strahlenbüschels ordnen sich in Bezug auf einen beliebigen Kegelschnitt in seiner Ebene so in Paare, daß die eine Gerade jedes Paares den Pol der andern in Bezug auf den Kegelschnitt enthält; ebenso ordnen sich die Punkte einer geradlinigen Reihe in Bezug auf einen Kegelschnitt derselben Ebene in Paare, von denen stets der eine in der Polare des andern in Bezug auf jenen liegt. Weil alle diese Paare durch den Kegelschnitt harmonisch getrennt sind, so nennt man sie conjugirte Strahlen- und Punktepaare, oder Paare harmonischer Pole und harmonischer Polaren. Sie bilden immer eine Involution, deren Doppelelemente dem Kegelschnitt angehören.

Wenn der Scheitel des Büschels der harmonischen Polaren der Pol der Geraden der harmonischen Pole ist, so ist das eine der Schnitt oder Schein des andern. Jeder Punkt der Reihe ist der Pol eines entsprechenden Strahles im Büschel und gibt mit ihm Centrum und Axe einer involutorischen Centralcollineation, in welcher der Kegelschnitt sich selbst entspricht und für welche die Mittellinie zwischen Centrum und Axe der Ort der Scheitel der Strahlenbüschel des einen Systems ist, welchen Parallelenschaaren im andern entsprechen.

Einige Specialfälle der vorigen allgemeinen Ergebnisse sind von besonderem Interesse; zuerst solche, in welchen der Träger der Involution harmonischer Pole oder Polaren eine specielle nämlich unendlich entfernte Lage hat und sodann solche, in denen diese Involution selbst eine specielle ist, nämlich eine Involution rechter Winkel.

Denken wir einen unendlich fernen Punkt als Centrum der Involution an einem Kegelschnitt (Fig. 56), so liegen die entsprechenden Punktepaare derselben auf Parallelen, für welche jener Punkt die gemeinsame Richtung ist; die Axe derselben Involution, d. i. die Polare des unendlich entfernten Punktes enthält die Halbirungspunkte aller in jenen Parallelen vom Kegelschnitt begrenzten Segmente, ihre Richtung und die der Sehnen sind harmonische Pole in der unendlich entfernten Geraden. Man nennt in diesem Falle insbesondere die Axe der Involution einen Durchmesser des Kegelschnitts und sagt, daß derselbe der Richtung jener Sehnen conjugirt sei, die er halbirt. Die Tangenten des Kegelschnitts in seinen Endpunkten sind den letzteren parallel und die beiden zu ihm selbst parallelen Tangenten haben ihre Berührungspunkte in einer solchen Sehne. Da diese letztere die Polare der Richtung des

vorbetrachteten Durchmessers ist, so halbirt sie ihn ebenso, wie sie von ihm selbst halbirt wird; sie ist der zur Richtung des vorigen conjugirte d. h. alle zu ihm parallelen Sehnen halbirende Durchmesser. So führt jeder unendlich entfernte Punkt zu dem ihm conjugirten unendlich entfernten Punkte und zu zwei einander und den gleichgerichteten Sehnen respective conjugirten Durchmessern. Alle Durchmesser gehen durch den Pol der unendlich entfernten geraden Punktreihe und bilden ein involutorisches Büschel harmonischer Polaren oder von Paaren conjugirter Durchmesser. Auf jedem Durchmesser liegt eine Involution harmonischer Pole, die ihre Doppelpunkte im Kegelschnitt und ihren Centralpunkt in dem Schnittpunkt aller Durchmesser hat, den man daher das Centrum des Kegelschnitts nennt. Von fünf gegebenen Punkten führt die zweimalige Anwendung des Pascal'schen Sechseckes durch wenige Linien zur Bestimmung von zwei Paaren conjugirter Durchmesser. Die Gesetze, welche die Paare der conjugirten Durchmesser verbinden, ergeben sich als specielle Fälle der Involution ohne Schwierigkeit: das Dreieck, welches ein Paar von conjugirten Halbdurchmessern der Ellipse mit der seine Endpunkte verbindenden Sehne bildet, ist von constanter Fläche. Wenn zwei conjugirte Halbdurchmesser durch Parallelen auf eine zur Richtung der letzteren conjugirte Gerade projicirt werden, so ist die Summe (oder Differenz für die Hyperbel) der Quadrate ihrer Projectionen von einem Paar zum andern unveränderlich; insbesondere ist die Summe (Differenz für die Hyperbel) der Quadrate von zwei conjugirten Durchmessern eine constante Größe.

58. Die Involution der Paare conjugirter Durchmesser hat, weil sie mit der Involution der Paare harmonischer Pole in der unendlich entfernten Geraden perspectivisch ist, mit dieser zugleich reelle oder imaginäre Doppelelemente; sie hat daher im Falle der Hyperbel (Fig. 57) reelle und im Falle der Ellipse (Fig. 58) imaginäre Doppelstrahlen; im Falle der Hyperbel trennen die Paare conjugirter Durchmesser einander nicht, im Falle der Ellipse trennt jedes Paar alle andern Paare derselben. Die Doppelstrahlen der Involution conjugirter Durchmesser sind die vom Centrum an den Kegelschnitt gehenden oder ihn in seinen unendlich fernen Punkten berührenden Tangenten,

d. h. die Asymptoten des Kegelschnitts. Die Asymptoten trennen jedes Paar der conjugirten Durchmesser harmonisch. Im Falle ihrer Realität ist von je zwei conjugirten Durchmessern der eine durch die Curve begrenzt, der andere nicht; im Falle der Ellipse sind alle Durchmesser durch die Curve begrenzt. Die Axen der Involution der conjugirten Durchmesser, d. i. die das rechtwinklige Paar derselben bildenden Durchmesser, nennt man die Axen des Kegelschnitts[1]. Sie sind die Halbirungslinien (Fig. 58) der von den Asymptoten gebildeten Winkel und im Falle der Ellipse (Fig. 57) beide begrenzt, während es im Falle der Hyperbel nur die eine ist. Die Tangenten des Kegelschnitts in ihren Endpunkten oder den Scheiteln der Curve sind rechtwinklig zu ihnen.

Von besondern Fällen dieser allgemeinen Gesetze sind vorzüglich bemerkenswerth der der gleichseitigen oder rectangulären Hyperbel, der des Kreises und der der Parabel. Da die Asymptoten der gleichseitigen Hyperbel rechtwinklig zu einander sind, so fallen sie als mit jedem Paare conjugirter Durchmesser ein harmonisches Büschel bildend mit den Halbirungslinien der Winkel der conjugirten Durchmesserpaare zusammen, die Involution der conjugirten Durchmesser bildet also zwei gleichwinklige Strahlenbüschel mit entgegengesetztem Drehungssinn. In Folge dessen sind auch die über den Punkten der gleichseitigen Hyperbel aus den Endpunkten eines Durchmessers gebildeten Strahlenbüschel einander gleich; weil als Specialfälle der Sätze des §. 55 vom Viereck und Vierseit die Sätze gelten:

In jedem einem Kegelschnitt eingeschriebenen Parallelogramm sind die Parallelen zu den Seiten aus dem Schnittpunkte der Diagonalen zwei conjugirte Durchmesser.

In jeden einem Kegelschnitte umgeschriebenen Parallelogramm sind die Diagonalen zwei conjugirte Durchmesser des Kegelschnittes.

Ebenso ergibt sich von hier aus die allgemeine Theorie der Supplementarsehnen. Sodann der specielle Fall des Kreises, der dann eintritt, wenn die Involution der Paare conjugirter Durchmesser eine

[1]) Durch Anwendung der Construction der zweiten Hauptaufgabe des §. 53 bestimmt man leicht auch ein Paar conjugirter Durchmesser, die einen gegebenen Winkel einschließen und durch die der ersten diejenigen, die eine gegebene Halbirungslinie haben.

rechtwinklige Involution ist. Wenn es zwei Paare conjugirter Durchmesser gibt, die rechtwinklig zu einander sind, so sind alle Paare derselben zu einander rechtwinklig. Und daß zwei Paare von rechtwinkligen conjugirten Durchmessern mit einem beliebigen Punkte als Punkt der Curve nur einen Kreis bestimmen, ergibt sich aus der Überlegung, daß zu jedem Punkte der Curve mittelst eines Paares ihrer conjugirten Durchmesser drei andere Punkte bestimmt sind als die Ecken eines Parallelogramms, welches ihn zur einen Ecke hat und dessen Seiten respective parallel zu den conjugirten Durchmessern und durch sie halbirt sind. Mittelst zwei rechtwinkligen Paaren erhält man daher zu einem gegebenen sechs neue Punkte, die zugleich auf einem Kreise und auf dem Kegelschnitt gelegen sind und somit die Identität des Letztern mit dem Kreise fordern. Im Kreise halbirt jeder Durchmesser die zu ihm rechtwinkligen Sehnen. Die Doppelstrahlen der Involution rechter Winkel an seinem Mittelpunkt, d. i. die nach den imaginären unendlich entfernten Punkten des Kreises (§. 49) gehenden Geraden, sind seine Asymptoten.

Endlich der Fall der Parabel. Da sie die unendlich entfernte Gerade ihrer Ebene berührt, so ist der Pol derselben oder das Centrum der Parabel der Berührungspunkt der unendlich entfernten Geraden mit der Curve, also selbst unendlich entfernt. Die Durchmesser der Parabel sind daher einander parallel und alle ihre conjugirten fallen mit der unendlich fernen Geraden zusammen. Unter den Durchmessern ist einer auf den ihm conjugirten und somit von ihm halbirten Sehnen rechtwinklig; dieser heißt die Axe und sein endlich entfernter Schnittpunkt mit der Curve der Scheitel derselben.

59. Die Frage nach den rechtwinkligen Involutionen unter den Involutionen der harmonischen Polaren aus Punkten in der Ebene des Kegelschnittes führt zu der Erkenntniß, daß nur eine beschränkte Zahl von besonders gelegenen Punkten Scheitel solcher involutorischer Büschel sind; man nennt sie die Brennpunkte, ihre Polaren in Bezug auf den Kegelschnitt die Directrixen des Kegelschnitts und ihre Lage und Construction sowie ihre hauptsächlichsten Eigenschaften ergeben sich durch die folgenden Betrachtungen.

Weil die Involution rechter Winkel keine reellen Doppelstrahlen und daher die Involution harmonischer Pole in der Directrix, welche ihr Schnitt in dieser ist, keine reellen Doppelpunkte hat, so können die Brennpunkte nur so liegen, daß keine reellen Tangenten von

ihnen an den Kegelschnitt möglich sind, und die Directrixen den Kegelschnitt nicht schneiden. Da ferner nach §. 49 die Doppelstrahlen der Involution rechter Winkel nach den imaginären Kreispunkten im Unendlichen gehen, so sind die Brennpunkte als die Durchschnittspunkte der von diesen letzteren an den Kegelschnitt gehenden Tangenten und die Directrixen als die zugehörigen Berührungssehnen zu betrachten. Darum fallen jene im Centrum zusammen und diese in die unendlich entfernte Gerade, wenn der Kegelschnitt die imaginären Kreispunkte selbst enthält, d. i. wenn er ein Kreis ist. Das Centrum desselben ist der Scheitel der einzigen rechtwinkligen Involution harmonischer Polaren in seiner Ebene. Die Brennpunkte können jedenfalls nur in den Axen der Curve liegen, weil sonst der zugehörige Durchmesser und die von ihm in dem Brennpunkte halbirte Sehne ein schiefwinkliges Paar in einer rechtwinkligen Involution geben würden. Um ihre Lage in denselben zu bestimmen, denken wir (Fig. 59) eine Schaar von parallelen Geraden, welche zu keiner der Axen parallel sind und in dem ihrer Richtung conjugirten Durchmesser die Reihe der Pole derselben; wir fällen von letzteren auf jene die Perpendikel, welche eine der ursprünglichen Parallelenschaar projectivische Schaar bilden und daher mit ihr in jeder der Axen zwei projectivische Reihen bestimmen; da aber in den letzteren das Centrum der Curve und der unendlich ferne Punkt der bezüglichen Axe einander vertauschbar entsprechen, so sind diese Reihen insbesondere involutorisch und werden durch ein einziges Paar entsprechender Punkte, also mittelst einer Tangente der Curve und der zugehörigen Normale im Berührungspunkte bestimmt. Die Doppelpunkte der so in den Axen bestimmten involutorischen Reihen sind die Scheitel der rechtwinkligen Involutionen harmonischer Polaren, weil durch jeden von ihnen außer dem Paar der Axe und der zu ihr rechtwinkligen Sehne noch ein zweites rechtwinkliges Paar geht, nämlich die bezüglichen Strahlen der vorbetrachteten Parallelenbüschel. Sie liegen in jeder Axe gleich weit vom Centrum und sind in der einen reell und in der andern imaginär, weil in der einen die Paare der entsprechenden Punkte der Involution auf einerlei Seite des Centrums, in der andern aber auf verschiedenen Seiten desselben liegen und hier also die Paare durch einander getrennt sind. Zugleich sind die reellen Brennpunkte

die Scheitel der rechtwinkligen involutorischen Büschel, welche über der Involution in der andern Axe (Fig. 59; a, a'; b, b') stehen. Man nennt die Axe der reellen Brennpunkte die Hauptaxe des Kegelschnitts.* Da zu einer reellen Polare ein reeller Pol gehört, so entsprechen nur den reellen Brennpunkten reelle Directrixen, welche nothwendig symmetrisch gegen das Centrum und rechtwinklig zur Hauptaxe liegen. Brennpunkt und Directrix werden durch die Endpunkte der Hauptaxen harmonisch getrennt.

60. Wenn man für einen beliebigen Punkt t in der Ebene eines Kegelschnittes (Fig. 60) die Involution der harmonischen Polaren, ihre Axen und ihre Doppelstrahlen denkt, so bestimmen die ersteren in der Axe des Kegelschnittes Paare der im vorigen Paragraphen betrachteten Involutionen und da somit die von t nach den Brennpunkten f, f^* gehenden Geraden mit ihnen ein harmonisches Büschel bilden, so sind jene die Halbirungslinien der Winkel dieser letzteren; und da die Strahlen des rechtwinkligen Paares auch mit den Doppelstrahlen der Involution, d. i. mit den von t ausgehenden Tangenten des Kegelschnitts ein harmonisches Büschel bilden, so halbiren sie auch die Winkel dieser letzteren und man erhält den Satz: die Tangenten von einem Punkte an den Kegelschnitt und die Verbindungslinien desselben mit den Brennpunkten des letztern bilden Winkel von derselben Halbirungslinie oder jene sind gegen diese gleich geneigt. Und für die Lage von t in der Peripherie des Kegelschnitts: die Tangente und die Normale in einem Punkte des Kegelschnitts halbiren die Winkel der Geraden, die ihn mit den Brennpunkten desselben verbinden. Für den Kreis insbesondere: zwei Tangenten bilden mit dem nach ihrem Schnittpunkt gehenden Durchmesser gleiche Winkel; die Tangente ist rechtwinklig zum Radius des Berührungspunktes. Denkt man den Durchschnittspunkt einer Tangente mit der Directrix und den Berührungspunkt derselben mit dem entsprechenden Brennpunkt verbunden, so sind die Verbindungslinien harmonische Polaren und daher zu einander rechtwinklig: das Stück einer Kegelschnittstangente vom Berührungspunkte bis zur zugehörigen Directrix erscheint vom zugehörigen Brennpunkte aus unter rechtem Winkel.

Wenn zwei feste Tangenten von einer beweglichen Tangente des Kegelschnitts geschnitten werden, so bestimmen die in ihnen entstehenden projectivischen Reihen am Brennpunkt zwei projectivische Strahlenbüschel, deren Doppelstrahlen die vom Brennpunkt an den Kegelschnitt gehenden Tangenten, d. i. die Strahlen nach den imaginären Kreispunkten im Unendlichen sind; somit (§. 49) sind diese vereinigten projectivischen Büschel gleichwinklig, d. h. das zwischen zwei festen Tangenten enthaltene Stück e_1e_2 (Fig. 60) einer beweglichen Tangente eines Kegelschnittes erscheint vom Brennpunkt aus unter constantem Winkel. Der elementare Satz des §. 33 ist also eine Brennpunktseigenschaft des Kreises. Dies erlaubt die Construction eines Kegelschnittes aus drei Tangenten und einem Brennpunkte, welche möglich sein muß, weil der Brennpunkt die zwei von ihm an die Curve gehenden Tangenten bestimmt. Für die festen Tangenten als Scheiteltangenten der Hauptaxe ist der constante Winkel ein rechter und der Satz liefert die Construction des Kegelschnitts aus einer Tangente bei gegebenen Scheiteln und Brennpunkten. Es ist ein fernerer Specialfall des vorigen Satzes, daß die gerade Linie, welche den Schnittpunkt t von zwei Tangenten in den Punkten a und b des Kegelschnitts mit dem Brennpunkt f verbindet, den Winkel afb der Geraden vom Brennpunkt nach den Berührungspunkten halbirt. Die Halbirungslinie des zweiten Winkels derselben Geraden geht nach dem Schnittpunkt c der Berührungssehne ab mit der entsprechenden Directrix.

61. Nach dem Vorigen sind (Fig. 60) die Punkte a und b durch die Gerade tf und die Directrix in c harmonisch getrennt (die Gleichheit $\angle aft = \angle tfb$ folgt auch daraus); wenn man also durch a und b Parallelen zu tf bis zur Directrix in a_1, b_1 und Perpendikel zu ihr mit den Fußpunkten a_2, b_2 zieht und mit t_1 den Schnittpunkt der Directrix mit tf bezeichnet, so sind auch a_1 und b_1 durch t_1 und c harmonisch getrennt und da t_1f und fc zu einander rechtwinklig sind, so ist auch $\angle a_1ft_1 = \angle t_1fb_1$. In Folge dessen ist

$$\Delta a_1af \sim \Delta b_1bf \text{ und also } a_1a : b_1b = a_2a : b_2b = af : bf,$$

d. h. das Verhältniß des Abstandes vom Brennpunkte und von der zugehörigen Directrix ist für alle Punkte des Kegelschnitts von demselben Werthe; es bleibt

auch von einem Brennpunkte zum andern dasselbe. Sind für einen Punkt der Curve seine Brennpunktsabstände r_1, r_2 und seine Abstände von den respective zugehörigen Directrixen d_1, d_2, so folgt aus

$$d_1 : d_2 = r_1 : r_2 = \text{const. auch } d_1 \pm d_2 : r_1 \pm r_2 = \text{const.};$$

und da in der Ellipse die Summe der Directrixabstände eines Punktes, in der Hyperbel die Differenz derselben eine Constante nämlich der Abstand der Directrixen selbst ist, so folgt, daß in der Ellipse die Summe und in der Hyperbel die Differenz der Radienvectoren constant sein muß; die Betrachtung der Scheitel insbesondere zeigt, daß sie der Hauptaxe gleich ist. Alle Punkte des Kreises sind vom Centrum gleichweit entfernt. Mittelst eines Paares von congruenten Dreiecken ergibt sich auch, daß die Fußpunkte der von den Brennpunkten auf die Tangenten gefällten Perpendikel in diesen auf dem Kreise liegen, der die Hauptaxe zum Durchmesser hat etc.

Im Falle der Parabel fällt einer der reellen Brennpunkte mit dem unendlich fernen Punkte der Curve und die zugehörige Directrix mit der unendlich fernen Geraden zusammen; das constante Verhältniß $d_1 : r_1$ ist der Einheit gleich, d. h. ihre Punkte sind vom Brennpunkt und der Directrix gleich weit entfernt. Die Directrix ist der Ort der Schnittpunkte der rechtwinkligen Tangentenpaare. Der Winkel von zwei Tangenten ist halb so groß wie der Winkel, den ihre Berührungspunkte am Brennpunkt bestimmen. Die Fußpunkte der vom Brennpunkt auf die Tangenten gefällten Perpendikel liegen in der Scheiteltangente der Parabel.

62. Die Eigenschaften der Kegelschnitte in Bezug auf das Centrum, die Axen, die Brennpunkte und Directrixen sind nicht projectivische, sondern metrische Eigenschaften; sie folgen aus den Beziehungen der Kegelschnitte zur unendlich entfernten Geraden und den in ihr liegenden imaginären Kreispunkten und sind darum nur Specialisirungen der projectivischen Eigenschaften. Durch die projectivischen Eigenschaften wird die gleichförmige Bestimmung und Behandlung der Kegelschnitte in allen Projectionen und durch diese gesichert; Denn ebenso wie in §. 32, 33 gehen auch die übrigen projectivischen Eigenschaften der Kegelschnitte auf die projicirenden Kegel- und

Cylinderflächen über als auf die ihnen im Strahlen- und Ebenenbündel entsprechenden Gebilde. Jene entsprechen der Centralprojection der Kegelschnitte und der parallelprojectivischen Darstellung der Kegelflächen, diese der Parallelprojection der Kegelschnitte und der Cylinderflächen. Die Beziehungen der Collineation und Affinität sind daher für diese von größter Anwendbarkeit. Die Bestimmung aus Punkten und Tangenten ist aber nicht blos projectivisch, sondern auch nach den Methoden der darstellenden Geometrie stets direct anwendbar, während Axen, Brennpunkte etc. der in den Constructionen so oft auftretenden Kegelschnitte sich oft gar nicht und zumeist nur durch weitläufige Hilfsbetrachtungen direct ermitteln lassen.

Aber wesentlicher als dies Alles ist es, daß durch das Vorige die Theorie der Grundgebilde erster Stufe vollständig gewonnen wurde, so daß ihre Anwendung überall da möglich ist, wo sie für die Theorie und Darstellung der zusammengesetzten Raumformen nützlich ist. Die graphische Behandlung der Kegelflächen zweiten Grades und ihrer Durchdringungen, die der Developpabeln, welche zwei Kegelschnitten gemeinschaftlich umgeschrieben sind, die ganze Theorie der Flächen zweiten Grades und ihrer Beziehungen zu einander bieten dafür unerschöpfliche Beispiele.

Endlich ist es für die Untersuchung der räumlichen Formen überhaupt von Wichtigkeit, daß die Symmetrieverhältnisse der ebenen Figuren[1]) als Specialfälle der involutorischen Beziehungen derselben hervorgingen, in einfachster Form den beiden Fällen entsprechend, wo in dem einen das Centrum unendlich entfernt (schiefe und rechtwinklige Axensymmetrie) und im andern die Axe unendlich entfernt ist (Congruenz und centrische Symmetrie). Die Kegelschnitte insbesondere besitzen dadurch eine so reiche Symmetrie und erwecken dadurch das Wohlgefallen des Beschauers, daß sie Involutionsgestalten sind und das Gesetz ihrer Formenverhältnisse in sich selbst haben; sie zeigen die specielle Form der centrischen Symmetrie für den Mittelpunkt und die Brennpunkte; die axiale Symmetrie für die Durchmesser und Directrixen, die Congruenz in Bezug auf ihre Axen.

---

[1]) Vergl. die treffliche Schrift: „Zeichnende Geometrie" von Christ. Paulus. (Stuttgart 1866).

Und alle diese Zusammenhänge übertragen sich mit den Darstellungsmethoden selbst aus der Ebene und dem Strahlenbündel in den Raum.

63. Die vollständige Beherrschung der Untersuchung der centralprojectivischen Darstellung ebener Systeme durch die centrische Collineation läßt erwarten, daß auch die räumliche Beziehung, welche zu jener analog ist, die centrische Collineation räumlicher Systeme, von Bedeutung für die darstellende Geometrie sein werde.

Man erhält dieselbe, wenn man auf allen durch ein festes Centrum gehenden Ebenen hinsichtlich der in ihnen enthaltenen Theile des Original- und Bildsystemes für jenen Punkt als Centrum die Beziehung der centrischen Collineation so verwirklicht, daß im ganzen Raume jedem als dem Originalsystem angehörig betrachteten Punkte ein Punkt und jeder zu jenem gezählten Geraden eine Gerade im Bildsysteme, also einer Ebene im Originalsystem eine Ebene im Bildsystem und in alledem auch umgekehrt, entspricht; die entsprechenden geradlinigen Reihen, die entsprechenden ebenen Strahlenbüschel und die entsprechenden Ebenenbüschel sind perspectivisch.

Denkt man beide Systeme ohne die Specialitäten der centrischen Lage nur durch das Gesetz des eindeutigen Entsprechens bedingt, so erhält man die Beziehung von zwei Räumen auf einander, welche als die projectivische im Allgemeinen zu bezeichnen ist; das Gesetz der Gleichheit der Doppelverhältnisse der gleichgebildeten Gruppen von Elementen in den entsprechenden Gebilden erster Stufe besteht fort, nur die perspectivische Lage derselben ist aufgehoben.

In der centrischen Lage der collinear auf einander bezogenen Räume entspricht jede durch das Centrum gehende Gerade oder Ebene sich selbst, d. h. es liegen in ihr zwei vereinigte projectivische Punktreihen oder projectivische ebene Systeme, welche ihren einen Doppelpunkt, respective den Scheitel des entsprechend gemeinsamen Strahlenbüschels im Centrum und daher ihren andern Doppelpunkt respective die Gerade der entsprechend gemeinsamen Punktreihe reell und im Allgemeinen außerhalb des Centrums haben. Der Ort aller dieser Doppelelemente ist eine Ebene, weil jeder durch das Centrum gehende Strahl mit ihm nur einen Punkt und jede durch dasselbe gehende Ebene einen Strahl gemein haben kann, aber immer auch einen gemein haben muß. Diese Ebene heißt die Collinea-

tionsebene der beiden Systeme. Die Paare entsprechender Punkte bestimmen mit dem Centrum und dem in der Collineationsebene liegenden Punkte ihrer Verbindungslinie ein constantes Doppelverhältniß, welches für alle durch das Centrum gehende Strahlen denselben Werth hat. Dasselbe constante Doppelverhältniß bestimmen auch die Paare entsprechender Ebenen — als welche sich in der Collineationsebene durchschneiden und von jedem das Centrum enthaltenden Strahl in entsprechenden Punkten geschnitten werden — mit der Collineationsebene und der durch ihre Schnittlinie nach dem Centrum gehenden Ebene. Alle Paare entsprechender Ebenen aus derselben in der Collineationsebene liegenden Geraden bilden eine Vereinigung von zwei projectivischen Ebenenbüscheln, denen die Collineationsebene und die Ebene durch das Centrum als Doppelebenen entsprechen.

Da die unendlich entfernten Punkte des Raumes eine Ebene bilden, so entsprechen ihnen als dem einen oder andern Systeme angehörig gedacht im jedesmaligen andern Systeme wieder die Punkte einer Ebene; diese Ebenen enthalten die Systeme der beiden Gegenpunkte der projectivischen Doppelreihen in den durch das Centrum gehenden Strahlen und die Systeme der Gegenaxen der vereinigten projectivischen ebenen Systeme in den durch das Centrum gehenden Ebenen und sollen deshalb die Gegenebenen der Systeme heißen. Sie sind der Collineationsebene parallel, weil die gerade Durchschnittslinie einer Gegenebene mit der Collineationsebene eine Gerade sein muß, deren entsprechende mit ihr selbst zusammenfällt und zugleich unendlich entfernt ist. Auf jedem durch das Centrum gehenden Strahl ist die Mitte der zwischen den Gegenebenen liegenden Strecke zugleich die Mitte für die Strecke vom Centrum bis zur Collineationsebene oder die eine Gegenebene ist von der Collineationsebene ebenso weit entfernt wie die andere vom Centrum.

64. Die folgenden Sätze enthalten die vorigen Ergebnisse in anderer Form (vergl. §. 41).

Wenn die Ecken von zwei Tetraedern $a_1a_2a_3a_4$, $a'_1a'_2a'_3a'_4$ in Paaren a_1, a'_1 etc. auf Geraden aus einem Centrum s liegen, so schneiden sich die Paare der entsprechenden Ebenen $a_1a_2a_3$, $a'_1a'_2a'_3$ etc. in vier Geraden X_4. X_3, X_2, X_1,

Wenn die Flächen von zwei Tetraedern $A_1A_2A_3A_4$, $A'_1A'_2A'_3A'_4$ sich in Paaren A_1, A'_1 etc. in Geraden einer Ebene Σ schneiden, so liegen die Paare der entsprechenden Ecken $A_1A_2A_3$, $A'_1A'_2A'_3$ etc. in vier geraden Linien X_4, X_3, X_2, X_1,

die in einer Ebene Σ liegen und diese begegnet den Geraden a_1a_1', etc. in vier Punkten σ_1, σ_2, σ_3, σ_4, welche mit diesen und dem Centrum einerlei Doppelverhältniß bestimmen.

welche durch einen Punkt s gehen und dieser bestimmt mit den Schnittlinien der vier Ebenenpaare A_1A_1', etc. vier Ebenen Σ_1, Σ_2, Σ_3, Σ_4, welche mit jenen und der Ebene Σ Büschel von einerlei Doppelverhältniß bilden.

Die sechs entsprechenden Kantenpaare der Tetraeder im ersten Falle schneiden sich in sechs Punkten, die als die Punkte 12, 13, 14, 23, 24, 34 — den Paaren a_1a_2, $a_1'a_2'$ etc. entsprechend — bezeichnet werden können und nach dem entsprechenden Satze des §. 41 als die Seitenschnittpunkte perspectivisch liegender Dreiecke zu Dreien in einer Geraden liegen müssen, nämlich 23, 24, 34 in X_1; 13, 14, 34 in X_2; 12, 14, 24 in X_3; 12, 13, 23 in X_4. Die vier Geraden bilden daher die Seiten eines vollständigen Vierecks, von dem jene sechs Punkte die Ecken und die Schnittpunkte der Gegenseiten sind.

Bezeichnet man ebenso durch (12)', (13)', (14)', (23)', (24)', (34)' die Schnittpunkte der Paare der Geraden 1'2, 12'; 1'3, 13' etc., wie sie durch Vertauschungen eines entsprechenden Paares von Tetraederecken erhalten werden, so erhält man noch vier andere Ebenen Σ^1, Σ^2, Σ^3, Σ^4, deren jede wie die Ebene Σ die Eigenschaft hat, mit dem Punkt s zusammen jede der Strecken a_1, a_1' etc. nach demselben Doppelverhältnisse zu theilen.

Das Doppelverhältniß, welches hiernach wie nach dem vorigen Paragraphe für alle Paare der entsprechenden Punkte auf den durch das Centrum gehenden Strahlen, sowie für alle Paare der entsprechenden Ebenen durch die in der Collineationsebene liegenden Geraden gilt, nicht minder auch für alle die centrischen Collineationen ebener Systeme, welche die entsprechenden Ebenen der räumlichen Systeme enthalten, darf als das characteristische Doppelverhältniß der Centralcollineation bezeichnet werden. Durch seinen Werth, das Centrum s und die Collineationsebene Σ ist eine solche Collineation vollkommen bestimmt; Centrum, Collineationsebene und ein Paar entsprechender Punkte, Strahlen oder Ebenen bestimmen die Collineation, weil sie jenes Doppelverhältniß bestimmen. Jede der Gegenebenen U_1, R gibt ein Paar entsprechender Ebenen, weil ihr die unendlich ferne Ebene des andern Systems entspricht. Sie theilen die auf den Collineationsstrahlen durch das Centrum und die Collineationsebene begrenzten Segmente nach dem einfachen

Verhältnisse, welches dem characteristischen Doppelverhältnisse gleichwerthig ist (vergl. §. 40).

Man erhält zu einer Geraden G_1 des Bildsystems (Fig. 61) die entsprechende Gerade G des Originalsystems, indem man durch den Schnittpunkt σ von G_1 mit der Collineationsebene eine Parallele zieht zu der Geraden, welche das Centrum s mit dem Schnittpunkt der Geraden G_1 in der Gegenebene U_1 verbindet und man findet zu der Geraden H des Originalsystems die entsprechende Gerade H_1 des Bildsystems als eine aus dem Schnittpunkt von H mit der Collineationsebene gezogene Parallele zu der von s nach dem Schnittpunkte von H mit der Gegenebene R gehenden Geraden. Zu einem Punkte a_1 oder b in G_1 oder H erhält man den entsprechenden a oder b_1 als Durchschnitt des nach ihm gehenden Strahls aus dem Centrum mit G oder H_1 respective; und man erhält zu einer durch G_1 oder H gehenden Ebene E_1 oder F die entsprechende Ebene E oder F_1 als bestimmt durch die Schnittlinie derselben mit der Collineationsebene und die Linie G oder H_1 respective. Die entsprechenden zu den Geraden oder Ebenen, welche der Collineationsebene parallel sind, bestimmen sich durch einen ihrer Punkte, da sie selbst der Collineationsebene und der gegebenen respective parallel sind. Das characteristische Doppelverhältniß wird für sie zu dem Verjüngungsverhältnisse der Ähnlichkeit, in welcher das Original- und das Bildsystem zu einander stehen.

65. **Die Construction des centralcollinearen räumlichen Systems zu einem gegebenen räumlichen System läßt sich stets auf die eines centralcollinearen ebenen Systems zurückführen.** Wir denken eine durch das Collineationscentrum gehende Ebene, eine Schaar von Parallelen $P_1, P_2 \ldots$ zu einer festen in der Collineationsebene liegenden Geraden durch die Punkte $a_1, a_2 \ldots$ des gegebenen räumlichen Systems und das System ihrer Schnittpunkte $b_1, b_2 \ldots$ mit jener Ebene; bilden wir dann zu dem letztern das centralcollineare System $b'_1, b'_2 \ldots$ in derselben Ebene für das Centrum als Centrum, die Schnittlinie mit der Collineationsebene als Collineationsaxe und die Schnittlinien mit den Gegenebenen als Gegenaxen, so liegen die den $a_1, a_2 \ldots$ entsprechenden Punkte $a'_1, a'_2 \ldots$ des entsprechenden räumlichen Systems gleichzeitig in den Parallelen zu den Geraden P durch die Punkte $b'_1, b'_2 \ldots$ und in den respectiven Strahlen aus dem

Centrum nach den entsprechenden Punkten des Originalsystems $a_1, a_2 \dots$

In dem Falle (Fig. 62), wo das Originalsystem z. B. das System *abcdefgh* durch seine orthogonale Parallelprojection auf eine zur Collineationsebene normale Ebene und die auf diese letztere selbst oder (wie in der Figur) eine zu beiden normale Ebene bestimmt ist, denkt man die Schaar der zur ersten Projectionsebene normalen Geraden als die der Parallelen der vorigen Methode und hat dann das centralcollineare System $a_1 b_1 c_1 \dots$ für das System der Projectionen auf jene mit der entsprechenden Projection des Centrums als Centrum und den gleichnamigen Spuren der Collineationsebene und der Gegenebenen als Collineationsaxe und als Gegenaxen zu construiren, um in ihm die gleichnamige Projection des centralcollinearen Systems zu erhalten. Dadurch stellt sich in diesem Falle die angegebene Methode als völlig gleich einfach zu derjenigen, die das System der Schnitte einer Parallelenschaar aus den Punkten des Originalsystems in der Collineationsebene benutzt, welches sich selbst entspricht und mittelst des Durchschnittspunktes des gleichgerichteten Strahls aus dem Centrum mit der zugehörigen Gegenebene als dem gemeinsamen Schnittpunkt die ihnen entsprechenden Geraden diese und auf den zugehörigen Collineationsstrahlen die entsprechenden Punkte bestimmt.

Wenn die Gegenebene im Bildsystem auf der dem Centrum entgegengesetzten Seite der Collineationsebene liegt, so wird der ganze auf derselben Seite liegende unendliche Raum zwischen der Collineationsebene und jener Gegenebene so abgebildet, daß die vom Centrum entfernteren Punkte des Originalsystems den vom Centrum entfernteren Punkten des Bildsystems entsprechen. Im umgekehrten Falle wo die Gegenebene des Bildsystems zwischen dem Centrum und der Collineationsebene liegt, findet das Entsprechen in der umgekehrten Weise statt, daß den vom Centrum entfernteren Punkten des Originalsystems die demselben näheren Punkte des Bildsystems entsprechen und umgekehrt. Jenes entspricht, dies widerspricht den Bedingungen des Sehprozesses. Da aber alle entsprechenden Ebenenpaare der collinearen Systeme in der Beziehung der centrischen Collineation oder der Centralprojection stehen, so folgt daß im ersteren Falle unter denselben Bedingungen, unter denen die Centralcollineation in der Ebene Darstellungen liefert, die den Character der Bildlichkeit besitzen, auch die Central-

collineation im Raume für ein im Centrum befindliches Auge bildliche d. i. Täuschung ermöglichende Darstellungen geben wird. Jene Bedingungen entspringen bekanntlich aus der Begrenzung des ruhenden Sehfeldes, die es nöthig macht, daß die angeschauten Systeme innerhalb des vom Mantel des sogenannten Sehkegels umschlossenen Raumes liegen — abgesehen von der nothwendigen Entfernung aller ihrer Theile vom Auge, die die deutliche Sehweite bezeichnet. Sind sie erfüllt, so repräsentirt die Raumfigur des Bildsystems mit verringerter Tiefe für ein im Centrum befindliches Auge die entsprechende Raumfigur des Originalsystems täuschend. Darum fordert die Darstellung der Reliefs in der Sculptur die Anwendung dieser Constructionsmethode; sie ist aber auch die Grundlage aller decorativen Kunst und gibt daher die Hauptgrundlage der scenischen oder theatralischen Decoration und kann auch in der Architektur, der höhern Gartenkunst etc. mannigfache Anwendungen finden.

66. Wenn das characteristische Doppelverhältniß der räumlichen Centralcollineation den besonderen Werth — 1 hat (Fig. 63), so daß entsprechende Punktepaare eines Strahles aus dem Centrum mit den Doppelpunkten desselben, die entsprechenden Strahlenpaare aus einem Punkte der Collineationsebene mit den Doppelstrahlen ihrer Ebene und die entsprechenden Ebenenpaare aus einer Geraden in der Collineationsebene mit den zugehörigen Doppelebenen je ein harmonisches System und die sämmtlichen Paare entsprechender Punkte eines Strahles aus dem Centrum, entsprechender Strahlen oder Ebenen aus einem Punkte oder einer Geraden in der Collineationsebene eine Involution respective von Punkten, Strahlen oder Ebenen bilden, so ist das Entsprechen der Elemente beider collinearen Systeme ein vertauschungsfähiges und man darf die Collineation als eine harmonische oder involutorische bezeichnen. Die Gegenebenen sind dann in der Mitte zwischen dem Centrum und der Collineationsebene vereinigt, die Parallelen durch das Centrum zu den Paaren entsprechender Strahlen oder Ebenen bilden mit diesen respective Parallelogramme oder parallelepipedische Mäntel, deren zwei neue Ecken oder Kanten dieser Ebene angehören. Die involutorische Centralcollineation kann nach dieser Lage ihrer Bestimmungselemente dem engeren Zwecke der darstellenden Geometrie nicht genügen, der in der Construction

bildlicher Systeme besteht. Dieß schmälert ihre Bedeutung für die Erkenntniß der Gesetzmässigkeit der Raumformen nicht. Sie würde schon im Zusammenhange einer Entwickelung hervortreten, welche die im Früheren nicht betrachteten Erzeugnisse projectivischer Gebilde und etwa die Collinearverwandten (§. 21) der Kugel zu untersuchen vornähme und daher in dem Ausbau der darstellenden Geometrie für das constructive Studium der doppeltgekrümmten Curven und der Oberflächen ihren Platz finden müsste. Ihre volle Bedeutung kann sie immerhin erst in einer von den Beschränkungen der Darstellbarkeit abstrahirenden rein wissenschaftlichen Entwickelung der Geometrie der Lage erhalten. Doch wird auch für diese selbst die besondere Berücksichtigung des Darstellbaren und der Darstellung als vortheilhaft anerkannt werden können.

Für die Elemente ist es von besonderer Bedeutung, daß die Symmetrieverhältnisse der räumlichen Figuren ebenso wie (§. 62) die der ebenen sich als Specialfälle ihrer Involution ergeben, und daß die Involutionsgestalten unter ihnen die allgemeinste und reichste Symmetrie zeigen, eben jene Flächen zweiter Ordnung und Classe und gewisse aus ihnen ableitbare Formen, zu welchen die Entwickelung auch innerhalb des Rahmens der darstellenden Geometrie führt. Die beiden Fälle der Symmetrie, nämlich in Bezug auf ein Centrum oder in Bezug auf eine Ebene, so wie ihre durch besondere Voraussetzungen hervorgehenden speciellen Formen, ergeben sich daraus mit Leichtigkeit.

67. Für ein in unendlicher Entfernung gedachtes Collineationscentrum liegen die Paare entsprechender Punkte beider Systeme auf parallelen Geraden so, daß die von ihnen mit den respectiven Schnittpunkten in der Collineationsebene bestimmten Segmente verhältnissgleich sind. Dann entsprechen den unendlich fernen Elementen des einen Systems die des andern, parallelen Geraden und Ebenen entsprechen parallele Gerade und Ebenen — es ist die Affinität räumlicher Systeme. Für den Fall, daß die Richtung des Centrums zur Collineationsebene normal und das vorerwähnte constante Verhältniß der Einheit gleich ist, erhält man die Beziehung der orthogonalen Symmetrie in Bezug auf diese Ebene.

Ist die Collineationsebene unendlich entfernt, so liegen die Paare entsprechender Punkte auf den aus dem Centrum gezogenen

Strahlen so, daß sie mit diesem Segmente von constantem Verhältnisse bestimmen; entsprechende Gerade und ebenso entsprechende Ebenen sind einander parallel und die in ihnen liegenden entsprechenden Systeme stehen zu einander in der Beziehung der Ähnlichkeit nach diesem Verhältnisse der Verjüngung. Man bezeichnet daher diese Specialform der centralen Collineation räumlicher Systeme als Ähnlichkeit in ähnlicher Lage und hat zu unterscheiden, ob das Centrum der äußere oder der innere Ähnlichkeitspunkt der Systeme ist. Ist das Verjüngungsverhältniß der Einheit gleich, so entsteht im erstern Falle die Deckung der congruenten Systeme, im letztern ihre einfachste centrische Symmetrie.

Liegen Centrum und Collineationsebene zugleich unendlich entfernt, so entsteht die einfache Congruenz der Systeme als Specialfall der räumlichen Centralcollineation.

Jeder der vorher besprochenen Beziehungen entspricht eine Methode der Modellirung d. i. der räumlichen Nach- oder Abbildung räumlicher Systeme. Die allgemeinste unter ihnen, die centrische Collineation, vermag zugleich auf das Vollständigste den Bedürfnissen der Kunst zu entsprechen; von den besonderen Fällen wird die Ähnlichkeit fast ausschließlich zur räumlichen Nachbildung benutzt, weil sie durch die allgemeine Geltung des einen Verjüngungsverhältnisses und die Unveränderlichkeit aller Winkelgrößen die größte Bequemlichkeit darbietet, so lange es sich um die Darstellung begrenzter Raumformen handelt.

68. Wenn man die Collineationsebene mit den Gegenebenen zusammenfallend denkt, so führen die Constructionen von §. 64, 65 auf die Bestimmungsweisen der Centralprojection für die gerade Linie, die Ebene und den Punkt zurück, die in §. 6 und 10 entwickelt sind. Die in den Richtungen der durch das Centrum gehenden Strahlen unendliche Tiefe des Originalraumes wird auf Null in dem Schnittpunkt des Strahles mit der Collineations- und Gegenebene zusammengedrängt. Man nennt diese nun die Bildebene, weil die Nachbildung des Gesammtraumes auf das ebene in ihr gelegene System reducirt wird.

Ist in demselben Falle auch das Centrum unendlich entfernt, so entsteht die schräge oder die orthogonale Parallelprojection, je nach dem die Richtung des Centrums schräg oder normal zur Bildebene ist. Denken wir eine Gerade P in der Richtung des Centrums, so liegen die entsprechenden Punkte zu beliebigen Punkten des Raumes

in den Schnittpunkten der durch die Letzteren gehenden Parallelen zu *P*, d. i. ihrer projicirenden Geraden, mit der Bildebene; die Bilder aller Punkte einer Geraden dieser Parallelenschaar fallen in ihren Durchschnittspunkt mit der Bildebene zusammen. Das Bild einer Geraden *G* wird gefunden als die Schnittlinie der durch sie parallel zu *P* gehenden d. i. ihrer projicirenden Ebene mit der Bildebene und fällt daher mit den Bildern aller andern in dieser projicirenden Ebene liegenden Geraden zusammen. Zur Unterscheidung dieser Geraden von einander bietet sich nur die Betrachtung ihrer Schnittpunkte mit der Bildebene dar und es lassen sich daher die Strahlen eines Büschels, dessen Scheitel der Bildebene angehört und dessen Ebene mit einer projicirenden Ebene zusammenfällt, durch ihre Bilder nicht von einander unterscheiden. Die Bilder ihrer Richtungen fallen unterschiedlos in dem unendlich fernen Punkte ihres gemeinschaftlichen Bildes zusammen. Die Bestimmung einer geraden Linie und darum auch die eines Punktes und einer Ebene ist somit nicht durch eine einzige Parallelprojection möglich; durch Parallelprojection kann daher der Zweck der darstellenden Geometrie, die Bestimmung räumlicher Formen, nicht anders erreicht werden, als dadurch, daß man mehrere Parallelprojectionen derselben mit einander combinirt, die übrigens auf derselben Ebene oder auf verschiedenen Ebenen erzeugt werden können.

69. Die Beschränkung auf die orthogonale Parallelprojection zwingt zur Benützung von zwei verschiedenen am einfachsten zu einander normalen Bildebenen wie sie die Grundlage der „Géométrie descriptive" des Monge bilden, d. h. sie führt zur Beziehung der Raumformen auf drei zu einander rechtwinkelige Coordinatenebenen. Die Benützung der drei zu einander rechtwinkeligen Projectionsebenen für die Entwickelung der Elemente führt sofort zur Erkenntniß der Existenz und der wichtigen Beziehungen derjenigen sechs Ebenen, welche paarweis durch die Schnittlinie von zwei Projectionsebenen unter gleicher Neigung (45°) gegen beide gelegt werden und sich zu je dreien in vier Geraden schneiden, welche aus dem Anfangspunkt des Projectionssystems unter gleicher Neigung gegen seine Axen gezogen werden können; jene Ebenen bilden den Ort aller der Punkte und Geraden, von deren Projectionen immer ein Paar gleichen Abstand oder gleiche Neigung zur zwischen liegenden Projectionsaxe respective besitzen; diese Geraden bilden den

Ort aller der Punkte, deren Coordinaten oder projicirende Linien gleichlang sind. Unter jenen sechs Ebenen haben zwei — welche von ihnen, das hängt von der Art ab, in welcher die drei Projectionsebenen in eine Zeichenebene vereinigt werden — die Eigenschaft, daß ein Paar von den Projectionen der in ihnen gelegenen Punkte oder Geraden zusammen fallen, und von jenen vier Geraden besitzt eine drei zusammenfallende Projectionen. Wenn man dann zur Untersuchung der Darstellung ebener Systeme vorschreitet, so erkennt man, daß jede Ebene mit den vier erwähnten Geraden und den sechs Ebenen vier Punkte und sechs Gerade gemein hat, von denen die Letzteren sich zu drei in jenen Punkten schneiden, während die Schnittpunkte der Ebene mit den drei Projectionsaxen die Schnittpunkte der Gegenseitenpaare des von jenen sechs Geraden gebildeten vollständigen Vierseits sind, und man findet ferner, daß in jeder Ebene zwei Gerade liegen, nämlich ihre Durchschnittslinien mit den vorerwähnten zweien unter den sechs festen Ebenen, welche je zwei sich deckende Projectionen haben: die Affinitätsaxen für die von je zwei respective benachbarten Projectionen des ebenen Systems gebildeten affinen Systeme. Nach dem Vorigen ist gewiß, daß dieselben sich zu mannigfacher constructiver Benützung vortheilhaft darbieten müssen [1]).

Ähnlich wie in den §§. 15 *f* wird das System der Hilfsmittel der orthogonalen Parallelprojection zur Überwindung aller practischen der Technik des Zeichnens entspringenden Schwierigkeiten durch die Transformation der Objecte oder des Projectionssystems vervollständigt; die axonometrischen Darstellungsmethoden sind einfache aber besonders nützliche Ergebnisse dieser Entwickelung. Einen analogen Entwickelungsgang kann man für die Untersuchung der schrägen Parallelprojectionen einschlagen.

70. Die Existenz der Affinitätsaxe der beiden Projectionen eines ebenen Systems ist ein specieller Fall des allgemeinen Satzes: Wenn zwei ebene Systeme mit einem dritten ebenen System

---

1) Vergl. die Noten des Verfassers in der „Zeitschrift für Mathematik und Physik" von Schlömilch, Bd. 5 u. 6, p. 56 u. 76, welche ohne Kenntniß der anderweitigen Entdeckung derselben gegeben wurden. Auch K. Pohlke in seiner empfehlenswerthen Schrift „Darstellende Geometrie" I. Abthl. 1859 (2. Aufl. 1866), hat die Affinitätsaxen benützt.

centrisch-collinear sind, so sind sie auch unter einander centrisch-collinear, wenn die beiden gegebenen Collineationen eine und dieselbe Gerade zur Axe oder einen und denselben Punkt zum Centrum haben; im ersten Falle sind die Centra der drei Collineationen in einer Geraden, im zweiten Falle gehen die Axen der drei Collineationen durch einen Punkt. Die Affinitätsaxe zwischen Aufriß und Grundriß des ebenen Systems geht mit den beiden zugehörigen Spuren desselben durch einen Punkt und diese letzteren sind die Axen der respectiven Affinitäten, welche zwischen der Originalfigur und ihrem Grund- und Aufriß bestehen. Der ebene Schnitt einer Kegelfläche in der Methode der Centralprojection und die Ableitung seiner wahren Größe gibt ein nützliches Beispiel und zugleich den Beweis des ersten Satzes, dem der zweite nach dem Princip der Dualität entspricht. (Fig. 64) gibt die Darstellung davon für den Kegel zweiten Grades von der kreisförmigen Spur S_k und der Spitze s' in der Erzeugenden σf, die Schnittebene von der Spur S und Fluchtlinie F und den Distanzkreis D. Die Benützung eines Systems von Hilfsebenen, welche eine zur Bildebene parallele Gerade G durch die Spitze enthalten, führt zu der Erkenntniß, daß das Bild der Schnittcurve die Collinearverwandte der Spurcurve für das Centrum s', die Collineationsaxe S und die Durchschnittslinie R' der Schnittebene mit der die Spitze des Kegels enthaltenden Parallelebene zur Bildebene als Gegenaxe ist. Aus der Umlegung der Schnittebene folgt dann, daß die wahre Gestalt der Schnittcurve der Spurcurve collinearverwandt ist für die Umlegung (s) der Spitze des Kegels mit der Parallelebene zur Schnittebene als Centrum, für S als Collineationsaxe und die Spur jener Parallelebene in der Bildebene als die der Schnittcurve zugehörige Gegenaxe (U). Sie ist zugleich dem Bilde der Schnittcurve collinearverwandt für die Umlegung (C) des Projectionscentrums mit der Parallelebene zur Schnittebene als Centrum und dieselbe Axe S, wie es der Satz angibt. Fig. 64 zeigt den collinearen Zusammenhang der drei Curven vollständig; insbesondere sind die zur Bildebene parallelen Tangenten der Schnittcurve sammt ihren Berührungspunkten b, d dargestellt; mittelst der Gegenaxen U' und (U) ist auch sowohl für das Bild (in h', k') als für die wahre Gestalt der Schnittcurve [in (e), (f)] ein zweites Paar paralleler Tangenten ermittelt, so daß in beiden ein umgeschriebenes Paral-

lelogramm und damit ein Paar von conjugirten Durchmessern gefunden sind; $t'v'$, $u'w'$ in der Projection und $(n)(p)$, $(o)(q)$ in der wahren Gestalt.

71. Wie sich an die Existenz der Affinitätsaxen der Parallelprojection die Entwickelung von Elementen der Geometrie der Lage anknüpfen läßt, hat in einer ausgedehnten Abhandlung J. B. Brasseur zu zeigen gesucht: (Acad. des sciences etc. Bruxelles. 1853) „Mémoire sur une nouvelle méthode d'application de la géométrie descriptive à la recherche des propriétés de l'étendue.“ (4°. 148 p. 3 Tafeln). Die Regelflächen zweiten Grades und besondere Formen ihrer graphischen Bestimmung spielen darin eine wichtige Vermittlerrolle. Die Sätze von Pascal und Brianchon und daran sich anschließende Kegelschnitts-Constructionen hat schon früher mit Hilfe der Centralprojection der Regelflächen zweiten Grades dargestellt B. E. Cousinery in seinem Buche: „Le Calcul par le Trait“. (1839, p. 127 f.). Die Verbindung mit den Elementen der Centralprojection erscheint natürlicher und erweist sich umfassender und bequemer. Es ist dabei von entscheidendem Gewicht, daß man die durch sie und die Theorie der Kegelschnitte gewonnenen Lehren der Geometrie der Lage zur Behandlung der Flächen zweiten Grades und aller der von ihnen abhängigen Formen verwenden kann, statt jene Lehren selbst erst aus der Theorie der Flächen zweiten Grades zu gewinnen, und sich für diese also mit weniger vollkommenen und kräftigen Hilfsmitteln begnügen zu müssen. Auch die Einschaltung eines Kapitels über die „Transformation homologique“, durch welche de la Gournerie in seinem „Traité de Géométrie descriptive“ der Wichtigkeit dieser Hilfsmittel gerecht zu werden versucht hat, erreicht den Zweck nicht. Andererseits entspricht in der Literatur der Geometrie der Lage auch das Werk von Weißenborn „Die Projection in der Ebene“ (Berlin 1862) dem hier verfolgten Zwecke nicht, weil für denselben die Vereinigung der Geometrie des Raumes mit der der Ebene entscheidend ist. Den grundlegenden Werken von Steiner und von Staudt fehlt dazu die Absicht der Beschränkung; das Streben nach voller wissenschaftlicher Allgemeinheit äußert sich bei dem Werke des letzteren Meisters geradezu auch in der gänzlichen Beseitigung des graphischen Elementes.

Auf dem hier betretenen Wege kann man die Methoden der Geometrie der Lage im ganzen Umfange fruchtbar machen für die wissenschaftliche Entwickelung der darstellenden Geometrie; daß er der allein brauchbare sei, soll nicht behauptet werden, ob man weiter gehen will und muß als die hier gegebenen Grundzüge thun, oder ob man sich mehr beschränken kann, das hängt von besonderen Verhältnissen ab und kann nur durch den Ausbau des ganzen Systems in dieser Richtung definitiv entschieden werden. Die Entscheidung der Hauptfrage selbst, über die Verbindung der Geometrie der Lage mit der darstellenden Geometrie[1]) zur Förderung und Hebung der Letzteren, ist aber für große Gebiete des höheren wissenschaftlichen Unterrichtes von Wichtigkeit und kann nicht mehr allzulange verschoben werden.

---

[1]) Vergl. „Zeitschrift für Mathematik und Physik", Bd. VIII, p. 495; Bd. IX, p. 353.

Taf. I.

28.

29.

30.

31.

A d. k. k. Hof-u. Staats-Druckerei.

Zur Physiologie der Contrastfarben.

Von **Alexander Rollett** in Graz.

(Vorgelegt in der Sitzung am 11. April 1867.)

Der complementäre Farbeneindruck, welcher uns über objectiv farblos beleuchteten Netzhautpartien in Folge der gleichzeitigen Wirkung einer Farbe auf die umgebenden Netzhautpartien erwächst, die sogenannte subjective Contrast- oder Nebenfarbe ist in Bezug auf ihre Helligkeit und Sättigung abhängig sowohl von der Helligkeit und Sättigung der contrasterzeugenden Farbe, als auch von der Helligkeit des auf die Netzhaut wirkenden farblosen Lichtes.

Viele der Methoden, welche für die Darstellung subjectiver Contrastfarben bekannt gemacht wurden, laufen darauf hinaus den angeführten Bedingungen diejenigen Werthe zu ertheilen, bei welchen die subjective Complementärfarbe mit der relativ höchsten Sättigung hervortritt.

Wie werthvoll derlei Versuchsanordnungen für die Darstellung und theoretische Erforschung der Contrastfarben auch sein mögen, nicht minder wichtig namentlich in der letzteren Beziehung erscheint mir die ganze Reihe der durch Variation der eben angeführten Bedingungen zu erhaltenden Fälle. Gerade darüber finden sich aber in den unseren Gegenstand betreffenden Untersuchungen nur kurze und spärliche Angaben.

Ich will daher hier einige Aufzeichnungen mittheilen die ich mir in der erwähnten Beziehnng gelegentlich einer Reihe von Studien über die Contrastfarben gemacht habe.

Zuerst eine historische Bemerkung. Über die Frage, welche Reihe von Eindrücken man von einer umschriebenen Netzhautstelle erhält, wenn man dieselbe successive mit weißem Lichte von wechselnder Intensität beleuchtet, während die übrige Netzhaut unter der Wirkung einer bestimmten Farbe steht, äußert sich unter den Autoren, die darauf Bezug nehmen Fechner[1]) am Ausführlichsten.

---

[1]) Über subjective Nach- und Nebenbilder. Poggendorff's Annalen Bd. L, p. 427.

Anknüpfend an seine berühmten Schattenversuche sagt Fechner (l. c. p. 436), daß sich durch angemessene Abänderungen der Größenverhältnisse der zwei Öffnungen im Fensterladen, durch deren eine Tageslicht, durch deren andere farbiges Licht einfällt, immer der Fall verwirklichen läßt, daß ein objectiv gefärbter Schatten im ersten und ein subjectiv gefärbter Schatten im zweiten Lichte gleich intensiv gefärbt erscheinen. „Wenn man von dem Fall dieser Gleichheit ausgehend", sagt Fechner weiter, „die tageshelle Öffnung vergrößert, während man die andere ungeändert läßt, so verdünnt sich die Farbe des subjectiven Schattens immer mehr mit Weiß, so daß sie zuletzt ganz unscheinbar wird, verkleinert man dagegen die tageshelle Öffnung immermehr, während man die andere ungeändert läßt, so verdunkelt sich die Farbe des subjectiven Schattens immer mehr und nimmt an Deutlichkeit ab bis zu der Grenze, welche auch — noch bei geschlossener tageheller Öffnung stattfindet. Es gibt sonach ein gewisses Verhältniß beider Lichter, bei welcher die subjective Färbung das Maximum der Deutlichkeit besitzt und es scheint, daß die objective Farbe nur die subjective Färbung eines gewissen ihrer Intensität proportionirten vielleicht gerade gleichen Theiles weißen Lichtes in der Umgebung zu bewirken vermag. Ist mehr weißes Licht vorhanden, so bleibt dieser Überschuß ungefärbt und schwächt dadurch die complementäre Farbe, ist weniger weißes Licht vorhanden, so wird Alles gefärbt aber nicht so viel als gefärbt werden könnte, wenn mehr vorhanden gewesen wäre. Die Farbe erscheint dann zwar rein von beigemischtem Weiß aber dunkel weil es überhaupt an Strahlen fehlt."

Diese Angaben Fechner's verdienen gewiß die höchste Beachtung. Und mehr als das bisher im Allgemeinen geschehen ist, müssen sie bei den Versuchen die Contrastfarben zu erklären in Betracht gezogen werden.

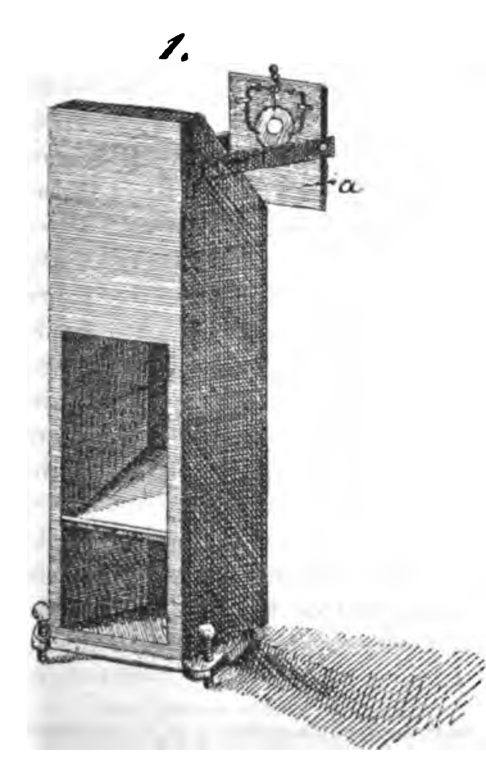
Versuche mit ähnlichen Resultaten, wie sie Fechner erhielt lassen sich nun auch noch nach anderen Methoden anstellen und zwar kann man zunächst die gesättigten Absorptionsfarben von gefärbten Gläsern direct als constrasterzeugende Farben wirken lassen, eine Bedingung, welche ich besonders hervorhebe. Erstens wird dadurch vermieden, daß wie es bei den Fechner'schen Versuchen mit den zwei Öffnungen der Fall ist, mit der Änderung der Helligkeit des auf die eine Netzhautstelle fallenden Weiß, auch eine Änderung der

Helligkeit und Sättigung der auf die nebenliegenden Netzhautpartien wirkenden Farbe sich verknüpft.

Zweitens begegnet man nicht selten der Angabe, daß gesättigte Farben sich für die Erzeugung von Contrastfarben weit weniger eignen als weißliche Farben, was nicht der Fall ist, wenn man nur neben der gesättigten Farbe, die möglichst lichtstark sein muß, auch die übrigen Bedingungen richtig wählt.

Ich ließ mir durch die Mitte quadratischer farbiger Glastafeln kreisrunde Löcher schleifen von 27 Millim. Durchmesser. In diese letzteren konnten genau passende in Form runder Platten geschliffene weiße oder neutral graue Gläser eingelegt werden, die letzteren sollen wirklich nur verdunkeln ohne zugleich auch einen Farbenstich hervorzubringen.

Von den grauen Gläsern, welche ich erhielt, waren nur wenige diesen Anforderungen entsprechend. Diese sind echte Londoner Smokeglasses lichtere und dunklere, aus welchen ich, indem zum Theile mehrere combinirt wurden, sieben Stufen der Helligkeit herstellen konnte.



Die durchbohrten farbigen Tafeln konnten jeweilig eine auf einen viereckigen Rahmen im Querschnitt eines hölzernen Kästchens Fig. I gelegt werden und wurden mittelst eines um eine horizontale Axe drehbaren Spiegels von unten her nach Art der mikroskopischen Objecte durchleuchtet. Über die horizontal liegende farbige Tafel wird ein Aufsatz gebracht der denselben Querschnitt besitzt wie das Kästchen.

Seine untere Wand wird von einem Diaphragem gebildet, dessen kreisförmige Öffnung ein Feld von 110 Millim. Diameter frei läßt.

In der Mitte dieses Feldes befindet sich das in die farbige Tafel eingelegte graue Glas.

Die obere Wand des Aufsatzes fällt unter einem Winkel von 45° nach hinten ab und besitzt zu einem später anzugebenden Zwecke einen länglich viereckigen Ausschnitt. Vorerst ist der letztere mit einem undurchsichtigen Deckel verschlossen, durch dessen Mitte vertical eine Ocularröhre gesteckt ist. Alle Theile sind innen möglichst gut und tief geschwärzt.

Das Kästchen wird unmittelbar am Fenster aufgestellt und an passenden Versuchstagen, an welchen der Himmel mit weißen Wolken bedeckt ist, deren Licht der Spiegel zu reflectiren hat, die Versuche in der Weise angestellt, daß man für ein contrasterzeugendes Feld von bestimmter Farbe, die Reihe der Contrastfelder vom Weiß bis zum dunkelsten Grau der Reihe nach durchlauft. Auf der Mitte einer jeden von den letzteren Platten ist ein kleiner Punkt als Fixationszeichen angebracht.

Das beobachtende Auge ist auf diesen scharf einzustellen und hat denselben während eines Versuches festzuhalten. Man hat dann für einzelne dieser Combinationen von grauen mit farbigen Gläsern sofort den lebhaften Eindruck als ob das in die farbige Tafel eingelegte Glas ebenfalls gefärbt und zwar im Allgemeinen complementär zur contrasterzeugenden Farbe erscheine. Aus den eben erwähnten Versuchen sollen Folgerungen für den simultanen Contrast abgeleitet werden. Man wäre aber vielleicht geneigt bei denselben an complementäre Nachbilder zu denken, die auf das graue Feld projicirt zu Erscheinungen des successiven Contrastes (Chevreul) [1]) Veranlassung geben könnten.

Um einem solchen Einwand zu begegnen gehe man mit möglichst ausgeruhten Augen, also nach längeren Intervallen zwischen den einzelnen Versuchen an die Beobachtung. Zu Anfang jedes Versuches halte man, nachdem der Kopf in die passende Lage über der Ocular-

---

[1]) Chevreul: De la loi du contraste simultané des couleurs et de ses applications. Paris 1839. p. 48—58 und Helmholtz physiologische Optik in Karsten's Encyclopaedie Bd. IX, p. 388—392.

röhre gebracht ist, die Augen geschlossen und mit den Händen bedeckt. Erst wenn das Sehfeld homogen geworden, entferne man von dem beobachtenden Auge die bedeckende Hand und sehe nach dem früher bemerkten Fixationspunkte.

Es wird sogleich verrathen, wann die Ausführung eines Versuches dieser Intention nicht entspricht durch lebhaft aufblitzende Randscheine (Fechner), welche unterbrochen hier und dort an der Peripherie des Contrastfeldes in Folge schwankender Blicke auftreten und zu vermeiden sind.

Die complementäre Contrastfarbe auf dem mittleren Felde unserer Platten ist, wenn man nach diesen Regeln verfährt immer sofort nach Öffnung des fixirenden Auges so deutlich und lebhaft, als sie während eines Versuches überhaupt wahrgenommen wird. Bei dauernder strenger Fixation wird sie dagegen immer schwächer empfunden, bis sie endlich in eine Nuance der contrasterzeugenden Farbe selbst umschlägt.

Dann ist aber das complementäre Nachbild der contrasterzeugenden Farbe gerade sehr deutlich durch reagirendes weißes Licht zu entwickeln, also die Empfindlichkeit der von der contrasterzeugenden Farbe getroffenen Netzhautpartie gegen die Qualität dieser Farbe bedeutend herabgesetzt.

Kurz man beobachtet bei diesen Versuchen die von Fechner zuerst als characteristisch für den simultanen Contrast hervorgehobene Umkehr der Erscheinungen auf dem Contrastfelde, welche den berühmten Gelehrten veranlaßte, die nach anhaltendem Fixiren auftretende gleichnamige Farbe, das Complement des Complementes der contrasterzeugenden Farbe zu nennen und anzunehmen, daß beide in demselben Grade sich geltend machen. Das erstere frei, das letztere die Qualität der contrasterzeugenden Farbe neutralisirend, welche be anhaltendem Fixiren matt und graulich wird.

Ich will nach diesen Bemerkungen zu den Einzelversuchen übergehen. Die farbigen Gläser, welche ich benutzte, waren gesättigt gefärbt und zwar ein rothes Überfangglas (Kupferoxydul), ein Grünes (Kupferoxyd), ein Kobaltglas, ein Gelbes und ein dunkel Purpurviolettes.

Die grauen Gläser die in einer Reihenfolge mit dem weißen Glase (I) mit II bis VIII bezeichnet werden sollen, ergaben, wenn die Verdunklung, welche sie an weißem Papiere bei Tagesbeleuchtung

hervorbrachten, nach einem von Talbot[1]) vorgeschlagenen photometrischen Principe[2]) verglichen wurde mit der Verdunklung, welche rasch gedrehte schwarze Scheiben mit durchbrochenen Sectoren hervorbrachten, für Grau II 260° offenen Sector, für Grau III 200°, für Grau IV 148°, für Grau V 114°, für Grau VI 80°, für Grau VII 66°, für Grau VIII 45°. Diese Angaben mögen für die Wahl solcher Gläser genügen. Durchläuft man nun die Reihe dieser farblosen Gläser von I—VIII für jede der contrasterzeugenden Farben und zwar mit den früher berührten Vorsichten und bemerkt immer den ersten Eindruck beim Öffnen des beobachtenden Auges, so erhält man Reihen von Contrastfarben mit den folgenden gut zu unterscheidenden Gliedern oder Übergänge zwischen derselben.

In der grünen Tafel:

Weiß, Blaßrosa, Gesättigtes Rosa, Purpur ins Graue, Grau ins Purpur, röthlich Grau.

In der rothen Tafel:

Weiß, schwach Bläulichweiß, Wasserblau, Blaugrün, lichtschwach Blaugrün, Schwarz mit blaugrünem Stich.

In der blauen Tafel:

Schwach Gelblichweiß, Lichtgelb, hell Gelbbraun, Lichtbraun mit violettem Stich, Braunviolett, Dunkelbraun mit violettem Schimmer.

In der gelben Tafel:

Bläulichweiß, Himmelblau, tiefer Blau, Blaugrau, Schwarz mit bläulichem Stich.

In der violetten Tafel:

Weiß, licht Grünlichgrau, Graugrün, dunkles Graugrün.

Bei Anwendung des blauen Glases tritt für meine sonst sehr guten Augen bei zunehmender Verdunklung des Contrastfeldes sichtlich eine Complication der Contrasterscheinungen mit dem im Auge zerstreuten Lichte der farbigen Tafel immer störender hervor.

Ein Moment, welches sich in verschiedenen individuellen Augen verschieden stark wahrscheinlich auch für andere Farben geltend machen wird.

Abgesehen von diesen Störungen, welche nur in einzelnen Versuchen hervortreten erhielt ich aber bei den angeführten Versuchen

---

[1]) Poggendorff's Annalen Bd. XXXV.

[2]) Siehe auch Aubert Physiologie der Netzhaut. Breslau 1864. p. 34.

eine Reihe von schönen Contrastfarben für jede der gesättigten erzeugenden Farben. In diesen Reihen finden sich Glieder, die wie man sich leicht überzeugen wird an Deutlichkeit und Sättigung der Farbe den besten nach anderen Methoden dargestellten Contrastfarben nicht nur nicht nachstehen, sondern dieselben noch übertreffen. Es bestätigt sich ferner in diesen Versuchen, was auch in den oben angeführten Schattenversuchen Fechner's beobachtet wird.

Daß eine Reihe von mittleren Helligkeiten des Contrastfeldes dem chromatischen Effect des Contrastes am Günstigsten ist.

Bei diesen erhält man Contrastfarben deren Helligkeit im Vergleich mit der Helligkeit der contrasterzeugenden Farbe nicht allzusehr zurücktritt und wobei die subjective Contrastfarbe selbst noch den Eindruck einer gesättigteren Farbe macht.

Diese Versuche zeigen ferner, daß gleichbleibende Wirkung einer bestimmten contrasterzeugenden Farbe vorausgesetzt die complementäre Farbe über der farblos beleuchteten Netzhautpartie erst mit dem Anwachsen des auf die letztere wirkenden Reizes sich allmälig zu einer bestimmten Intensität entwickelt, also nicht etwa auf einer objectiv ganz unerregten oder von einem verschwindend kleinen Reiz getroffenen Netzhautpartie bloß in Folge der Wirkung der auf differente Netzhautorte treffenden contrasterzeugenden Farbe schon in einer Stärke vorhanden ist, daß sie bedeutende Quantitäten von sich zumischendem Weiß noch farbig zu nuanciren im Stande wäre.

Auf unserem lichtschwächsten grauen Felde ist von der Complementärfarbe nur wenig zu sehen und wenn man die einzelnen der obigen Versuchsreihen noch überdies mit einander vergleicht, erscheint in den helleren farbigen Tafeln das lichtschwächste Contrastfeld vielmehr verdunkelt, als in jenen, welche weniger Licht durchlassen. Den untersten Grenzfall habe ich in meiner kürzlich veröffentlichen Abhandlung zur Lehre von den Contrastfarben und dem Abklingen der Farben behandelt. Diese Berichte Bd. LV. II. Abth. März-Heft. 1867.

Hat endlich der farblose Reiz ein bestimmtes Maximum der Intensität überschritten, so nimmt die Deutlichkeit der Contrastfarbe für jede unserer erzeugenden Farben wieder ab, weil der subjectiv gefärbte Eindruck an Sättigung verliert.

Wie alle Farbeneindrücke kann ich mir auch den jeweilig gegebenen subjectiven Farbeneindruck, für welchen ja bei Ausschluß des Contrastes eine ihm dem Eindrucke nach vollkommen äquivalente objective Farbe substituirt werden kann, zurückgeführt denken auf die Summe bestimmter physiologischer Intensitäten von einer bestimmten Farbe und von Weiß [1]).

Ist m diese Summe, w die Menge des darin enthaltenen Weiß, so ist $m-w$ die Farbenintensität und $s = \frac{m-w}{m}$ die Farbensättigung des Eindruckes. Nach dem unmittelbaren Eindrucke, welchen die Reihe der Contrastfarben auf das Auge macht, muß man schließen, daß von einer gewissen mittleren Helligkeit des Contrastfeldes an, sich mit dem weiteren Wachsen dieser Helligkeit in dem obigen Ausdrucke der Werth von w dem Werth von m immer mehr nähert.

Da uns alle Mittel fehlen, subjective Farbenintensitäten direct zu messen, wird sich der Satz freilich nicht exact beweisen lassen.

Allein man muß auf eine allmälige Änderung der Sättigung schließen, weil die Eindrücke auf dem Contrastfelde successive wirklich in Weiß übergehen und weil andererseits durch die Erfahrung leicht zu constatiren ist, daß Farbenmuster, welche mit unseren helleren und eben noch deutlichen Contrastfarben übereinstimmen, z. B. leicht gefärbte Gläser, wenn man successive verdunkelnde graue Gläser damit combinirt, durchaus nicht in jene dunkleren aber auffallend gesättigteren Farbentöne übergehen, welche bei der successiven Verdunklung unserer Contrastfelder sich folgen.

In den bisher mitgetheilten Versuchen war nur eine der Eingangs erwähnten Bedingungen, welche auf die subjective Contrastfarbe von Einfluß sind, zu variiren.

Es lag mir daran, jene Bedingung variirbar zu erhalten, zugleich aber auch die Helligkeit und Sättigung der contrasterzeugenden Farbe veränderbar zu machen.

Dazu dient eine geringe Abänderung der früheren Versuchsanordnungen.

---

[1]) Grassmann, Pogg. Annalen Bd. LXXXIX. p. 69 und Helmholz, physiolog. Optik.

a) Die Beleuchtung der farbigen Glastafel läßt sich verändern, indem man das Licht, welches das farbige Glas durchleuchtet, in den einzelnen Versuchen abwechselnd von dem zuerst angewendeten Spiegel oder aber von einem weißen oder heller oder dunkler grauen Papieren reflectiren läßt.

Ich bereitete aus möglichst fein verriebenem Zinkweiß und wechselnden Mengen von eben so fein verriebenem Beinschwarz verschiedene Grau und befestigte die Pigmente mit dünner farbloser Leimlösung möglichst gleichmäßig auf Papier. Das Zinkweis war ein möglichst reines aber käufliches Präparat, welches mit dem schwarzen Pigment möglichst neutralgraue Töne gab, was bei frisch gefälltem Zinkweis oder kohlensaurem Baryt nicht der Fall war, da die daraus bereiteten Grau sehr merklich ins Blaue abwichen.

Sechs nach obiger Angabe mit Grau und ein nur mit dem Weiß bemaltes Papier bildeten, wenn man die grauen Papiere mit einer rasch rotirenden Doppelscheibe verglich, die aus einer mit dem Schwarz und einer mit dem Weiß bemalten Scheibe bestand, welche nach Maxwell's Methode in einander geschoben und auf beliebige Sectoren eingestellt werden konnten, die folgende Reihe:

$$
\begin{aligned}
&W_1,\\
&W_2 = 195^\circ\, W_1 + 165^\circ \text{Schwarz},\\
&W_3 = 132^\circ\, W_1 + 228^\circ S,\\
&W_4 = 87^\circ\, W_1 + 273^\circ S,\\
&W_5 = 50^\circ\, W_1 + 310^\circ S,\\
&W_6 = 25^\circ\, W_1 + 335^\circ S,\\
&W_7 = 10^\circ\, W_1 + 350^\circ S.
\end{aligned}
$$

Unter Anwendung des Spiegels und dieser sieben Papiere zur Beleuchtung erhält man von jeder Farbe acht Helligkeitsstufen I—VIII.

b) Mit jeder der so erhaltenen Farbenstufen kann man nach der Lambert-Helmholtz'schen Methode beliebige Mengen weißen Lichtes mischen, wenn man den mit der Ocularröhre versehenen Deckel von dem früher beschriebenen Kästchen entfernt und durch eine weiße Spiegelglasplatte ersetzt, welche durch einen Schirm, der in passender Entfernung angebracht wird gegen von der Decke des Zimmers einfallendes Licht geschützt werden muß.

Der Spiegelplatte gegenüber befindet sich das verticale Brettchen, Fig. 1*a*, auf dem mittelst eines federnden Halters Scheiben

befestigt werden können, welche aus dem weißen, den grauen und dem schwarzen Papiere in Form eines den Durchmesser des Diaphragma besitzenden Kreises geschnitten sind. Die Entfernung des Brettchens ist so gewählt, daß das Spiegelbild dieser Scheiben genau in die Ebene der Glasplatten fällt.

c) Jede der unter *b* angeführten Scheiben hat in ihrer Mitte ein kreisförmiges Loch von dem Durchmesser des Loches in den farbigen Glastafeln. An der Rückseite ist sie mit dünnem Glanzpapier überzogen, damit unter ihr eine zweite volle graue Scheibe hingeschoben werden kann, deren durch das Loch sichtbarer Theil im Spiegelbilde das Contrastfeld decken soll. Das Loch in den Glasplatten, welche zu den früheren Versuchen dienten, wird jetzt mit einer matt und tief schwarzen Pappscheibe ausgelegt, oder aber man kann auch andere undurchbohrte Glastafeln von gesättigter Farbe benützen, auf welche man eine undurchsichtige schwarze Papierscheibe von entsprechender Größe klebt. Durch Wechseln der untergeschobenen vollen Papierscheibe kann die Helligkeit des Contrastfeldes variirt werden.

Es ist also für jede unserer acht Helligkeitsstufen jeder einzelnen Farbe und für jede einzelne Combination jeder dieser Stufen mit den verschiedenen Weiß die Helligkeit des Contrastfeldes siebenmal zu ändern und man erhält so bei an hellen Tagen und passender Beleuchtung angestellten Versuchen für jede einzelne Farbe eine Fülle von Contrastfarbennuancen für die directe Beobachtung. Es sollen hier nicht alle Versuche einzeln beschrieben werden. Man wird sie aber mit den angegebenen einfachen Hilfsmitteln leicht wiederholen können. Dabei wird sich von selbst ergeben, bis zu welchem Grad von Verdunklung und Zumischung von Weiß man im einzelnen Falle gehen kann. Die Mannigfaltigkeit der dabei auftretenden Contrastfarben, die oft überaus prächtig sind, ist wie gesagt, eine sehr große und wären dieselben nicht schwer nach vorliegenden Farbenmustern auszuwerthen. Hier sollen indes nur einige allgemeine Thatsachen, welche sich aus den Versuchen ergeben, besprochen werden.

1. Die Contrastfarbe erscheint, wie dies längst angenommen aber erst unlängst von Brücke[1]) experimentell näher untersucht

[1]) Diese Berichte Bd. 51, p. 461.

wurde, complementär zur contrasterzeugenden Farbe. Soweit sich das mit den Augen beurtheilen läßt, sprechen alle unsere zahlreichen Versuche dafür.

Unter Complementärfarben verstehe ich aber nach Helmholtz die einfachen oder doch mit diesen gleich aussehenden Farben

Roth und Grünlichblau,
Orange und Cyanblau,
Gelb und Indigoblau,
Grünlichgelb und Violett,
Grün und das bichromatische Purpur.

Überhaupt nur solche Farben, die in complementären Mengen mit einander gemischt ein wirkliches Weiß geben, welches an und für sich sowohl, als auch in beliebigen Mengen zu einer anderen einfachen Farbe gesetzt sich chromatisch vollkommen indifferent verhält, wenn wir uns auch bei unseren Versuchen anstatt solchem chromatisch indifferenten Weiß mit dem von weißen oder grauen Papieren reflectirten Tageslichte begnügen mußten. Das letztere enthält, wie Brücke mit Scharfsinn darzulegen suchte, einen Überschuß von Roth, den wir zwar für gewöhnlich übersehen, der sich aber geltend macht, wenn gegen die Zumischung von Roth empfindliche Farben mit reflectirtem Tageslichte vermischt werden, indem dabei nicht die Sättigung jener Farben allein, sondern auch die Tinte und zwar im Sinne von zugemischtem Roth geändert wird [Aubert[1]), Brücke[2])].

Andere Abweichungen, als solche, welche sich auf den eben angeführten Grund zurückführen lassen oder aber, wie es beim blauen Glase bei heller Beleuchtung der Fall ist, auf die Zerstreuung der objectiven contrasterzeugenden Farbe im Auge, habe ich nicht beobachtet und will daher hier, da ich Vergleiche mit Farbenmustern im Einzelnen nicht angestellt habe, auch auf den Ton der Contrastfarbe nicht weiter eingehen.

2. Wenn man einmal für die erste Helligkeitsstufe einer gesättigten Farbe, dann aber auch für alle übrigen successive folgenden Helligkeiten die Reihe der Contrastfelder vom hellsten bis zum wenigst hellen durchläuft und die Erscheinungen, welche bei Anwendung

1) l. c. p. 136.
2) l. c. p. 470 u. s. f.

der hellsten und der dunkelsten contrasterzeugenden Farbe erhalten werden, mit einander vergleicht, so bemerkt man, daß für die dunklere Farbe die Helligkeiten des Contrastfeldes, auf welchen eine deutliche chromatische Abänderung hervorgerufen wird, kleinere Werthe haben, als für die hellere contrasterzeugende Farbe. Es ist die obere Grenze herabgerückt. Ein Weiß, welches neben der ersten Helligkeit einer Farbe noch deutlich subjectiv gefärbt erscheint, ist neben der dunkelsten Stufe derselben Farbe nicht merklich chromatisch geändert.

Die untere Grenze liegt für die dunklere Farbe ebenfalls tiefer als für die hellere, da neben der letzteren wegen des Contrastes von hell und dunkel, Contrastfelder, die auf der dunkleren Farbe noch relativ lichtstark erscheinen, schon lichtschwach und schwarz aussehen.

Als Beispiel möge das Folgende gelten.

Tabelle I.

Contrast-erzeugende Farbe	Eindruck auf das Auge					
		W_1	W_2	W_3	W_4	Contrast-feld
Grün I	helles gesättigtes Grün	helles Rosa	Rosa	dunkles Rosa	Purpur ins Grau	Eindruck auf das Auge
Grün VI	dunkles aber deutliches Grün	Weiß	Weiß mit kaum merklichen Rosastich	licht-röthlich Grau	röthlich Grau	
		W_5	W_6	W_7	Contrastfeld	
Grün I	helles gesättigtes Grün	Dunkel röthlich Grau	sehr dunkel Grau-röthlich	Fast Schwarz mit röthlichen Anflug	Eindruck auf das Auge	
Grün VI	dunkles aber deutliches Grün	dunkler röthlich Grau	dunkler röthlich Grau	dunkel Grau in's Röthliche		

Was vom Grün und seiner Contrastfarbe, gilt in ähnlicher Weise auch von allen anderen Farben.

Neben lichtschwachen gesättigten Farben sind also auch alle deutlichen Contrastfarben verhältnißmäßig lichtschwach, da bei zunehmender Helligkeit des Contrastfeldes die Contrastfarbe bald in einer überwiegenden Menge von weißem Lichte unmerklich wird.

Wollte man die größte Helligkeit des weißen Lichtes, welches durch eine daneben gesetzte Farbe noch merklich farbig abgeändert wird als ein Maß für die Wirksamkeit der contrasterzeugenden Farbe ansehen, so stehen die dunkleren Farben in Bezug auf diese Wirksamkeit den helleren nach.

Man kann sich andererseits neben jede auch noch so helle gesättigte Farbe, bis zu der Grenze, wo diese selbst weißlich wird, immer ein so helles Weiß gesetzt denken, daß die Contrastfarbe in demselben unmerklich wird.

In den eben mitgetheilten Beobachtungen findet man den Grund für die Wirkung der verdunkelnden Platten in unserer ersten Versuchsreihe, ferner für die geringere Brauchbarkeit zur Darstellung von Contrastfarben, welche gesättigt gefärbte Papiere, im Vergleich mit den zu den vorliegenden Untersuchungen benützten gefärbten Gläsern darbieten.

3. Es hat sich im Vorhergehenden gezeigt, daß eine hellere Farbe, als contrasterzeugende Farbe wirksamer ist als eine dunklere.

Es soll nun die Frage behandelt werden, welchen Einfluß der Zusatz von weißem Licht zu einer bestimmten Farbe hat, wodurch eine hellere aber zugleich weniger gesättigte Nuance aus derselben entsteht.

Man kann zur Entscheidung dieser Frage die Mischungen der dunkleren Stufen unserer gesättigten Farben mit dem dunkelsten bis hellsten Weiß benützen. Also z. B. Grün VII + Weiß_2 oder Roth VIII' + Weiß_1 u. s. w. als contrasterzeugende Farbe wirken lassen und wieder die verschieden hellen Contrastfelder successive durchlaufen. Man wird bei diesen Versuchen bemerken, daß auf Contrastfeldern von einer Helligkeit, bei welcher die in der Mischung enthaltene Stufe der gesättigten Farbe für sich allein keine oder nur eine sehr unmerkliche subjective Farbe hervorbrachte, nun wieder eine deutliche Contrastfarbe zu bemerken ist, die aber an Sättigung jener nachsteht, welche man auf demselben Contrastfelde wahrnimmt,

wenn man die entsprechende Helligkeitsstufe der gesättigten contrasterzeugenden Farbe nicht durch Zusatz von Weiß, sondern dadurch, daß man die Intensität der Beleuchtung verstärkte, aufhellen würde. z. B.

Tabelle II.

Contrasterzeugende Farbe	Eindruck derselben auf das Auge	Weiß$_1$	Contrastfeld
Grün I	helles gesättigtes Grün	helles Rosa	Eindruck auf das Auge
Grün VI	dunkles Grün	Weiß	
Grün VI + Weiß$_1$	grünlich Weiß	blasses aber deutliches Rosa	

Merkwürdig ist bei der Reihe der letzteren Versuche der Fall, wo sehr viel Weiß über eine dunklere Farbenstufe und das darin ausgesparte schwarze Feld gleichmäßig ausgebreitet wird, wie es geschieht, wenn man eine möglichst helle volle weiße Scheibe allein mittelst der Spiegelglasplatte in die Ebene der farbigen Tafel projicirt, während für die letztere eine entsprechend schwache Beleuchtung hergestellt wird.

Dabei kann der Ton der objectiven Farbe soweit zurückgedrängt werden, daß man alle Mühe hat, in der Masse des gemischten weißlichen Lichtes noch die schwache Tinte der objectiven Farbe wahrzunehmen, während auf dem etwas dunkleren Contrastfelde das subjective Complement so deutlich entwickelt ist, daß mehrere unbefangene Beobachter, welche ich in den Apparat schauen ließ, sogleich die Angabe machten, sie sähen einen rosenrothen, gelben oder violetten Fleck u. s. w. auf weißem Grunde.

Hält man aber in solchen Versuchen das von unten einfallende Licht temporär ab, durch einen vor die vordere Öffnung des Kästchens, Fig. 1, gebrachten undurchsichtigen Schirm und bringt so vorerst das Spiegelbild des weißen Papieres allein zur Anschauung, so wird bei plötzlicher Entfernung des Schirmes allerdings sogleich der Übergang in die sehr weißliche contrasterzeugende Farbe bemerkt. Das

Eigenthümliche der angezogenen Versuche ist aber, daß, so lange man unbefangen auf das Versuchsfeld hinsieht und des zuletzt angeführten Vergleiches entbehrt, der Eindruck der Contrastfarbe dem Beobachter sich mehr aufdrängt, als die schwache Tinte der weißlichen contrasterzeugenden Farbe, so daß man geneigt ist die letztere für Weiß zu erklären, während man die complementäre Contrastfarbe auf dem etwas dunkleren mittleren Felde noch deutlich wahrnimmt.

Hier fällt man also ein Mißurtheil über die contrasterzeugende Farbe, indem man über der Menge weißen Lichtes, welche sie enthält, die darin vorherrschende Farbe übersieht, etwa so, wie man den gewohnten Überschuß von Roth im Tageslichte meist vernachlässigt; trotzdem sieht man aber die entsprechende subjective Complementärfarbe ganz deutlich und es ist in diesem Falle nicht recht möglich, diese wieder auf eine Urtheilstäuschung zurückzuführen, denn das Vorhandensein der letzteren ließe sich nur annehmen, wenn die erstere vermieden worden wäre.

Was die Wirkung der Zumischung von weißem Licht zur contrasterzeugenden Farbe betrifft, für welche in Tabelle II. ein Beispiel gegeben wurde, so ist hier ein von Helmholtz besonders hervorgehobenes Moment zu berücksichtigen. Es ist dies eine besondere Art von Vergleichung, zu welcher wir durch die ähnlicheren Eindrücke, die wir dabei von der weißlichen contrasterzeugenden Farbe und dem Contrastfelde empfangen, veranlaßt werden. Wir setzen die beiden Eindrücke gleichsam in Beziehung zu einem mittleren dritten, dem Weiß und fassen sie als eine Abweichung von diesem nach der einen und nach der andern Richtung auf.

Neben einer gesättigten Farbe kann eine schwache Contrastwirkung auf hellem Contrastfelde in der Maße des Lichtes, welches wir neben der contrasterzeugenden Farbe als Weiß wahrnehmen, übersehen werden. Mischt man dagegen der gesättigten Farbe sehr viel Weiß zu, so daß man es bei der Betrachtung des contrasterzeugenden Grundes und des Contrastfeldes gleichsam nur mit zwei verschiedenen Weiß zu thun hat, so wird, weil wir einen Vergleich zwischen beiden nach der oben angeführten Weise anzustellen in der Lage sind, uns eben dadurch noch eine schwache Contrastwirkung auffallen können. Nur wenn diese sehr gering ist und die Helligkeit des Contrastfeldes bedeutend überwiegt, geht der complementäre Eindruck über dem letzteren verloren, wie man bemerkt, wenn man

anstatt der schwarzen Papierscheibe, das weiße Glas in das Loch der farbigen Tafeln einlegt und darüber das Spiegelbild des weißen Papiers projicirt. Es ist aber auch das Umgekehrte möglich, wie eben die oben angeführten Grenzfälle zeigen, bei welchen über dem weniger hellen Contrastfelde die Tinte der subjectiven Contrastfarbe sich stärker hervorhob, als die Tinte der helleren weißlichen, objectiven Farbe.

Schließlich ist hier anzuführen, daß für die Reihe der Contrastfarben, wie sie durch Wechsel der Helligkeit des Contrastfeldes erhalten werden kann in Bezug auf die weißlichen Farben, dasselbe gilt, was früher für die gesättigten Farben angeführt wurde, nur ist diese Reihe nach Unten, wegen des Contrastes von hell und dunkel rascher geschlossen. Bemerkenswerth ist das tiefe Schwarz, welches auf den dunkleren Contrastfeldern neben den weißlichen Farbenstufen bei diesen Versuchen wahrgenommen wird, und welches im Vergleich mit dem, was man sonst als Schwarz anzusehen gewohnt ist, so tief, ja ich möchte fast sagen gesättigt erscheint, daß man sich der Vorstellung, man habe es dabei mit einer positiven Empfindung zu thun, fast nicht erwehren kann.

Mit den durchbohrten farbigen Glastafeln, wie sie zu den angeführten Versuchen dienten, habe ich auch noch in anderer Weise Versuche angestellt.

Dabei wurden jene Tafeln über einen 215 Millim. Seite besitzenden quadratischen Ausschnitt des Fensterladens vom Innern des verfinsterten Zimmers her aufgepaßt. So lange das Loch in der eben benützten Tafel mit dem weißen Glase ausgelegt war, bemerkte man, wenn man durch die Mitte des Loches hindurch auf einen Punkt einer gegenüberliegenden weißen Wand oder Schneefläche, was ich manchmal zu thun in der Lage war, sieht, entweder keine oder wenigstens eine kaum merkliche Contrastfarbe. Eher erscheinen dunkler graue oder farbige Körper der Außenwelt im Colorit etwas geändert.

Anders verhält es sich, wenn man graue Platten in das Loch der farbigen Tafeln einlegt. Man hat dann für einzelne derselben von gewißer mittlerer Helligkeit den sehr lebhaften Eindruck, als ob auch durch dieses graue Glas gefärbtes Licht einfallen würde, und urtheilt im Ganzen so als ob die durch das objectiv graue Glas sichtbarer

Gegenstände, ebenso wie die Gegenstände, welche man durch die größere farbige Tafel wahrnimmt, in einer farbigen Beleuchtung erscheinen würden. Die Umstände, unter welchen man hier die Contrastfarbe sieht, sind sehr eigenthümlicher Natur. Durch die graue Platte, sollten wir die Gegenstände der Außenwelt in ihren natürlichen Farben, wie im gedämpften Tageslichte sehen, da es uns ja leicht ist, diese Farben untereinander und mit der Farbe des farbigen Glases zu vergleichen. Wir empfangen aber sobald die letztere über einen großen Theil unserer Netzhaut verbreitet ist, auch von den übrigen Netzhautpartien den Eindruck einer herrschenden Farbe, die wir, wie jene, gleichsam als die Farbe des Glases, durch welches wir hindurchsehen, von der Farbe der durch dasselbe sichtbaren Gegenstände zu trennen vermögen.

Würden wir über die Zusammenstellung der Versuche nichts wissen, dann würden wir auch bei aller Überlegung die subjective Contrastfarbe dem in die farbige Tafel eingelegten grauen Glase zuscbreiben, denn Eindrücke, wie wir sie durch das mittlere Feld unserer Platten bekommen, würde man auch durch ein entsprechend objectiv gefärbtes Glas erhalten.

Für den Fall als man sorglos mit beiden Augen auf die beschriebenen Combinationen farbiger und grauer Gläser blicken würde, müßte man wieder zunächst an complementäre Nachbilder denken, welche auf das graue Feld projicirt zu successiven Contrasterscheinungen Veranlassung geben könnten. Man muß daher die Versuche wieder mit all den Vorsichten anstellen die oben angeführt wurden.

Ich sah ferner die Contrastfarben auch, wenn ich einen Schieber ähnlich wie in Volkmann's Tachistoscop rasch vor der Tafel sich vorbei bewegen ließ.

So wie man, wenn es sich um die reinen Contrasterscheinungen handelt, die Nachbilder möglichst zu vermeiden suchen muß, kann man umgekehrt um den Einfluß, welchen die Nachbilder auf unsere Versuche gewinnen könnten, richtig beurtheilen zu lernen diese Nachbilder absichtlich in voller Deutlichkeit sich zur Anschauung bringen. Man braucht nur anfangs durch eine Stelle der farbigen Tafel hindurch zu sehen und dann die Blicke rasch zu wechseln, um prächtige subjective Farben, die an Sättigung des Farbentones den Contrastfarben weit überlegen sind, wahrzunehmen.

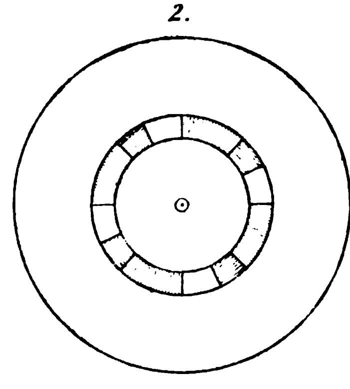
Die Täuschung als ob man durch zwei in einander gelegte gefärbte Gläser sehen würde bleibt begreiflich dieselbe, indem auf das durchsichtige graue Feld das complementäre Nachbild projicirt wird.

Man kann ferner auch den Versuch anstellen, auf welchen einst Lehot eine Theorie der zufälligen Farben zu gründen suchte. Nachdem man sich in einiger Entfernung vor der Tafel aufgestellt und den Versuch einen Punkt durch die Mitte der grauen Platte fixirend begonnen hat, nähere man sich plötzlich der Tafel an, dann zerfällt das mittlere Feld in zwei Theile eine äußere ringförmige Zone, welche in der prächtigen Farbe des complementären Nachbildes erscheint und eine mittlere Kreisfläche, welche schwach die Tinte des farbigen Glases zeigt.

Auch mittelst lebhaft gefärbter Papiere kann man sich ähnliche Eindrücke verschaffen, wie wir sie eben mit Hilfe von farbigen Glastafeln erhielten. Die Erscheinungen bleiben aber, was die Deutlichkeit und Stärke der subjectiven Farben betrifft, hinter jenen weit zurück.

Man schneide sich für einen Rotations-Apparat mit Schnurlauf aus lebhaft gefärbten Blumen oder Tapetenpapieren Scheiben aus, auf welchen in einiger Entfernung vom Mittelpunkte ein concentrischer Ring von einiger Breite angezeichnet wurde, aus diesem Ring werden vier Oktanten ausgeschnitten die übrigbleibenden vier Oktanten aber mit guter schwarzer Deckfarbe bemalt oder mit schwarzem Papiere überklebt. Jede solche Scheibe wird auf eine Scheibe aus schwarzem Papiere gelegt, aus welcher ebenfalls vier Oktanten ausgeschnitten wurden. Ein solches Scheibenpaar Fig. 2 befestige man mittelst einer ebenfalls durchbrochenen schwarzen Pappscheibe an dem Rotationsapparat.

2.



Man kann nun diese Scheiben bei offenen Oktanten oder aber bei durch Verstellung der unterliegenden schwarzen Scheibe beliebig verkleinerten offenen Sectoren in rasche Rotation versetzen.

Sieht man dann durch eine Stelle des dabei entstehenden durchsichtigen homogenen Ringes auf eine in einiger Entfernung dahinter befindliche weiße Papierfläche, so hat man den Eindruck, als ob man durch einen je nach der Größe der offenen Sectoren in verschiedenen Nuancen der Complementärfarbe des Papieres erscheinenden Schleier hindurchsähe.

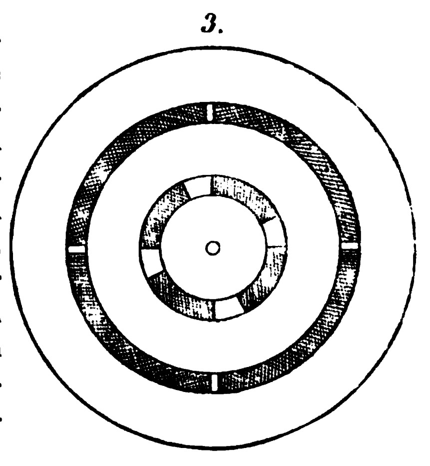
Meinen Scheiben gab ich die folgenden Masse. Der Durchmesser derselben beträgt 26 Centim. Die Entfernung des Ringes, aus welchem die Oktanten geschnitten sind vom Mittelpunkte ist 4 Centim. Die Breite des Ringes 2 Centim. Fig. 2.

Legt man unter die genannten Scheibenpaare anstatt der durchbrochenen Pappscheibe eine mit weißem Papiere überspannte Scheibe und befestigt sie damit an dem Rotationsapparat, so nimmt man an den rotirenden Scheiben complementär gefärbte Ringe wahr und kann durch Verstellen der Sectoren wieder die Reihe der Nuancen einer Contrastfarbe durchlaufen.

Man erhält, wenn man dabei von ganz offenen Sectoren ausgeht, anfangs mit der zunehmenden Verkleinerung der Sectoren immer lebhaftere Farben bis schließlich bei steigender Verdunklung des Ringes nur noch lichtschwache Farben übrig bleiben.

Für den directen Vergleich verschiedener einer bestimmten Farbe entsprechender Nuancen der Contrastfarbe habe ich aus den Papieren Scheiben von 29 Centim. Durchmesser geschnitten. Auf denselben wurden in einer radialen Entfernung von 45 Millim. und 95 Millim. vom Mittelpunkte zwei 15 Millim. breite schwarze Ringe angebracht. In dem inneren Ringe wurden sich kreuzweise gegenüberliegend vier Sectoren von einer Winkelbreite von 25° ausgeschnitten, in dem äußeren Ringe vier eben solche Sectoren, deren Winkelbreite aber nur 4° beträgt. Solche Scheiben mit einer untergelegten weißen Scheibe in rasche Rotation versetzt, zeigen sehr schöne Contrasterscheinungen. Fig. 3.

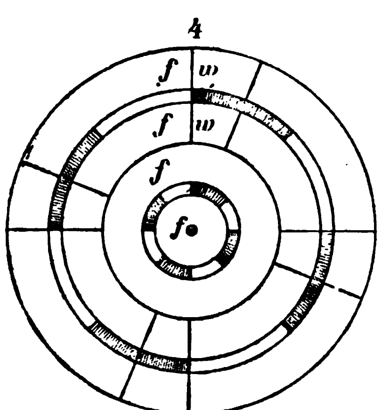
3.



Scheiben wie sie eben beschrieben wurden, sind, da es in Bezug auf den chromatischen Effect des Contrastes auf eine Abstufung der Helligkeit des Weiß zu meist ankommt, jedesfalls einfacher und belehrender, als unter Anwendung farbiger und verschieden grauer Papiere angestellte Versuche.

Vor andern zum Zweck der Darstellung von Contrastfarben angegebenen Scheiben z. B. den Helmholtz'schen [1]) und denen von Burkhardt [2]) unterscheiden sie sich einmal durch die Stellbarkeit der Sectoren und dann dadurch, daß gesättigtere Farben als contrasterzeugende Farben verwendet werden, während bei jenen weißliche Farben dazu dienen.

Wollte man die Contrastfarben der ersteren mit denen der letzteren vergleichen, so kann man sich nach dem angeführten Principe Scheiben mit offenen Sectoren einrichten wie sie in Fig. 4 abgebildet sind, dabei bedeuten *f* die farbigen Flächen *r* und *r'* die zwei Ringe, *w* sind weiße Sectoren. Anstatt die schwarzen Ringe auf die farbigen Scheiben zu malen kann man auch, wenn man hinreichend dünne Papiere hat, eine Reihe von Scheiben aus den farbigen und schwarzen Papieren ausschneiden sie in der Mitte über einander kleben und die Sectoren ausschneiden, so daß die in Fig. 4 abgebildete Zeichnung entsteht.



Ein Resultat, welches aus allen im Vorangehenden mitgetheilten Versuchen sich sofort ergibt, ist, daß für die Erscheinung der complementären Contrastfarben besondere Gesetzmäßigkeiten herrschen, die bei den Versuchen jene Erscheinung zu erklären gewiß nicht weniger berücksichtigt werden müssen, als die meist allein beachtete Thatsache des complementären Tones der subjectiven Farbe.

---

[1]) Physiolog. Optik p. 411.

[2]) Poggendorff's Annalen 1861. p. 596.

Die bekannten Erscheinungen des Contrastes von Hell und Dunkel und die complementären Contrastfarben zeigen zunächst, daß die Vorgänge, welche zwischen je einen von zwei Reizen, die gleichzeitig differente Stellen der Netzhaut treffen und zwischen das fertige Urtheil über die entsprechenden Eindrücke sich einschieben, wechselseitig bestimmend auf einander wirken.

Dabei könnte man an dreierlei denken.

1. An eine Mit- oder Reflexempfindung, welche durch den Reiz, der die eine Stelle direct trifft, gleichzeitig an der andern Stelle ausgelöst wird und sich mit der directen Reizung dieser zweiten Stelle combinirt.

Daß solche Mit- oder Reflexempfindungen dabei nicht in Betracht kommen, ergibt sich, wenn man bedenkt, daß solche auch auf einer ganz unerregten Netzhautstelle in Folge der Wirkung des auf die andere Stelle treffenden Reizes vorhanden sein müßten, wogegen alle Erfahrungen sprechen[1]. Die Wirkung des Reizes, der die eine Stelle trifft, äußert sich vielmehr immer nur darin, daß ein gleichzeitig die andere Stelle treffender Reiz zu einer anderen Empfindung führt, als wenn der letztere allein vorhanden gewesen wäre.

2. Es erhält also die Erregung, von welcher der letztere Reiz gefolgt ist, gleich in den peripherischen Perceptionsorganen oder in den centralen Empfindungsorganen oder aber irgendwo in der Leitung zwischen beiden einen anderen Werth, wenn er gleichzeitig mit einem anderen eine differente Netzhautstelle treffenden Reiz wirkt, als wenn jener allein vorhanden wäre.

3. Es bleiben in beiden Fällen die physiologischen Vorgänge dieselben und nur das unmittelbare Sinnesurtheil ist in beiden Fällen verschieden und wir können dieses nach einer verstandesmäßigen Überlegung das eine Mal richtig, das andere Mal falsch nennen.

Die Frage, ob die Contrasterscheinungen im Gebiete des Licht- und Farbensinnes sich nach der einen oder nach der andern der zwei zuletzt angeführten Möglichkeiten erklären, ist schwer zu entscheiden.

So lange das Bestehen einer Urtheilstäuschung bei der Wahrnehmung einer Contrastfarbe nur durch Analogien und Ausschließun-

---

[1] Siehe auch A. Rollett zur Lehre von den Contrastfarben und dem Abklingen der Farben. d. B. Bd. LV. II. Abth. Märzheft 1867.

gen wahrscheinlich gemacht ist, kann ich es eben nicht als bewiesen ansehen. Das letztere wäre erst dann der Fall, wenn ich in jeder einzelnen Erscheinung den Momenten, welche das Mißurtheil bedingen, nachgehen und es daraus entwickeln könnte. Kurz die Urtheilstäuschung muß, um mich so auszudrücken, eine erklärbare Mechanik haben, wenn die Erklärung einer Erscheinung aus einer Täuschung des Urtheiles nicht zu einer leeren Umschreibung der Thatsachen werden soll.

Haben wir eine solche Einsicht in den Proceß der Urtheilstäuschung, auf welcher im einzelnen Falle die Wahrnehmung der Contrastfarbe beruhen soll? Helmholtz [1]) ist der Einzige, dessen Scharfsinn es gelungen ist, für einzelne Contrastversuche die schwierig aufzudeckenden Momente, welche hier in Betracht kommen könnten nachzuweisen.

Allein, wenn sich in einzelnen Fällen auch solche Momente nachweisen lassen, welche eine Täuschung des Urtheiles bedingen könnten, müssen wir darum den Grund der Contrasterscheinungen im Allgemeinen und ausschließlich und wesentlich in einer Täuschung des Urtheiles suchen?

Wie sollen wir denn in diesem Falle den gesetzmäßigen Zusammenhang der Contrastfarbe mit den verschiedenen Bedingungen, über welche wir früher gehandelt haben, erklären, um von jenen Versuchen gar nicht zu reden, welche der Annahme einer Urtheilstäuschung geradezu widersprechen?

Ich glaube, daß man vorerst eine Thatsache, welche bei allen Contrasterscheinungen gemeinschaftlich sich geltend macht, ganz ohne Rücksicht auf irgend welche physiologische Theorie, in Betracht ziehen müsse.

Wenn mir von zwei gleich grauen Scheiben, welche bei einer bestimmten Beleuchtung eine gewisse Menge weißen Lichtes zurückwerfen, die eine auf schwarzen Grund gelegt heller, die andere auf weißen Grund gelegt dunkler erscheint, so bringt die erstere einen Eindruck von höherer, die letztere einen Eindruck von geringerer physiologischer Intensität hervor. Man nehme nun eine ganze Reihe verschieden heller Papierblätter, also eine Reihe von Papieren, die mit möglichst tiefem Schwarz beginnt und mit

[1]) Physiolog. Optik p. 407—412.

reinem Weiß endigt, zwischen beiden aber eine Anzahl von einerseits an das Weiß, andererseits an das Schwarz sich anschließende Grau enthält, und lege die Blätter in einiger Entfernung von einander auf einen schwarzen Grund. Auf jedes der Papiere lege man aber eine kleine graue Scheibe. Und zwar seien die kleinen Scheiben alle aus demselben, einem der mittleren Grau der früheren Reihe geschnitten.

Hat man sich einen solchen Versuch zusammengestellt, dann nehme man möglichst tadellose Contrastversuche vor und vergleiche dabei zunächst immer nur die zwei auf nebeneinander liegenden Gründen befindlichen Scheiben.

Man wird dann durch eine Reihe von Beobachtungen leicht die Überzeugung gewinnen, daß die auf den verschieden hellen Gründen liegenden kleinen Scheiben von objectiv gleicher Helligkeit den Eindruck einer fein abgestuften Helligkeitsreihe hervorbringen. Als hellstes Glied erscheint die auf schwarzem Grunde liegende Scheibe, als das Dunkelste, die auf weißem Grunde liegende Scheibe. Kurz der Versuch zeigt, daß das Grau der kleineren Scheiben die subjective Intensität, welche dasselbe im günstigsten Falle, wenn es auf schwarzem Grunde liegt, auszulösen im Stande ist, nicht mehr auslöst, sondern relativ immer kleinere Intensitäten auslöst, wenn die Helligkeit des Grundes, auf welchem es liegt, immer mehr zunimmt. Mit anderen Worten, die zunehmende Erregung des Netzhautareales, welches seinen Reiz vom Grunde empfängt, hemmt zunehmend den zur bewußten Wahrnehmung gelangenden physiologischen Effect des auf jenem Grunde liegenden Grau.

Es steht nun von vorneherein nichts der Annahme entgegen, daß das, was in dem früheren Versuche mit dem Weiß der kleineren Scheiben in toto geschieht, auch mit jeder beliebigen Componente desselben geschehen kann. Mit dieser Annahme wäre aber ein auch die übrigen Contrasterscheinungen umfassendes Princip gewonnen, welches man die Gegenwirkung gleicher Qualitäten nennen könnte.

Man denke sich in einem Versuche wie der vorhergehende statt der vom Schwarz zum Weiß übergehenden Gründe eine Reihe vom Schwarz bis zu einer möglichst intensiven gesättigten Farbe und wieder auf allen Gründen farblose Scheiben von einer bestimmten Helligkeit. Wenn nun die auf dem Grund anwachsende Farbe zunächst nur den physiologischen Effect der ihr gleichnamigen Componente

des Weiß der kleineren Scheiben zunehmend beeinträchtigte, so würden wir von den objectiv farblosen Scheiben eine Reihe von Eindrücken vom Weiß zu weißlichen und zu gesättigteren Tönen der Complementärfarbe erhalten. In der That läßt sich, wie früher gezeigt, eine solche Farbenfolge auf dem Contrastfelde beobachten, wenn man in den Versuchen mit den farbigen Gläsern für ein Contrastfeld von bestimmter Helligkeit die Reihe der Helligkeitsstufen einer bestimmten Farbe durchläuft. Würden wir auf derselben Helligkeitsreihe einer bestimmten Farbe die Helligkeit der farblosen Scheiben variiren, so würden sich für jedes Glied der Reihe die Erscheinungen wiederholen, welche wir früher beim Wechsel der Intensität des Contrastfeldes beobachtet haben.

Auch die Modificationen, welche zwei Farben durch Gegeneinandersetzen erleiden, erklären sich nach diesem Principe am einfachsten, wie sich ergeben wird, wenn man meine Abhandlung über die Veränderung der Farben durch den Contrast vergleicht, wo ich Versuche beschrieb, welche die Farbenmodificationen in ihrer Beziehung zum Farbensysteme darlegen sollen. Diese Berichte Bd. LV. II. Abtheilung, Februarheft 1867.

So wie eine weiße Scheibe auf schwarzem Grunde am hellsten, auf einem Grund der ihre Helligkeit um ein Vielfaches übertrifft dunkler, auf einem Grund von gleicher Helligkeit aber weder so hell wie auf Schwarz, noch so dunkel wie auf hellerem Grunde erscheint; so erscheint eine Scheibe aus grünem, rothen u. s. w. Papier auf schwarzem Grunde heller und weniger gesättigt auf hellweißem Grunde dunkler und gesättigter, auf gleich grünem Grunde erscheint sie weder so hell wie auf Schwarz noch so gesättigt wie auf Weiß[1]).

Für die Vorstellung, daß die subjective Färbung von objectivem Weiß beim simultanen Contrast mit einer Farbe entstehe gleichsam durch eine subjective Zerlegung einer bestimmten physiologischen Menge des Weiß in zwei complementäre Componenten, von denen nur die eine zur Wahrnehmung gelangt, die andere aber entfällt, spricht auch noch der Umstand, daß man successive die beiden der supponirten Componenten beobachten kann, wie es nach Fechner

[1]) Über die Wirkung von Weiß und Schwarz auf Farben vergleiche Chevreul l. c. p. 28—33.

bei anhaltendem Fixiren der Fall ist, auch in Fällen, wo, wie man sich überzeugen kann, an eine Zerstreuung der auf das Weiß wirkenden objectiven Farbe im Auge nicht wohl gedacht werden kann.

Die gleichnamige Componente tritt aber dann über die anfänglich vorhandene complementäre Componente hervor, jemehr die Netzhaut gegen die Farbe, welche anfänglich auf das Weiß wirkte, ermüdet.

Das was bei allen Contrastversuchen gleichmäßig in Betracht kommt, ist also, daß ein bestimmter Reiz der den Netzhautort *a* trifft und einen auf diesen Netzhautort bezogenen Eindruck von bestimmter Qualität zur bewußten Wahrnehmung bringt auch die Wirkung hat daß in einem gleichzeitigen Eindruck, welcher auf einen zweiten von einem anderen Reiz getroffenen Netzhautort *b* bezogen wird, ein aliquoter Theil der dem ersteren Eindrucke gleichnamiger Componente entfällt, während derselbe vorhanden gewesen wäre, wenn auf den Ort *b* derselbe Reiz für sich allein bei übrigens ganz unerregter Netzhaut gewirkt hätte.

Der Größe nach muß man sich jene Componente zunächst abhängig denken von der Intensität der Reize, von der relativen Ausdehnung, welche man ihnen auf der Netzhaut anweist, von der Dauer der Erregung, es wirken aber außer diesen, wie es namentlich die localen Contraste wahrscheinlich machen, noch viele andere Bedingungen darauf ein, als deren Function ich mir jene vorstellen muß.

Ist es nun möglich die Gegenwirkung gleicher Qualitäten und den quantitativen Effect derselben im gegebenen Falle aus nur psychischen Processen zu erklären?

Oder sind sie der Ausdruck physiologischer Wechselwirkungen in den Nervenbahnen?

Das Erstere ist nicht wahrscheinlich. Wie könnte man sich die letzteren vorstellen? Darüber lassen sich allerdings nur Andeutungen geben.

Nach Thomas Young's Hypothese müssen alle Unterschiede von Licht und Farbeneindrücken schließlich zurückgeführt werden, auf Unterschiede in der Intensität oder dem Verhältniß der Intensitäten, mit welchen die Erregung bestimmter Nervenfasern in den empfindenden Centralorganen anlangt. Man könnte sich nun vorstellen, daß irgend wo in die Leitung zwischen den peripherischen Perceptionsorganen und dem centralen Empfindungsorgane Vorrichtungen eingreifen, welche unter Umständen der Erregung die einem bestimmten

objectiven Reize folgt, bis zu ihrem Einlangen im empfindenden Centralorgane verschiedene Werthe zu ertheilen vermag. Vorrichtungen, welche selbst wieder von differenten Orten der Peripherie aus in Thätigkeit gesetzt würden Die Modification, welche dadurch hervorgebracht wird, ist an sich nicht Gegenstand unserer Empfindung, sie macht sich aber geltend, wenn die Netzhautstelle in deren Verknüpfung mit den Centralorganen jene Modification eingreift, selbst direct erregt wird. Der Reiz der letzteren Netzhautstelle würde in diesem Falle gleichsam als Reagens zum Nachweise der Modification angesehen werden können. Diese Wirkung der gleichzeitigen Erregung differenter Netzhautstellen müßte man als eine wechselweise ansehen.

Eine Analogie würde eine solche Deutung der Contrasterscheinungen vielleicht in den Hemmungsvorgängen finden, auf welche man heute zahlreiche vom Nervensysteme abhängige Erscheinungen zurückführt.

Sie würde ferner eine große Verwandtschaft der subjectiven Contrastfarben mit den complementären Nachbildern involviren, wenn man für die letzteren die von Fechner zuerst gegebene, von Helmholtz mit der Young'schen Farbenhypothese in Einklang gebrachte Erklärung annimmt. Das sind, wie gesagt, nur Andeutungen über die Möglichkeit einer physiologischen Wechselwirkung der auf differente Netzhautorte bezogenen gleichzeitigen Eindrücke. Wollte man dagegen einwenden, daß wegen der Vielfachheit und Complicirtheit der organischen Verbindungen, welche sie voraussetzt gar nicht daran zu denken ist, dann möge man sich vergegenwärtigen, daß Mannigfaltigkeit und Complicirtheit des Baues und der Verbindungen sowohl für die Netzhaut, als auch die mit derselben zusammenhängenden Centralapparate des Sehorganes ein anatomisch erwiesenes Factum ist, welches uns in seiner functionellen Bedeutung eines der schwierigsten Probleme der Physiologie hinstellt.

Untersuchungen über Molybdänsäure und deren Salze.

Von **Franz Ullik**,

Assistenten an der technischen Hochschule in Graz.

Seit der umfassenderen Arbeit von Svanberg und Struve über die Verbindungen der Molybdänsäure haben sich einige Chemiker nur gelegentlich mit der Untersuchung verschiedener Salze beschäftigt, während die Verbindungen der, der Molybdänsäure so nahestehenden Wolframsäure das Interesse der Forscher in höherem Grade erregt zu haben scheinen. Es war hiemit zu erwarten, daß ein eingehendes Studium der Verbindungen der Molybdänsäure noch so manche wichtige Aufschlüsse über das Verhalten dieser interessanten Säure zu Tage fördern könnte, und ich unternahm daher über Aufforderung des Herrn Prof. Dr. Gottlieb vorliegende Arbeit.

Als Material zu den Untersuchungen wurde Gelbbleierz von Bleiberg in Kärnthen benützt und aus diesem das gewöhnliche Ammonsalz als Ausgangspunkt für anderweitige Verbindungen dargestellt. Zur Verarbeitung des Minerals wurde keine der bisher bekannten Methoden angewendet, sondern dessen Zersetzung mittelst Salzsäure bewerkstelligt, welches Verfahren mancherlei, zu seinen Gunsten sprechende Vortheile darbietet. Die Anwendung der Schwefelakalimetalle zur Aufschließung des Gelbbleierzes ist bei Verarbeitung größerer Mengen, höchst lästig, unbequem und zeitraubend. Ähnliches gilt von dem Schmelzen mit kohlensauren Alkalien. Besser ist noch die Behandlung mit Schwefelsäure, am praktischesten erwies sich aber die Zersetzung mittelst Salzsäure.

Die Vortheile der letzteren Methode bestehen darin, daß sie, weil käufliche, rohe Salzsäure zu Verwendung kommt — obschon man beträchtliche Quantitäten derselben verbraucht — am wenigsten kostspielig ist, in verhältnißmäßig kürzester Zeit zu einem reinen Präparate führt und gestattet, ziemlich große Mengen des Materials auf einmal in Arbeit zu nehmen. Um reines Ammonsalz nach dieser Methode zu gewinnen, wurde auf folgende Weise verfahren;

Das Gelbbleierz, welches sehr viel Gangart (vorwiegend aus kohlensaurem Kalk bestehend) enthielt, wurde zunächst mit sehr stark verdünnter Salzsäure behandelt, um den größten Theil des Kalkes wegzuschaffen, der Rückstand sodann mit einem großen Überschuß von roher Salzsäure gekocht. Dabei bildet sich Chlorblei und die Molybdänsäure löst sich in der Salzsäure zu einer blauen Flüssigkeit auf, indem eine theilweise Reduction eintritt. Die erhaltene blaue Lösung wurde abgegossen, durch Abdampfen concentrirt, wobei das noch gelöste Chlorblei größtentheils herauskrystallisirte, von letzterem durch Abgießen getrennt, zur möglichst vollständigen Entfernung des Bleies mit etwas Schwefelsäure versetzt, und durch Asbest filtrirt. Das Filtrat wurde eingedampft und, sobald es dickflüssig zu werden begann, Salpetersäure bis zur Entfärbung hinzugefügt, um die Oxydation der blauen Verbindung zu bewirken, zu welchem Zwecke eine, verhältnißmäßig sehr geringe Menge der letzteren Säure ausreicht. Dann wurde die Masse vollständig zur Trockene gebracht, die so gewonnene rohe Molybdänsäure mit roher Ammoniakflüssigkeit im Überschuß behandelt, die Lösung von dem geringen, größtentheils, aus Eisenoxyd und Thonerde bestehenden Rückstand abfiltrirt. Diese Lösung ist gewöhnlich noch etwas blau gefärbt. Versetzt man sie mit sehr wenig Schwefelammonium und läßt sie einige Zeit stehen, so entfärbt sie sich unter Abscheidung eines braunen Niederschlages. Dampft man sie nun bis zur Krystallisation ein, so resultirt beim Erkalten das gewöhnliche Ammonsalz, welches durch ein höchstens zweimaliges Umkrystallisiren vollkommen rein und fast vollständig frei von Phosphorsäure erhalten wird. Aus der Mutterlauge läßt sich durch abermaliges Abdampfen und Umkrystallisiren noch eine ansehnliche Menge reinen Salzes gewinnen. Es ist nicht immer nöthig die Lösung des Salzes vollständig zu entfärben, da eine geringe blaue Färbung beim Abdampfen von selbst verschwindet und auf die Reinheit des Salzes keinen nachtheiligen Einfluß ausübt. Daß das Salz so schnell fast vollständig phosphorsäurefrei erhalten werden kann, mag seinen Grund darin haben, daß in der Gangart des Erzes als Begleiterin des kohlensauren Kalkes, kohlensaure Magnesia vorkommt, wodurch Magnesia in die Lösung der Molybdänsäure gelangt, und bei Behandlung der rohen Säure mit Ammoniakflüssigkeit, phosphorsaure Ammonmagnesia gebildet wird, die im Rückstande bleibt. Daß Magnesia in der Lösung des rohen molybdänsauren Ammon's enthalten

war, zeigte sich bei der Verarbeitung der letzten Mutterlaugen, indem bei dem Auskrystallisiren der letzten Antheile des Ammonsalzes, eine geringe Menge von Krystallen auftrat, die in Form und Eigenschaften sich auffallend von den Krystallen jenes Salzes unterschieden. Sie zeigten sich zusammengesetzt aus Magnesia, Ammon, Molybdänsäure und Schwefelsäure. Ich werde weiterhin Gelegenheit haben, über diese merkwürdigen Krystralle noch einiges mitzutheilen.

Die reine Säure wurde aus dem Ammonsalz dadurch erhalten, daß das zerriebene Salz, in Portionen von 8 bis 10 Grammes in flachen Porzellanschalen zu einer dünnen Schicht ausgebreitet, mehrere Stunden lang, unter häufigem Umrührem erhitzt wurde, bei einer Temperatur, welche Rothglühhitze nicht erreichte. Nur so gelingt es, eine so hell als möglich gefärbte Säure darzustellen. Erhitzt man zu kurze Zeit, so ist das Product, da Anfangs eine partielle Reduction eintritt, mehr oder weniger dunkel graugrün gefärbt. Blendend weiß ist die reine Säure nicht, sondern zeigt, auch bei der sorgfältigsten Bereitung, immer einen Stich in's Gelbgrüne oder Graugrüne.

Es war mir zunächst darum zu thun, die Mannigfaltigkeit der Verbindungsverhältnisse der Molybdänsäure mit Basen kennen zu lernen, Näheres über den eigentlichen Charakter derselben zu erfahren, und zu sehen, ob dieselbe in mehreren Modificationen auftritt.

Es lassen sich für die bisher von Anderen und mir dargestellten Salze der Molybdänsäure nachstehende Typen aufstellen:

$$MO,\ MoO_3 + nHO$$ [1]
$$MO,\ 2MoO_3$$
$$3MO,\ 7MoO_3 + nHO$$
$$MO,\ 3MoO_3 + nHO$$
$$MO,\ 4MoO_3 + nHO$$
$$MO,\ 8MoO_3 + nHO.$$

Ich bemerke, daß ich mich hiebei, wie auch in der Folge bei Anführung des Thatsächlichen über die einzelnen Verbindungen, die ich in der aufgestellten Reihenfolge jener Typen abhandeln werde, der Äquivalentenformeln [2] bediene, und am Schlusse einige theoretische Betrachtungen anknüpfen werde.

---

[1] M = Metall.

[2] Mo = 46, O = 8.

Nebst den Reihen von Salzen, welche den angegebenen allgemeinen Formeln entsprechen, gibt es noch mehrere Doppelsalze, die ich dann jenen folgen lasse.

Salze nach der allgemeinen Formel:

$$MO, MoO_3+nHO.$$

Das Ammonsalz NH_4O, MoO_3. Wurde von Svanberg und Struve dargestellt. Es ist wenig beständig, verliert bei längerem Liegen Ammon und hinterläßt dann beim Auflösen im Wasser ein säurereicheres Salz als schwer lösliches weißes Pulver.

Das Kalisalz KO, MoO_3. Svanberg und Struve erhielten dieses Salz durch Eintragen vor dreifachsaurem Salz in eine Lösung von Ätzkali in starkem Weingeist, und Krystallisirenlassen der ausgeschiedenen öligen Masse über Schwefelsäure.

Ich stellte das Salz dar, indem ich Molybdänsäure und kohlensaures Kali zu gleichen Äquivalenten zusammenschmolz, die geschmolzene Masse in heißem Wasser löste, nach dem Erkalten die Lösung von dem dabei ausgeschiedenen sauren Salz trennte, und über Schwefelsäure verdunsten ließ. Dieses saure Salz habe ich nicht näher untersucht.

Die Krystalle des neutralen Salzes sind gewöhnlich mikroskopisch klein; mitunter erhielt ich größere, mit freiem Auge deutlich erkennbare. Sie wurden durch wiederholtes Pressen zwischen Fließpapier von der anhängenden Mutterlauge befreit. Ich kann die Angaben von Svanberg und Struve[1]) über die Eigenschaften des Salzes bestätigen. Es ist in kaltem Wasser sehr leicht löslich, an feuchter Luft zerfließlich, schmilzt erst bei sehr starker Rothglühhitze, und das geschmolzene Salz erstarrt beim Abkühlen zu einer kaum merkbar krystallinischen Masse, die nach dem vollsändigen Erkalten in ein feines weißes Pulver zerfällt. Es ist dies dieselbe Erscheinung, wie sie das geschmolzene zweifachchromsaure Kali zeigt, und welche Mitscherlich durch die nach verschiedenen Richtungen hin ungleiche Zusammenziehung der Krystalle erklärt.

Svanberg und Struve nahmen $^1/_2$ Äquivalent Wasser in dem Salze an. Es dürfte jedoch entschieden als wasserfrei anzunehmen

---

[1]) Journ. f. pract. Chem. XLIV. 265.

sein, da ich eine so geringe Menge Wasser darin fand, daß dasselbe jedenfalls als mechanisch eingeschlossenes zu betrachten ist.

0·6107 Grm. des Salzes gaben	0·0121 Grm. Wasser, welches	1·982 Pct. entspricht
0·8476 „ „ „ „	0·0131 „ „ „	1·545 „ „
0·6095 „ „ „ „	0·0068 „ „ „	1·115 „ „

Der Wassergehalt ist daher ziemlich veränderlich und die höchste darin gefundene Menge entspricht blos $^1/_4$ Äquivalent.

Die Kalibestimmung[1]) gab folgende Resultate:

I 0·5986 Grm. geschmolzenes Salz gaben 0·4468 Grm. schwefelsaures Kali entsprechend 0·2416 Grm. Kali.

II. 0·8345 Grm. geschmolzenes Salz gaben 0·6147 Grm. schwefelsaures Kali entsprechend 0·3324 Grm. Kali.

In Procenten:

	I.	II.	Mittel
Kali	40·360	39·832	40·096

Die Formel KO, MoO_3 verlangt 40·222 Proc. Kali.

---

[1]) Bezüglich der Analyse der molybdänsauren Salze und der Bestimmung der Molybdänsäure will ich bemerken, daß, wie bekannt, die Bestimmungsmethoden dieser Säure unzuverlässig sind. Ich habe mehrfache Versuche angestellt, eine genaue, verläßliche Methode aufzufinden, allein ohne Erfolg; deßhalb zog ich es vor, in den Salzen bloß alle andern Bestandtheile, außer der Molybdänsäure, mit größter Sorgfalt zu bestimmen. Was speciell die Alkalisalze anbelangt, so wurde bei denselben die Abscheidung der Molybdänsäure in folgender Weise vorgenommen: Das Salz wurde, nachdem durch mäßiges Glühen der Wassergehalt bestimmt war, mit Hülfe von Ammoniakflüssigkeit gelöst, was selbst bei den säurereichen Salzen ziemlich leicht geschieht, die Lösung mit Salzsäure im Überschuß versetzt, zum Sieden erhitzt, dann Schwefelammonium bis zum Vorwalten hinzugefügt, endlich nochmals Salzsäure in ziemlichen Überschuß zugesetzt. Das entstandene Schwefelmolybdän wurde zuerst durch Dekantation mit heißem Wasser, dem stets etwas Salzsäure hinzugefügt wurde, und schließlich auf dem Filter vollständig ausgewaschen. Das Filtrat wurde nun auf ein Minimum eingedampft, wobei sich noch etwas Schwefelmolybdän abscheidet, filtrirt, zur Trockene abgedampft, der Rückstand zur Entfernung des Salmiaks geglüht, in Wasser gelöst, wobei immer noch ein brauner Rückstand blieb, filtrirt, und das Alkali dann nach bekannter Methode als schwefelsaures Salz bestimmt. Nur so ist es möglich, eine vollständige Abscheidung der Molybdänsäure zu erzielen. Das schwefelsaure Salz muß vollkommen weiß sein; ist die Trennung der Säure nicht vollständig erfolgt, so zeigt es eine gelbe oder bräunliche Färbung.

Delafontaine[1]) gibt an, das Kalisalz $KO, MoO_3 + 5HO$ durch Zusammenschmelzen gleicher Äquivalente von Molybdänsäure und kohlensaurem Kali erhalten zu haben, welches in großen hexagonalen Prismen leicht krystallisirt und schon unter der Rothglühhitze schmilzt. Ich habe nie, trotzdem ich den Versuch sehr oft wiederholte, auf diese Weise ein derartiges Kalisalz erhalten, sondern immer jenes oben beschriebene, wasserfreie, in sehr kleinen Krystallen auftretende, das erst bei ziemlich hoher Temperatur schmilzt. Das von Delafontaine dargestellte Salz ist kein Kalisalz, wie ich später zeigen werde, sondern ein Doppelsalz, welches Kali und Natron enthält. Ich habe dieses Doppelsalz auf verschiedene Weise dargestellt, und es stimmt in der Krystallform und den sonstigen Eigenschaften vollkommen mit jenem angeblichen Kalisalze Delafontaine's überein.

Das Natronsalz $NaO, MoO_3 + 2HO$. Dieses, schon ziemlich lange bekannte Salz wurde wiederholt von mehreren Chemikern dargestellt. Svanberg und Struve beschreiben es als ein, in kleinen spitzen Rhomboedern krystallisirendes Salz. Zenker und in neuester Zeit Delafontaine konnten es nicht in dieser Form erhalten, sondern immer in kleinen perlmutterglänzenden Blättchen. Ich habe es auch nur in letzterer Form erhalten. Beim freiwilligen Verdampfen von Lösungen beträchtlicher Mengen dieses Salzes bekam ich größere Krystalle, welche mit freiem Auge deutlich als schiefe rhombische Tafeln erkennbar waren und ausgezeichneten Perlmutterglanz besaßen. Es gleicht im Äußern ganz dem analog zusammengesetzten Wolframsäuresalz $NaO, WoO_3 + 2HO$ und dürfte jedenfalls damit isomorph sein. Das letztere Salz zeigt dieselben rhombischen Tafeln als Krystallform und denselben ausgezeichneten Perlmutterglanz; nur scheint es leichter in größeren Krystallen erhalten werden zu können als das Molybdänsäuresalz.

Dieses entsteht nicht blos beim Zusammenschmelzen äquivalenter Mengen von Molybdänsäure und kohlensaurem Natron, Auflösen der geschmolzenen Masse u. s. w. oder Auflösen der Säure in der Lösung einer entsprechenden Menge kohlensauren Natrons, sondern bildet sich auch aus jedem säurereicheren Salze, wenn man eine Lösung des letztern mit kohlensaurem Natron bis zur Sättigung versetzt. Auch tritt es auf bei der, betreffenden Ortes angeführten

[1]) Journ. f. pract. Chem. XCV. 138.

Bildung des Salzes $3NaO$, $7MoO_3+22HO$ aus säurereichen Salzen, wobei es nach jener Verbindung aus der Mutterlauge anschießt.

Ein auf diese Weise gewonnenes Salz gab bei der Analyse folgende Resultate:

0·7745 Grm. lieferten 0·1147 Grm. Wasser und 0·4579 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1999 Grm. Natron.

Es enthielt somit

14·81 Proc. Wasser und 25·81 Proc. Natron.

Die Formel NaO, MoO_3+2HO verlangt

15·12 Proc. Wasser und 26·05 Proc. Natron.

Bei 100 Grad getrocknet, verliert es sämmtliches Wasser; denn

0·5484 Grm. verloren bei 100 Grad 0·0804 Grm. an Gewicht, was 14·7 Proc. entspricht.

Das Magnesiasalz MgO, MoO_3+7HO. Durch Kochen von Magnesia alba mit Molybdänsäure und Wasser, filtriren und Abdampfen der Lösung, erhielt Struve[1]) ein Salz mit 5 Äquivalenten Wasser. Durch gleiche Behandlung der Molybdänsäure, jedoch freiwilliges Verdunsten der Lösung, erhielt ich ein Magnesiasalz, welches ganz analog der schwefelsauren Magnesia zusammengesetzt ist. Es krystallisirt in schönen, glasglänzenden, dünnen zu Drusen vereinigten Prismen, die sehr viel Ähnlichkeit haben mit dem kleinkrystallisirten Bittersalz. Es verwittert an der Luft ungemein leicht und läßt sich in verschlossenen Gefäßen auch nicht lange Zeit unverändert aufbewahren; es beginnt darin nämlich bald feucht zu werden, und die Krystalle sinken zu einer unansehnlichen Masse zusammen. In kaltem und heißem Wasser ist es leicht löslich. Beim Glühen verliert es das Wasser, ohne zu schmelzen. Glübt man nicht zu stark, so löst sich das wasserfreie Salz, jedoch langsam, unter Freiwerden von Wärme im Wasser wieder auf.

Die Magnesia wurde in diesem Salze, sowie auch in allen andern Magnesiasalzen der Molybdänsäure bestimmt durch directe Fällung aus der Lösung als phosphorsaure Ammonmagnesia.

---

1) Journ. f. pract. Chem. LXI. 453.

Bei der Analyse gaben:

I. 0·6865 Grm. des kryst. Salzes 0·2785 Grm. Wasser und 0·2528 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, entsprechend 0·0911 Grm. Magnesia.
II. 0·8846 „ von einer zweiten Bereitung gaben 0·3615 Grm. Wasser und 0·3279 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, entsprechend 0·1181 Grm. Magnesia.
III. 1·1467 „ desselben Salzes gaben 0·4670 Grm. Wasser.

In Procenten enthielt es somit:

	I.	II.	III.	Mittel
Magnesia . .	13·27	13·35	—	13·31
Wasser . . .	40·568	40·865	40·725	40·719.

Daraus ergibt sich folgende Zusammensetzung:

	Berechnet	Gefunden
MgO	13·072	13·31
MoO_3	45·751	—
7HO	41·177	40·719.

Ich hegte die Vermuthung, daß sich dieses Salz vielleicht analog der schwefelsauren Magnesia verhalten könnte, nämlich mit den entsprechenden Kali- und Ammonsalzen Doppelsalze zu bilden im Stande sei. Die Versuche zeigten, daß die molybdänsaure Magnesia wirklich solche Doppelsalze liefern kann, welche deßhalb interessant sind, weil sie auf Analogien zwischen Molybdänsäure und Schwefelsäure noch mehr aber zwischen Molybdänsäure und Chromsäure hindeuten. Ich werde das Nähere über diese Doppelsalze nach Abhandlung der einfachen Salze geben.

Salze nach der allgemeinen Formel:

$MO, 2MoO_3$.

Das Natronsalz $NaO, 2MoO_3$. Svanberg und Struve[1]) erhielten beim Zusammenschmelzen von kohlensaurem Natron mit Molybdänsäure in dem Äquivalentenverhältniß 1 : 2 eine, beim Erkalten krystallinisch erstarrende Masse, die durch Zerdrücken unter Wasser in kleine Krystalle zerfiel. Sie berücksichtigten diese Krystalle nicht

[1]) Journ. f. pract. Chem. XLIV. 277.

weiter, sondern lösten sie in heißem Wasser auf, und erhielten ziemlich schwierig ein zweifach saures Salz, das nach ihren Angaben 1 Äquivalent Wasser enthält. Ich habe jene Krystalle untersucht und gefunden, daß sie wasserfreies zweifach molybdänsaures Natron sind.

I. 0·9293 Gr. gaben 0·385 Gr. schwefels. Natr., entsprechend 0·1681 Gr. Natr.
II. 0·8833 „ „ 0·3721 „ „ „ „ 0·1625 „ „

In Procenten:

	I.	II.	Mittel
Natron . . .	18·088	18·396	18·242.

Die Formel $NaO, 2MoO_3$ verlangt 18·128 Proc. Natron.

Ich habe jedoch dieses Salz noch auf anderem Wege erhalten, welcher ein interessantes Verhalten der Molybdänsäure erkennen läßt. Diese verhält sich gegen schmelzendes salpetersaures Natron ähnlich wie das Schwefelsäurehydrat gegen dasselbe Salz, insoferne sie nämlich durch Austreiben der Hälfte der Salpetersäure zweifachsaures Salz bildet. Trägt man in schmelzendes salpetersaures Natron, welches nicht stärker erhitzt wird als eben zum Schmelzen ausreicht, Molybdänsäure ein (Auf 1 Äquivalent salpetersaures Natron, 1 Äquivalent Molybdänsäure), so wird nicht alle Salpetersäure ausgetrieben, sondern blos die Hälfte. Beim Erkalten bemerkt man in der erstarrenden Masse die Bildung kleiner nadelförmiger Krystalle, die nach dem Behandeln mit Wasser und Wegwaschen des unzersetzten Salpeters zurückbleiben. Diese Krystalle sind das zweifachsaure Salz, stellen kleine seidenglänzende Nadeln dar, sind wasserfrei, und lösen sich in kaltem sowohl als heißem Wasser nur schwierig und erst bei lang anhaltender Digestion auf. Bei schwacher Rothglühhitze schmelzen sie zu einer gelblich gefärbten Flüssigkeit, welche beim Erkalten krystallinisch erstarrt.

0·8133 Grm. gaben 0·3357 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1466 Grm. Natron, entsprechend 18·025 Proc. Natron.
0·9505 Grm. gaben 0·3915 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1709 Grm. Natron, entsprechend 17·980 Proc. Natron.

Im Mittel enthält also dieses Salz 18·002 Proc. Natron.
Die Formel $NaO, 2MoO_3$ verlangt 18·128 „ „

Ganz gleich, wie gegen salpetersaures Natron, verhält sich die Molybdänsäure gegen salpetersaures Kali. Es bleibt ebenfalls die

Hälfte des Salpeters unzerlegt, und nadelförmige Krystalle treten auf, die ohne Zweifel das Salz $KO, 2MoO_3$ sind. Ich kann leider keine analytischen Daten darüber liefern, da es mir bisher nicht möglich war, das Salz rein zu erhalten, und zwar aus dem Grunde, weil es bei der zur Entfernung des unzersetzten Salpeters nothwendigen Behandlung mit Wasser so rasch unter Bildung von dreifachsaurem Salz zersetzt wird, daß eine Reindarstellung nicht gelingt.

Salze nach der allgemeinen Formel:

$$3MO, 7MoO_3 + nHO.$$

Hieher gehören mehrere, schon lange bekannte Salze, denen aber bisher eine ganz andere Zusammensetzung zugeschrieben wurde. Gestützt auf die Analogie der Molybdänsäure mit der Wolframsäure, für welche ich, nebenbei bemerkt, später noch mehrfache Belege liefern werde, und auf die Ergebnisse der Analysen, haben schon einige Forscher darauf hingewiesen, daß die Annahme obiger Formel für gewisse Salze der Molybdänsäure den höchsten Grad von Wahrscheinlichkeit besitze. So hat Lotz[1]) in seiner Untersuchung der wolframsauren Salze darauf aufmerksam gemacht, daß die für das sogenannte gewöhnliche Ammonsalz und gewisse andere von Svanberg und Struve und Zenker dargestellten Alkalisalze der Molybdänsäure gefundene Zusammensetzung obiger Formel am nächsten komme. In neuester Zeit hat Delafontaine[2]) gezeigt, daß die Resultate der Analysen jener Salze am besten mit dieser für die gewöhnlichen wolframsauren Salze allgemein angenommenen Formel stimmen. Ich war deshalb darauf bedacht, zur Bekräftigung dieser Ansicht die Analysen bereits bekannter Salze dieser Gruppe durch weitere, mit größter Sorgfalt angestellte zu vermehren, und wo möglich, neue Glieder der Reihe darzustellen.

Das Ammonsalz $3NH_4O, 7MoO_3 + 4HO$. Es ist dies das sogenannte gewöhnliche Ammonsalz, welches man, und zwar stets von gleicher Zusammensetzung, erhält, wenn man eine Lösung von Molybdänsäure in Ammoniakflüssigkeit freiwillig verdunsten läßt,

---

1) Annal. d. Chem. u. Pharm. XCI. 53 u. 59.

2) Journ. f. pract. Chem. XCV. 136.

oder bis zur Krystallisation eindampft. Svanberg und Struve gaben ihm die Formel:

$$2\dot{N}H_4O,\ 5MoO_3+3HO.$$

Ich muß bemerken, daß ich bei allen bisher bekannt gewordenen Analysen dieser Verbindung vergebens eine Ammonbestimmung suchte.

Das zu den Analysen von mir verwendete Salz wurde mit größter Sorgfalt dargestellt, und auf seine Reinheit geprüft.

I. 2·2998 Grm. des Salzes gaben 1·8716 Grm. Molybdänsäure.
II. 1·1061 „ desselben Salzes „ 0·8972 „ „
III. 0·9071 „ „ „ „ 0·7371 „ „
IV. 2·5641 „ von einer zweiten Bereitung gaben 2·0882 Grm. Molybdäns.
V. 1·9643 „ „ „ dritten „ „ 1·5976 „ „
VI. 1·1173 „ von derselben Bereitung wie I, II und III gaben 1·2237 Grm. Ammoniumplatinchlorid, entsprechend 0·1425 Grm. NH_4O.
VII. 0·8804 „ desselben Salzes gaben 0·9510 Grm. Ammoniumplatinchlorid, entsprechend 0·1108 Grm. NH_4O.
VIII. 0·7940 „ von anderer Bereitung gaben 0·8670 Grm. Ammoniumplatinchlorid, entsprechend 0·1010 Grm. NH_4O.
IX. 0·9120 „ desselben Salzes gaben 0·9880 Grm. Ammoniumplatinchlorid, entsprechend 0·1150 Grm. NH_4O.

Es enthält daher das Salz in Proc.:

	I.	II.	III.	IV.	V.	Mittel
Molybdänsäure	81·380	81·113	81·258	81·439	81·331	81·304

	VI.	VII.	VIII.	IX.	Mittel
Ammon	12·754	12·585	12·720	12·609	12·667

Damit stimmt die Formel überein:

	Berechnet	Gefunden
$3NH_4O$	12·913	12·667
$7MoO_3$	81·126	81·304
4HO	5·961	—

Zur Bestimmung der Molybdänsäure in I, IV und V wurde das gepulverte Salz im Platintiegel mäßig geglüht, so, daß eben der Boden des Tiegels zum schwachen Glühen kam. Obschon die Molybdänsäure bei Rothglühhitze flüchtig ist, hat man doch, beim Einhalten jener

Temperatur nicht im mindesten die Gefahr eines Verlustes zu befürchten. Ich habe mich davon überzeugt durch wiederholte Versuche mit gewogenen Mengen reiner Molybdänsäure, die ich, sogar stundenlang in obiger Weise erhitzte, ohne den geringsten Gewichtsverlust wahrzunehmen. In II und III bestimmte ich die Säure durch Glühen des Salzes mit einer überschüssigen gewogenen Menge vollkommen reinen und unmittelbar vor dem Versuch nochmals schwach geglühten Bleioxydes. Der Glührückstand, weniger dem angewandten Bleioxyd, gab dann die Menge der Säure. Die analytischen Resultate, welche fast alle Chemiker, die das gewöhnliche Ammonsalz untersuchten, angeben, stimmen so ziemlich mit einander überein; nur eine Angabe macht davon eine Ausnahme. Dr. Maly[1]) nämlich hat ein unter ganz gleichen Umständen dargestelltes Salz analysirt und von den bisherigen ganz auffallend verschiedene Resultate erhalten, nach welchen er für dasselbe die Formel $NH_4O, 4MoO_3+2HO$ aufstellte. Da ich im Verlaufe meiner Untersuchungen auf kein derartiges Salz stieß, und durch oft wiederholtes Auflösen von Molybdänsäure in Ätzammoniak und Krystallisirenlassen stets ein Salz von constanter obiger Zusammensetzung erhielt, fühlte ich mich veranlaßt jenes angebliche vierfachsaure Salz einer näheren Untersuchung zu unterziehen. Es war mir dies möglich, da in der Präparatensammlung des Laboratoriums des Herrn Prof. Gottlieb jenes von Dr. Maly bereitete Salz vorhanden ist. Ich fand zunächst, daß es, im Platinschälchen längere Zeit stark geglüht, sich nicht wie ein reines Ammonsalz der Molybdänsäure vollständig verflüchtigte, sondern, selbst nach dem stärksten andauernden Glühen einen schmelzbaren deutlichen Rückstand hinterließ. Das Salz enthält nebst Ammon, Molybdänsäure und Wasser noch Natron und zwar letzteres in nicht unbeträchtlicher Menge, wie nachstehende quantitative Bestimmung zeigt:

1·638 Grm. des Salzes gaben 1·4088 Glührückstand (bei schwachem Glühen) und dieser, nach Abscheidung der Molybdänsäure mittelst Schwefelammonium und Salzsäure 0·2267 Grm. schwefelsaures Natron, welche 0·099 Grm. Natron entsprechen. Es enthält somit 6·042 proc. Natron. Dieser Natrongehalt stammt jedenfalls von der zur Bereitung des Salzes verwendeten Molybdänsäure her, die ohne Zweifel mit Natronsalz verunreinigt war.

---

[1]) Journ. f. pract. Chem. LXVIII. 326.

Das Natronsalz $3NaO, 7MoO_3+22HO$. Dieses Salz wurde zuerst von Zenker[1]) dargestellt, durch Auflösen von Molybdänsäure in einer Lösung von kohlensaurem Natron, und Versetzen mit Salpetersäure bis zur sauren Reaction. Er stellte dafür die Formel:

$$4NaO, 9MoO_3+28HO$$

auf. Delafontaine weist in seiner oben angeführten Abhandlung nach, daß die procentische Zusammensetzung des Salzes am besten der Formel $3NaO, 7MoO_3+22HO$ entspricht, welcher auch meine Bestimmungen sich am meisten nähern. Delafontaine gibt an, durch freiwilliges Verdunsten einer Lösung dieses Salzes, zwar große, aber fast völlig undurchsichtige Krystalle erhalten zu haben. Ich erhielt dies Salz immer in den schönsten Krystallen durch Behandlung von Molybdänsäure mit einer Lösung von kohlensaurem Natron in der zur Bildung des Salzes nöthigen Menge. Ein kleiner Überschuß von kohlensaurem Natron schadet nicht. Die bei freiwilliger Verdunstung aus dieser Lösung sich bildenden Krystalle waren stets vollkommen durchsichtig und erreichten oft eine Länge von zwei Zollen. Das Salz kann auch auf andere Weise erhalten werden, nämlich durch Behandlung von 1 Äquivalent des Salzes $NaO, 3MoO_3+7HO$ mit 1 Äquivalent kohlensaurem Natron in wässeriger Lösung.

I. 1·1502 Grm. des krystallisirten Salzes gaben 0·288 Grm. Wasser und 0·3132 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1367 Grm. Natron.

II. 1·6879 „ desselben Salzes gaben 0·4228 Grm. Wasser und 0·4403 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1923 Grm. Natron.

III. 1·0364 „ wasserfreies Salz gaben 0·3723 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1625 Grm. Natron.

IV. 0·7923 „ wasserfreies Salz gaben 0·2826 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1234 Grm. Natron.

V. 1·1605 „ des krystallisischen Salzes von einer zweiten Bereitung gaben 0·2895 Grm. Wasser und 0·3100 Grm. schwefelsaures Natron, entsprechend 0·1354 Grm. Natron.

VI. 1·1907 „ desselben Salzes gaben 0·2975 Grm. Wasser u. 0·3188 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1393 Grm. Natron.

VII. 1·5662 „ des krystallisirten Salzes von anderer Darstellungsweise (aus dem Salze $NaO, 3MoO_3+7HO$ erhalten) gaben 0·3990 Grm. Wasser und 0·4197 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1832 Grm. Natron.

---

[1]) Journ. f. pract. Chem. LVIII. 486.



In Procenten enthält es demnach:

	I.	II.	V.	VI.	VII.	Mittel
Wasser	25·039	25·049	24·946	24·985	25·475	25·098
Natron	11·890	11·392	11·667	11·691	11·697	11·667

Dies stimmt mit der Formel:

	Berechnet	Gefunden
3NaO . . .	11·908	11·667
$7MoO_3$ . . .	62·740	—
22HO . . .	25·352	25·098

Das wasserfreie Salz enthält in Procenten:

	III.	IV.	Mittel
Natron . . .	15·679	15·574	15·626

Die Formel 3NaO, $7MoO_3$ verlangt 15·952 Proc. Natron.

Das krystallisirte Salz verwittert an der Luft, wobei es 8 Äquivalente Wasser verliert.

1·6200 Grm. des Salzes gaben, nachdem sie so lange an der Luft, vor Staub geschützt gelegen, bis das Gewicht constant blieb, einen Verlust von 0·1451 Grm. was 8·956 Procente Wasser oder 8 Äquivalenten entspricht.

Bei 100 Grad getrocknet, verliert es 21 Äquivalente Wasser.

0·9288 Grm. gaben, bei dieser Temperatur getrocknet, einen Verlust von 0·2235 Grm. gleich 24·06 Proc., was 21 Äquivalenten Wasser entspricht.

Das letzte Äquivalent geht zwischen 120 und 130 Grad fort.

Das Salz enthält kein durch Basen vertretbares Wasser. Behandelt man 1 Äquivalent in wässriger Lösung, mit 1, 2, 3 Äquivalenten kohlensaurem Natron, so wird eine entsprechende Menge in einfach saures Salz verwandelt, während der andere Theil unverändert aus der Lösung krystallisirt. Nimmt man auf 1 Äquivalent des Salzes 4 Äquivalente kohlensaures Natron so wird es vollständig in einfach-saures Salz übergeführt.

Das Kalisalz $3KO, 7MoO_3+4HO$. Wurde zuerst von Svanberg und Struve dargestellt, welche dafür die Formel $4KO, 9MoO_3+6HO$ aufstellten. Delafontaine wies auf den Isomorphismus dieses Salzes mit dem gewöhnlichen Ammonsalze hin und zeigte, daß die Zusammensetzung besser der obigen Formel als der von Svanberg und Struve angenommenen entspricht.

Das Magnesiasalz $3MgO, 7MoO_3+20HO$. Diese Verbindung war bisher nicht bekannt. Ich erhielt sie durch freiwilliges Verdampfen einer Lösung des Salzes MaO, MoO_3+7HO, welche mit der entsprechenden Menge Salpetersäure, nämlich auf 7 Äquivalente des letzteren Salzes 4 Äquivalente Salpetersäurehydrat, versetzt war. Es krystallisirt in kleinen, deutlichen Krystallen, welche dicktafelförmige schiefe Prismen sind, die sich gern um ein Centrum zu Drusen vereinigen. Es ist durchsichtig, glasglänzend, in kaltem Wasser ziemlich leicht, noch leichter in heißem löslich, luftbeständig. Beim Erhitzen bis zur Rothglühhitze verliert es alles Wasser, ohne daß Molybdänsäure sich verflüchtigt. Das entwässerte Salz löst sich, wenn man es zuerst mit Ätzammoniak in der Wärme behandelt und dann Salzsäure hinzufügt, vollständig auf.

Die Resultate der Analysen sind folgende:

I. 0·8181 Grm. gaben 0·1981 Grm. Wasser und 0·1913 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0689 Grm. Magnesia.

II. 0·7898 „ von einer andern Bereitung gaben 0·1948 Grm. Wasser und 0·1899 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0684 Grm. Magnesia.

III. 1·1172 Grm. desselben Salzes gaben 0·2782 Grm. Wasser und 0·2568 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0925 Grm. Magnesia.

In Procenten enthält es also:

	I.	II.	III.	Mittel
Magnesia . .	8·426	8·660	8·279	8·455
Wasser . . .	24·214	24·664	24·901	24·593

Daraus ergibt sich die Formel:

	Berechnet	Gefunden
$3MgO$	8·220	8·455
$7MoO_3$	67·123	—
$20HO$	24·657	24·593

Salze nach der allgemeinen Formel:

$$MO, 3MoO_3 + nHO.$$

Diese interessante, wohl charakterisirte Gruppe von molybdänsauren Salzen zeichnet sich dadurch aus, daß alle Glieder derselben, so wie sie sich aus ihren Lösungen abscheiden, abgesehen von der Farbe, ein gleiches äußeres Aussehen besitzen. Sie treten nämlich sämmtlich in blumenkohlenartigen Massen auf, welche aus lauter zusammenhängenden Warzen von verschiedener Größe gebildet sind. Unter der Loupe erkennt man deutlich eine radialfasrige Structur dieser Warzen, welche, wie die mikroskopische Beobachtung lehrt, durch die centrale Anordnung zahlreicher äußerst feiner nadelförmiger Krystalle entstanden ist. Die Massen zeigen einen Seidenglanz.

Aus verdünnten Lösungen setzen sich diese Salze gewöhnlich als voluminöse, flockige Niederschläge ab, die aus einer verfilzten Masse von wirr durcheinanderliegenden, nadelförmigen Krystallen bestehen. Die Salze dieser Gruppe haben ferner die allgemeine Eigenschaft, daß sie in kaltem Wasser sehr schwer, dagegen ungemein leicht in heißem Wasser löslich sind.

Es gibt eine allgemeine Methode für die Darstellung der hieher gehörigen Salze. Sie bilden sich nämlich immer, wenn man die kohlensauren Salze der betreffenden Basen mit Wasser und so viel Molybdänsäure kocht, daß von der letzteren eine ziemliche Menge ungelöst bleibt, filtrirt, und der freiwilligen Verdunstung überläßt. Das geeignetste Verhältniß ist, auf 1 Äguivalent Basis im kohlensauren Salz, ungefähr 4 Äquivalente Molybdänsäure. Diese Lösungen enthalten eigentlich anders zusammengesetzte Salze, durch deren Zersetzung beim freiwilligen Verdampfen erst die dreifachsauren Salze entstehen. Ich erwähne dies hier nur flüchtig, und werde das Nähere darüber bei den vierfachsauren Salzen anführen.

Die dreifachsauren Salze entstehen auch, wenn man zur Lösung der andern säureärmeren molybdänsauren Salze irgend eine Säure hinzusetzt, wenn letztere nicht in großer Menge angewendet wird. In fast allen Lehrbüchern findet sich die Angabe, daß in den Lösungen der molybdänsauren Salze durch Zusatz einer Säure Niederschläge von Molybdänsäure entstehen, die sich im Überschuß der angewandten

Säure wieder auflösen. Nach meinen Erfahrungen sind diese Niederschläge niemals Molybdänsäure, sondern immer säurereiche Salze, und zwar in vielen Fällen die der hier zu betrachtenden Gruppe.

Bisher waren von diesen Salzen das Natron-, Kali- und Ammonsalz bekannt; es gelang mir die Reihe durch einige Glieder zu erweitern.

Das Natronsalz $NaO, 3MoO_3 + 7HO$. Svanberg und Struve[1]) stellten es zuerst dar, indem sie zu einer Auflösung von Molybdänsäure in kohlensaurer Natronlösung, Salzsäure tropfenweise hinzusetzten, so lange, als sich der jedesmals gebildete Niederschlag beim Umschütteln wieder auflöste. Es schied sich dann das Salz in Form eines voluminösen Niederschlages ab, der aus lauter äußerst feinen nadelförmigen Krystallen bestand. Dies ist nicht die einzige Entstehungsweise dieser Verbindung und ich kann deren mehrere angeben. Am besten erhielt ich dieselbe durch Behandlung der Molybdänsäure mit einer Lösung von kohlensaurem Natron in der Kälte, und zwar so, daß ich beide Substanzen in dem Verhältnisse von 1 Äquivalent kohlensaurem Natron auf etwas mehr als 3 Äquivalente Molybdänsäure anwendete. Unter lebhaftem Aufbrausen entweicht die Kohlensäure und ein Theil der Molybdänsäure bleibt ungelöst. Nach dem Filtriren scheidet sich das Salz bei dem freiwilligen Verdampfen in der oben beschriebenen Form ab. Die Molybdänsäure muß sehr rein und eine solche sein, bei deren Darstellung keine starke Hitze angewendet wurde. Das Salz entsteht ferner, wenn man Molybdänsäure in eine kochende Lösung entweder von kohlensaurem Natron oder des Salzes $3NaO, 7MoO_3 + 22HO$ so lange einträgt, als sie sich noch löst, filtrirt und freiwillig verdampfen läßt. Auch erhält man dieselbe Verbindung, wenn man zur Lösung des Salzes $3NaO, 7MoO_3 + 22HO$ Essigsäure in ziemlichem Überschuß zusetzt und die Lösung sich selbst überläßt. Endlich entsteht das dreifachsaure Salz auch aus dem achtfachsaurem, wenn man zu dessen Lösung, auf 1 Äquivalent desselben, 1 oder 2 Äquivalente kohlensaures Natron zusetzt, beim freiwilligen Verdampfen.

Das durch Behandlung von Molybdänsäure mit einer Lösung von kohlensaurem Natron in der Kälte dargestellte Salz, gab folgende Resultate bei der Analyse:

---

[1]) Journ. f. pract. Chem. XLIV. 278.

I. 1·3262 Grm. gaben 0·2704 Grm. Wasser.
II. 0·9915 „ „ 0·2036 „ „
III. 0·9126 „ „ 0·1862 „ „ und 0·2101 Grm. schwefelsaures Natron, entsprechend 0·0917 Grm. Natron.
IV. 1·0414 „ von zweiter Bereitung gaben 0·2124 Grm. Wasser und 0·2416 Grm. schwefelsaures Natron, entsprechend 0·1054 Grm. Natron.
V. 0 8228 „ desselben Salzes gaben 0·1664 Grm. Wasser und 0·1914 Grm. schwefelsaures Natron, entsprechend 0·0836 Grm. Natron.

In Procenten:

	I.	II.	III.	IV.	V.	Mittel
Natron	—	—	10·051	10·120	10·155	10·108
Wasser	20·389	20·535	20·403	20·395	20·223	20·389

Dies gibt die Formel:

	Berechnet	Gefunden
NaO	10·197	10·108
$3MoO_3$	69·080	—
7HO	20·723	20·389

Die Analyse des, aus dem Salze $3NaO, 7MoO_3 + 22HO$ mittelst Essigsäure erhaltenen, lieferte folgende Daten:

I. 0·8495 Grm. gaben 0·1780 Grm. Wasser und 0·2003 Grm. schwefelsaures Natron, entsprechend 0·0874 Grm. Natron.
II. 0·496 „ gaben 0·1007 Grm. Wasser und 0·1173 Grm. schwefelsaures Natron, entsprechend 0·0512 Grm. Natron.

In Procenten:

	I.	II.	Mittel
Natron . . .	10·288	10·322	10·305
Wasser . .	20·953	20·302	20·627

was mit obiger Formel übereinstimmt.

Bei 100 Grad verliert es nahezu ebensoviel Wasser wie bei 120 Grad.

0·7236 Gr. gaben bei 100 Grad getrock. 0·1225 Gr. Verlust = 16·93 Proc. Wasser.
1·0416 „ „ „ „ „ „ 0·1791 „ „ = 17·19 „ „

Im Mittel verlor es also bei 100 Grad 17·06 Proc. Wasser.

Bei 120 Grad hält das Salz noch 1 Äquivalent Wasser zurück.

0·7236 Grm. gaben bei 120 Grad getrocknet 0·1255 Grm. Verlust, entsprechend 17·35 Proc. Wasser.
1·0416 „ gaben bei 120 Grad getrocknet 0·1822 Grm. Verlust, entsprechend 17·5 Proc. Wasser.

Im Mittel verlor es also bei 120 Grad 17·425 Proc. Wasser, welches 6 Äquivalenten entspricht.

Dieses Natronsalz scheint, wie überhaupt alle Salze dieser Gruppe zu den constantesten Verbindungen der Molybdänsäure mit Basen zu gehören.

Es zeichnet sich durch ein interessantes Verhalten aus. Schon die Löslichkeitsverhältnisse sind sehr eigenthümlich. Während es in kaltem Wasser schwer löslich ist, löst es sich in heißem Wasser ungemein leicht und in großer Menge auf. Annähernde Versuche über die Löslichkeitsverhältnisse bei gewöhnlicher Temperatur und bei 100 Grad, führten zu nachstehenden Ergebnissen. Die Versuche wurden in der Weise ausgeführt, daß das Salz in solcher Menge mit Wasser bei der betreffenden Temperatur behandelt wurde, daß eine gesättigte Lösung entstand und noch ein großer Theil des Salzes ungelöst blieb. Eine gewogene Menge der gesättigten Lösung wurde abgedampft und durch Glühen des Rückstandes die Menge des darin enthaltenen wasserfreien Salzes bestimmt.

I. 22·466 Grm. einer bei 20 Grad gesättigten Lösung gaben 0·6638 Grm. wasserfreies Salz, welche 0·8373 Grm. wasserhaltigem Salz entsprechen. 22·466 Grm. der Lösung enthielten somit 0·8373 Grm. Salz, daher lösten 21·6287 Grm. Wasser 0·8373 Grm. Salz oder 100 Theile Wasser lösten 3·871 Theile Salz.

II. 13·8667 „ bei 20 Grad gesättigter Lösung gaben 0·4111 Grm. wasserfreies Salz, welche 0·5186 Grm. wasserhaltigem Salze entsprechen. 13·3481 Grm. Wasser lösten somit 0·5186 Grm. Salz, oder 100 Theile Wasser 3·885 Theile des Salzes.

Das Mittel aus beiden Versuchen ist 3·878 Theile Salz auf 100 Theile Wasser.

I. 3·305 Grm. einer bei 100 Grad gesättigten Lösung gaben 1·5109 Grm. wasserfreies Salz, entsprechend 1·906 Grm. wasserhaltigem Salz. Auf 1·399 Grm. Wasser kommen daher 1·906 Grm. Salz oder 100 Theile Wasser, von 100 Grad lösen 136·2 Theile des Salzes.

II. 3·3246 „ der bei derselben Temperatur gesättigten Lösung gaben 1·5297 Grm. wasserfreies Salz, entsprechend 1·93 Grm. des wasserhaltigen Salzes. 1·3946 Grm. Wasser lösten somit 1·93 Grm. oder 100 Theile Wasser 138·4 Theile des Salzes.

Während also bei 20 Grad 100 Theile Wasser nur 3·878 Theile des Salzes lösen, lösen 100 Theile Wasser bei 100 Grad ungefähr 137 Theile, also beiläufig 35mal mehr als bei 20 Grad.

Sehr merkwürdig ist folgendes Verhalten: Aus einer heiß bereiteten concentrirten Lösung scheidet sich bei langsamem, freiwilligen Verdampfen, das Salz in der beschriebenen krystallinischen Form mit 7 Äquivalenten Wasser ab, und es ist, wie gesagt, in kaltem Wasser schwer löslich. Läßt man dagegen ganz kleine Mengen freiwillig verdampfen, wobei die Verdunstung rascher geht, und zwar in der Weise, daß man einzelne Tropfen der concentrirten Lösung auf eine Glasplatte fallen läßt, so erstarrt nach einiger Zeit jeder Tropfen zu einer durchsichtigen, spröden, amorphen, gummiartigen Masse, die in kaltem Wasser vollständig und leicht löslich ist. Dies gelingt besonders gut in Räumen, deren Luft trocken ist und zirkulirt, wie z. B. in Localen, die mittelst Luftheizung erwärmt werden. An feuchter Luft gelingt der Versuch nur schwierig, wohl aber, wenn man die Glasplatte mit der aufgetropften Lösung einem Luftzuge aussetzt, oder, jedoch minder gut, wenn man sie auf etwa 30 bis 35 Grad erwärmt. Dieses, so erhaltene amorphe, in kaltem Wasser leicht lösliche Salz, enthält Natron und Molybdänsäure in demselben Verhältnisse, wie das krystallisirte, besitzt jedoch einen geringeren Wassergehalt.

0·8600 Grm. desselben gaben 0·1166 Grm. Wasser = 13·558 Procente, welche Menge etwa 4 Äquivalenten entsprechen würde. die 13 Procente fordern. Das krystallisirte Salz enthält aber über 20 Procente Wasser.

Ganz gleich verhalten sich die übrigen Salze dieser Gruppe, wie ich bei einzelnen derselben zeigen werde.

Zur Erklärung dieses Verhaltens liegt die Annahme am nächsten daß diese Salze in zwei verschiedenen Modificationen auftreten können, einer in kaltem Wasser schwer löslichen krystallinischen, und einer leicht löslichen amorphen mit kleinerem Wassergehalt. Ähnliches kommt bei den vierfachsauren Salzen vor[1]).

---

[1]) Ich muß hier einer Verbindung erwähnen, welche aus dem dreifachsauren Natronsalz durch Einwirkung reducirender Substanzen erhalten werden kann. Um zu sehen, ob dieses Natronsalz sich gegen Wasserstoffgas analog verhalte, wie das sogenannte saure wolframsaure Natron, behandelten Svanberg und Struve

Das Kalisalz KO, $3MoO_3+3HO$, wurde von Svanberg und Struve zuerst dargestellt. Es entsteht häufig bei der Zersetzung anderer Kalisalze der Molybdänsäure, von denen die meisten eine große Neigung haben, unter Bildung jenes dreifachsauren Salzes zu zerfallen. Auf bequeme Weise erhält man es, wenn man Molybdänsäure mit kohlensaurem Kali (auf 1 Äquiv. kohlensaurem Kali 2 Äquiv. Molybdänsäure) zusammeuschmilzt, und die erkaltete Masse wiederholt mit Wasser auskocht. Sie löst sich nach und nach auf, in der Lösung beginnt aber sehr rasch die Zersetzung, und in kurzer Zeit hat sich so viel dreifach molybdänsäures Kali als voluminöser Niederschlag gebildet, daß die ganze Flüssigkeit zu einem dicken Brei gesteht.

---

ersteres Salz mit Wasserstoff in der Glühhitze (Journ. f. pract. Chem. XLIV. 279) gelangten aber nicht zu einem der Wolframverbindung analogen Körper, sondern zu einer niederen Oxydationsstufe des Molybdäns. Ich versuchte den Weg einzuschlagen, den, nach Wöhler, Wright (Journ. f. pract. Chem. LIV. 136) beim wolframsauren Salze befolgte, nämlich die Behandlung mit Zinn, erzielte jedoch keinen Erfolg. Es ist mir aber gelungen mit Zink eine partielle Reduction. zu bewirken, und kleine, sehr schöne Krystalle zu erhalten, die in ihrem Verhalten große Ähnlichkeit mit der erwähnten Wolframverbindung zeigen. Man verfährt bei der Darstellung am besten folgendermaßen: Dreifach molybdänsaures Natron wird in einem Porzellantiegel geschmolzen, und in die geschmolzene Masse, welche nicht höher erhitzt wird als eben zum Schmelzen nöthig ist, Zink in kleinen Stückchen eingetragen (auf 3 Theile des Salzes etwa 1 Theil Zink). Nachdem alles Zink eingetragen, erhitzt man noch so lange, bis die ganze Masse von der entstandenen Substanz, deren Bildung vom Zink ausgeht, erfüllt und fast ganz fest geworden ist Nach dem Erkalten behandelt man abwechselnd mit Kalilauge und Salzsäure wiederholt in der Wärme, wodurch alles unzersetzte Salz und überschüssige Zink entfernt wird, und wäscht schließlich mit Wasser. Es bleiben kleine, prächtige Krystalle, Prismen, zurück, welche eine dunkelblauviolette Farbe und lebhaften Metallglanz besitzen, und im Ansehen etwa sublimirten Indigo ähnlich sind. Unter dem Mikroskope zeigen sie sich durchscheinend und in durchfallendem Lichte hellviolettroth gefärbt. Von Kalilauge und Salzsäure werden sie selbst beim Kochen nicht angegriffen, sehr leicht jedoch von Salpetersäure, welche sie bei mäßigem Erwärmen in ein weißes Pulver verwandelt. Wie das wolframsaure Wolframoxydnatron sind auch diese Krystalle gute Leiter der Elektricität, indem sie sich in einer Kupfervitriollösung bei Berührung mit Zink rasch verkupfern. Ich hielt den Körper nach diesem Verhalten anfangs für die der Wolframverbindung analoge Molybdänverbindung, gelangte aber bei näherer Untersuchung zur Überzeugung, daß er keine Spur von Natron enthält, sondern eine Verbindung des Molybdäns mit Sauerstoff ist. Er besteht aus 1 Äquiv. Molybdän und 2 Aquiv. Sauerstoff, ist also derselbe

Das Salz ist in heißem Wasser weit weniger löslich als das entsprechende Natronsalz, verhält sich auch in Bezug auf das Zurückhalten von Wasser bei höherer Temperatur anders, indem es schon bei 100 Grad alles Wasser verliert.

0·9895 Grm. des Salzes verloren bei 100 Grad 0·0917 Grm., welche 9·267 Procenten entsprechen 0·8156 Grm. gaben beim Glühen 0·0776 Wasser, entsprechend 9·514 Procente.

Nach der Berechnung aus der Formel enthält das Salz 9·503 Procente Wasser.

Körper, den Svanberg und Struve durch Einwirkung des Wasserstoffes auf das dreifachsaure Natronsalz als braunes Pulver erhielten.

Die Ermittlung der Zusammensetzung bietet keine Schwierigkeiten dar, da die Krystalle, wie erwähnt, durch Salpetersäure zerstört werden, welche sie in Molybdänsäure verwandelt. Die Krystalle wurden zerrieben und eine gewogene Menge wurde im Platintiegel vorsichtig mit Salpetersäure erwärmt, der Überschuß letzterer Säure verdampft, bis zu beginnender Rothglühhitze erhitzt und die Gewichtszunahme bestimmt.

0·6918 Grm. gaben 0·7767 Molybdänsäure, also 100 Th. 112·27 Th. Molybdäns.
0·8305 „ „ 0·9337 „ „ „ „ 112·42 „ „

Die Formel MoO_2 verlangt auf 100 Theile MoO_2 112·9 Theile MoO_3.

Die etwas zu gering ausgefallene Gewichtszunahme mag davon herrühren, daß ich das Präparat nicht in absolut reinem Zustande erhielt, da mir kein vollkommen reines Zink zu Gebote stand. Ich konnte mit Hülfe der Loupe deutlich unter den Krystallen eine äußerst geringe Menge eines unkrystallinischen schwarzgrauen Pulvers wahrnehmen, welches weder durch den oben beschriebenen Reinigungsproceß, noch durch Abschlämmen wegzubringen war. Höchstwahrscheinlich dürfte dieser Körper Blei sein, weil das benützte Zink mit einer geringen Menge jenes Metalles verunreinigt war.

Svanberg und Struve hielten diese Verbindung des Molybdäns für molybdänsaures Molybdänoxydul, zusammengesetzt nach der Formel MoO, MoO_3. Es steht jedoch der Annahme nichts entgegen, daß dieselbe das Oxyd MoO_2 sei. Die Existenz des Molybdänoxyduls $= MoO$ ist in neuerer Zeit ziemlich problematisch geworden, während das Bestehen der Verbindung MoO_2 erwiesen ist. Das Verhalten gegen Kali, welches Svanberg und Struve angeben, daß nämlich bei Behandlung mit demselben molybdänsaures Kali gebildet wird, läßt wohl den Schluß zu, die Molybdänsäure sei bereits in der Verbindung vorhanden. Dieser Schluß hat aber keine größere Berechtigung als der, daß die Molybdänsäure dabei durch Oxydation erst aus dem Oxyde MoO_2 entstanden ist. Es kann dies ja recht gut eine jener, für viele Fälle erwiesenen oxydirenden Wirkungen des Kalis sein, hervorgerufen durch das Streben dieser starken Base mit der Säure, deren Entstehung aus dem Oxyde möglich ist, ein Salz zu bilden.

Das Magnesiasalz $MgO, 3MoO_3+10HO$. Es wurde erhalten durch Versetzen einer Lösung des Salzes MgO, MoO_3+7HO mit einem Überschuß von Essigsäure und freiwilliges Verdunsten. Das erhaltene Salz wurde mit kaltem Wasser gewaschen und durch Pressen zwischen Fließpapier getrocknet. Bezüglich der Form und Löslichkeit dieses Salzes, so wie der folgenden dieser Reihe, gilt das früher über das allgemeine Verhalten der Salze dieser Gruppe Gesagte. Die Zusammensetzung wurde festgestellt nach folgenden analytischen Daten:

I. 0·8011 Grm. gaben 0·2219 Grm. Wasser und 0·1429 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0515 Grm. Magnesia.
II. 0·9237 „ gaben 0·2561 Grm. Wasser und 0·1651 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0596 Grm. Magnesia.
III. 1·2847 „ von anderer Bereitung gaben 0·3569 Grm. Wasser und 0·2275 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·082 Grm. Magnesia.

In 100 Theilen enthält also das Salz:

	I.	II.	III.	Mittel
Magnesia . .	6·428	6·452	6·382	6·421
Wasser .	27·699	27·725	27·781	27·735

Dies entspricht der Formel: $MgO, 3MoO_3+10HO$.

	Berechnet	Gefunden
MgO	6·250	6·421
$3MoO_3$	65·625	—
10HO	28·125	27·735

Das Kalksalz $CaO, 3MoO_3+6HO$. Dieses Salz, so wie die nachfolgenden wurden nach der oben angegebenen allgemeinen Methode der Darstellung dieser Verbindungen erhalten. Zur Bestimmung des Kalkes kam ein ähnliches Verfahren zur Anwendung, wie bei der Aufschließung der schwefelsauren alkalischen Erden, nämlich Schmelzen mit kohlensaurem Natron u. s. w. Der erhaltene kohlensaure Kalk wurde durch starkes Glühen in Ätzkalk verwandelt und dieser gewogen.

I. 1·1788 Grm. gaben 0·2197 Grm. Wasser und 0·1108 Grm. Kalk.
II. 1·0167 „ von anderer Bereitung gaben 0·1865 Grm. Wasser und 0·0990 Grm. Kalk.

In 100 Theilen:

	I.	II.	Mittel
Kalk	9·399	9·737	9·568
Wasser . .	18·635	18·343	18·489

Dies entspricht der Formel: $CaO, 3MoO_3 + 6HO$.

	Berechnet	Gefunden
CaO	9·589	9·568
$3MoO_3$	71·918	—
$6HO$	18·493	18·489

Das Zinksalz $ZnO, 3MoO_3 + 10HO$. Das Zinkoxyd wurde von der Molybdänsäure durch Schmelzen des Salzes mit kohlensaurem Natron, Behandeln mit heißem Wasser u. s. w., wobei es als Oxyd zurückbleibt, getrennt.

I. 1·115 Grm. gaben 0·2894 Grm. Wasser und 0·1328 Grm. Zinkoxyd.
II. 1·114 „ „ 0·2878 „ „ „ 0·1325 „ „
III. 1·3896 „ von anderer Bereitung gaben 0·3601 Grm. Wasser und 0·1637 Grm. Zinkoxyd.

In 100 Theilen:

	I.	II.	III.	Mittel
Zinkoxyd . . .	11·910	11·894	11·780	11·861
Wasser . . .	25·955	25·834	25·914	25·901

Daher die Zusammensetzung:

	Berechnet	Gefunden
ZnO	11·920	11·861
$3MoO_3$	61·656	—
$10HO$	26·424	25·901

Das Cobaltsalz $CoO, 3MoO_3 + 10HO$. Die Farbe des Salzes ist rosenroth. Das Kobaltoxydul wurde in der Weise bestimmt, daß das Salz mit kohlensaurem Natron geschmolzen, der nach dem Behandeln mit Wasser zurückbleibende Rückstand durch ziemlich starkes Glühen bis zu constantem Gewicht in die Verbindung Co_3O_4 übergeführt wurde.

I. 1·3027 Grm. des Salzes gaben 0·3420 Grm. Wasser und 0·1503 Grm. Co_3O_4, entsprechend 0·1403 Grm. CoO.
II. 1·2922 „ des Salzes gaben 0·3394 Grm. Wasser und 0·1511 Grm. Co_3O_4, entsprechend 0·1410 Grm. CoO.
II. 1·1885 „ von zweiter Bereitung gaben 0·3115 Grm. Wasser und 0·1418 Grm. Co_3O_4, entsprechend 0·1323 Grm. CoO.

In 100 Theilen:

	I.	II.	III.	Mittel
Cobaltoxydul .	10·769	10·911	11·131	10·937
Wasser . . .	26·253	26·265	26·209	26·242

Daher die Zusammensetzung;

	Berechnet	Gefunden
CoO	11·084	10·937
$3MoO_3$	62·242	—
10HO	26·674	26·242

Das Kupfersalz CuO, $3MoO_3+9HO$. Das Kupferoxyd wurde bei I und II durch Schmelzen mit kohlensaurem Natron, wobei es als Rückstand bleibt, abgeschieden, bei III durch Kochen des Salzes mit Kalilauge im Überschuß. Letztere Methode lieferte ein günstigeres Resultat, während es bei der ersteren, wie ersichtlich, etwas zu gering ausfiel. Das Salz hat eine sehr helle blaue Farbe.

I. 1·0590 Grm. des Salzes gaben 0·2625 Grm. Wasser und 0·1236 Grm. Kupferoxyd.
II. 1·2611 „ des Salzes gaben 0·3080 Grm. Wasser und 0·1455 Grm Kupferoxyd.
III. 1·1632 „ von zweiter Bereitung gaben 0·1400 Grm. Kupferoxyd.

In 100 Theilen:

	I.	II.	III.	Mittel
Kupferoxyd . .	11·671	11·537	12·035	11·748
Wasser . . .	24·784	24·423	—	24·605

Daraus ergibt sich die Zusammensetzung:

	Berechnet	Gefunden
CuO	12·005	11·748
$3MoO_3$	63·502	—
9HO	24·493	24·605

Das amorphe Salz, auf die beim Natronsalz angegebene Weise erhalten, eine gummiartige, hellgrünblaugefärbte, in kaltem Wasser leicht lösliche Masse darstellend, gab folgende Resultate:

I. 1·1283 Grm. gaben 0·2124 Grm. Wasser, entsprechend 18·82 Proc. und 0·1427 Grm. Kupferoxyd.
II. 1·2306 „ 0·2288 „ Wasser, entsprechend 18·59 Proc.

Das wasserfreie Salz enthält somit 15·580 Proc. Kupferoxyd.
Die Formel CuO, $3MoO_3$ verlangt 15·899 Proc. Kupferoxyd.
Der Wassergehalt würde $6^1/_2$ Äquivalenten entsprechen.

Salze nach der allgemeinen Formel:

$$MO, 4MoO_3 + nHO.$$

Bei den Salzen der vorhergehenden Reihe habe ich angegeben, daß sich dieselben nach einer allgemeinen Methode darstellen lassen, nämlich durch Kochen der kohlensauren Salze der betreffenden Basen mit so viel Molybdänsäure, daß ein beträchtlicher Theil der letztern noch ungelöst bleibt, filtriren und freiwilliges Verdampfen der Lösung. In den so erhaltenen Lösungen ist eigentlich, wie ich bereits angedeutet habe, nicht ein dreifachsaures Salz enthalten, sondern ein solches, in welchem das Äquivalentverhältniß zwischen Basis und Säure 1 : 4 ist.

Durch Zersetzung der letzteren Salze entstehen erst die ersteren. Beim freiwilligen Verdampfen der Lösungen tritt diese Zersetzung ein, indem sich das beständigere dreifachsaure Salz abscheidet. Man kann diese Zersetzung jedoch verhindern durch rascheres Verdunsten sehr kleiner Mengen der Lösungen, in der Weise, wie ich es bei dem Natronsalz $NaO, 3MoO_3 + 7HO$ angegeben habe, wenn man nämlich die concentrirte Lösung in kleinen Tropfen auf eine Glasplatte fallen und freiwillig verdampfen läßt. Man erhält so diese Salze als amorphe, durchsichtige, spröde Massen, welche in kalten und heißen Wasser leicht löslich sind. Man könnte allerdings zweifeln daran, ob Salze dieser Zusammensetzung wirklich bestehen und die Vermuthung hegen, daß diese amorphen Massen bloße Gemenge von dreifachsauren Salzen mit Molybdänsäure sind; allein mancherlei Thatsachen, die ich sogleich anführen werde, sprechen entschieden für die Existenz dieser Verbindungen.

Ich habe den Versuch der Darstellung eines solchen Salzes mit ein- und derselben Basis oft wiederholt und gefunden, daß stets eine constante Menge von Molybdänsäure aufgenommen wird und jedesmal das Verhältniß zwischen Basis und Säure sich wie 1 : 4 herausstellt. Ich habe ferner nicht blos ein Salz dieser Art dargestellt, sondern mit verschiedenen Basen die analogen Versuche gemacht, und auch hiebei gefunden, daß, wie die Analysen zeigen, stets dieselben relativen Mengen von Molybdänsäure aufgenommen werden und in Lösung gehen, und zwar immer 1 Äquiv. Basis auf 4 Äquiv. Molybdänsäure.

Wären nun diese Substanzen blos Gemenge von dreifachsauren Salzen mit Molybdänsäure, so wäre nicht einzusehen, warum bei den erwähnten Versuchen stets eine constante Menge von Molybdänsäure aufgenommen wird, und nicht einmal mehr, einmal weniger. Noch mehr spricht für die Existenz dieser Salze der Umstand, daß es mir gelungen ist, ein Natronsalz von dieser Zusammensetzung in krystallinischer Form zu erhalten. Ich habe von Salzen dieser Reihe das Natronsalz, Kalksalz und Zinksalz dargestellt und untersucht.

Das Natronsalz $NaO, 4MoO_3+5^1/_2HO$, wird erhalten, wenn man eine ziemlich concentrirte Lösung des Salzes NaO, MoO_3+2HO oder des Salzes $3NaO, 7MoO_3+22HO$ oder von kohlensaurem Natron zum Kochen erhitzt und während des Siedens so lange Molybdänsäure einträgt, als dieselbe noch gelöst wird. Nach dem Filtriren tropft man die Lösung auf eine Glasplatte und überläßt sie der freiwilligen Verdunstung. Jeder Tropfen erstarrt nach einiger Zeit zu einer durchsichtigen, amorphen Masse, die im kalten und heißen Wasser leicht löslich ist. An der Luft längere Zeit aufbewahrt, trübt sich das Salz bald und wird endlich ganz weiß und undurchsichtig in Folge der Zersetzung und Bildung des dreifachsauren Salzes. In verschlossenen Gefäßen läßt es sich, so wie auch die übrigen Salze dieser Reihe unverändert aufbewahren. Es ist gewöhnlich nicht farblos, sondern wegen partieller Reduction der Säure, etwas grünlich, oder bläulich gefärbt. Diese Reduction ist aber so unbedeutend, daß sie auf die Zusammensetzung des Salzes keinen merklichen Einfluß ausübt. Das Salz verliert beim Erhitzen das Wasser, wird emailartig, weiß, und schmilzt noch unter der Rothglühhitze zu einer gelben Flüssigkeit, welche beim Erkalten zu einer strahlig krystallinischen Masse erstarrt. Bei stärkerem Erhitzen erleidet es aber Zersetzung, indem sich Molybdänsäure zu verflüchtigen beginnt. Bei der Analyse wurden folgende Resultate erhalten:

I. 0·7027 Grm. gaben 0·0967 Grm. Wasser und 0·1468 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0641 Grm. Natron.

II. 0·8822 „ von zweiter Bereitung gaben 0·1253 Grm. Wasser und 0·1790 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0782 Grm. Natron.

III. 1·1355 „ desselben Salzes gaben 0·1608 Grm. Wasser und 0·2278 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0994 Grm. Natron.

IV. 0·9800 „ desselben Salzes gaben 0·1392 Grm. Wasser und 0·1974 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0862 Grm. Natron.

Das wasserfreie Salz enthält daher in 100 Theilen:

	I.	II.	III.	IV.	Mittel
Natron . . .	10·577	10·326	10·198	10·252	10·338,

woraus sich die Formel $NaO, 4MoO_3$ ergibt, welche 9·968 Procente Natron verlangt.

Der Wassergehalt ist ziemlich constant, und das wasserhaltige Salz enthält in 100 Theilen:

	I.	II.	III.	IV.	Mittel
Natron . . .	9·121	8·864	8·753	8·795	8·883
Wasser . .	13·760	14·200	14·160	14·200	14·080.

Demnach hätte es die Zusammensetzung $NaO, 4MoO_3 + 5^1/_2 HO$:

	Berechnet	Gefunden
NaO	8·599	8·883
$4MoO_3$	77·671	—
$5^1/_2 HO$	13·730	14·080

Wie bereits erwähnt, zersetzt sich das vierfachsaure Salz, wenn man größere Mengen der Lösung freiwillig verdampfen läßt, unter Bildung des Salzes $NaO, 3MoO_3 + 7HO$. Daß das sich abscheidende Salz wirklich das dreifachsaure ist, beweisen folgende Resultate: Das erhaltene Zersetzungsproduct, welches im Äußeren dem dreifachsauren Salz ganz gleicht, wurde mit kaltem Wasser gewaschen, zwischen Fließpapier getrocknet, und dann analysirt.

0·9692 Grm. gaben 0·1949 Grm. Wasser, entsprechend 20·109 Proc. Wasser, und 0·2203 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0962 Grm. Natron, entsprechend 9·924 Proc. Natron.

1·1414 „ (bei einem zweiten Versuch erhalten) gaben 0·2374 Grm. Wasser, entsprechend 20·799 Proc. Wasser und 0·2530 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1105 Grm. Natron, entsprechend 9·679 Proc. Natron.

Es enthielt also im Mittel 9·801 Proc. Natron und 20·454 Proc. Wasser.

Die Formel $NaO, 3MoO_3 + 7HO$ verlangt 10·197 Proc. Natron und 20·723 Proc. Wasser.

Als ich einmal eine beträchtliche Menge der Lösung des vierfachsauren Natronsalzes der Zersetzung überließ, bemerkte ich, daß, nachdem die Ausscheidung des dreifachsauren Salzes ziemlich rasch

erfolgte, und eine große Menge davon sich gebildet hatte, ein kleiner Stillstand eintrat. Ich goß dann die Mutterlauge ab, und fand, daß dieselbe in viel größeren Mengen, als in kleinen Tropfen auf eine Glasplatte ausgegossen werden konnte, ohne daß sie sich beim Festwerden trübte. Es resultirte eine durchsichtige, amorphe, in kaltem Wasser leicht lösliche Masse, die noch unter der Rothglühhitze schmolz und beim Erkalten krystallinisch erstarrte. Ich ermittelte die Zusammensetzung dieser Substanz.

1·1731 Grm. gaben 0·2174 Grm. Wasser und 0·1775 Grm. schwefelsaures Natron, entsprechend 0·0773 Natron. Die wasserfreie Substanz enthielt somit 8·109 Proc. Natron, was genau der Zusammensetzung NaO, $5MoO_3$ entspricht, welche 8·136 Proc. Natron verlangt.

Aus diesem einzelnen Ergebniß läßt sich durchaus nicht, auch nur mit einiger Sicherheit der Schluß ziehen, daß ein solches Salz der Molybdänsäure wirklich existire. Svanberg und Struve[1]) geben zwar an, ein Kalisalz dieser Zusammensetzung erhalten zu haben; dessen Bildung hing jedoch auch nur vom Zufall ab. Ich habe bisher keine weiteren Versuche in dieser Richtung angestellt.

Wird die gesammte Menge der Mutterlauge, aus welcher ich jene eben erwähnte Substanz erhielt, ohne sie in kleinen Portionen auf eine Glasplatte zu vertheilen, dem freiwilligen Verdampfen überlassen, so scheint die Zersetzung weiter zu schreiten, indem sich wieder ein dem dreifachsauren Salz ähnlicher Körper abscheidet, neben welchem man, wenn bereits alles Wasser verdampft ist, nichts davon auffallend Verschiedenes bemerken kann. Dasselbe ist der Fall, wenn man die Lösung des vierfachsauren Salzes ohne Unterbrechung ruhig bis ganz zur Trockene verdunsten läßt. Man bemerkt neben dem erhaltenen, dem dreifachsauren Salz im Äußeren ähnlichen Producte nicht Anderes, davon auffällig Verschiedenes. Es ist hiemit schwer zu entscheiden, in welcher Weise die Zersetzung eigentlich vor sich geht. Das Zersetzungsproduct gab nur dann die richtige Zusammensetzung des dreifachsauren Salzes, wenn die Lösung des vierfachsauren Salzes nicht ganz bis zur Trockene verdampft, und das Salz mit etwas kaltem Wasser gewaschen wurde. Das Einfachste wäre die Zersetzung des vierfachsauren Salzes in dreifachsaures und

---

[1]) Journ. f. pract. Chem. XLIV. 275.

freie Molybdänsäure. Es müßte dann, nach dem vorhin Angeführten, wenn alles bis zur Trockene verdampft ist, die abgeschiedene Molybdänsäure so vertheilt dem dreifachsauren Salze anhängen, daß sie sich nicht deutlich bemerkbar macht, was wohl möglich wäre.

Das krystallisirbare Natronsalz NaO, $4MoO_3+6HO$ erhielt ich einmal als Nebenproduct bei der Darstellung des achtfachsauren Salzes (siehe dieses) als ich zufällig eine etwas geringere Menge Salzsäure als zur Bildung des letzteren Salzes gerade nothwendig ist, genommen hatte. Nachdem aus der Flüssigkeit das achtfachsaure Salz auskrystallisirt war, schied sich das vierfachsaure Salz ab. Um vom Zufalle unabhängig zu sein, versuchte ich nun die Darstellung dieses Salzes durch Versetzen der ziemlich concentrirten Lösung des Salzes NaO, MoO_3+2HO mit der nöthigen Menge Salzsäure von bestimmtem Gehalt (auf 4(NaO, MoO_3+2HO), 3HCl), und erhielt es wirklich. Es krystallisirt gewöhnlich in glänzenden Krusten, die ein Agregat sehr kleiner Krystalle sind. Unter dem Mikroskop bemerkt man lauter gleichartige Krystalle. Die Verbindung ist in kaltem Wasser schwer löslich, in heißem jedoch sehr leicht. Es kann dieselbe deßhalb auch ohne Schwierigkeit rein erhalten, und von etwa beigemengtem Chlornatrium und achtfachsaurem Salz durch Abwaschen mit kaltem Wasser befreit werden, da letzteres Salz in kaltem Wasser sehr leicht löslich ist. Nach dem Waschen wurde das Salz durch Pressen zwischen Fließpapier getrocknet.

Die Analysen führten zu folgenden Ergebnissen: [1])

I. 1·0983 Grm. gaben 0·1675 Grm. Wasser und 0·2132 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0931 Grm. Natron.

II. 1·0135 „ gaben 0·1491 Grm. Wasser und 0·1942 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0848 Grm. Natron.

III. 1·2407 „ gaben 0·1853 Grm. Wasser und 0·2395 Grm. schwefelsaures Natron = 0·1046 Grm. Natron.

In 100 Theilen enthielt es also:

	I.	II.	III.	Mittel
Natron . . .	8·476	8·367	8·430	8·424
Wasser . .	15·250	14·711	14·935	14·965

woraus sich folgende Formel ergibt: NaO, $4MoO_3+6HO$.

---

[1]) Die Analysen I und II beziehen sich auf das als Nebenproduct bei der Darstellung des achtfachsauren Salzes erhaltene, III auf das direct aus dem Salze NaO, MoO_3+2HO mittelst Salzsäure dargestellte Salz.

	Berechnet	Gefunden
NaO	8·493	8·424
$4MoO_3$	76·713	—
6HO	14·794	14·965.

Das wasserfreie Salz enthält in 100 Theilen:

	I.	II.	III.	Mittel
Natron . . .	10·000	9·810	9·910	9·900.

Die Formel NaO, $4MoO_3$ verlangt 9·967 Proc. Natron.

Das Kalksalz CaO, $4MoO_3+9HO$. Es wurde nach der beschriebenen allgemeinen Methode durch Behandlung von kohlensaurem Kalk mit Molybdänsäure, dargestellt. Amorphe, durchsichtige Masse von bläulicher Färbung, in kaltem Wasser leicht löslich. Bei schwacher Rothglühhitze schmilzt es, zersetzt sich aber dabei bereits unter Verflüchtigung von Molybdänsäure.

Der Kalk wurde so bestimmt, wie im dreifachsauren Salz.

I. 0·9802 Grm. des Salzes gaben 0·1989 Grm. Wasser und 0·0747 Grm. Kalk.
II. 1·1959 „ desselb. „ „ 0·2446 „ „ „ 0·0870 „ „
III. 1·6632 „ von einer zweiten Bereitung gaben 0·3331 Grm. Wasser.
IV. 1·3173 „ derselben Bereitung (wasserfrei) gaben 0·1244 Grm. Kalk.

In Procenten:

	I.	II.	III.	IV.	Mittel
Kalk . . .	7·620	7·274	—	—	7·447
Wasser .	20·291	20·453	20·027	—	20·257.

Dem entspricht die Formel CaO, $4MoO_3+9HO$.

	Berechnet	Gefunden
CaO	7·197	7·447
$4MoO_3$	71·981	—
9HO	20·822	20·257

Das wasserfreie Salz enthält in 100 Theilen:

	I.	II.	IV.	Mittel
Kalk . . .	9·559	9·145	9·443	9·382.

Die Formel CaO, $4MoO_3$ verlangt 9·091 Proc. Kalk.

Das Zinksalz ZnO, $4MoO_3+8HO$. Auf analoge Weise wie das Kalksalz erhalten. Amorphe durchsichtige, im kalten Wasser leicht lösliche, schwach blaugrün gefärbte Masse. Verhält sich in der Glüh-

hitze, wie das vorhergehende Salz. Das Zinkoxyd wurde auf dieselbe Weise bestimmt, wie im dreifachsauren Salz.

I. 1·1630 Grm. des Salzes gaben 0·2087 Grm. Wasser und 0·1228 Grm. Zinkoxyd.
II. 1·4397 „ von einer zweiten Bereitung gaben 0·2604 Grm. Wasser und 0·1567 Grm. Zinkoxyd.
III. 1·3408 „ von einer dritten Bereitung gaben 0·2458 Grm. Wasser und 0·1377 Grm. Zinkoxyd.

In Procenten:

	I.	II.	III.	Mittel
Zinkoxyd . . .	10·558	10·884	10·269	10·570
Wasser . . .	17·950	18·090	18·330	18·123

Daher die Zusammensetzung:

	Berechnet	Gefunden
ZnO	10·341	10·570
$4MoO_3$	71·320	—
8HO	18·339	18·123.

Das wasserfreie Salz enthält in 100 Theilen:

	I.	II.	III.	Mittel
Zinkoxyd . .	12·880	13·290	12·575	12·915.

Die Formel ZnO, $4MoO_3$ verlangt 12·664 Procent Zinkoxyd.

Die Natronsalze dieser Reihe zeigen, daß auch die vierfachsauren Salze der Molybdänsäure, so wie die dreifachsauren, in zwei Modificationen, einer in kaltem Wasser leicht löslichen, amorphen, und einer in kalten Wasser schwerlöslichen, krystallinischen, auftreten können. Aus den näheren Umständen bei der Bildung dieser Salze geht hervor, daß dieselben aus reinen Lösungen, wegen der leichten Zersetzbarkeit nicht krystallisiren, wohl aber aus solchen Lösungen, welche fremde, krystallisirbare Salze, wie in dem erwähnten Falle Chlornatrium, enthalten.

Ich zweifle nicht daran, daß sich alle hiehergehörigen Salze krystallisirt erhalten lassen, wenn man die nach angegebener Methode dargestellten reinen, concentrirten Lösungen derselben mit einer Lösung von Chlornatrium versetzt und dann der freiwilligen Verdunstung überläßt.

Vor der letzten Gruppe der Molybdänsäuresalze, der säurereichsten, welche bisher darzustellen mir gelang, will ich einige Bemerkungen einschalten über die lösliche Molybdänsäure. Graham[1]) führt dieselbe unter seinen Colloïdsubstanzen an und erhielt sie durch Dialyse einer mit Salzsäure im Überschuß versetzten Lösung von molybdänsaurem Natron. Noch bevor ich zur Kenntniß von Graham's Arbeit gelangt war, hatte ich die lösliche Molybdänsäure auf anderem Wege erhalten, nämlich durch Zersetzung von Barytsalzen mit Schwefelsäure. Das Verfahren, welches ich dabei einschlage, ist folgendes: Irgend eines der säurereicheren Alkalisalze (ich verwendete theils das gewöhnliche Ammonsalz, theils das vierfachsaure Natronsalz) wird in Wasser gelöst, die Lösung zum Sieden erhitzt und dann mit Chlorbarium ausgefällt; der erhaltene Niederschlag wird mit heißem Wasser durch Dekantation vollständig ausgewaschen und schließlich in einer Porzellanschale auf dem Wasserbade getrocknet. Das gewonnene Barytsalz wird dann mit Wasser zu einem dünnen Brei angerührt und durch die zur Sättigung des darin enthaltenen Baryts erforderliche Menge einer Schwefelsäure von bekanntem Gehalt zersetzt. Es ist gut, sich etwas von dem Barytsalze zu reserviren für den Fall, daß man etwas zu viel Schwefelsäure angewendet hätte. Man setzt dann diesfalls vorsichtig von ersterem in kleinen Portionen unter Umrühren zu, bis eine abfiltrirte und mit Salzsäure versetzte Probe mit Chlorbaryum keine Trübung mehr gibt, welcher Punkt nicht besonders schwierig zu erreichen ist. Weniger Schwefelsäure zu nehmen, so daß etwas von dem Barytsalz unzersetzt bleibt, ist nicht angezeigt, indem die freigewordene Molybdänsäure eine kleine Menge desselben auflöst.

Dieser Weg der Darstellung wird dadurch umständlich, daß man in dem auf oben erwähnte Weise erhaltenen Barytniederschlage den Barytgehalt bestimmen muß, um die zur Zersetzung nöthige Menge von Schwefelsäure berechen zu können; allein es gelang mir bisher nicht, ihn zu vereinfachen, da ich nur aus den, aus säurereicheren Alkalisalzen gefällten Barytniederschlägen die lösliche Säure rein erhielt, und da diese Niederschläge, wie ich mich überzeugte, keine constante Zusammensetzung besitzen. Sie scheinen Gemenge ver-

[1]) Journ. Chem. Soc. [2]. II. 318 und Journ. f. pract. Chem. XCIV. 353.

hitze, wie das vorhergehende Salz. Das Zinkoxyd wur... Weise bestimmt, wie im dreifachsauren Salz.

I. 1·1630 Grm. des Salzes gaben 0·2087 Grm. Was... Zinkoxyd.

II. 1·4397 „ von einer zweiten Bereitung gaben ... 0·1567 Grm. Zinkoxyd.

III. 1·3408 „ von einer dritten Bereitung g... 0·1377 Grm. Zinkoxyd.

In Procenten:

	I.	II.
Zinkoxyd . . .	10·558	10·...
Wasser . . .	17·950	1...

Daher die Zusammensetz...

ZnO
4MoO$_3$
8H...

Das wasserfre...

Zinkoxyd ...

Die For... ...mau, in ...dunkel, was von einer

Die ... ...vorgerufen durch Einwirkung des sauren S... ... organischen Substanzen, wie z. B. Staub, Modific... ...gen das Licht, bei Gegenwart organischer Sub- einer ... ...ie Lösung der Säure sehr empfindlich. Taucht man kör... ...von Filtrirpapier in die concentrirte Lösung, und setzt g... ...ere dann dem directen Sonnenlichte aus, so färben sie sich bald ziemlich intensiv blau. Die feste lösliche Molybdänsäure ist kurz nach ihrer Darstellung in kaltem Wasser ziemlich leicht löslich. Nach längerem Aufbewahren löst sie sich in kaltem Wasser fast gar nicht, bei sehr gelindem Erwärmen aber erfolgt vollständige Lösung. Auf dem Wasserbade läßt sich die Lösung der Säure nicht unverändert eindampfen; es beginnt bald eine reichliche mit steigender Concentration rasch zunehmende Ausscheidung einer weißen pulverförmigen Substanz, welche wahrscheinlich ein schwerlösliches Hydrat der Molybdänsäure ist.

Untersuchungen über Molybdänsäure und deren Salze.

...letzten Gruppe der Molybdänsäuresalze, der säurereich-
...er darzustellen mir gelang, will ich einige Bemer-
... über die lösliche Molybdänsäure. Graham¹)
...inen Colloidsubstanzen an und erhielt sie durch
...äure im Überschuß versetzten Lösung von
...ch bevor ich zur Kenntniß von Graham's
...die lösliche Molybdänsäure auf anderem
... Zersetzung von Barytsalzen mit
...elches ich dabei einschlage, ist
...deren Alkalisalze (ich verwen-
..., theils das vierfachsaure
...ung zum Sieden erhitzt
...haltene Niederschlag
...ständig ausgewaschen
...e getrock-
... in einem
... kalt ...

'im Erhitzen bei gesteigerter Temperatur verliert die feste
'ulich langsam Wasser und bei verschiedenen Temperaturen
'chiedene, bestimmte Mengen desselben zurückgehalten.
'ie Säure bis zur beginnenden Rothglühhitze, so verliert
er, und stellt dann die gewöhnliche unlösliche,
dar. Bei noch stärkerer Hitze läßt sie sich, so wie

Säure lassen sich Studien über die Hydrate
denen es jedenfalls mehrere gibt, machen.
ntersuchungen darüber beschäftigt, deren
en Abhandlung mittheilen werde.

'emeinen Formel:

nHO.

tenz man bisher nicht ver-
Die meisten lassen sich
..ze der vorhergehenden Gruppen
.ie sind sämmtlich deutlich krystallisirbar,
.ogar in schönen, ziemlich großen Krystallen auf.
.. im Wasser leicht löslich, manche selbst in kaltem
.r. Ihre Lösungen zeichnen sich durch das Verhalten gegen gelbes Blutlaugensalz aus, und lassen sich dadurch von allen andern molybdänsauren Salzen deutlich unterscheiden. Dieses Reagens erzeugt nämlich darin einen rothbraunen Niederschlag, während es in den Lösungen sämmtlicher anderer Salze der Molybdänsäure keine Fällung hervorbringt. Nebenbei will ich bemerken, daß sich auch die Salze der andern Gruppen durch gelbes Blutlaugensalz von einander unterscheiden lassen. Die Lösungen der einfachsauren Salze werden durch dieses Reagens nicht verändert, die der dreifachsauren hellroth, die der vierfachsauren dunkelroth gefärbt. Bezüglich der Krystallform der achtfachsauren Salze will ich den auffallenden Umstand hervorheben, daß sie bei allen dieselbe zu sein scheint, dem mono- oder triklinometrischen Systeme angehörig. Alle von mir bisher dargestellten Salze dieser Reihe krystallisiren in schiefen, vierseitigen Prismen, geschlossen durch die basische Endfläche, und

schiedener Salze zu sein. Überhaupt zeigen die Lösungen jener Alkalisalze ein eigenthümliches Verhalten gegen Chlorbaryumlösung. Setzt man nämlich letztere zu einer kalten Lösung der erwähnten Salze tropfenweise hinzu, so erzeugt anfangs jeder Tropfen einen zähen, käsigen Niederschlag, der beim Umrühren wieder verschwindet. Sehr bald tritt aber ein Moment ein, wo die entstandene Fällung nicht mehr verschwindet, und dann läßt sich durch weiteren Zusatz von Chlorbaryumlösung bis zum Vorwalten derselben fast alle Molybdänsäure ausfällen. Bedingung ist für das Gelingen der Darstellung der löslichen Molybdänsäure, daß die Fällung des Barytsalzes in der Siedhitze vorgenommen werde.

Nach der Zersetzung mit Schwefelsäure läßt man den schwefelsauren Baryt sich absetzen und filtrirt. Die Lösung der reinen Säure darf weder mit verdünnter Schwefelsäure noch mit Salzsäure und Chlorbaryum versetzt, eine Trübung geben. Die Lösung ist fast völlig farblos, besitzt einen stark sauren, metallischen Geschmack, färbt sich beim Concentriren zuerst schwach gelbgrün, dann hell grünblau und gibt beim Verdunsten über Schwefelsäure, die lösliche Molybdänsäure im festen Zustande als eine durchsichtige amorphe Masse, die durch eine Menge radial verlaufender Risse in viele Blätter zerfällt, welche sich leicht von den Wandungen der Schale loslösen. Die so erhaltene Säure ist stets gefärbt und zwar blaugrün oder blau, in dünnen Schichten hell, in dicken ziemlich dunkel, was von einer geringen partiellen Reduction, hervorgerufen durch Einwirkung des Lichtes bei Gegenwart von organischen Substanzen, wie z. B. Staub, herrühren mag. Gegen das Licht, bei Gegenwart organischer Substanzen ist die Lösung der Säure sehr empfindlich. Taucht man Streifen von Filtrirpapier in die concentrirte Lösung, und setzt erstere dann dem directen Sonnenlichte aus, so färben sie sich bald ziemlich intensiv blau. Die feste lösliche Molybdänsäure ist kurz nach ihrer Darstellung in kaltem Wasser ziemlich leicht löslich. Nach längerem Aufbewahren löst sie sich in kaltem Wasser fast gar nicht, bei sehr gelindem Erwärmen aber erfolgt vollständige Lösung. Auf dem Wasserbade läßt sich die Lösung der Säure nicht unverändert eindampfen; es beginnt bald eine reichliche mit steigender Concentration rasch zunehmende Ausscheidung einer weißen pulverförmigen Substanz, welche wahrscheinlich ein schwerlösliches Hydrat der Molybdänsäure ist.

Beim Erhitzen bei gesteigerter Temperatur verliert die feste Säure ziemlich langsam Wasser und bei verschiedenen Temperaturen werden verschiedene, bestimmte Mengen desselben zurückgehalten. Erhitzt man die Säure bis zur beginnenden Rothglühhitze, so verliert sie alles Wasser, und stellt dann die gewöhnliche unlösliche, wasserfreie Säure dar. Bei noch stärkerer Hitze läßt sie sich, so wie letztere sublimiren.

An der löslichen Säure lassen sich Studien über die Hydrate der Molybdänsäure, von denen es jedenfalls mehrere gibt, machen. Ich bin eben mit den Untersuchungen darüber beschäftigt, deren Resultate ich in einer späteren Abhandlung mittheilen werde.

Salze nach der allgemeinen Formel:

$$MO, 8MoO_3 + nHO.$$

Diese Molybdänsäuresalze, deren Existenz man bisher nicht vermuthete, sind nicht schwierig zu erhalten. Die meisten lassen sich darstellen durch Zersetzung der Salze der vorhergehenden Gruppen mittelst stärkeren Säuren. Sie sind sämmtlich deutlich krystallisirbar, das Natronsalz tritt sogar in schönen, ziemlich großen Krystallen auf. Fast alle sind im Wasser leicht löslich, manche selbst in kaltem Wasser. Ihre Lösungen zeichnen sich durch das Verhalten gegen gelbes Blutlaugensalz aus, und lassen sich dadurch von allen andern molybdänsauren Salzen deutlich unterscheiden. Dieses Reagens erzeugt nämlich darin einen rothbraunen Niederschlag, während es in den Lösungen sämmtlicher anderer Salze der Molybdänsäure keine Fällung hervorbringt. Nebenbei will ich bemerken, daß sich auch die Salze der andern Gruppen durch gelbes Blutlaugensalz von einander unterscheiden lassen. Die Lösungen der einfachsauren Salze werden durch dieses Reagens nicht verändert, die der dreifachsauren hellroth, die der vierfachsauren dunkelroth gefärbt. Bezüglich der Krystallform der achtfachsauren Salze will ich den auffallenden Umstand hervorheben, daß sie bei allen dieselbe zu sein scheint, dem mono- oder triklinometrischen Systeme angehörig. Alle von mir bisher dargestellten Salze dieser Reihe krystallisiren in schiefen, vierseitigen Prismen, geschlossen durch die basische Endfläche, und

lassen keine weiteren Combinationsflächen erkennen. Es läßt sich bei der einfachen Beobachtung durch den Gesichtssinn kein anderer Unterschied bei den Krystallen der verschiedenen Salze wahrnehmen, als der in der Größe.

Ich fühle mich sehr zu der Vermuthung verleitet, daß eine krystallographische Untersuchung dieser Salze vielleicht nicht uninteressante Beiträge zur Lehre vom Isomorphismus liefern würde. Möglicherweise dürften sich nur geringe Winkelverschiedenheiten zeigen, und es ist vielleicht das so bedeutende Vorwalten des gleichen Bestandtheiles, nämlich der Molybdänsäure von großem Einfluß auf die Krystallform.

Das Natronsalz NaO, $8MoO_3+17HO$. Es wurde erhalten durch Versetzen einer Lösung des einfachsauren Salzes mit der erforderlichen Menge einer titrirten Salzsäure, und freiwilliges Verdampfen. Auf 8 Äquivalente NaO, MoO_3+2HO wurden 7 Äquivalente HCl genommen. Die Salzsäure bringt anfangs einen Niederschlag hervor, der aber beim Umrühren sich wieder vollständig auflöst. Das erhaltene Salz läßt sich durch Auflösen in Wasser und Verdunsten der Lösung bei gewöhnlicher Temperatur leicht umkrystallisiren. Es krystallisirt in schönen, ziemlich großen Krystallen, die bis zu einem halben Zoll lang werden, einen in Fettglanz geneigten Glasglanz besitzen, der besonders lebhaft ist, so lange sie sich noch in der Flüssigkeit befinden, worin sie sich, und so lange sie noch klein sind, auch vollkommen durchsichtig zeigen, überhaupt schöner aussehen, als wenn sie einmal herausgenommen und abgetrocknet sind. Läßt man die Krystalle an trockener Luft liegen, so verlieren sie Wasser, werden undurchsichtig, indem sich eine Menge von Rissen bildet, ohne aber zu Pulver zu zerfallen. Sie besitzen dann Fettglanz, sind leicht zerreiblich, fühlen sich fettig an, und zeigen im Aussehen große Ähnlichkeit mit geschmolzener Stearinsäure.

Das Salz ist in heißem sowohl, als kaltem Wasser sehr leicht löslich und krystallisirt aus der Lösung beim freiwilligen Verdampfen unverändert. Bei gesteigertem Erhitzen verliert es das Wasser und schmilzt noch unter der Rothglühhitze zu einer dunkelgelben Flüssigkeit, die beim Erkalten zu einer blättrig krystallinischen Masse erstarrt. Steigert man die Temperatur aber nur ein klein wenig über jene, die eben zum Schmelzen hinreicht, so beginnt eine Zersetzung, unter Verflüchtigung von Molybdänsäure.

Die Analysen gaben folgende Resultate:

I. 1·3001 Grm. des Salzes gaben 0·2594 Grm. Wasser und 0·1296 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0566 Grm. Natron.

II. 1·5302 „ von zweiter Bereitung gaben 0·3118 Grm. Wasser und 0·1546 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0675 Grm. Natron.

III. 2·1733 „ von dritter Bereitung gaben 0·4100 Grm. Wasser und 0·1952 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0852 Grm. Natron.

IV. 1·6672 „ von derselben Bereitung gaben 0·3335 Grm. Wasser und 0·1580 Grm. schwefelsaures Natron = 0·0690 Grm. Natron.

Das Salz enthält daher in 100 Theilen:

	I.	II.	III.	IV.	Mittel
Natron . . .	4·353	4·411	3·921	4·138	4·206
Wasser . .	19·952	20·376	20·245	20·003	20·144.

Dies entspricht der Formel: $NaO, 8MoO_3 + 17HO$

	Berechnet	Gefunden
NaO	4·166	4·206
$8MoO_3$	75·270	—
17HO	20·564	20·144

Das wasserfreie Salz enthält in Procenten:

	I.	II.	III.	IV.	Mittel
Natron . . .	5·439	5·540	4·917	5·173	5·267.

Die Formel $NaO, 8MoO_3$ verlangt 5·245 Proc. Natron.

Bei 100 Grad getrocknet, hält das Salz 3 Äquivalente Wasser zurück, zwischen 160 und 180 geht alles Wasser fort.

1·3162 Grm. des bei 100 Grad getrockneten Salzes gaben 0·0569 Grm. Wasser entsprechend 4·323 Proc. Dies entspricht 3 Äquivalenten, welche nach der Berechnung 4·369 Proc. Wasser fordern.

Das Kalisalz $KO, 8MoO_3 + 13HO$. Ich erhielt dasselbe durch Eintragen von dreifachsaurem Salz in eine Lösung der löslichen Molybdänsäure. Das dreifachsaure Salz löst sich in der Säure auf. Hat sich eine ziemliche Menge gelöst, so tritt ein Punkt ein, wo plötzlich eine reichliche Abscheidung eines krystallinischen Niederschlages stattfindet. Erwärmt man, so löst sich fast Alles wieder auf, und die filtrirte Lösung gibt beim Erkalten das achtfachsaure Salz in kleinen stark glänzenden Krystallen. Von Wasser scheint es zersetzt zu

werden, indem es sich beim Übergießen mit demselben in ein weißes schwerlösliches Pulver verwandelt. Beim Erhitzen verhält es sich wie das Natronsalz.

I. 1·4060 Grm. des Salzes gaben 0·2287 Grm. Wasser und 0·1530 Grm. schwefelsaures Kali = 0·0827 Grm. Kali.

II. 1·1757 „ des Salzes gaben 0·1918 Grm. Wasser und 0·1399 Grm. schwefelsaures Kali = 0·0757 Grm. Kali.

In Procenten:

	I.	II.	Mittel
Kali . . .	5·886	6·434	6·160
Wasser . .	16·280	16·310	16·295

Dem entspricht die Formel KO, $8MoO_3+13HO$.

	Berechnet	Gefunden
KO	6·504	6·160
$8MoO_3$	77·339	—
13HO	16·157	16·295

Das Magnesiasalz MgO, $8MoO_3+20HO$. In gleicher Weise durch Salzsäure aus dem Salze MgO, MoO_3+7HO erhalten, wie das Natronsalz. Es bildet kleinere Krystalle als letzteres, aber deutliche, glasglänzende. Es verliert beim Liegen an der Luft Wasser, ohne daß ein Verschwinden des Glanzes merkbar wäre, ist in kaltem Wasser leicht löslich. Bei beginnender Rothglühhitze schmilzt es, wird aber dabei schon zersetzt und Molybdänsäure verflüchtigt sich. Durch vorsichtiges Erhitzen bis nahe zum Schmelzpunkt, läßt sich alles Wasser entfernen und so bestimmen. Der Rückstand löst sich nach vorhergehender Digestion mit Ätzammoniak, in Salzsäure vollständig auf

I. 1·4658 Grm. gaben 0·3531 Grm. Wasser und 0·1150 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0414 Grm. Magnesia.

II. 2·7557 „ von einer zweiten Bereitung gaben 0·6529 Grm. Wasser und 0·2122 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0765 Grm. Magnesia.

III. 2·7365 „ von einer dritten Bereitung gaben 0·6488 G m Wasser und 0·2020 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0724 Grm. Magnesia.

In 100 Theilen enthält also das Salz:

	I.	II.	III.	Mittel
Magnesia . . .	2·824	2·776	2·645	2·748
Wasser . . .	24·089	23·692	23·709	23·830,

woraus folgende Zusammensetzung folgt: MgO, $8MoO_3+20HO$.

	Berechnet	Gefunden
MgO	2·631	2·748
$8MoO_3$	73·685	—
20HO	23·684	23·830

Das wasserfreie Salz enthält in Procenten:

	I.	II.	III.	Mittel
Magnesia . . .	3·720	3·638	3·467	3·608.

Die Formel MgO, $8MoO_3$ verlangt 3·448 Procente Magnesia.

Das Barytsalz BaO, $8MoO_3 + 18HO$. Durch dieses Salz wurde ich zur Erkenntniß der Existenz dieser Reihe von Molybdänsäureverbindungen geführt. Als ich nämlich das Verhalten der löslichen Molybdänsäure gegen Basen studiren wollte und zunächst eine Lösung der ersteren mit kohlensaurem Baryt behandelte, bemerkte ich hiebei unter gewissen Umständen die Bildung eines krystallisirten Salzes, welches obige Zusammensetzung zeigte. Es wird am besten dargestellt, wenn man in die gelinde erwärmte Lösung der löslichen Molybdänsäure kohlensauren Baryt so lange einträgt, als er sich darin noch auflöst. Es tritt bald ein Punkt ein, wobei der kohlensaure Baryt zwar noch unter Aufbrausen zersetzt wird, aber keine Auflösung mehr erfolgt, sondern ein unlösliches Salz sich abscheidet. Aus der filtrirten Lösung krystallisirt beim Stehenlassen derselben das Salz ziemlich rasch in deutlichen, glasglänzenden, schiefen Prismen. Es läßt sich nicht umkrystallisiren; kaltes Wasser wirkt nicht darauf ein, heißes scheint es zu zersetzen, indem es einen kleinen Theil löst, während ein unlösliches Salz als krystallinisches, schweres Pulver zurückbleibt.

Man kann den achtfachsauren molybdänsauren Baryt auch noch auf andere Weise erhalten, und zwar, wenn man die concentrirte Lösung des achtfachsauren Natronsalzes mit der Lösung einer äquivalenten Menge Chlorbaryum versetzt und die Flüssigkeit sich selbst überläßt. Es entsteht ferner, wenn man zu einer Lösung der löslichen Molybdänsäure Chlorbaryumlösung so lange tropfenweise hinzusetzt, bis ein weiterer Zusatz eine Fällung hervorbringt. Das Chlorbaryum wird durch die Molybdänsäure zersetzt, und es scheidet sich aus der Lösung nach und nach das Barytsalz in Krystallen ab. Auf diesem Wege kann man aber kein völlig reines Präparat erhalten da dasselbe

immer etwas Chlorbaryum enthält, von dem es, da es sich nicht umkrystallisiren läßt, nicht befreit werden kann.

Die Trennung des Baryt's von der Molybdänsäure bei der Analyse geschah durch Schmelzen des Salzes mit kohlensaurem Natron, und wurde derselbe als schwefelsaurer oder kohlensaurer Baryt gewogen.

Das Salz lässt sich durch vorsichtiges Erhitzen bis nahe zur Rothglühhitze entwässern; bei beginnender Rothglühhitze fängt es an zu schmelzen, wird aber hiebei schon zersetzt, indem Molybdänsäure verdampft.

I. 0·7883 Grm. gaben 0·1596 Grm. Wasser und 0·1137 Grm. schwefelsauren Baryt = 0·0746 Grm. Baryt.
II. 0·8310 „ gaben 0·1695 Grm. Wasser.
III. 2·5080 „ „ 0·3097 „ kohlensauren Baryt = 0·2405 Grm. Baryt.
IV. 1·2307 „ „ 0·2512 „ Wasser und 0·1500 Grm. kohlensauren Baryt = 0·1135 Grm. Baryt.

100 Theile des Salzes enthalten daher:

	I.	II.	III.	IV.	Mittel
Baryt . . .	9·469	—	9·589	9·222	9·426
Wasser . .	20·250	20·397	—	20·411	20·352

woraus sich die Formel BaO, $8MoO_3 + 18HO$ ergibt.

	Berechnet	Gefunden
BaO	9·581	9·426
$8MoO_3$	70·130	—
18HO	20·289	20·352

Das wasserfreie Salz enthält nach obigen Daten in Procenten:

	I.	IV.	Mittel
Baryt . . .	11·865	11·587	11·726.

Die Formel BaO, $8MoO_3$ fordert 12·018 Proc. Baryt.

Das zur Analyse I. verwendete Salz war durch Behandlung der löslichen Molybdänsäure mit kohlensaurem Baryt, das zu II, III und IV benützte durch Wechselzersetzung aus achtfachsaurem molybdänsauren Natron mit Chlorbaryum erhalten.

0·6660 Grm. des Barytsalzes, welches durch Behandlung der löslichen Molybdänsäure mit Chlorbaryum in angegebener Weise erhalten wurde, gaben 0·1309 Grm. Wasser entsprechend 19·64

Proeent und 0·1028 Grm. schwefelsauren Baryt = 0·0675 Grm. Baryt entsprechend 10·14 Procente Baryt.

Diese Resultate differiren etwas beträchtlich mit den oben angeführten, weil, wie bereits erwähnt, das nach dieser Methode dargestellte. Salz mit ein wenig Chlorbaryum verunreinigt ist.

Das Kalksalz CaO, $8MoO_3+18HO$ ist analog dem Barytsalz zusammengesetzt. Es wurde auf folgende Weise dargestellt: Aus der Lösung einer gewogenen Menge des Salzes NaO, MoO_3+2HO wurde durch Wechselzersetzung mittelst Chlorcalcium das einfachsaure Kalksalz gefällt. Dieses, ein weißer, unlöslicher Niederschlag, wurde vollkommen ausgewaschen und mit der entsprechenden, nach der Menge des angewandten Natronsalzes berechneten Menge einer titrirten Salzsäure behandelt. Dabei löst es sich auf, und aus der Lösung krystallisirt beim freiwilligen Verdampfen das achtfachsaure Salz in sehr kleinen glasglänzenden Krystallen. Die Krystalle sind unter denen der beschriebenen Salze dieser Gruppe die kleinsten, unter der Loupe jedoch deutlich als schiefe Prismen erkennbar. In kaltem Wasser ist das Salz fast unlöslich, leicht jedoch in heißem Wasser. Beim Erhitzen verhält es sich ganz so, wie das Barytsalz. Der Kalk wurde durch Aufschließen mit kohlensaurem Natron als kohlensaurer Kalk abgeschieden und als Ätzkalk gewogen.

I. 1·5936 Grm. des Salzes gaben 0·3379 Grm. Wasser und 0·0586 Grm. Kalk.
II. 0·7473 „ von zweiter Bereitung gaben 0·1602 Grm. Wasser.
III. 0·8331 „ „ derselben „ „ 0·1788 „ „
IV. 3·1145 „ „ „ „ „ 0·1068 „ Kalk.

In Procenten enthielt es daher:

	I.	II.	III.	IV.	Mittel
Kalk	3·677	—	—	3·429	3·553
Wasser . .	21·203	21·437	21·462	—	21·367

was mit der Formel $CaO,8MoO_3+18HO$ stimmt.

	Berechnet	Gefunden
CaO	3·733	3·553
$8MoO_3$	74·667	—
18HO	21·600	21·367

sche ziemlich stark mit Soda verfälscht gewesen sein muß. Es ist besonders bei der Darstellung molybdänsaurer Salze ungemein wichtig. bei der Wahl der Materialien sehr vorsichtig zu sein und sie sorgfältig auf ihre Reinheit zu prüfen, weil man sich sonst den gröbsten Täuschungen ausgesetzt sehen kann.

Die Zusammensetzung des Doppelsalzes ergibt sich aus den Analysen, wie folgt:

I. 1 4553 Grm. gaben 0·4105 Grm. Wasser und 0·6163 Grm. Chlorkalium + Chlornatrium; Kali und Natron wurden indirect bestimmt; es wurden erhalten 1·3923 Grm. Chlorsilber, entsprechend 0 3438 Grm. Chlor; daraus ergibt sich 0·1457 Grm. Kali und 0·2042 Grm. Natron.

II. 1·118 „ von einer zweiten Bereitung gaben 0·3113 Grm. Wasser und 0·4815 Grm. Chlorkalium + Chlornatrium; diese lieferten 0·6141 Grm. Kaliumplatinchlorid; entsprechend 0·1874 Grm. Chlorkalium oder 0·1183 Grm. Kali; daher 0·1558 Grm. Natron.

III. 1·3272 „ von einer dritten Bereitung gaben 0·3736 Grm. Wasser und 0·687 Grm. schwefelsaurem Kali + schwefelsaures Natron; die indirecte Bestimmung der Alkalien gab 1·05 Grm. schwefelsauren Baryt = 0·3605 Grm. Schwefelsäure, woraus sich 0·138 Grm. Kali und 0·1885 Grm. Natron ergeben.

IV. 1·4483 „ von derselben Bereitung gaben 0·4115 Grm. Wasser und 0·6152 Grm. Chlorkalium + Chlornatrium; diese 0·7772 Grm. Kaliumplatinchlorid, entsprechend 0·2371 Chlorkalium oder 0·1497 Grm. Kali; daher 0·2003 Grm. Natron.

V. 0·7617 „ desselben Salzes gaben 0·3866 Grm. Kaliumplatinchlorid = 0·0745 Grm. Kali.

Das Salz enthält also in 100 Theilen:

	I.	II.	III.	IV.	V.	Mittel
Kali . . .	10·011	10·581	10·397	10·336	9·780	10·221
Natron . .	14·031	13·935	14·202	13·830	—	13·999
Wasser .	28·190	27·844	28·149	28·412	—	28·149

Daraus ergibt sich die Formel KO, 2NaO, $3MoO_3 + 14HO$.

	Berechnet	Gefunden
KO	10·581	10·221
2NaO	13·929	13·999
$3MoO_3$	47·182	—
14HO	28·308	28·149

Das wasserfreie Salz enthält in Procenten:

	I.	II	III.	IV.	Mittel
Kali . . .	14·945	14·664	14·471	14·438	14·379
Natron . .	19·544	19·313	19·767	19·319	19·486

Die Formel KO, 2NaO, $3MoO_3$ verlangt 14·760 Proc. Kali und 19·429 Proc. Natron.

Doppelsalze, welche die einfachsaure molybdänsaure Magnesia mit den einfachsauren Alkalisalzen bildet.

Ich habe bereits früher auf die Analogie jenes Magnesiasalzes mit der Schwefelsauren Magnesia, hinsichtlich der Bildung gewisser Doppelsalze, hingewiesen, und führe im Nachstehenden das Nähere darüber an.

Molybdänsaure Kali-Magnesia KO, MgO, $2MoO_3+2HO$. Diese Verbindung entsteht einfach, wenn man Lösungen äquivalenter Mengen der Salze MgO, MoO_3+7HO und KO, MoO_3 vermischt. Beim Abdampfen auf dem Wasserbade, oder Verdunsten bei gewöhnlicher Temperatur, krystallisirt das Doppelsalz heraus. Es bildet sehr kleine, lebhaft glasglänzende, zu krustenförmigen Drusen sich vereinigende Krystalle, die in kaltem Wasser ziemlich langsam, leicht in heißem Wasser löslich sind. Das Salz ist luftbeständig, verliert beim mäßigen Erhitzen das Wasser und schmilzt bei schwacher Rothglühhitze zu einer klaren, farblosen Flüssigkeit, welche beim Erkalten zu einer weißen Masse von krystallinischem Gefüge erstarrt. Das geschmolzene Salz löst sich bei Behandlung mit Wasser schon in der Kälte, schneller in der Wärme, vollkommen auf.

Bei der Analyse erhielt ich folgende Resultate:

I. 0·7148 Grm. gaben 0·1840 Grm. pyrophosphors. Magnesia = 0·0663 Grm. Magnesia.

II. 0·9698 „ desselben Salzes gaben 0·0774 Grm. Wasser.

III. 0·7349 „ von einer zweiten Bereitung gaben 0·0616 Grm. Wasser und 0·187 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, entsprechend 0·0674 Grm. Magnesia.

IV. 0·8665 „ desselben Salzes gaben 0·0706 Grm. Wasser, 0·2205 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0795 Grm. Magnesia und 0·3380 Grm. schwefelsaures Kali = 0·1828 Grm. Kali.

V. 0·8422 „ von einer dritten Bereitung gaben 0·0707 Grm. Wasser und 0·3227 Grm. schwefelsaures Kali = 0·1745 Grm. Kali.

In 100 Theilen enthält daher das Salz:

	I.	II.	III.	IV.	V.	Mittel
Kali . . .	—	—	—	21·096	20·72	20·908
Magnesia .	9·275	—	9·171	9·170	—	9·205
Wasser .	—	7·981	8·382	8·147	8·394	8·226

Dem entspricht die Formel: KO, MgO, $2MoO_3+2HO$.

	Berechnet	Gefunden
KO	20·924	20·908
MgO	8·885	9·205
$2MoO_3$	62·195	—
2HO	7·996	8·226.

Zur Bestimmung des Kali's wurde zuerst die Molybdänsäure, auf früher angegebene Weise abgeschieden, dann die Magnesia von Kali nach bekaunter Methode getrennt.

Molybdänsaure Ammonmagnesia NH_4O, MgO, $2MoO_3+2HO$. Dieses, der vorhergehenden Verbindung analog zusammengesetzte Salz, wurde auf dieselbe Weise dargestellt, nämlich durch Vermischen der Lösungen von MgO, MoO_3+7HO und NH_4O, MoO_3 in entsprechendem Verhältniß, Abdampfen auf dem Wasserbade, oder freiwilliges Verdampfen. Es kann auch erhalten werden, durch Versetzen der Lösung des Salzes MgO, MoO_3+7HO mit Ammon, Abfiltriren von dem ausgeschiedenen Magnesiahydrate und Krystallisirenlassen. Es tritt in größeren Krystallen auf, als das Kalidoppelsalz und liefert auch leicht lose Krystalle; dieselben haben, dem Ansehen nach die gleiche Form mit denen der Kaliverbindung und sind wahrscheinlich damit isomorph.

Das Salz ist im Wasser leicht löslich, verliert bei schwachem Glühen das Wasser und das Ammon. Der Rückstand kann durch Behandlung mit Salzsäure und Ätzammoniak leicht in Lösung gebracht werden.

I. 0·8247 Grm. verloren beim Glühen 0·177 Grm. = Ammon + Wasser und gaben 0·2284 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, welcher 0·0825 Grm. Magnesia entsprechen.

II. 0·9852 „ desselben Salzes verloren beim Glühen 0·2101 Grm. und gaben 0·2719 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·098 Grm. Magnesia.

III. 0·8438 „ von einer zweiten Bereitung gaben 0·1833 Grm. Glühverlust und 0·2297 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0828 Grm. Magnesia.

IV. 0·8168 Grm. von derselben Bereitung wie I und II gaben 0·8715 Grm. Ammoniumplatinchlorid = 0·1015 Grm. Ammon.

V. 0·7003 „ von anderer Bereitung gaben 0·7662 Grm. Ammoniumplatinchlorid = 0·0892 Grm. Ammon.

In 100 Theilen:

	I.	II.	III.	IV.	V.	Mittel
Magnesia . . .	10·000	9·947	9·813	—	—	9·920
Ammon + Wasser	21·462	21·325	21·723	—	—	21·503
Ammon	—	—	—	12·421	12·730	12·575

Dies entspricht der Formel NH_4O, MgO, $2MoO_3+2HO$.

	Berechnet		Gefunden	
$2MoO_3$	68·628		—	
MgO	9·804		9·920	
NH_4O	12·745	21·568	12·575	21·503
$2HO$	8·823		—	

Die Zusammensetzung der eben beschriebenen Verbindungen beweist, daß dieselbe analog ist der jener Doppelsalze, welche die schwefelsaure und chromsaure Magnesia mit den entsprechenden Akalisalzen bildet. Nur ist bei den gewöhnlichen Schwefelsäuredoppelsalzen der Wassergehalt ein anderer, während die chromsaure Kali-Magnesia auch mit 2 Äquivalenten Wasser krystallisirt. Solche Doppelsalze mit 2 Äquivalenten Wasser sind aber auch von der Schwefelsäure bekannt, indem Marignac derlei Verbindungen, wie KO, MnO, $2SO_3+2H$ und KO, FeO, $2SO_3+2HO$, dargestellt hat[1]. Diese entstehen aber nicht bei gewöhnlicher Temperatur, sondern krystallisiren bei 40 bis 60 Grad mit jenem Wassergehalt aus ihrer Lösung.

Um weitere Belege für die Analogie zwischen der Molybdänsäure, Chromsäure und Schwefelsäure zu erhalten, versuchte ich, in jenen Doppelsalzen die Molybdänsäure theilweise durch Schwefelsäure oder Chromsäure zur substituiren, und gelangte zu folgenden Resultaten:

Beim Kali-Magnesia Doppelsalz gelang mir eine theilweise Substitution der Molybdänsäure durch Schwefelsäure nicht, indem durch Zusammenbringen von Lösungen äquivalenter Mengen von molybdän-

[1]) Jahresber. v. Liebig u. Kopp f. 1856. 381 u. 397.

saurer Magnesia und schwefelsaurem Kali, beide Salze, ihrem Löslichkeitsverhältnisse entsprechend, getrennt krystallisirten. Beim Vermischen der Lösungen von molybdänsaurer Magnesia und schwefelsaurem Ammon und freiwilliges Verdunsten oder Abdampfen bis zur Krystallisation, erhielt ich ein Salz in bestimmbaren, gleichartigen, ziemlich großen Krystallen, die schön ausgebildet sind und Molybdänsäure, Schwefelsäure, Magnesia und Ammon enthalten. Die Zusammensetzung derselben ist jedoch durchaus nicht analog jener der oben beschriebenen Doppelsalze, sondern scheint, nach den bisher erhaltenen analytischen Resultaten zu schließen, eine ganz eigenthümliche zu sein. Diese interessanten Krystalle sind dieselben, welche ich bereits einmal erwähnte bei der Beschreibung der von mir befolgten Methode der Gewinnung von molybdänsaurem Ammon aus Gelbbleierz. Krystalle von ganz derselben Form erhielt ich, als ich bei dem analogen Versuche statt schwefelsaurem Ammon, chromsaures Ammon anwendete. Das Nähere über diese Verbindungen werde ich in einer späteren Abhandlung mittheilen.

Ich habe oben angegeben, daß mir eine theilweise Substitution der Molybdänsäure durch Schwefelsäure im Kali-Magnesiadoppelsalz nicht gelang; dagegen habe ich einen Erfolg aufzuweisen mit der Chromsäure; ich erhielt folgendes Salz:

$$\left.\begin{matrix} MgO \\ KO \end{matrix}\right\} + \left.\begin{matrix} MoO_3 \\ CrO_3 \end{matrix}\right\} + 2HO.$$

Es ist als molybdänsaure Kali-Magnesia zu betrachten, worin die Hälfte der Molybdänsäure durch Chromsäure vertreten ist. Ich erhielt dasselbe durch Vermischen der Lösungen äquivalenter Mengen von einfach molybdänsaurer Magnesia und einfach chromsaurem Kali, und Verdunsten bei gewöhnlicher Temperatur oder Abdampfen auf dem Wasserbade. Die Krystalle sind auch sehr klein, unter dem Mikroskope betrachtet, alle gleichartig und scheinen dieselbe Form zu besitzen, wie die der molybdänsauren Kali-Magnesia. Das Salz zeigt eine hellgelbe Farbe, ähnlich der des neutralen, chromsauren Kali's. In kaltem und heißem Wasser ist es leicht löslich. Bei mäßigem Erhitzen verliert es das Wasser, und schmilzt bei schwacher Rothglühhitze zu einer klaren, gelben Flüssigkeit, welche beim Erkalten zu einer hellgelben Masse von krystallinischer Structur erstarrt. Das geschmolzene Salz löst sich langsam in kaltem, schneller in heißem Wasser vollkommen auf.

Die Chromsäure wurde bei der Analyse als Chromoxyd bestimmt, welches nach vorhergegangener Abscheidung der Molybdänsäure (durch Schwefelammonium und Salzsäure), durch Fällung mit kohlensaurem Baryt von Magnesia und Kali getrennt wurde.

I. 0·7677 Grm. gaben 0·0666 Grm. Wasser und 0·2102 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0757 Grm. Magnesia.

II. 0·8790 „ desselben Salzes gaben 0·0767 Grm. Wasser, 0·2445 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·0881 Grm. Magnesia und 0·1660 Chromoxyd = 0·2182 Grm. Chromsäure.

II. 1·2284 „ von einer zweiten Bereitung gaben 0·1116 Grm. Wasser und 0·2312 Grm. Chromoxyd = 0·304 Grm. Chromsäure.

IV. 1·3471 „ von derselben Bereitung wie I. und II. gaben 0·1156 Grm. Wasser und 0·5573 Grm. schwefelsaures Kali = 0·3014 Grm. Kali.

V. 1·3493 „ von einer dritten Bereitung gaben 0·3552 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia = 0·128 Grm. Magnesia und 0·5658 Grm. schwefelsaures Kali = 0·3059 Grm. Kali.

Das Salz enthält daher in 100 Theilen:

	I.	II.	III.	IV.	V.	Mittel
Kali	—	—	—	22·374	22·671	22·522
Magnesia . . .	9·863	10·025	—	—	9·486	9·791
Chromsäure . .	—	24·823	24·749	—	—	24·786
Wasser	8·675	8·726	9·083	8·582	—	8·766

Daraus ergibt sich folgende Zusammensetzung: KO, MgO, MoO_3, CrO_3+2HO.

	Berechnet	Gefunden
KO	22·953	22·522
MgO	9·746	9·791
MoO_3	34·115	—
CrO_3	24·415	24·786
$2HO$	8·771	8·766.

Um die Zusammensetzung der molybdänsauren Salze mit den modernen theoretischen Anschauungsweisen in Einklang zu bringen, muß man das Äquivalentgewicht des Molybdäns verdoppeln um sein Atomgewicht zu erhalten, und dieses also $Mo = 92$ setzen. Eine Hauptstütze dafür bietet bekanntlich die specifische Wärme dieses Metalles. Man begegnet in neuester Zeit vielfach der Annahme, daß das Radikal $Mo = 92$ sechswerthig sei. Berücksichtigt man die, auf

der Bildung ähnlicher Doppelsalze beruhende Analogie zwischen der Molybdänsäure, Chromsäure und Schwefelsäure, so läßt sich in der ersteren die Atomgruppe $MoΘ_2$ als Säureradikal annehmen, welches dann, wenn Mo sechswerthig ist, zweiwerthig wird. Den einfachsauren Salzen der Molybdänsäure würde dann ein dem Schwefelsäurehydrat analoges Hydrat der Molybdänsäure zu Grunde liegen, nämlich:

$$\left.\begin{matrix}\overset{''}{Mo}Θ_2 \\ HH\end{matrix}\right\} Θ_2.$$

Die neutralen Salze wären dann zu schreiben, wenn allgemein M ein einwerthiges und M ein zweiwerthiges Metall bedeutet:

$$\left.\begin{matrix}\overset{''}{Mo}Θ_2 \\ \overset{'}{M}\overset{'}{M}\end{matrix}\right\} Θ_2 \qquad \left.\begin{matrix}\overset{''}{Mo}Θ_2 \\ \overset{''}{M}\end{matrix}\right\} Θ_2$$

z. B.

$$\left.\begin{matrix}\overset{''}{Mo}Θ_2 \\ K\overset{'}{K}\end{matrix}\right\} Θ_2 \qquad \left.\begin{matrix}\overset{''}{Mo}Θ_2 \\ \overset{''}{M}g\end{matrix}\right\} Θ_2.$$

Die Doppelsalze:

$$\left.\begin{matrix}\overset{''}{Mo}Θ_2 \\ \overset{'}{K}\overset{'}{K}\end{matrix}\right\} Θ_2 + \left.\begin{matrix}\overset{''}{Mo}Θ_2 \\ \overset{''}{M}g\end{matrix}\right\} Θ_2 \qquad \text{Oder: } \left.\begin{matrix}2\overset{''}{Mo}Θ_2 \\ \overset{'}{K}\overset{'}{K} \\ \overset{'}{M}g\end{matrix}\right\} Θ_4.$$

Jenes Doppelsalz, welches Molybdänsäure und Chromsäure enthält, könnte dann die Formel erhalten:

$$\left.\begin{matrix}\overset{''}{Mo}Θ_2 \\ \overset{''}{Cr}Θ_2 \\ \overset{'}{K}\overset{'}{K} \\ \overset{''}{M}g\end{matrix}\right\} Θ_4.$$

Was nun die mehrfachsauren Salze anbelangt, so habe ich schon hie und da Andeutungen über die Vertretbarkeit des Wasserstoffes durch Metalle gemacht; ich will noch bemerken, daß in den zwei-, drei- oder vierfachsauren Salzen kein weiterer durch Metalle vertretbarer Wasserstoff vorhanden ist, indem jene bei dem Versuche, mehr Basis hineinzubringen in mehrere verschiedene Salze zerfallen. Von

den Salzen der Zusammensetzung 3oMO, $7MoO_3 + nHO$ gilt dasselbe. In den achtfachsauren Salzen wäre wohl noch ein vertretbares Wasserstoffatom anzunehmen, da bei Behandlung mit einem Äquivalent Basis die vierfachsauren amorphen Salze daraus erhalten werden können. Kommt noch mehr Basis zur Anwendung, so zerfallen sie auch in verschiedene Salze.

Es lassen sich somit für die verschiedenen Reihen von sauren Salzen folgende Formeln aufstellen:

Für die zweifachsauren Salze:

$$\left.\begin{matrix} 2\overset{''}{Mo}\Theta_2 \\ \overset{'}{M}\overset{'}{M} \end{matrix}\right\} \Theta_3$$

Für die dreifachsauren:

$$\left.\begin{matrix} 3\overset{''}{Mo}\Theta_2 \\ \overset{'}{M}\overset{'}{M} \end{matrix}\right\} \Theta_4$$

Für die vierfachsauren:

$$\left.\begin{matrix} 4\overset{''}{Mo}\Theta_2 \\ \overset{'}{M}\overset{'}{M} \end{matrix}\right\} \Theta_5$$

Für die achtfachsauren:

$$\left.\begin{matrix} 4\overset{''}{Mo}\Theta_2 \\ \overset{'}{M}\overset{'}{H} \end{matrix}\right\} \Theta_5$$

Für die Salze 3MoO, $7MoO_3 + nHO$:

$$\left.\begin{matrix} 7\overset{''}{Mo}\Theta_2 \\ 6\overset{'}{M} \end{matrix}\right\} \Theta_{10}.$$

Es wären hiernach, in ähnlicher Weise, wie bei der Kieselsäure mehrere Poly-Molybdänsäuren anzunehmen, denen bestimmte Anhydride entsprechen und zwar:

$$\left.\begin{matrix} 2\overset{''}{Mo}\Theta_2 \\ HH \end{matrix}\right\} \Theta_3 \qquad \left.\begin{matrix} 3\overset{''}{Mo}\Theta_2 \\ HH \end{matrix}\right\} \Theta_4 \qquad \left.\begin{matrix} 4\overset{''}{Mo}\Theta_2 \\ HH \end{matrix}\right\} \Theta_5 \qquad \left.\begin{matrix} 7\overset{''}{Mo}\Theta_2 \\ 6H \end{matrix}\right\} \Theta_{10}.$$

Von diesen würden sich dann die mehrfachsauren Salze als sogenannte Anhydridsalze ableiten.

Ich habe ein Kali-Natron Doppelsalz beschrieben von der Zusammensetzung KO, 2NaO, $3MoO_3 + 14HO$. In Übereinstimmung mit dem oben Angeführten, müßte man dafür die Formel aufstellen:

$$\left.\begin{array}{l}3\overset{\shortparallel}{Mo}\Theta_2\\ 2\overset{\shortmid}{K},4\overset{\shortmid}{Na}\end{array}\right\}\Theta_6 \quad \text{und das Hydrat zu Grunde legen:} \quad \left.\begin{array}{l}3\overset{\shortparallel}{Mo}\Theta_2\\ 6H\end{array}\right\}\Theta_6.$$

In diesem Falle sollten, was die Vertretung des Wasserstoffes durch verschiedene Metalle anbelangt, mehrfache Combinationen möglich sein. Damit steht jedoch im Widerspruch die auffallende, bei dem betreffenden Salze bereits angegebene Erscheinung, daß, wenn man das Verhältniß von Kali zum Natron umkehrt, und auf 1 Äquiv. Natron, 2 Äquiv. Kali nimmt, zwei verschiedene Salze entstehen, indem doch nur wieder jenes Doppelsalz, welches auf 1 Äquiv. Kali, 2 Äquiv. Natron enthält, entsteht, und nebenbei einfachmolybdänsaures Kali gebildet wird.

Ich habe bei mehreren der mehrfachsauren Salze angegeben, daß darin bei verschiedenen Temperaturen fester gebundene Äquivalente Wasser zurückgehalten werden. Welche Stelle dieses Constitutionswasser darin spielt, muß vorläufig dahingestellt bleiben.

Persoz hat in neuerer Zeit, unter Annahme eines andern Atomgewichtes des Wolframs, für die Wolframsäure die Formel $Wo_2\Theta_5$ in Vorschlag gebracht. Die analoge Formel, gestützt auf den so sehr ähnlichen Charakter der Wolframsäure und Molybdänsäure auch für letztere zu acceptiren, dürfte wohl, bei Beachtung der deutlich erkennbaren Analogie dieser Säure mit der Chromsäure und Schwefelsäure entschieden unzulässig erscheinen. Bei der großen Ähnlichkeit beider Säuren, was ihre Verbindungsverhältnisse mit Basen anbelangt, wäre es eher angezeigt, für die Wolframsäure dieselbe Formel, wie für die Molybdänsäure, nämlich $Wo\Theta_3$ anzunehmen. Überhaupt hat jene Schreibweise der Wolframsäure, wenn man alle ihre Salze berücksichtigt an Einfachheit vor der andern gewiß nichts voraus.

Ich bemerke noch, daß es mir gelungen ist, mehrere, bisher unbekannte, mit den Verbindungen der Molybdänsäure analog zusammengesetzte Verbindungen der Wolframsäure darzustellen, worüber ich das Nähere in einer demnächst erscheinenden Abhandlung mittheilen werde.

Über Aesculus Hippocastanum *L.*

Von dem w. M. Dr. **Friedrich Rochleder.**

Die besonderen Bestandtheile [1], welche die verschiedenen Gewebe von *Aesculus Hippocastanum* in verschiedenen Entwicklungsepochen enthalten, lassen sich alle auf eine Fundamentalreihe von Verbindungen zurückführen, die ich mit dem Namen der Aesciglycolreihe bezeichnen will. Einige Glieder dieser Reihe sind bis jetzt in dieser Pflanze noch nicht nachgewiesen worden, können aber aus den in der Pflanze Enthaltenen dargestellt werden. Wir finden die Glieder der Aesciglycolreihe theils als solche in Verbindung mit anderen Körpern, theils in homologe Substanzen umgewandelt, oder durch Substitution von Wasserstoff durch electronegative Radicale in ihrer Zusammensetzung verändert. Der Ausgangspunkt der Reihe ist das Aesciglycol, ein zweiatomiger Alcohol $= C_{14}H_{10}O_4$ entsprechend dem Glycol $= C_4H_6O_4$. Die correspondirenden Glieder beider Reihen unterscheiden sich durch zehn Atome Kohlenstoff und vier Atome Wasserstoff von einander.

Ich setze beide Reihen neben einander.

Glycol	$= C_4H_6O_4$	Aesciglycol	$= C_{14}H_{10}O_4$
Glycolal	$= C_4H_4O_4$ [2])	Aesciglycolal	$= C_{14}H_8O_4$
Glycolsäure	$= C_4H_4O_6$	Aesciglycolsäure	$= C_{14}H_8O_6$
Glyoxal	$= C_4H_2O_4$	Aesciglyoxal	$= C_{14}H_6O_4$
Glyoxalsäure	$= C_4H_2O_6$ [3])	Aesciglyoxalsäure	$= C_{14}H_6O_6$
Oxalsäure	$= C_4H_2O_8$	Aescioxalsäure	$= C_{14}H_6O_8$.

Das Aesciglycol findet sich umgewandelt in das homologe Aescigenin $= C_{24}H_{20}O_4$ in den Samen, das Aesciglyoxal in der Form von

1) Unter besonderen Bestandtheilen verstehe ich diejenigen, welche nicht in allen Vegetabilien vorkommen, wie Cellulose, Eiweiß u. s. w.

2) Glycolal nenne ich den Aldehyd der Glycolsäure, isomer mit Essigsäure.

3) Glyoxalsäure von Kekulé, sogenannte Glyoxylsäure von Debus.

Aesculetin $= C_{18}H_6O_8$, durch Substitution von zwei Äquivalenten Wasserstoff durch Formyl abgeändert, die Aesciglyoxalsäure in Verbindung mit Phloroglucin als Gerbstoff der Roßkastanie. Die Aesciglycolsaure hat Hlasiwetz durch Behandlung von Quercetin mit Natriumamalgam erhalten. Die Aescioxalsäure erhält man durch Einwirkung von Alkalien auf Aesculetin und ebenso aus dem Aesculetin das Aescorcin $= C_{18}H_8O_8$ das Aesciglycolal ist, in dem zwei Äquivalente Wasserstoff durch zwei Äquivalente Formyl ersetzt sind.

Das mit dem Aesciglycol homologe Aescigenin findet sich in Form von drei verschiedenen Verbindungen in den Cotyledonen der Samen. Diese drei Körper sind die Aescinsäure, das Argyraescin und das Aphrodaescin. In der Sitzung vom 24. April 1862 habe ich der k. Akademie eine Untersuchung der reifen Samen der Roßkastanie vorgelegt. Die in dieser Untersuchung angeführten, zahlreichen Analysen zeigten mit wenig Ausnahmen einen geringeren Wasserstoffgehalt als den nach den aufgestellten Formeln berechneten. Die Annahme der Formel $C_{48}H_{38}O_8$ für das Aescigenin machte es nothwendig, bei der Spaltung des Argyraescin, Aphrodaescin und der Aescinsäure außer der Bildung von Zucker, die sich leicht constatiren ließ, auch die Entstehung eines Körpers anzunehmen, der vom Zucker sich durch ein Minus von 2 Atomen Sauerstoff unterscheidet. Da dieser Körper nicht dargestellt werden konnte, habe ich zu dem Worte Mannitan in der erwähnten Abhandlung stets ein Fragezeichen gesetzt. Diese Annahme wird ganz überflüssig und die Mißstimmung der Analysen im Wasserstoffgehalte fällt weg, wenn man $C_{24}H_{20}O_4$ als die Formel des Aescigenin aufstellt. Die Zusammensetzung der eßigsauren Verbindung dient dieser Formel zur Bestätigung und die Zusammensetzung der Aescinsäure und des Argyraescins wird bedeutend dadurch vereinfacht. Ich setze hier den vereinfachten Formeln dieser Körper die unentbehrlichsten analytischen Daten aus der erwähnten Abhandlung bei.

Argyraescin $= C_{54}H_{42}O_{24}$ (bei 130° C. getrocknet).

	Berechnet	Gefunden
C_{54}	58·06	57·82
H_{42}	7·53	7·70
O_{24}	34·41	34·48
	100·00	100·00.

Säuren spalten in wässeriger Lösung das Argyraescin in Zucker und Argyraescetin.

$$C_{54}H_{42}O_{24} = C_{12}H_{12}O_{12} + C_{42}H_{30}O_{12}.$$

Argyraescetin.

	Berechnet	Gefunden
C_{42}	66·67	66·48
H_{30}	7·94	8·16
O_{12}	25·39	25·36
	100·00	100·00.

Argyraescin wird durch Behandlung mit Kali in propionsaures und aescinsaures Kali zerlegt.

$$C_{54}H_{42}O_{24} + 2KHO_2 = C_6H_5KO_4 + C_{48}H_{39}KO_{24}.$$

Aescinsaures Kali (saures).

	Berechnet	Gefunden
C_{96}	53·43	53·28
H_{79}	7·33	7·53
O_{47}	34·87	34·72
KO	4·37	4·47
	100·00	100·00

Aescinsaures Baryt.

	Berechnet	Gefunden
C_{48}	49·01	48·99
H_{39}	6·64	7·00
O_{23}	31·31	31·21
BaO	13·04	12·80
	100·00	100·00

Aescinsäure.

	Berechnet	Gefunden
C_{48}	55·38	55·26
H_{40}	7·69	7·73
O_{24}	36·93	37·01
	100·00	100·00

Die Aescinsäure wird durch Säuren zerlegt in Telaescin und Zucker.

$$C_{48}H_{40}O_{24} + 2HO = C_{36}H_{30}O_{14} + C_{12}H_{12}O_{12}.$$

Telaescin.

	Berechnet	Gefunden
C_{36}	60·34	60·02
H_{30}	8·38	8·62
O_{14}	31·28	31·36
	100·00	100·00

Telaescin wird in alcoholischer Lösung durch Salzsäure zerlegt in Zucker und Aescigenin.

$$C_{36}H_{30}O_{14} + 2HO = C_{24}H_{20}O_4 + C_{12}H_{12}O_{12}.$$

Aescigenin.

	Berechnet	Gefunden
C_{24}	73·47	73·43
H_{20}	10·20	10·12
O_4	16·33	16·45
	100·00	100·00

Aescigenin mit Chloracetyl behandelt gibt Salzsäure und essigsaures Aescigenin.

$$C_{24}H_{20}O_4 + 2(C_4H_3O_2Cl) = C_{32}H_{24}O_8 + 2ClH.$$

Essigsaures Aescigenin.

	Berechnet		
C_{32}	68·57	68·24	68·42
H_{24}	8·57	8·77	8·89
O_8	22·86	22·99	22·69
	100·00	100·00	100·00

Das **Aphrodaescin** getrocknet.

	Berechnet	Bei 120°C.	Bei 125°C.	Bei 130°C.
C_{104}	57·62	57·64	57·41	57·77
H_{82}	7·66	7·95	7·68	7·95
O_{47}	34·72	34·41	34·91	34·28
	100·00	100·00	100·00	100·00

Aphrodaescin Baryt.

	Berechnet	Gefunden
C_{104}	54·66	54·52
H_{81}	7·09	7·17
O_{45}	31·54	31·89
BaO	6·71	6·42
	100·00	100·00

$$C_{104}H_{102}O_{46} + HO.$$

Das Aphrodaescin wird durch Kali in buttersaures und zwei Aequivalente aescinsaures Kali zerlegt.

$$C_{104}H_{82}O_{46} + 3(KHO_2) = C_8H_7KO_4 + 2(C_{48}H_{39}KO_{24}).$$

Das Aescigenin steht um $C_{10}H_{10}$ höher in der Reihe als das Aesciglycol $= C_{14}H_{10}O_4$. Es ist wahrscheinlich ein Äquivalent Wasserstoff durch ein Äquivalent Amyl ($C_{10}H_{11}$) in dem Aesciglycol substituirt. Die Formel des Aescigenin wäre $C_{14}\left\{\begin{matrix}C_{10}H_{11}\\H_9\end{matrix}\right\}O_4$. Wie die Substitution von Wasserstoff durch Säureradicale in anderen Gliedern derselben Reihe andeutet, ist das Aescigenin aus $C_{14}\left\{\begin{matrix}C_{10}H_9O_2\\H_9\end{matrix}\right\}O_4$ durch Reduction gebildet worden.

Der Gerbstoff der Kastanien[1]) ist der Formel $C_{26}H_{12}O_{12}$ entsprechend zusammengesetzt, er zerfällt durch Alkalien in Phloroglucin und Aesciglyoxalsäure $= C_{14}H_6O_6$, die sogleich weiter zu Protocatechusäure oxydirt wird.

Aus der Aesciglyoxalsäure entsteht durch Reduction das Aesciglyoxal $= C_{14}H_6O_4$ das in der Pflanze eine Veränderung erleidet die darin besteht, daß 2 Atome Wasserstoff durch 2 Atome des Radicales C_2O_2H oder Formyl ersetzt werden. $C_{14}\left\{\begin{matrix} C_2O_2H \\ C_2O_2H \\ H_4 \end{matrix}\right\} O_4 = C_{18}H_6O_8$ ist Aesculetin, das sich in der Rinde sowohl frei vorfindet, als auch in größerer Menge, in der Form von Aesculin.

Diese Bildungsweise des Aesculetin aus dem Gerbstoff ist ebenso einfach als die der Quercetinsäure $C_{30}H_{10}O_{14}$, die aus 2 Äquivalenten von Aesciglyoxalsäure entsteht, indem aus jedem 1 Atom Wasserstoff austritt und an die Stelle der beiden Atome ein Atom des Kohlensäureradicales substituirt wird. Die Quercetinsäure ist

$$\begin{matrix} C_{14} \\ \\ C_{14} \end{matrix} \left\{\begin{matrix} H_5 \\ C_2O_2 \\ H_5 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} O_6 \\ \\ O_6 \end{matrix} = C_{30}H_{10}O_{14}.$$

Aus ihr hat durch Behandlung mit Natriumamalgam Hlasiwetz die Aesciglycolsäure $C_{14}H_8O_6$ erhalten, indem er Quercetin mit diesem

---

[1]) Ich habe durch die Untersuchung des Roßkastaniengerbstoffes nachgewiesen, daß dieser Körper kein sogenanntes Glucosid ist, durch Behandlung mit Säuren keinen Zucker liefert, daß die Säuren lediglich in der Art wirken, daß Sauerstoff und Wasserstoff in der Form von Wasser aus dem Gerbstoff austreten. Der Gerbstoff ist aber in der Rinde allerdings begleitet von einem Glucosid, das durch Säuren in Zucker und Gerbstoff zerfällt, welcher Letztere unter Wasserentziehung weiter verändert wird. Durch fractionirte Fällung mit Bleizucker habe ich die Trennung dieser beiden Körper zu bewerkstelligen versucht und bin auch dahin gelangt, den Gerbstoff frei von der Zuckerverbindung zu erhalten. Es ist aber nicht gelungen umgekehrt die Zuckerverbindung rein von dem Gerbstoff zu erhalten. Im besten Falle erhielt ich durch Behandlung mit Säure 10·5 % Zucker, während 46·15 % hätten aus der reinen Zuckerverbindung erhalten werden müssen. Die procentische Zusammensetzung des Gemisches ist dieselbe, wie die des reinen Gerbstoffes; daraus ergibt sich, daß die Zuckerverbindung der Formel $C_{38}H_{18}O_{18}$ entsprechen muß. Bei nicht ganz 100° C. getrockneten Gerbstoff $4(C_{26}H_{12}O_{12}) + HO$ gibt $C_{58\cdot6}H_{4\cdot6}O_{36\cdot8}$, die Formel $C_{38}H_{18}O_{18}$ verlangt $C_{58\cdot5}H_{4\cdot6}O_{36\cdot9}$.

Reductionsmittel behandelte[1]). In den Petalen von *Rosa gallica* L. fand Cartier Gallussäure und E. Filhol außer Gallussäure auch Quercitrin, in den Blättern von *Thea chinensis* Sims. fand Hlasiwetz Gallussäure und Quercitrin, Bolley fand Quercetin in dem Holze von *Rhus Cotinus* L. Da *Rhus toxicodendron* und verwandte Pflanzen wie *Mangifera domestica* Gaertn. Gallussäure enthalten, so wird auch bei *Rhus Cotinus* diese Säure oder statt ihr Tannin vorhanden sein. Wie aus der Aesciglyoxalsäure in *Aesculus Hippocastanum* und *Pyrus Malus*, so entsteht in *Rosa gallica* und *Thea chinensis* aus Gallussäure die Quercetinsäure. Die Gallussäure muß dabei zu Aesciglyoxalsäure reducirt werden. Verbindungen mit 18 Atomen Kohlenstoff entstehen, wie es scheint, sehr häufig in den Pflanzen, indem eine Säure, ein Aldehyd oder Alcohol der 14 Atome Kohlenstoff enthält ein Radical das vier Atome Kohlenstoff enthält, aufnimmt, ein Radical der Aethyl- oder Glycolreihe.

Die Phloretinsäure in der Rinde von *Pyrus Malus* entsteht, indem Aethyl an die Stelle von Wasserstoff in die Aesciglyoxalsäure des Gerbstoffes tritt, $C_{18}H_{10}O_6$ ist $C_{14}\left\{\begin{matrix}C_4H_5\\H_5\end{matrix}\right\}O_6$. Es scheint dabei die Aesciglyoxalsäure in die isomere Salicylsäure überzugehen. In den Kaffebohnen ist es offenbar die Chinasäure, die das Material zur Bildung der Kaffesäure gibt, welche Hlasiwetz in Essigsäure und Protocatechusäure spaltete. Auch in den Rinden der Cinchonen findet sich Chinasäure neben dem Chinagerbstoff der nach Hlasiwetz durch Alkalien in Essigsäure und Protocatechusäure spaltbar ist. In analoger Weise findet die Bildung von Cinnamylverbindungen aus Benzoylverbindungen statt. Eine Sorte Benzoeharz enthält Zimmtsäure und Benzoësäure (Kolbe) zu gleichen Äquivalenten. Das Acaroïdharz enthält nach Stenhouse Benzoesäure und Zimmtsäure und Fremy's Cinnameïn ist ein Äther gebildet aus Zimmtsäure und Benzylalcohol. Neben einer Verbindung die durch Alcalien Orcin als

---

[1]) Die Everniasäure scheint ein Körper von ganz ähnlicher Zusammensetzung zu sein. Wenn $C_{34}H_{16}O_{14} = \begin{matrix}C_{18}\\ \\C_{14}\end{matrix}\left\{\begin{matrix}H_9\\C_2O_2\\H_7\end{matrix}\right\}\begin{matrix}O_8\\ \\O_4\end{matrix}$ ist, so begreift sich leicht ihr Zerfallen in $\underbrace{C_{14}H_8O_4}_{\text{Orcin}} + \underbrace{C_{18}H_{10}O_8}_{\text{Everninsäure.}} + C_2O_4$.

Spaltungsproduct liefert (Hlasiwetz), enthält die Aloë eine Substanz, die als Spaltungsproduct Paracumarsäure gibt.

Ich gehe jetzt zur Beschreibung der Versuche über, welche bis jetzt mit dem Aesculetin ausgeführt wurden.

Läßt man kurze Zeit eine concentrirte Ätzkalilösung auf Aesculetin in der Siedhitze einwirken, so wird eine Spaltung des Aesculetin bewerkstelligt. Eines der Spaltungsproducte ist Ameisensäure. Hat die Einwirkung längere Zeit gedauert, so findet man neben Ameisensäure oder statt dieser Oxalsäure, in Folge der bekannten Umwandlung, welche die Ameisensäure unter diesen Verhältnissen erleidet. Das zweite Spaltungsproduct, wird in dem Momente, in dem es entsteht verändert und in zwei Körper umgewandelt, wovon der eine mit der Protocatechusäure gleich zusammengesetzt, in seinen Eigenschaften aber von dieser Säure wesentlich verschieden ist. Diese mit der Protocatechusäure isomere Säure ist die Aescioxalsäure. Einmal habe ich statt ihr die gewöhnliche Protocatechusäure erhalten, ohne einen Grund für die Verschiedenheit des Resultates angeben zu können.

Wirft man Aesculetin in eine siedende, höchst concentrirte Lösung der vierfachen Menge von Kalihydrat in Wasser, so löst sich dasselbe sogleich mit sehr schön rother Farbe auf. Diese Farbe der in großen Blasen siedenden Flüssigkeit geht sehr schnell in eine gelbrothe über und an der Oberfläche und den Rändern, wo die Luft zutreten kann, färbt sich nun die Flüssigkeit dunkelgrün. Sobald nach einigen Minuten das Sieden in großen Blasen aufgehört hat, stellt man die Silberschale, in welcher die Operation vorgenommen wird in kaltes Wasser und übergießt deren Inhalt mit Schwefelsäurehydrat, das mit dem vierfachen Volum Wasser verdünnt ist. So erhält man eine bräunlichgelbe Flüssigkeit, in welcher wenig von einem schwarzen Körper suspendirt ist, der von der Flüssigkeit durch ein Filter getrennt wird. Er löst sich in Alcohol mit schwarzbrauner Farbe und bleibt nach dem Verdunsten des Lösungsmittels als eine schwarze, glänzende, spröde Masse zurück, leicht zu einem schwarzen Pulver zerreiblich. Er verdankt seine Entstehung dem Zutritt der Luft; wird die Operation in einer Wasserstoffatmosphäre vorgenommen, so bildet sich keine Spur dieses in Wasser unlöslichen Körpers.

Wird die von diesem Körper abfiltrirte Flüssigkeit der Destillation unterworfen, so erhält man ein saures Destillat, dessen Verhalten

gegen Queeksilberoxyd und Silberlösung die Gegenwart der Ameisensäure erkennen läßt. Mit kohlensaurem Blei gekocht wurde eine Lösung von ameisensaurem Blei erhalten, welche beim Verdunsten Krystalle dieses Salzes lieferte. Alcohol entzog denselben kein essigsaures Blei. Ich überzeugte mich durch die Analyse, daß das Bleisalz die von Göbel angegebene Zusammensetzung (C_2HPbO_4+HO) besitze. Dem Rückstand der Destillation kann durch Äther, dem etwas Alcohol zugesetzt ist, beinahe alle organische Substanz, bis auf wenig braune Materie entzogen werden. Der gelbe, ätherische Auszug hinterläßt bei der Destillation eine braune, in Wasser sehr leicht lösliche, gegen den Sauerstoff der Luft sehr empfindliche, amorphe Masse. Wird deren wässerige Lösung kalt mit einer Lösung von schwefelsaurem Silberoxyd vermischt, so wird das Silber als Spiegel an den Wänden des Gefäßes ausgeschieden, in dem die Mischung gemacht wurde.

Wie schon oben bemerkt wurde, enthält die Flüssigkeit Oxalsäure, wenn die Einwirkung des Alcali auf das Aesculetin längere Zeit angedauert hatte. Das Bleisalz der Oxalsäure und das der Protocatechusäure oder der damit isomeren Aescioxalsäure lassen sich durch Behandlung mit Essigsäure und Wasser leicht von einander trennen.

Die Darstellung der Aescioxalsäure gelingt auch bei Anwendung von Baryt statt Kali.

In einen Kolben wurde Aesculetin und krystallisirtes Barythydrat gebracht und der Verschluß durch einen dreifach durchbohrten Pfropf hergestellt. Durch eine Bohrung wurde ein Rohr gesteckt, bestimmt Wasserstoff einzuleiten, durch die zweite Bohrung eine Röhre zum Abzug des Gases und Dampfes, durch die drite Bohrung eine Trichterröhre, deren Trichter durch einen eingeschliefenen Glasstab luftdicht verschlossen werden konnte. Nachdem alle Luft durch Wasserstoff verdrängt war, wurde siedendes Wasser durch die Trichterröhre eingegossen und auf dem Sandbade die Masse durch zwei Stunden im Sieden erhalten. Das abdestillirende Wasser wurde zeitweilig ersetzt. Anfangs bildet sich die schön gelbe Verbindung des Aesculetin mit Baryt. Ihre Farbe wird fort schwächer gelb, zuletzt ist alles schwach graugelblich gefärbt. Leitet man statt Wasserstoff nun Kohlensäure in das Gefäß so lange eine Absorption stattfindet, so bleibt im Wasser eine Barytverbindung gelöst, welche an der Luft sogleich roth wird. Gießt man verdünnte Schwefelsäure zu, bis aller Baryt

abgeschieden ist und filtrirt von dem schwefelsauren Baryt ab, so erhält man eine blaßbräunliche Flüssigheit, welche sich langsamer durch den Sauerstoff der Luft verändert. Man destillirt sie im Vacuumapparate bis auf einen geringen Rückstand ab und läßt diesen über Schwefelsäure in der Leere verdunsten. Die so erhaltene, klebrige Masse wurde zwischen feuchter Leinwand und Papier ausgepreßt, um die klebrige, braune Mutterlauge zu entfernen, wieder in wenig Wasser gelöst und im Vacuo über Schwefelsäure verdunstet. Der Rückstand wurde abermals gepreßt und dadurch beinahe alle anhängende Mutterlauge entfernt. Die so gereinigte Substanz wurde in wenig Wasser gelöst, der freiwilligen Verdunstung überlassen. Es bleibt dabei eine weiße, aus unendlich kleinen, nur bei starken Vergrößerungen unter dem Mikroskope erkennbaren Krystallen bestehende Masse zurück. Diese Krystalle sind die Aescioxalsäure. Sie läßt sich leicht durch einige Reaktionen auch in Lösung von der Protocatechusäure unterscheiden. Ihre wässerige Lösung wird durch Eisenvitriollösung weder gefärbt noch gefällt, nach Zusatz von kohlensaurem Natron wird die Flüssigkeit aber intensiv blau. Eisenchlorid der wässerigen Lösung der Säure zugesetzt, färbt sie rothbraun, ein Zusatz von Soda verändert diese Färbung in purpurviolet.

0·139 der Säure, über Schwefelsäure getrocknet gaben 0·2486 Kohlensäure und 0·0103 Wasser.

0·100 Dieser Säure verloren bei 105° C. in einem Strom von Kohlensäure getrocknet 0·0103 Wasser.

		Berechnet	Gefunden
C_{14}	= 84	48·84	48·79
H_8	= 8	4·65	4·64
O_{10}	= 80	46·51	46·57
	172	100·00	100·00

Wenn $C_{14}H_8O_{10}$ zwei Äquivalente Wasser verliert und zu $C_{14}H_6O_8$ wird berechnet sich den Wasserverlust zu 10·4 $\frac{0}{0}$ gefunden wurden 10·3 $\frac{0}{0}$ Wasser. Aus der Beschreibung der Darstellung geht schon hervor, daß diese Säure nicht direct neben Ameisensäure aus Aesculetin gebildet werden konnte. Wenn sich Aesculetin bei Behandlung mit Alcalien in Aesculetinsäure umwandelt und diese bei fortgesetzter

Einwirkung unter Bildung von Ameisensäure zerlegt wird, so muß neben dieser ein Körper entstehen der entsprechend der Formel $C_{14}H_6O_4$ zusammengesetzt ist. Dieser erfährt im Momente seiner Entstehung eine Umwandlung, wie unter ähnlichen Verhältnissen Bittermandelöl, Valeraldchyd und Glyoxalsäure sie erleiden. Bittermandelöl zerfällt bekanntlich in Benzoësäure und Benzylalcohol, Valeraldchyd in Amylalcohol und Baldriansäure, Glyoxalsäure in Oxalsäure und Glycolsäure. Ebenso nun muß sich die Substanz $C_{14}H_6O_4$ verhalten. Sie zerfällt nach dem Schema $2(C_{14}H_6O_4)+{}_2HO = C_{14}H_8O_4+C_{14}H_6O_6$ höchst wahrscheinlich in zwei Producte, wovon das Eine unter Aufnahme von Sauerstoff in $C_{14}H_6O_6+{}_2O$ oder $C_{14}H_6O_8$ übergeht. Es ist mir bis jetzt noch nicht gelungen, diese beiden Producte die sich aus $C_{14}H_6O_4$ bilden, im unverändertem Zustande zu erhalten, hoffe aber noch zu diesem Ziele zu gelangen.

In einer Notiz über Aesculetin und Origanumöl (Juniheft des Jahrganges 1854 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der k. Akademie der Wissenschaften Bd. XIII. p. 169.) habe ich das Verhalten des Aesculetin gegen eine siedende Lösung von doppelt schwefligsaurem Ammoniak erwähnt und die Farbenveränderungen angegeben, welche diese Flüssigkeit nach Zusatz von Ammoniak an der Luft unter Sauerstoffaufnahme wahrnehmen läßt. In der Abhandlung: Über die krystallisirten Bestandtheile der Roßkastanie (Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der k. Akademie der Wissenschaften Bd. XLVIII. Sitzung vom 9. Juli 1863) habe ich die Zusammensetzung der Verbindung angegeben, welche beim Behandeln des Aesculetin mit siedender Lösung von doppeltschwefligsaurem Natron entsteht. Die Formel, welche dieser Verbindung zukömmt, ist:

$$C_{18}H_6O_8+NaO,\ HO,\ S_2O_4+HO.$$

Da aus dieser Verbindung kein unverändertes Aesculetin mehr erhalten werden kann, so besteht die Einwirkung des schwefligsauren Salzes darin, daß das Aesculetin in einen isomeren Körper umgewandelt wird, den ich Paraaesculetin nennen will. Aus der Verbindung mit schwefligsaurem Natron abgeschieden, ist er ein schwierig in Äther, leichter in Alcohol, sehr leicht in Wasser löslicher, im Vacuum über Schwefelsäure aus der wässerigen Lösung in undeutlichen Krystallen zu erhaltender, gelblicher Aldehyd. Nach langem Stehen über Schwe-

felsäure hält er noch viel Wasser zurück, das erst bei höherer Temperatur zu entfernen ist.

0·1466 über Schwefelsäure getrocknetes Paraaesculetin gaben 0·2594 Kohlensäure und 0·0683 Wasser.

		Berechnet	Gefunden
C_{18}	= 108	48·43	48·26
H_{11}	= 11	4·93	5·17
O_{13}	= 104	46·64	46·57
	223	100·00	100·00

$$C_{18}H_{11}O_{13} = C_{18}H_6O_8 + 5HO.$$

Bringt man diesen Körper mit Wasser befeuchtet unter eine Glocke, unter welcher sich eine Schale mit Ammoniakflüssigkeit befindet, so färbt er sich augenblicklich roth, einige Minuten später wird er schmutzig violet und nach Verlauf einiger Minuten ist eine prachtvoll azurblaue Flüssigkeit entstanden. Diese verliert über Schwefelsäure ihr überschüssiges Ammoniak und wird dadurch roth, mit starker, rother Fluorescenz. Zusatz von Säuren macht die blaue Flüssigkeit roth, sie sieht wie eine mit Säuren versetzte Lacmuslösung aus. Um die Zusammensetzung des Körpers kennen zu lernen, der diese Farbenerscheinungen hervorbringt, habe ich zu verschiedenen Malen ein Bleisalz desselben dargestellt. Behufs der Darstellung eines solchen Salzes ist es nicht nöthig, sich freies Paraaesculetin darzustellen, man kann die Doppelverbindung mit schwefligsaurem Alkali dazu verwenden.

Wird Aesculetin mit dem doppeltschwefligsauren Alkali gekocht und die Lösung auf dem Wasserbade so lange erwärmt als noch ein Geruch bemerkbar ist, die rückständige Masse mit Ammoniak versetzt, wodurch sie roth, dann schmutzig violet und zuletzt azurblau wird, die blaue Lösung auf dem Wasserbade erwärmt, bis kein Geruch nach Ammoniak mehr bemerkbar ist und die rothgewordene Masse mit Bleizuckerlösung versetzt, so entsteht ein hellblauer Niederschlag der auf einem Filter gesammelt und mit Wasser gewaschen wird. Man vertheilt ihn dann in wenig Wasser und setzt Essigsäure zu, filtrirt die entstandene rothe Lösung von dem Ungelösten ab und setzt dem Filtrate Alcohol zu. Die ersten Antheile der entstehenden Fällung entfernt man durch Filtriren und fällt das Filtrat mit Alcohol vollends aus. Das so erhaltene Bleisalz sammelt man auf einem Filter, wäscht

es mit Alcohol aus und trocknet es. Es ist indigblau und nimmt unter dem Polirstahl kupferrothe Farbe und Metallglanz an.

0·4207 über Schwefelsäure im Vacuo getrocknetes Bleisalz gaben 0·2822 Kohlensäure und 0·0631 Wasser.

0·1942 gaben 0·1227 Bleioxyd.

In 100 Theilen ist die Zusammensetzung folgende:

		Berechnet	Gefunden
C_{54}	= 324	18·32	18·29
H_{24}	= 24	1·36	1·65
N_3	= 42	2·37	16·88
O_{33}	= 264	14·92	
10PbO	=1115	63·03	63·18
	1769	100·00	100·00

$C_{54}H_{24}N_3O_{33}, {}_{10}PbO = {}_3(C_{18}H_7NO_{10}, HO) + {}_{10}PbO$. Das Salz verlor bei 100° C. Wasser.

Ein ganz auf dieselbe Weise zwei Jahre später dargestelltes, bei 100° C. getrocknetes Bleisalz gab bei der Analyse folgende Zahlen:

0·4841 gaben 0·1973 Kohlensäure und 0·04 Wasser.

0·4169 gaben 0·3272 Bleioxyd. oder in 100 Theilen.

		Berechnet	Gefunden
C_{18}	= 108	10·92	11·11
H_7	= 7	0·71	0·92
N_1	= 14	1·41	9·49
O_{10}	= 80	8·09	
7PbO	= 780·5	78·87	78·48
	989·5	100·00	100·00.

Die mit Bleioxyd verbundene Substanz hat also die Zusammensetzung: $C_{18}H_7NO_{10}$, sie entsteht aus Paraaesculetin, Ammoniak und Sauerstoff nach folgendem Schema:

$$C_{18}H_6O_8 + NH_3 + O_4 = C_{18}H_7NO_{10} + {}_2HO.$$

Die Verbindungen dieses Körpers mit Basen zeigen auffallende Ähnlichkeit mit den entsprechenden Verbindungen des Orceïn. Ich nenne daher die Substanz $C_{18}H_7NO_{10}$ Aescorceïn. Von dem Orceïn unterscheidet sich der Körper durch ein Plus von C_4O_4 und da im Aesculin zwei Äquivalente des Radicals C_2O_2H enthalten sind, so rührt dieses Mehr von C_4O_4 von zwei Äquivalenten C_2O_2H her, die 2 Äquivalente Wasserstoff substituiren. Das Aescorceïn wäre demnach Orceïn worin 2 Formyl- 2 Wasserstoffäquivalente ersetzen.

Schreibt man das Orceïn $C_{14}\left\{\begin{matrix}H_5\\NH_2\end{matrix}\right\}O_6$, so ist das Aescorceïn $= C_{14}\left\{\begin{matrix}C_2O_2H\\C_2O_2H\\H_3\\NH_2\end{matrix}\right\}O_6$. Ich komme weiter unten auf eine andere Entstehungsweise dieses Körpers zurück.

Wenn Aesculetin mit nascirendem Wasserstoff in Berührung kömmt, so nimmt es diesen leicht auf. Man erhält verschiedene Produkte, je nachdem man den Sauerstoff in saurer oder alcalischer Lösung auf das Aesculetin wirken läßt. Da Aesculetin durch die Einwirkung von Alcalien leicht in Aesculetinsäure übergeht, so war zu erwarten, daß durch die Einwirkung von Natriumamalgam auf Aesculetin, eine Hydroaesculetinsäure sich bilden würde, wie aus Cumarin die Melilotsäure entsteht. Die Einwirkung ist aber minder einfach. Wird Aesculetin in heißes Wasser gebracht und Natriumamalgam nach und nach in Stücken eingetragen, so erhält man eine Flüssigkeit, die sehr empfindlich gegen den Sauerstoff der Luft ist, durch den sie augenblicklich roth gefärbt wird. Durch Zusatz von Essigsäure wird das Rothwerden verzögert, durch Zusatz von Schwefelsäure gänzlich gehindert. Aus der mit Schwefelsäure angesäuerten Flüssigkeit kann durch Äther eine Substanz ausgezogen werden, die nach dem Abdestilliren des Äthers als amorphe, blaßgelbe Masse zurückbleibt. In der wässerigen Lösung dieser Substanz erzeugt Bleiessig einen gelben Niederschlag der an der Luft roth wird. Die abtropfende Flüssigkeit ist gleichfalls roth gefärbt. In der wässerigen, mit Äther ausgeschüttelten Flüssigkeit ist eine zweite Substanz enthalten, die durch Bleizuckerlösung weiß gefällt wird. Dieser Niederschlag wird an der Luft rosenroth. Das Bleisalz durch Schwefelwasserstoff unter Wasser zersetzt, gibt eine weingelbe Flüssigkeit die im Vacuo über Schwefelsäure zu einer amorphen, gelben Masse eintrocknet.

Das Product, dessen ich habhaft zu werden suchte, entsteht weder bei dieser Behandlungsweise des Aesculetin, noch bei der Einwirkung von nascirendem Wasserstoff auf Aesculetin in sauren Flüssigkeiten. Ich suchte daher die Wirkung eines Alkali, so wie einer Säure möglichst zu vermeiden. Kohlensäure durfte als unschädlich betrachtet werden. Der Erfolg war der Voraussetzung entsprechend. In einen Kolben wurde Quecksilber geschüttet und ein Brei von Aesculetinkrystallen darauf gebracht. Ein Rohr aus dem sich Kohlensäure entwikkelte tauchte unter das Quecksilber. Nachdem ein sehr rascher Strom von Kohlensäure in Gang gesetzt war, wurde Natriumamalgam in haselnußgroßen Stücken von Zeit zu Zeit eingetragen. Die Kohlensäureentwicklung war so stürmisch, daß das Quecksilber und die wässerige Flüssigkeit heftig durcheinander geworfen wurden. Das Natron mußte, so wie es gebildet wurde, bis auf Spuren sogleich in doppeltkohlensaures Salz umgewandelt werden. Die Krystalle von Aesculetin verschwinden bald, statt Aesculetin ist ein weißer, pulveriger Körper in der Flüssigkeit suspendirt. Nachdem alles Aesculetin eine Umwandlung erfahren hatte, wurde die wässerige Flüssigkeit von dem Quecksilber getrennt und etwas Essigsäure zugesetzt und filtrirt. Der in der Flüssigkeit suspendirte Körper blieb auf dem Filter. Die ablaufende Flüssigkeit enthält kleine Mengen der Körper, die bei der Behandlung von Aesculetin mit Wasser und Natriumamalgam entstehen. Die auf dem Filter gesammelte Substanz wurde mit Essigsäure haltendem Wasser, reinem Wasser und Weingeist gewaschen. Sie ist in allen neutralen Lösungsmitteln theils sehr schwer löslich, theils unlöslich, ebenso in sauren Flüssigkeiten. Sie theilt diese Eigenschaft mit der isomeren Insolinsäure von A. W. Hoffmann. Sie löst sich in Alcalien wie die isomere Kaffesäure von Hlasiwetz mit grüner Farbe, die an der Luft sehr bald in Roth übergeht. Bei der trocknen Destillation wird dieser Körper beinahe ganz in Kohle und Wasser zerlegt, es destilliren nur sehr kleine Mengen einer Flüssigkeit von brenzlichem Geruche über, aus welcher sich sehr bald kleine Krystalle ausscheiden, welche unverändert verflüchtigte Substanz zu sein scheinen.

Die Analyse dieses Körpers gab folgendes Resultat:

0·1219 bei 130° C. im Kohlensäurestrom getrocknet gaben 0·2682 Kohlensäure und 0·0472 Wasser.

Auf 100 Theile berechnet besitzt dieser Körper folgende Zusammensetzung.

			Berechnet	Gefunden
C_{18}	=	108	60·00	60·00
H_8	=	8	4·44	4·30
O_8	=	64	35·56	35·70
		180	100·00	100·00

Das Aesculetin hat somit 2H aufgenommen. Dieser Körper kann als Orcin angesehen werden in dem 2H durch $2(C_2O_2H)$ ersetzt sind. Ich nenne ihn Aescorcin. Befeuchtet, der Einwirkung von Ammoniakgas und Luft ausgesetzt, geht er äußerst schnell in Aescorceïn über. Diese Umwandlung ist ganz analog der Bildung des Orceïn aus Orcin wie das beifolgende Schema zeigt.

$$C_{18}H_8O_8 + NH_3 + O_6 = C_{18}H_7NO_{10} + 4HO$$
$$C_{14}H_8O_4 + NH_3 + O_6 = C_{14}H_7NO_6 + 4HO.$$

Ob das Aescorcin bei Behandlung mit Alcalien Orcin und Ameisensäure liefert, bin ich eben im Begriffe zu untersuchen.

Ich habe, wie wohl mit negativem Resultat versucht, das Aesculetin zu $C_{18}H_6O_{10}$ zu oxydiren. Eine wässerige Lösung des Aesculetin wird beim Erwärmen mit Bleisuperoxyd, noch energischer von Mangansuperoxyd angegriffen. Beim Kochen einer wässerigen Aesculetinlösung mit Quecksilberoxyd, wird dieses sogleich schwarz. Eine alcalische Kupferoxydlösung mit Aesculetin erwärmt gibt sogleich eine Ausscheidung von Kupferoxydul. Eine Lösung von saurem, chromsaurem Kali, so wie Salpetersäure wirken heftig auf Aesculetin ein. Es entstehen jedoch bei allen diesen Oxydationen Gemische von amorphen Substanzen, die sich nicht sicher trennen lassen [1]). Als schwefelsaures Silber zur Oxydation des Aesculetin angewendet wurde, indem auf 178 Theile Aesculetin soviel Silbersalz genommen wurde, daß 216 Theile Silber darin enthalten waren, wurde durch Sieden der Flüssigkeit metallisches Silber erhalten. Die Hälfte des Aesculetin war in braune, harzartige Substanzen, die andere Hälfte in einen isomeren Körper verwandelt worden, der schwierig in kleinen, körnigen Krystallen erhalten wird.

0·2362 bei 120° getrockneter Substanz gaben 0·5235 Kohlensäure und 0·0775 Wasser.

---

[1]) Oft, wie bei der Anwendung von Salpetersäure, entsteht Oxalsäure.

Auf 100 Theile berechnet:

		Berechnet	Gefunden
C_{18}	= 108	60·67	60·45
H_6	= 6	3·37	3·65
O_8	= 64	35·96	35·90
	178	100·00	100·00.

Bessere Resultate scheint das Paraaesculetin bei der Oxydation zu geben, ich werde die Ergebnisse der Untersuchung bald mitzutheilen im Stande sein. Gleichzeitig werde ich eine Anzahl von Körpern kennen lehren die aus dem Paraaesculetin abstammen und sauerstoffreicher sind als das Aescorceïn.

Naturgemäß schließt sich an das hier Gegebene die Untersuchung des Fraxetin an, welches seiner Zusammensetzung nach zum Aesculetin in demselben Verhältnisse steht, wie Propionsäure zu Acetaldehyd.

Merkwürdiger Weise bildet sich das Fraxin aus Aesculin zu einer Zeit, die man als eine Zeit der Ruhe zu bezeichnen pflegt. Die Rinde um Mitte bis Ende Dezember gesammelt, enthält mindestens zehnmal soviel Fraxin als Rinde, die im Hochsommer gesammelt wurde und entsprechend weniger Aesculin.

Fassen wir kurz die bis jetzt erhaltenen Resultate zusammen, so ergibt sich, daß der Gerbstoff der Roßkastanie das Material ist aus dem Aesculetin, Fraxetin, somit Aesculin und Fraxin, Quercitrin, Aescinsäure, Argyraescin und Aphrodaescin gebildet werden. Die in der Pflanze vorgehende chemische Aktion ist ein Reductionsproceß, durch den die Säure $C_{14}H_6O_6$ in den zweiatomigen Alcohol $C_{14}H_{10}O_4$ übergeführt wird. Die mannigfaltigen Produkte die wir in der Pflanze finden, entstehen aus den Gliedern dieser mit $C_{14}H_6O_6$ beginnenden, mit $C_{14}H_{10}O_4$ endenden Reihe durch Aufnahme von C_2O_2 aus Kohlensäure und H aus Wasser. Das Radical der Kohlensäure wie bei der Quercitrinbildung oder die Verbindung dieses Radicales mit Wasserstoff (C_2O_2H) bei der Aesculetinbildung treten an die Stelle von Wasserstoff in die Glieder der Aesciglycolreihe ein. Das anfangs gebildete Radical der Ameisensäure geht in Propionyl und Butyry über, zuletzt in Amyl.

Es bleibt im Stoffwechsel dieser Pflanze noch Manches aufzuklären, was ich, soviel in meinen Kräften steht, noch zu erforschen bemüht bin, wie die Bildung des Gerbstoffes u. s. w.

Es ist klar, daß bei dem Keimen der Samen, der umgekehrte Vorgang stattfinden muß, daß von dem Alcohol der Übergang zur Säure, d. h. ein Oxydationsproceß vor sich gehen muß, in Folge dessen die durch Reduction gebildeten Producte wieder zurückverwandelt werden in jene Körper, aus denen sie entstanden sind.

Analyse der Emmaquelle zu Gleichenberg in Steiermark.

Von Prof. **Gottlieb.**

Die Emmaquelle entspringt ganz in der Nähe der Constantinsquelle und wurde erst in neuester Zeit gefaßt. Sie fließt aus einem Glasrohre in eine große Marmorschale, führt keine Gasblasen mit sich und perlt auch nicht. Ihr Geschmack ist angenehm, erfrischend-alkalinisch. Bei einer Lufttemperatur von 12·25° C. betrug die Temperatur der Quelle 15·25° C.

Aus dem Mittel von zwei, sehr nahe übereinstimmenden Versuchen ergibt sich das specifische Gewicht der Emmaquelle zu 1,0054.

Die qualitative Analyse wurde mit entsprechend großen Mengen des Wassers nach bekannten Methoden ausgeführt. Sie wies die Anwesenheit reichlicher Quantitäten von Natron, Kalk, Bittererde, Kohlensäure und Chlor nach, während sich Kali, Lithion, Thonerde, Eisenoxydul, Schwefelsäure, Kieselsäure, Phosphorsäure und Jod nur in kleineren Mengen, Manganoxydul, Baryt, Strontian und Salpetersäure, endlich aber in unwägbaren, aber deutlichen, Spuren fanden.

Der bei der quantitativen Analyse eingeschlagene Weg wich im Allgemeinen von dem gewöhnlichen nicht ab. Aus den folgenden Daten ist ersichtlich in welcher Form die verschiedenen Bestandtheile gewogen wurden.

Bestimmung des Gesammtgehaltes an fixen Bestandtheilen.

I. 142,489 Grm. Wasser hinterließen 0,7181 Grm bei 180° getrockneten Rückstand, entsprechend 50,397 Theilen auf 10000 Gew. Theile.

II. 134,0303 Grm. Wasser hinterließen 0,6757 Grm. bei 180° getrockneten Rückstand, entsprechend 50,414 Theilen auf 10000 Gew. Theile.

10000 Gew. Theile enthalten demnach im Mittel 50,405 Gew. Theile an fixen Bestandtheilen.

Der Rückstand II, mit Schwefelsäure zersetzt, und nach dem Eindampfen sehr stark geglüht, wog 0,8732 Grm., entsprechend 65·15 Gew. Theilen auf 10000.

Gesammt-Kohlensäure.

Zur Bestimmung derselben wurde das Wasser mit den nöthigen Vorsichten einer ammoniakalischen Lösung von Chlorbaryum zugesetzt.

I. 203 KC. = 204,05 Grm. gaben 3,791 Grm. Barytniederschlag.
II. 206 KC. = 207,06 Grm. gaben 3,8473 Grm. Barytniederschlag.
100 Theile des Barytniederschlages gaben beim Zusammenschmelzen mit Borax 21·78 Pct. Kohlensäure, bei einem zweiten Versuche 21·91 Pct. Kohlensäure, im Mittel also 21,845 Pct. ab, was einer Gesammtmenge an Kohlensäure von 40,5865 Gew. Theilen auf 10000 entspricht.

Schwefelsäure.

I. 1419,7 Grm. gaben 0,205 Grm. schwefelsauren Baryt, entsprechend 0,4957 Gew. Theilen Schwefelsäure auf 10000.
II. 1506,6 Grm. gaben 0,2125 Grm. schwefelsauren Baryt, entsprechend 0,4842 Gew. Theilen Schwefelsäure auf 10000.
Mittel 0,4899 auf 10000.

Kieselsäure.

I. 1506,3 Grm. gaben 0,093 Kieselsäure, entsprechend 0,6174 Gew. Theilen auf 10000.
II. 3009,5 Grm. gaben 0,187 Kieselsäure, entsprechend 0,6213 Gew. Theilen auf 10000.
Mittel 0,6193 auf 10000.

Jod.

5997,5 Grm. gaben 0,0018 Grm. Palladium, entsprechend 0,0072 Jod in 10000.

Chlor.

I. 599 Grm. gaben 0,0015 Grm. Silber und 2,4837 Grm. Chlor- und Jodsilber.
II. 560,8 Grm. gaben 0,0044 Grm. Silber und 2,3222 Grm. Chlor- und Jodsilber. Daraus berechnen sich nach Abzug des Jods 10,261 Gew. Theile Chlor im Mittel auf 10000.

Kohlensaures Eisenoxydul, phosphorsaure Thonerde und Phosphorsäure.

Zur Bestimmung dieser Bestandtheile wurden 10513,3 Grm. Wasser verwendet. Die nach dem Eindampfen mit Salzsäure und Abfiltriren der Kieselsäure erhaltenen Flüssigkeit gab, auf Zusatz von sehr wenig überschüssigem Ammoniak einen nur schwach gefärbten Niederschlag, dessen Lösung in wenig Salzsäure nach Zusatz von Weinsäure und Ammoniak mit Schwefelammonium versetzt wurde. Das gefällte Eisen wurde als Oxyd gewogen, die Flüssigkeit abgedampft der Rückstand nach Zusatz von etwas Salpeter in einer Platinschale geglüht, in Salzsäure gelöst und daraus die phosphorsaure Thonerde mit Ammoniak, der kleine Rest von Phosphorsäure mit Magnesiamischung gefällt.

Das Gewicht des Eisenoxydes betrug 0,034 Grm. entsprechend 0,0464 Gew. Theilen kohlensauren Eisenoxyduls auf 10000 Gew. Theile.

Von phosphorsaurer Thonerde wurden erhalten 0,0155 Grm. somit 0,0147 Gew. Theile auf 10000.

Die pyrophosphorsaure Bittererde wog 0,003 Grm. entsprechend 0,0018 Gew. Theilen Phosphorsäure auf 10000.

Bittererde.

I. 1432,3 Grm. gaben 0,853 Grm. pyrophosphorsaure Bitterde, entsprechend 2,1461 Gew. Theilen Bittererde auf 10000.

II. 1241,5 Grm. gaben 0,7313 Grm. pyrophosphorsaure Bittererde, entsprechend 2,1227 Gew. Theilen Bittererde auf 10000.
Mittel 2,1344 in 10000 Gew. Theilen.

Kalk.

I. 1241,5 Grm. gaben 0,25 Grm. Ätzkalk entsprechend 2,0137 Gew. Theilen auf 10000.

II. 1531,5 Grm. gaben 0,3105 Grm. Ätzkalk entsprechend 2,0273 Gew. Theilen auf 10000.
Mittel 2,0205 in 10000 Gew. Theilen.

Bestimmung der gesammten Alkalien als Sulfate.

I. 411,3 Grm. gaben 2,1906 Grm. schwefelsaure Alkalien entsprechend 53,2572 Gew. Theilen auf 10000.

II. 429,1 Grm. gaben 2,2897 Grm. schwefelsaure Alkalien entsprechend 53,373 Gew. Theilen auf 10000.
Mittel 53,3105 auf 10000 Gew. Theile.

Kali.

I. 411,3 Grm. lieferten 0,3053 Grm. Kaliumplatinchlorid entsprechend 7,424 Gew. Theilen Kaliumplatinchlorid oder 1,4313 Kali auf 10000 Gew. Theile.

II. 449,3 Grm. lieferten 0,3343 Grm. Kaliumplatinchlorid entsprechend 7,4421 Gew. Theilen Kaliumplatinchlorid oder 1,4347 Kali auf 10000 Gew. Theile.

Mittel 1,4330 Kali auf 10000 Gew. Theile.

Lithion.

7918 Grm. gaben 0,021 Grm. phosphorsaures Lithion, entsprechend 0,0103 Gew. Theilen Lithion auf 10000.

Werden die Bestandtheile der Quelle in der gewöhnlichen Weise, mit Berücksichtigung der stärkeren Affinitäten gruppirt, so ergibt sich die in folgender Tabelle mitgetheilte Zusammensetzung der Emmaquelle. :

Es sind enthalten in

	10000 Gew. Theilen.	In einem Wiener-Pfund (7680 Granen.)
Kohlensaures Kali . .	1,2450	0,9561
Kohlensaures Natron .	22,4557	17,2460
Kohlensaures Lithion .	0,0254	0,0195
Schwefelsaures Kali . .	1,0665	0,8191
Phosphorsaures Natron	0,0018	0,0014
Kochsalz	16,9080	12,9850
Jodkalium	0,0094	0,0072
Kohlensaurer Kalk . .	3,6081	2,7711
Kohlensaure Bittererde .	4,4822	3,4423
Kohlensaures Eisenoxydul	0,0464	0,0356
Phosphorsaure Thonerde	0,0147	0,0112
Kieselsäure	0,6192	0,4755
Summe der fixen Bestandtheile	50,4824	38,7700
Dazu: halbgebundene Kohlensäure	13,6856	10,5110
freie Kohlensäure	13,2153	10,1489
Summe aller wägbaren Bestandtheile . . .	77,3833	59,4299

Nebst Spuren von Salpetersäure, Baryt, Strontian und Mangan.

Die freie Kohlensäure beträgt bei der Temperatur der Quelle von 15·25° 7131 Volum, auf 10000 V. des Wassers.

Die oben angeführte directe Bestimmung der gesammten fixen Bestandtheile, welche 50,4050 Grm. Theile auf 10000 ergab, stimmt mit der Summe der einzeln gewogenen Bestandtheile 50,4825 sehr nahe überein.

Eine weitere Bestätigung der Richtigkeit obiger Daten liefert die Bestimmung der Bestandtheile als Sulfate, welche, wie oben erwähnt auf 10000 Gew. Theile Wasser 65,1500 stark geglühten Rückstand lieferte, während, wenn man alle Salze der Einzelnbestimmung auf schwefelsaure Salze umrechnet, das Eisen als Eisenoxyd, die phosphorsaure Thonerde und Kieselsäure als solche in Rechnung bringt 65,2540 Gew. Theile auf 10000 resultiren.

Über die maßanalytische Bestimmung löslicher Ferro- und Ferridcyanverbindungen und eine Titrestellung für Chamaeleon.

Von **Dr. Wilh. Friedr. Gintl,**
Assistenten an der Lehrkanzel für Chemie der Universität zu Prag.

Ich bin gelegentlich einer Arbeit über eine interessante Ferrocyanverbindung, deren Resultate ich demnächst einer hohen k. Akademie vorzulegen die Ehre haben werde, wiederholt in die Lage gekommen, Bestimmungen des Ferrocyans ausführen zu müssen. Da die bekannten gewichtsanalytischen Bestimmungsmethoden, ziemlich viel Zeitaufwand erfordern, versuchte ich die nothwendigen Bestimmungen auf dem Wege der Maßanalyse durchzuführen, und griff zu der von E. de Haen (Annal. der Chemie und Pharmacie, Bd. 90, S. 160) angegebenen Methode der Bestimmung mittelst Chamaeleon. Da indeß, die mit dieser Methode erzielbaren Resultate, sich, selbst bei noch so aufmerksamer Durchführung, als für Bestimmungen von wissenschaftlichem Werthe viel zu unsicher erwiesen, wie dies übrigens schon F. Mohr in seinem Lehrbuche der Titrirmethode, ausführlich erörtert hat, war ich bemüht die Methode wenn möglich, dahin abzuändern, daß sie eine größere Übereinstimmung der Resultate zuließe, was mir denn in der That auch gelang. Ich fand, daß wenn man, statt Chlorwasserstoffsäure zum Ansäuren, der zu messenden Ferrocyanlösung zu verwenden, Schwefelsäure anwendet, jene milchige Trübung der Flüssigkeit, die bei Anwendung von Chlorwasserstoffsäure, (außer bei sehr starker Verdünnung) schon nach Zusatz weniger Tropfen der Chamaeleonlösung zum Vorscheine kommt, und die, da ihr Vorhandensein, die sichere Erkennung der Endreaction äußerst schwierig, ja unmöglich macht, die eigentliche Quelle des Fehlers in sich schließt; nicht, oder doch nur in verhältnißmäßig concentrirten Lösungen auftritt. Da die mit Schwefelsäure angesäuerte Lösung, wenn sie circa 0·2 — 0·25 Gramme der Ferrocyanverbindung in 100 CC. Wasser gelöst enthält, vom Anfange bis zum Ende der Operation völlig klar bleibt, so ist man bei einiger

Übung schon hier leicht in der Lage, das Eintreten einer durch die ersten Spuren des überschüssigen Chamaeleons bedingten röthlichen Färbung der Flüssigkeit mit größter Schärfe wahrzunehmen. Da indeß bei dem Umstande, daß die Flüssigkeit nach dem Zusatze der ersten Tropfen von Chamaeleonlösung eine deutliche und zwar gesättigt gelbe Färbung annimmt, der Übergang der Färbung aus gelb in gelbroth zu beobachten ist, was einem minder Geübten immerhin noch einige Schwierigkeit bereiten kann, so läßt sich diesem Übelstande noch dadurch leicht abhelfen, daß man, der zu titrirenden Lösung einer Ferrocyanverbindung, eine Spur eines löslichen Eisenoxydsalzes zusetzt. Die Flüssigkeit nimmt dann wie begreiflich eine blaue Färbung an die nach dem Zusatze von Schwefelsäure in ein reines Blau-grün übergeht. Diese letztere Färbung erhält sich nun so lange als noch unverändertes Ferrocyan zugegen ist, und geht erst mit dem Verschwinden der letzten Spur desselben, in eine gelbe über, die durch weiteren Zusatz von Chamaeleonlösung endlich in Roth hinüberzieht. Mit dem Verschwinden der grünen Färbung ist sonach ganz präcis das Ende der Operation angezeigt, und es bedarf, sofern nicht überflüssig viel von dem Eisenoxydsalze zugesetzt wurde, keiner besonderen Übung, um den Übergang derselben in Gelb, mit Sicherheit wahrzunehmen.

Behufs der Ermittelung der Brauchbarkeit, der so modificirten Methode, stellte ich zunächst, durch sechsmaliges Umkrystallisiren von käuflichem Blutlaugensalz, und durch wiederholtes partielles Ausfällen desselben, aus seiner wässerigen Lösung mit reinem Alkohol, ein möglichst reines Ferrocyankalium dar. Eine mit, zuletzt noch aus Wasser krystallisirtem, dann zerriebenem und zwischen Filtrirpapier abgepreßtem lufttrockenem Salze, vorgenommene Wasserbestimmung, ergab einen Wassergehalt von 12·67 Pct., entsprechend der Formel Cy Fe, + 2(Cy K) + 3 HO, welche 12·78 Pct. Wasser fordert. Andererseits verwendete ich Chamaeleonlösungen von verschiedenem Werthe, der jedesmal kurz vor Ausführung des Versuches durch vergleichende Stellung des Titres gegen Eisen, sowie gegen schwefelsaures Eisenoxydulammoniak und Oxalsäure mit größter Genauigkeit ermittelt wurde. Zur Messung des jedesmaligen Verbrauches an Chamaeleonlösung, bediente ich mich einer Meßpipette von 20 CC. Inhalt mit $^1/_{10}$ Theilung und solcher Länge, daß sie auch das Ablesen von $^1/_{20}$ CC. mit Sicherheit gestattete. Die Regulirung des

Ausflusses, wurde durch ein am oberen verengten Ende der Pipette aufgesetztes mit einem Quetschhahn und einem in eine feine Spitze ausgezogenen Glasröhrchen versehenes Cautchoucrohr bewerkstelliget [1]).

I. Versuchsreihe.

I. Es wurden 1.78725 Grm. des reinen Ferrocyankaliums in circa 900 CC. Wasser gelöst, und die Lösung mit 5 CC. reiner concentrirter Schwefelsäure versetzt, hierauf Chamaeleonlösung tropfenweise zufließen gelassen. Schon nach Zusatz der ersten Tropfen, trat eine deutliche Gelbfärbung der Flüssigkeit ein, die nach Verbrauch von 10·3 CC. der Chamaeleonlösung, eine deutlich wahrnehmbare bleibende Nuancirung in Roth zeigte, 1 CC. der verwendeten Chamaeleonlösung entsprach im Mittel

---

1) Ich nehme hiebei Gelegenheit, die Anwendung einer derartig adjustirten Meßröhre für Chamaeleonlösungen zu empfehlen, da sie trotz der wiederholt gegen dieselbe geltend gemachten Bedenken, weit bequemer ist, als die einer Ausgußbürette, und zudem ein schärferes Ablesen zuläßt. Da bei Benützung eines innen vollkommen glatten (etwa eines nicht vulcanisirten) Cautchoucröhrchens, und eines gut schließenden Quetschhahnes, ein ungenügender Verschluß (den Blondlot [Journal de Pharmacie et de Chemie 40, 31] überdies noch durch Anfetten der Innenwand des Cautchoucrohres beseitigt wissen will) ohnedies nicht zu besorgen ist, so bleibt nur der so oft erwähnte Übelstand zu bekämpfen, daß durch Temperaturschwankungen leicht ein Austropfen von Flüssigkeit stattfinden kann. Da es keineswegs rathsam ist, die Chamaeleonlösung lange in Büretten herumstehen zu lassen so können die Temperaturschwankungen, denen eine solche Bürette ausgesetzt ist, wenn man sie nicht selbst provocirt, ohnehin nur unbedeutend sein, indeß kann man einem unliebsamen Einflusse derselben, dadurch leicht ausweichen, daß man sowohl beim Einstellen auf den Nullpunkt der Scala, sowie bei der Ausführung der Bestimmungen selbst, die letzten Tropfen, nicht durch das Öffnen des Quetschhahnes ausfließen läßt, sondern den Abfluß derselben dadurch bewerkstelliget, daß man den mit Luft erfüllten Theil der Meßröhre mit der Hand anfaßt, wo dann durch die hiedurch bedingte Temperaturerhöhung, in Folge der Ausdehnung der Luftschichte ein Austreten von Flüssigkeit aus der Bürette erfolgt. Hat sich nach Entfernung der Wärmequelle, die in der Röhre eingeschlossene Luftsäule, wieder auf die Zimmertemperatur abgekühlt, so erscheint die Flüssigkeit in der Röhre (deren Ende allmälig spitz zulaufen und mit einer feinen Öffnung versehen sein muß) um etwas gehoben, und die Spitze der Röhre ist mit Luft gefüllt, ohne daß dieselbe, irgend ein Bestreben hätte aufzusteigen. Es ist klar daß eine Pipette oder Bürette bei Anwendung dieses Kunstgriffes, leicht Differenzen in der Temperatur bis 12° C. verträgt, ohne daß ein Eindringen von Luftblasen und ein unbeabsichtigtes Austreten von Flüssigkeit zu besorgen wäre.

0.02304 Grm. metallischen Eisens dies mit 10·3 multiplicirt gibt 0.237312 Grm. Eisen und diese mit dem Factor für Ferrocyankalium 7.5435 [1]) multiplicirt gibt 1.79016 Grm. Ferrocyankalium statt 1 78725 somit 100·16 Pct. statt 100.

II. 1.14625 Grm. reines Ferrocyankalium zu 500 CC. Flüssigkeit gelöst, mit 5 CC. reiner concentrirter Schwefelsäure versetzt, verbrauchten, 6·6 CC. obiger Chamaeleonlösung = 1.147093 Grm. Ferrocyankalium, somit 100·07 statt 100.

III. 2.7195 Grm. Ferrocyankalium zu 1500 CC. Flüssigkeit gelöst, und mit 10 CC. concentrirter reiner Schwefelsäure versetzt, ver brauchten 15·7 CC. obiger Chamaeleonlösung, diesen entspricht 2.728691 Grm. Ferrocyankalium. somit 100·34 statt 100.

2. Versuchsreihe.

1 CC. der verwendeten Chamaeleonlösung entsprach im Mittel 0.016239 Grm. metallischen Eisens.

IV. 1.83975 Grm. reines Ferrocyankalium, zu 600 CC. Flüssigkeit gelöst, mit 4 CC. concentrirter reiner Schwefelsäure angesäuert und mit einer Spur Eisenchloridlösung blau gefärbt, verbrauchten bis zum Verschwinden der blaugrünen Färbung 15 CC. Chamaeleonlösung.

Hieraus berechnet sich 1.837483 Grm. Ferrocyankalium somit gefunden 99·88 statt 100.

V. 1.9565 Grm. Ferrocyankalium, zu 500 CC. Flüssigkeit gelöst mit 6 CC. concentrirter reiner Schwefelsäure angesäuert und Eisenchlorid gefärbt, verbrauchten bis zum Verschwinden der blaugrünen Färbung 16 CC. Chamaeleonlösung.

Gefunden 1.95996 Grm. Ferrocyankalium, somit 100·17 statt 100.

VI. 1.0555 Grm. Ferrocyankalium zu 400 CC. Flüssigkeit gelöst, mit 3 CC. concentrirter reiner Schwefelsäure angesäuert und mit Eisenchlorid gefärbt, verbrauchten 8·6 CC. Chamaeleonlösung.

Diesen entsprechen 1.053482 Grm. Ferrocyankalium, somit gefunden 99·98 statt 100.

---

[1]) In Mohr's Lehrbuch der Titrirmethode (1862) findet sich irriger Weise der Facto 7.541 angeführt.

3. Versuchsreihe.

1 CC. der verwendeten Chamaeleonlösung entsprach im Mittel 0.014307 Grm. metallischen Eisens.

VII. 0.662 Grm. Ferrocyankalium zu 300 CC. Flüssigkeit gelöst, mit 2 CC. concentrirter reiner Schwefelsäure angesäuert, verbrauchten 6·15 CC. Chamaeleonlösung.

Gefunden 0.663732 Grm. Ferrocyankalium, somit 100·26 statt 100.

VIII. 0.6245 Grm. Ferrocyankalium zu 600 CC. Flüssigkeit gelöst mit 6 CC. concentrirter reiner Schwefelsäure versetzt, verbrauchten 5·8 CC. Chamaeleonlösung.

Gefunden 0.625959 Grm. Ferrocyankalium, somit 100·23 statt 100.

IX. 0.8785 Grm. Ferrocyankalium zu 500 CC. Flüssigkeit gelöst mit 3 CC. concentrirter reiner Schwefelsäure angesäuert, verbrauchten 8·15 CC. Chamaeleonlösung.

Gefunden 0.87958 Grm. Ferrocyankalium, somit 100·12 statt 100.

Aus den Resultaten der hier angeführten Versuche ergibt sich ohne Zweifel, daß die Methode mit der angegebenen Modification, eine ziemliche Genauigkeit erreichen läßt, denn die Zahl 0·46 als größte Differenz ist immerhin zulässig. Es ist aus den angeführten Versuchen zugleich zu entnehmen, daß weder die Quantität der zum Ansäuern verwendeten Schwefelsäure, sofern sie nicht unter das Minimum von 1 Grm. auf 0·2 Grm. der Ferrocyanverbindung herabsinkt, noch auch der Grad der Verdünnung, irgendwie einen störenden Einfluß nimmt, sowie, daß auch der zur Bestimmung zu verwendenden Menge der Substanz nicht sehr enge Grenzen gezogen sind. Es ist klar, daß die erörterte Methode auch für die Bestimmung von löslichen Ferridcyanverbindungen Anwendung finden kann, wenn man dieselben durch Reduction vorher in Ferrocyanverbindungen übergeführt hat, und es ist nur zu erwähnen, daß, sich zum Zwecke dieser Reduction, Natrium-Amalgam weit besser eignet, als die übrigen gewöhnlich vorgeschlagenen Mittel, von denen Bleioxyd, schon wegen der nachherigen Anwendung von Schwefelsäure, selbstverständlich hier ohnedies nicht mit Vortheil angewendet werden kann. Man hat bei Anwendung von Natrium-Amalgam nichts weiter

nöthig, als ein paar erbsengroße Stücke desselben, in die, in einem mehr hohen als weiten Gefäße befindliche ferridcyanhältige Lösung[1]) einzutragen, wo dann ohne Anwendung von Wärme die Reduction sehr rasch erfolgt, und in längstens 10 Minuten beendet ist.

Da es nach dem gesagten keiner Schwierigkeit unterliegt, Ferrocyanverbindungen mit Sicherheit maßanalytisch zu bestimmen, so besitzen wir anderseits in diesen, und zwar in Sonderheit in dem Ferrocyankalium eine schätzenswerthe Substanz, zur Ermittlung des Titres einer Chamaeleonlösung. Es eignet sich das Ferrocyankalium hiezu um so besser, als es sich verhältnißmäßig leichter rein darstellen läßt als das schwefelsaure Eisenoxydul-Ammoniak mit dem es die Beständigkeit bei der Aufbewahrung gemein hat, während es vor dem metallischen Eisen und der Oxalsäure das voraus hat, daß es im Gegensatze zu ersterem, weniger Zeit und Vorsicht zur Auflösung erheischt, im Gegensatze zu letzterer aber, ein weit rascheres und sichereres Titriren zuläßt. Ein weiterer nicht zu verkennender Vortheil liegt in dem hohen Äquivalente der Verbindung das etwa vorkommende Fehler bei der Umrechnung auf Eisen ziemlich klein erscheinen läßt. Berechnet man z. B. aus der oben angeführten Bestimmung III, die die größte Abweichung von dem richtigen Resultate zeigt, aus der Menge des verwendeten Ferrocyankaliums, den Titre des Chamaeleons gegen Eisen, so ist: $\frac{2.7195}{7.5435} = 0.360509$ Eisen und dies getheilt durch die Zahl der verbrauchten CC. = 15·7, gibt 0.022962 als die einem CC. der Chamaeleonlösung entsprechende Eisenmenge, während der directe auf Eisen gestellte Titre, nach der Correctur = 0.02304 ist. Die aus einer minder genauen Bestimmung berechnete Zahl zeigt demnach gegen die durch directe Stellung auf Eisen ermittelte, eine Differenz die, da ihr Werth erst mit der fünften Decimale beginnt, für gewöhnliche Bestimmungen ganz außer Acht gelassen werden kann. Zum Schlusse sei es mir noch erlaubt darauf hinzuweisen, daß es zur Vereinfachung der Berechnungen, von mit Hilfe von Chamaeleon ausgeführten Bestimmungen, sehr vortheilhaft ist, den Werth der Chamaeleonlösung, statt ihn durch die einem CC. entsprechende Eisenmenge auszudrücken, auf H = 1 zu beziehen

[1]) Die Reduction muß jedoch immer in neutraler oder beziehungsweise alcalisch reagirender Lösung vorgenommen werden.

und für 100 CC. zu berechnen. Man hat dann nur nöthig das Product aus den jeweilig verbrauchten CC. der Chamaeleonlösung und dem Werthe von 100 CC. gegen H = 1, mit dem Äquivalente der gesuchten Verbindung, zu multipliciren und den Decimalpunkt um zwei Stellen nach links zu rücken, und erfährt ohne Anwendung von Factoren, deren Richtigkeit man doch immer zu controliren bemüssigt ist, die gesuchte Zahl.

XIV. SITZUNG VOM 16. MAI 1867.

Se. Excellenz der Herr Curator-Stellvertreter, Ritter v. Schmerling setzt die Akademie, mit Erlaß vom 12. Mai, in Kenntniß, daß er, in Vertretung Sr. kais. Hoheit des durchlauchtigsten Herrn Erzherzog-Curators die diesjährige feierliche Sitzung eröffnen werde.

Herr Prof. Dr. A. v. Waltenhofen in Innsbruck übersendet eine vorläufige, für den akademischen „Anzeiger" bestimmte Mittheilung „über eine neue Methode die Widerstände galvanischer Ketten zu messen".

Herr Prof. Dr. R. Kner übergibt einen „Nachtrag zu seinen fossilen Fischen von Raibl" nebst einer Abhandlung: „Ichthyologische Notizen" (V.) von Herrn Dr. F. Steindachner.

Herr Prof. Dr. J. Boehm legt eine Abhandlung: „Über Function und Genesis der Zellen in den Gefäßen des Holzes" vor.

Herr Dr. S. Stricker überreicht eine Abhandlung: „Über Malpighische Knäuel in der Froschniere", von Herrn Dr. J. Duncan aus St. Petersburg.

An Drückschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Bayer., zu München: Sitzungsberichte. 1866. II, Heft 2—4. München; 8°.

Archief, Nederlandsch, voor Genees- en Natuurkunde. Deel II, Aflev. 3—4. Utrecht, 1866; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1640. Altona, 1867; 4°.

Carl, Ph., Repertorium für physikalische Technik etc. III. Band, 1. Heft. München, 1867; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV. Nr. 17. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2e Série. XVIe Année, 5e Volume, 19e Livraison. Paris, 1867; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, Oberlausitzische: Neues Lausitzisches Magazin. XLIII. Band, 1. Heft. Görlitz, 1866; 8°.

Gesellschaft, physikalische, zu Berlin: Die Fortschritte der Physik im Jahre 1864. XX. Jahrg. I. & II. Abth. Berlin, 1866 bis 1867; 8⁰.

— Senckenbergische naturforschende: Abhandlungen. VI. Band, 1. & 2. Heft. Frankfurt a/M., 1866; 4⁰.

— Oberhessische, für Natur- und Heilkunde: XII. Bericht. Gießen, 1867; 8⁰.

— naturhistorische, zu Nürnberg: Abhandlungen. III. Band, zweite Hälfte. Nürnberg, 1866; 8⁰.

Grunert, Joh. Aug.: Archiv der Mathematik u. Physik. XLVI. Theil, 2. & 3. Heft. Greifswald, 1866; 8⁰.

Hauer, Franz Ritter v.: Geologische Übersichtskarte der österr. Monarchie nach den Aufnahmen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Blatt Nr. V: Westliche Alpenländer. Wien, 1867; 8⁰. & Folio.

Institution, The Royal, of Great Britain: Proceedings. Vol. IV. Parts 7—8. (Nr. 43—44.) London, 1866; 8⁰.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von Vorwerk. Band XXVII, Heft 3. Speyer, 1867; 8⁰.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. 17. Jahrg. Nr. 19. Wien, 1867; 4⁰.

Lotos. XVII. Jahrgang. April 1867. Prag; 8⁰.

Magazijn voor Landbouw en Kruidkunde. N. R. VI. Deel, 9—12. Aflev. 1866., VII. Deel 1. Aflev. 1867. Utrecht, 1866 & 1867; 8⁰.

Museum-Verein zu Klausenburg: Jahrbücher. IV. Band, 1. Heft. Klausenburg, 1867; 4⁰.

Société Impériale des Sciences naturelles de Cherbourg: Mémoires. Tome XII (2ᵉ Série. Tome II.) Paris & Cherbourg, 1866; gr. 8⁰.

— philomatique de Paris: Bulletin. Tome I. 1864; Tome II: Juin — Juillet-Août 1865. Paris; 8⁰.

Verein, Entomologischer, in Berlin: Berliner Entomologische Zeitschrift. IX. Jahrgang. 1865; X. Jahrg. 4. Heft. Berlin, 1865 & 1866; 8⁰.

— Naturw. für Sachsen und Thuringen in Halle: Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. Jahrgang 1866. XXVII. & XXVIII. Band. Berlin, 1866; 8⁰.

— für Naturkunde zu Preßburg: Verhandlungen. VIII. & IX. Jahrgang. 1864—1865 & 1866. Preßburg; 8⁰.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 38—39. Wien. 1867; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 10. Gratz, 1867; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig und Hübner. X. Jahrgang. N. F. III. Band, 8. Heft. Leipzig, 1867; 8°.

— des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XIX. Jahrg., 2. & 3. Heft. Wien, 1867; 4°.

Über Function und Genesis der Zellen in den Gefäßen des Holzes.

Von Jos. Boehm.

(Mit 2 Tafeln.)

Es ist eine bekannte Erscheinung, daß Rebzweige aus alten Schnittflächen nicht bluten und daß Zweige, welche zur Zeit des Saftsteigens im Frühlinge vor der Entfaltung der Knospen gestutzt werden, bald aufhören zu thränen, daß dieses aber aus einer an demselben Zweige etwas tiefer angebrachten Schnittfläche wieder mit der ursprünglichen Kraft erfolgt. Die Ursache dieser Erscheinung blieb bisher unbekannt [1]).

In meinen Abhandlungen [2]) über das Saftsteigen in den Pflanzen habe ich darauf aufmerksam gemacht, daß durch frisch geschnittene Weidenzweige vermittelst einer Wassersäule, welche die Länge des Zweiges nur etwas übertrifft, Flüssigkeit hindurch gepresst wird, daß aber mit der beginnenden Entwicklung der Wurzeln und Knospen die Filtration sich verlangsamt und selbst bei Anwendung des Druckes einer Quecksilbersäule von mehr als 30 Zoll Länge endlich ganz aufhört.

Werden frisch geschnittene Weidenzweige mit einem Ende ins Wasser gestellt, so nehmen sie anfänglich bedeutend an Gewicht zu,

[1]) „Die mikroskopische Untersuchung der Äste zeigt, daß die Spiralröhren an der Schnittfläche mit einer körnigen, undurchsichtigen, braungefärbten Masse erfüllt sind, welche die kleinen ganz verstopft, in den größeren in der Mitte ein kleines Loch zurückläßt. Diese Masse kann indeß nicht die alleinige Ursache der Verstopfung sein, denn wenn man einen Querschnitt von einer Linie und mehr Dicke von einem solchen Aste abträgt, so beginnt der Saft noch nicht wieder hervorzudringen, sondern man muß, wie Hales angibt, meist ein ganzes Internodium wegnehmen, um den Zweig wieder kräftig bluten zu machen." Ernst Brücke, Poggendorffs Ann. Bd. 63, 1844, Pag. 192.

[2]) Sitzungsberichte der kais. Akad. d. Wissensch. 48. Bd. 1863 u. 50. Bd. 1864.

während sie mit der Bildung von Wurzeln und der Entfaltung der Knospen nach und nach wieder fast auf das ursprüngliche Gewicht herabsinken. Es beweiset diese Erscheinung auf das schlagendste die physiologische Nothwendigkeit des Luftgehaltes der Holzröhren.

Taucht man frisch geschnittene, selbst mehrere Fuß lange Zweige von Salix in eine Lösung von Eisenchlorid, Schwefelcyankalium oder Blutlaugensalz, so kann man sich durch die entsprechenden Reagentien überzeugen, daß die Flüssigkeit nach einigen Stunden an der oberen Schnittfläche angelangt ist.

Versucht man es hingegen durch eine in meinen Injectionsröhren aus einem Zweige gezogene Weidenpflanze Wasser oder Salzlösungen zu pressen, so gelingt dies selbst bei einem Drucke von 2—3 Atmosphären nicht.

Aber nicht nur für Wasser, auch für Luft, welche auf mehr als die Hälfte ihres Volum's comprimirt wurde, sind die aus Stecklingen gezogenen Pflanzen unwegsam.

Die Untersuchung hat gezeigt, daß das Unwegsamwerden der Spiroiden nur an den Zweigenden erfolgt und daß dasselbe durch das Auftreten von Zellen in den Gefäßen veranlaßt ist.

Es ist auffallend, daß Bäume und Sträucher durch das Beschneiden der Äste nicht mehr leiden, als dies in der That der Fall ist, da durch die offen gelegten Spiralgefäße der Holzkörper den Einflüssen äußerer Reagentien ausgesetzt wird. Gestutzte Äste sterben in der Regel nur bis in die Nähe des nächst unteren Zweiges oder der nächst unteren Knospe ab.

Ich habe mich nun bei einer großen Anzahl von Fällen überzeugt, daß die abgeschnittenen Zweigenden weder für Wasser noch für Luft selbst bei einem Drucke von drei Atmosphären permeabel waren. In allen Fällen findet man an der Grenze des lebenden und des vertrockneten Holzes die Gefäße manchmal bis auf die Länge von einem halben Zoll und darüber mit Zellen erfüllt.

Zellen in den Spiroiden wurden schon von Malpighi, Leeuwenhoek, Sprengel, Kieser und Mirbel beobachtet. Die ältere diesbezügliche Literatur hat Meyen (Phytotomie, Pag. 209) und (Pflanzenphysiologie, 1. Theil, Pag. 254) zusammengestellt.

Meyen und Schleiden (Grundzüge d. w. B. I. Pag. 219) vertraten die Ansicht, daß die die Pflanzengefäße erfüllenden Zellen durch Urzeugung entstanden seien.

Eine sorgfältig gearbeitete Abhandlung über diesen Gegenstand wurde von einem Ungenannten geliefert (bot. Ztg. 1845, Pag. 225); die darin niedergelegten Untersuchungsresultate haben allgemeine Geltung erlangt. Der Ungenannte (Frl. Hermine v. Reichenbach) stellt die Behauptung auf, daß die die Gefäße erfüllenden Zellen dadurch entstehen, daß Ausbuchtungen der die Gefäße umgebenden Zellen, durch die Poren hindurch, in die Gefäße prolabiren. Dieser Entstehung zufolge wurden die die Gefäße erfüllenden Zellen mit dem Namen Thyllen belegt.

Da die in Rede stehenden Zellen häufig Stärkemehl führen z. B. bei *Quercus, Castanea, Vitis, Robinia*, so glaubt der Ungenannte, daß dieselben überhaupt nur der Amylumbildung dienen.

Durch die oben angeführten Thatsachen wird die Rolle, welche den Thyllen wenigstens in gewissen Fällen übertragen ist, in zweifelloser Weise klar.

Die Gründe, welche den Ungenannten bestimmten, die Thyllen für Auswüchse von den die Gefäße einhüllenden Zellen zu erklären, sind folgende:

1. Es entstehen dieselben als runde Bläschen, welche stets über einem, das Gefäß mit einer Nachbarzelle verbindenden Porus aufsitzen. Man finde auf Querschnitten z. B. von *Vitis* und *Sambucus nigra* (besonders deutlich unter Anwendung von Kalilauge), daß das Bläschen in seinem Beginne eine Ausdehnung der die Tüpfel abgrenzenden Membran in die Gefäßhöhle sei. Die Thylle und die angrenzende Zelle stehen in offener Verbindung mit einander und seien geradezu als ein Ganzes zu betrachten.

2. Der zur Contraction gebrachte Primordialschlauch löse sich nicht ringsum ab, sondern bleibe an der Basis stets mit seiner Zelle in Verbindung.

Daß diese Auffassung der Genesis der Zellen in den Gefäßen meines Wissens auch nicht einen einzigen Widerspruch erfahren hat, ist, wie ich glaube, weniger in der zweifellosen Evidenz der dafür ins Feld geführten anatomischen Beweise, als vielmehr darin begründet, daß man sich diese Zellen (von der Urzeugung abgesehen) auf eine andere Weise nicht entstanden denken konnte. Es werden ja die oft die ganze Pflanze als offene Röhren durchziehenden Spiroiden entweder für schon abgestorbene Gebilde gehalten, oder

es kam doch wenigstens bisher fast Niemand in den Sinn, dieselben für die Eltern von Parenchymzellen zu erklären.

So zwingend diese Erwägungen bisher zweifellos sind, so schien es mir doch anderseits sehr auffällig, daß die Erfüllung der Holzröhren mit Zellen stets an abgestutzten Zweigen erfolgt, — auch dann, wenn man in den Gefäßen des unverletzten Stammes nie eine Thylle findet. Obwohl denkbar, so schien es mir doch nicht sehr wahrscheinlich, daß die Nachbarzellen in die durchschnittenen Spiroiden prolabirende Auswüchse senden sollten und daß die Gefäße selbst sich hierbei nur passiv verhielten. Jedenfalls hielt ich es der Mühe werth, die bisherige Anschauung über die Entwicklung der Thyllen einer eingehenden Prüfung zu unterziehen, zumal, da es nun durch das Stutzen der Zweige möglich ist, sich die geeigneten Objecte zur Untersuchung bei einer beliebigen Pflanze auf leichte Weise zu verschaffen.

Durch vorläufige, im Jahre 1864, gemachte Versuche glaubte ich mich überzeugt zu haben, daß junge (ungefähr 1—4jährige) Äste von *Platanus orientalis*, welche im beginnenden Frühjahre beiläufig 10 — 12 Millim. über der Ursprungstelle eines Zweiges gestutzt wurden, ein sehr geeignetes Material zur Lösung der Frage über die Genesis der Thyllen seien.

Untersucht man solche Zweigenden 1—2 Monate nach der Operation, so erweisen sie sich für Wasser und Luft bei einem Drucke von 30 Zoll Quecksilber unwegsam und jedes Gefäßende ist fast stets nur von einer Reihe mäßig dickwandiger Zellen erfüllt. Tab. I, Fig. 1.

Über die Entstehung dieser Zellen würde a priori jede andere Vorstellung wahrscheinlicher sein als die, welche das Studium der Entwicklungsgeschichte als die richtige darstellt. Bei solchen ausgebildeten Zuständen weiset jedenfalls nichts darauf hin, daß die die Spiroiden erfüllenden Zellen als kleine den Gefäßwänden aufsitzende Bläschen entstehen.

Mehrfache Versuche im Jahre 1865 haben mich gelehrt, daß die Entwicklung dieser Thyllen in ziemlich kurzer Zeit erfolgt. Wurden die Zweige bei dem Aufbrechen der Knospen gestutzt, so waren viele derselben schon nach acht Tagen für Wasser und Luft bei einem Überdrucke einer Atmosphäre impermeabel.

Um nun Zweigenden zu erhalten, in welchen die in den Gefäßen auftretenden Zellen sich in einem Entwicklungsstadium befinden, welches geeignet war, über die Art und Weise ihrer Genesis Aufschluß zu geben, wurden am 20. April 1866 100 Zweige gestutzt, und zu je zwanzig am 1., 5., 10. 15. und 20. Mai abgeschnitten und in Weingeist aufbewahrt. — Bei der mikroskopischen Untersuchung zeigte sich, daß in den am 5. Mai gesammelten Zweigstumpfen die in den Gefäßen auftretenden Zellen sich in einer zur Lösung der gestellten Frage vollkommen geeigneten Entwicklungsphase befanden.

Das Holz der Platane ist von zahlreichen, zum Theile sehr großen Markstrahlen durchzogen. Um ein klares Bild von den in den Spiroiden sich abspinnenden Vorgängen zu erhalten, sind radiale Längsschnitte daher nicht geeignet.

Während man aus Bildern fertiger Zustände (Fig. 1) vermuthen sollte, daß die die Spiroiden erfüllenden Zellen (ähnlich wie bei den sich theilenden Zellen), in Folge der Bildung von Querwänden in den Gefäßen entstehen würden, findet man im Gegentheile bei Längsschnitten durch die eben bezeichneten Zweigstumpfe, daß die in Rede stehenden Zellen, im Einklange mit den bisherigen Angaben, als kleine, den seitlichen Gefäßwänden inserirte Bläschen auftreten (Tab. 1, Fig. 3), welche, sich rasch vergrößernd, bald den ganzen Querraum des Gefäßes ausfüllen, und in ihrem Längenwachsthume sich gegenseitig hemmen. In letzterem Verhalten liegt der Grund der oft sehr verschiedenen Länge unmittelbar über einander stehender Thyllen.

Über die Abstammung dieser Gebilde, — ob von Nachbarzellen oder den Gefäßen selbst, kann nur das Mikroskop entscheiden und die Controle des gewonnenen Resultates nur durch sorgfältige und oft wiederholte Untersuchung geübt werden.

Ehe ich mich mit der vorliegenden Frage zu beschäftigen anfing, verhehlte ich mir nicht, daß meine Bedenken gegen die von dem Ungenannten gelieferte Entwicklungsgeschichte der Thyllen im Vergleiche zu dem zweiten möglichen Falle ihrer Entstehung (aus den Gefäßwänden nämlich) bei der herrschenden Ansicht über das Wesen der Spiralgefäße einer- und der Entstehung der Zellen anderseits fast unberechtiget erscheine und ich gestehe, daß ich trotz wiederholter und sorgfältiger Untersuchung nicht ohne Widerstreben es unternehme, über den Ursprung der Thyllen eine Ansicht zu vertreten, welche im völligen Widerspruche mit den herrschenden

Grundanschauungen der Pflanzenanatomie und der Physiologie der Zelle steht und die Manchem vielleicht a priori noch unwahrscheinlicher erscheint, als die elternlose Entstehung der Thyllen. Der urtheilsberechtigte Forscher wird aber eher prüfen als absprechen und sonst vorlaute Dilettanten werden gut thun, mit ihrer subjectiven Meinung zurückzuhalten, bis die ersteren gesprochen.

Bei der Entscheidung unserer Frage kommt alles darauf an, die Basis der sich entwickelnden Thylle zur klaren Anschauung zu bringen. Dies wird überhaupt nur dann mit einiger Wahrscheinlichkeit gelingen, wenn die Spiroiden des untersuchten Objectes viele solche Bläschen enthalten und kann sowohl auf tangentialen Längs- als auf Querschnitten geschehen.

Auf Längsschnitten kommt begreiflicher Weise zwar eine größere Zahl dieser jungen Elemente zur Ansicht, aber nur selten erhält man eine klare Ansicht der Anheftungsstelle derselben an die Gefäßwand. Es ist dies in Anbetracht der Form der zwischen Prosenchym und Holzparenchym gelagerten Spiroiden auch leicht erklärlich. — Denkt man sich nämlich auf der inneren Oberfläche einer capillaren Röhre hie und da Bläschen aufsitzen, so wird es nur äußerst selten gelingen, Längsschnitte anzufertigen, deren mikroskopisches Bild eine klare Einsicht in die Art und Weise der Insertion der letzteren ermöglichet. Es ist dies nur dann der Fall, wenn der Schnitt gerade durch die Basis, respective den Stiel der jungen Zelle geführt wurde, da sonst die Anheftungsstelle derselben durch die kuppenartig überragende Röhrenwand bedeckt wird.

Anders ist die Sache auf Querschnitten. — In den oben bezeichneten Zweigstumpfen der Platane sind die noch jungen Thyllen so zahlreich, daß man fast auf jedem gelungenen Präparate deren mehrere in geeigneter Weise durchschnitten findet.

Entständen die die Spiroiden erfüllenden Zellen wirklich, wie ihr Name sagt, durch Aussackung gewöhnlicher Zellen des Holzkörpers in die Gefäße hinein, so müßten die Thyllen bei ihrem ersten Auftreten offenbar nur mit einer Basis von der Breite eines Tüpfels an der Gefäßwand aufsitzen. Dies ist jedoch, man kann wohl sagen, niemals der Fall.

Die ganz jungen Thyllen verhalten sich hinsichtlich ihrer Anheftung an die Gefäßwand ziemlich verschieden. Bisweilen sind dieselben an ihrer Basis allerdings stielartig verschmälert (Tab. 1, Fig. 4, *a*) in

der Regel erscheinen sie jedoch als der Gefäßwand anliegende Halbkugeln (Fig. 4, *b*), ja es finden sich häufig Fälle, wo dieselben sich mit sehr breiter Basis von der Wand der betreffenden Holzröhre abheben und auf dem Querschnitte linsenförmig erscheinen (Fig. 4, *c*).

Diese Art und Weise der Anheftung der Thyllen an die Gefäßwand ist mit der Vorstellung, daß dieselben Aussackungen von Zellen in die Gefäße hinein seien, gewiß nicht vereinbar. Und in der That fand ich auch bei Tausenden von Querschnitten nie auch nur eine Andeutung, daß der Inhalt einer Zelle, über welcher die junge Thylle aufsaß, sich in letztere fortsetzte. Wäre dies der Fall, so würde es bei den in Weingeist aufbewahrten Objecten mit gelb gefärbtem und geronnenem Zellinhalte besonders nach dessen Behandlung mit Jodlösung der Beobachtung sicher nicht entgangen sein.

Die Angabe des Ungenannten, daß der zur Contraction gebrachte Primordialschlauch mit der Basis der Thylle stets verbunden bleibe und sich (auch) dadurch als Aussackung einer Nachbarzelle des Gefäßes erweise, kann ich nicht bestätigen. Es finden sich, wiewohl selten, auch Fälle mit allseitig abgelöster Hautschichte (Tab. 1, Fig. 5). — Übrigens hat die Art und Weise der Loslösung des sogenannten Primordialschlauches von der Zellwand bei der heutigen Auffassung der Zellwand für unsere Frage jedenfalls nur eine untergeordnete Bedeutung.

In Anbetracht der Bedenken jedoch, welche gegen die Entstehung der Thyllen aus den Gefässwänden sprechen, hielt ich die Frage durch die angeführten Beobachtungen noch nicht für endgiltig erlediget.

In zweifelloser Weise erwiesen, daß die sogenannten Thyllen mit den Nachbarzellen der Gefäße in keinem genetischen Zusammenhange stehen, wäre die Frage, nach meinem Dafürhalten, erst dann, wenn die locale Unmöglichkeit hierfür nachgewiesen werden könnte, — wenn sich nämlich zeigen würde, daß die Thyllen auch auf Gefäßwänden entstehen, welche nicht an Zellen grenzen.

Daß die Gefäßwände sich noch vergrößern und verdicken, nachdem sie sich bereits mit Luft gefüllt, ist ein bei noch im Wachsthume begriffenen Pflanzentheilen nicht unschwer zu constatirendes Faktum. Es ist dies natürlich nur durch die Ernährung der Gefäßwand von Seite der Nachbarzellen möglich.

Anderseits ist es aber auch eine, wie ich glaube, durch nichts gerechtfertigte Annahme, daß in den Gefäßwänden eines selbst älteren Holzes kein Stoffwechsel mehr erfolge.

Sind nun die Thyllen, wie sich aus dem Obigen mit einer Sicherheit ergibt, welche mikroskopische Beobachtungen so delikater Objecte überhaupt gewähren, nicht als Knospen der Nachbarzellen, sondern als Producte der Gefäßwände selbst anzusehen, so ist es gleichwohl a priori sehr wahrscheinlich, daß dieselben vielleicht immer über einer die Gefäßwand ernährenden Zelle entspringen. Indeß ist anderseits doch auch die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, daß solche Zellen auch an Stellen der Gefäßwand entspringen, welche nicht an Zellen grenzen. Solche Stellen finden sich dort, wo sich zwei Gefäße unmittelbar berühren.

Dies ist im Holze der Platane ziemlich häufig der Fall. Allerdings ist bei Constatirung dieses Vorkommens große Vorsicht geboten. Es kommt nämlich sehr häufig vor, daß zwei Holzröhren sich unmittelbar zu berühren scheinen, während sich nach sorgfältiger Untersuchung ergibt, daß dieselben durch eine auf dem Querschnitte sehr schmale Zelle, wie solche als Begleiter der Holzröhren häufig vorkommen, getrennt sind. Hier sind Thyllen ebenso häufig, wie an anderen Stellen der Gefäße. (Tab. 1, Fig. 6.)

Indeß sind, wie gesagt, Fälle, wo sich zwei Gefäße directe berühren, gerade nicht selten. — Würde man an solchen Stellen die Genesis von Thyllen nachweisen können, so wäre, man wird es zugeben, der unumstößliche Beweis geliefert, daß dieselben nicht als Aussackungen von Nachbarzellen, sondern aus den Wänden der letzteren selbst entstehen. — Dieser Nachweis aber kann, der Natur der Sache entsprechend, nur durch den Zufall geliefert werden; ein negatives Untersuchungsresultat berechtiget zu keinem diesbezüglichen Schlusse.

Um die Wahrscheinlichkeit eines solchen Zufalles zu erhöhen, habe ich Tausende von Querschnitten durch einen an jungen Thyllen reichen Aststumpf von *Platanus* gemacht. Endlich, als ich schon fast daran war, das weitere Suchen aufzugeben, fand ich zwei Präparate, bei welchen in zweifelloser Weise die junge Thylle an der von einer anderen Holzröhre begrenzten Gefäßwand aufsitzt. (Tab. 1, Fig. 7 und 8.)

Bei der Wichtigkeit des Falles lag mir daran, daß derselbe auch von anderen Beobachtern constatirt wurde. Es geschah dies

von den Herren Wretschko, Juratzka, Reichardt und Fenzl.

Hiermit ist der evidente und unwiderlegliche Beweis geliefert, daß die Thyllen von *Platanus* in der That aus der Gefäßwand entspringen.

Auch auf Folgendes möchte ich noch aufmerksam machen.

Würden die Thyllen durch Aussackung der die Gefäße umgebenden Zellen entstehen, so müßten dieselben, wie dies auch der Ungenannte behauptet, selbst im ausgebildeten Zustande noch mit den Mutterzellen in Verbindung stehen. Behandelt man jedoch nicht zu zarte Längsschnitte (deren mittlere Gefäße unverletzt geblieben sind) auf dem Objectträger mit einer Mischung von Chromsäure und Schwefelsäure, so werden die Wände der Zellen und Gefäße, nachdem sie aus der gegenseitigen Verbindung getreten sind, endlich ganz aufgelöst, während die Thyllenzellen vorläufig völlig unverändert zurückbleiben. Entfernt man alsdann durch Aufsaugung mittelst Löschpapier größtentheils die Säure und bringt die zurückgebliebenen Zellen mittelst Zusatz von schwach alkalischem Wasser unter dem Deckglase in rollende Bewegung, so sieht man an ihnen niemals eine Stelle, durch welche dieselben mit einer Zelle des Holzkörpers in Verbindung gewesen wären.

Ähnlich verhält sich die Sache beim Kochen der Objecte in Salpetersäure. Figur 2 stellt ein auf diese Weise isolirtes Gefäß aus dem oberen lebenden Ende eines vor längerer Zeit gestutzten Zweiges mit allseitig von der Gefäßwand abgelösten Thyllenzellen dar [1]).

Ich halte es fast für überflüssig, besonders hervorzuheben, daß man auf diese Befunde kein zu großes Gewicht legen dürfe. Sicheren Aufschluß über die Frage konnte nur das Studium der Entwicklungsgeschichte liefern.

Schließlich liegt uns noch ob, die Frage zu erörtern, in welcher Weise die Entwicklung der Thyllen aus den Gefäßwänden erfolgt.

Die mikroskopische Beobachtung lehrt hierüber Folgendes:

---

1) Die Tüpfel der mit ausgebildeten Thyllen erfüllten Gefäße sind sehr verschwommen oder bisweilen (offenbar in Folge theilweiser Resorption der Gefäßwand) ganz verschwunden.

Auf zarten Querschnitten durch einen an jungen Thyllen reichen Aststumpf von *Platanus* sieht man die Innenwand des Gefäßes häufig von einer zarten, scharf contourirten Membran ausgekleidet, welche einerseits unter der quer durchschnittenen Thylle hinweggeht, und anderseits sich über dieselbe erhebt, so daß die junge Zelle durch eine Spaltung der Innenhaut des Gefäßes entstanden erscheint. (Fig, 4, *b*, *c*). Unter den Tausenden der von mir untersuchten Präparate fand ich auch den Tab. 1, Fig. 9 abgebildeten Fall, welcher sich nur in besagter Weise erklären läßt.

Nachdem ich durch die Untersuchung der Aststümpfe von *Platanus* zu dem obigen Schlusse geführt wurde: daß nämlich die Thyllen nicht durch in die Spiroiden prolabirende Aussackung der Zellen des Holzkörpers, sondern directe aus den Gefäßwänden selbst entstehen, hielt ich es für geboten, die Genesis dieser eigenthümlichen Gebilde auch bei einer Pflanze zu verfolgen, bei welcher der Ungenannte seine Untersuchung über diese Frage angestellt hat. — Ich wählte hierzu aus begreiflichen Gründen den Weinstock.

Man kann sich auf mikroskopischem Wege leicht von der Richtigkeit der Angabe des Ungenannten überzeugen, daß sich (bei gewöhnlichen Verhältnissen) im Holze von *Vitis*, nur in den Gefäßen des ersten Jahres Thyllen bilden.

Die Internodien der Rebe sind häufig seitlich zusammengedrückt. Auf Querschnitten durch solche Zweige findet man, daß die in der Richtung der kürzeren Radien liegenden Gefäße verhältnißmäßig klein sind. Bei der Injection mittelst Quecksilberdruck erweisen sich diese Gefäße sowohl für Luft als für Wasser in der Regel völlig undurchgängig. Dasselbe ist der Fall bei allen Gefäßen in der Nähe des Markes und bei jungen Trieben [1]).

Ein ausgezeichnetes Material zum Studium der Thyllenbildung von *Vitis* liefern die vor dem Beginne des Blutens beschnittenen Zweige zur Zeit des Anschwellens und Aufbrechens der Knospen.

Man findet auf Querschnitten durch solche Aststumpfe (unterhalb der dünnen, im Vertrocknen begriffenen Schichte) die innere

---

1) Diese Methode ist überhaupt sehr geeignet, um sich über das Offen- oder Geschlossensein der sogenannten Gefäß- und der Prosenchymzellen (z. B. bei den Coniferen) mit dem besten Erfolge zu unterrichten. Ich werde dieses Thema gelegentlich in einer eigenen Abhandlung erörtern.

Oberfläche eines Gefäßringes oft von 5—6 fast in demselben Umkreise liegenden Bläschen besetzt.

So wie bei *Platanus* sind auch bei Vitis die jungen Thyllen meist mit ziemlich breiter Basis der Gefäßwand inserirt, nicht selten sind dieselben jedoch fein gestielt.

Der Ungenannte gibt Fig. 10, 11 und 16 Abbildungen von mit Kalilauge behandelten Präparaten, bei welchen sich eine offene Verbindung der Gefäßnachbarzellen und der Thyllen deutlich habe erkennen lassen [1].

Um den die Klarheit des Bildes störenden Einfluß des Amylum zu entfernen, ohne die Zellwände auffallend zu ändern, behandle ich die Präparate nicht mit Kalilauge, sondern koche sie in Wasser.

Ich habe bei meinen Untersuchungen bisweilen Bilder gesehen, welche den citirten Figuren vollkommen gleichen, bei denen nämlich in der That die Thyllen als Sprossen von Zellen erscheinen, welche Sprossen den Anschein hatten, als ob sie zwischen den Spiralwindungen in die Gefäße prolabirt wären.

So lange jedoch das Spiralband oder die Verdickungsschichte überhaupt der Gefäßwand enge anliegt, ist eine völlig klare Einsicht in die thatsächlichen Verhältnisse, ob nämlich wirklich eine offene Verbindung zwischen der betreffenden Zelle und der Thylle besteht, schlechterdings unmöglich.

Häufig geschieht es jedoch, daß das Spiralband irgendwie theilweise losgelöst wird. — Ich war in der Lage, dem Herrn Prof. Fenzl ein Präparat zu zeigen, welches im frischen Zustande für eine offene Verbindung einer Holzzelle und Thylle sprach. Nachdem dasselbe aber in Wasser gekocht war, hatte sich das durchschnittene Spiralband von der Stelle, wo die Thylle aufsaß, losgelöst, und es zeigte sich nun, daß dieselbe ihrer ganzen Breite nach mit der scheinbaren Mutterzelle verbunden und von derselben durch eine gewöhnliche Scheidewand getrennt war (Tab. 2, Fig. 1). Diese Scheidewand erwies sich bei Behandlung des Präparates mit Chromsäure aus zwei Lamellen (der Zell- und Gefäßwand) zusammengesetzt.

Auch bei Vitis liegen häufig zwei oder mehrere, durch eine enge Spalte getrennte Gefäße neben einander. — Davon, daß diese Spalten

[1] Die Figuren stellen offenbar Querschnitte aus der Markscheide mit eigentlichen Spiral- oder netzartigen Treppengefäßen dar; die dicken Gefäßwände gehören zum größten Theile der sogenannten secundären Schichte an.

nicht vielleicht Zellen seien, belehrt man sich durch Behandlung des Präparates mit concentrirter Chromsäurelösung. Durch dieses Reagens gelingt es leicht, die querdurchschnittenen Spiroiden von ihren Nachbarzellen zu isoliren und sich von der nach der Begrenzung wechselnden Wanddicke der Gefäße zu überzeugen. Dort, wo zwei Gefäße an einander stoßen, sind deren Wände beträchtlich dicker als an der Grenze von Zellen.

So wie bei der Platane habe ich auch beim Weinstocke ein Präparat gefunden, bei welchem die Thylle aus einer von einer anderen Holzröhre begrenzten Gefäßwand entsprang (Tab. II, Fig. 2). Durch nachherige Behandlung des Präparates mit Chromsäure habe ich mich überzeugt, daß die betreffenden Gefäße sicher durch keine Zelle geschieden waren.

Einen derartigen Fall stellt auch Fig. 6, Tab. 2 auf dem Längsschnitte dar.

Die in Rede stehenden Aststumpfe von *Vitis* sind aber noch in einer anderen Weise geeignet, jeden Zweifel über die Möglichkeit der Genesis der Thyllen aus den Gefäßwänden völlig zu beheben.

Die ringsum von Zellen umgebenen getüpfelten Holzröhren von Vitis sind nicht sehr dickwandig, ihre eigenen Contouren treten erst bei Behandlung des Präparates mit Chromsäure deutlich hervor.

Auf Querschnitten durch unsere Aststumpfe findet man aber bisweilen derartige Gefäße, welche im Gegensatze zu ihren seitlichen und äusseren Nachbarn sehr dickwandig erscheinen, nur daß diese Wände, wenn sie wasserhell, meist durchsichtiger sind. (Tab. 2, Fig. 3, *a*.)

Häufig sind jedoch diese scheinbaren secundären Gefäßwände sehr mächtig, so daß sie das Gefäßlumen fast ganz verschließen (Tab. 2, Fig. 3, *b*); an ihrer inneren Seite sind sie meist in mannigfacher Weise wellig gebogen (Tab. 2, Fig. 3, *c*, Fig. 4) und dann sind sie in der Regel nicht wasserhell, sondern mehr weniger intensiv braun gefärbt.

Obwohl solche Formen mit Gefäßwänden keine Ähnlichkeit mehr haben, so sind sie anderseits an ihrer inneren Oberfläche doch von einer meist deutlich doppelt contourirten Membran sehr scharf begrenzt. Nichts deutet darauf hin, was nur von Ferne zur Annahme berechtigte, daß man es hierbei einfach mit einem durch Poren in das Gefäß ergossenen Zellsafte zu thun habe. Man sieht im Gegentheile häufig

von den inneren Buchten dieser wellig begrenzten Bildungen im Gefäßlumen Scheidewände gegen die Spiroidenwand verlaufen; die Holzröhre erscheint dann auf ihrer inneren Oberfläche mit zellgewebsartig vereinigten großen Blasen besetzt. Solche thyllenartige Blasen mit sehr breiter Basis kommen auch oft vereinzelt vor (Tab. 2, Fig. 3, *c*; Fig. 5, *b*).

Ganz ähnlich und ebenso mannigfaltig sind die Verhältnisse auf Längsschnitten (Tab. 2, Fig. 7 u. 8). Figura 9, Tab. 2 stellt das Bild eines Präparates dar, bei welchem sich diese Gefäßauskleidung in scharf begrenzter Form theilweise von der Röhrenwand losgelöst hat, ein Fall, der sich ebenfalls gewiß nicht mit den bisherigen Anschauungen über die Entstehung ähnlicher Vorkommnisse in den Spiroiden vereinen läßt.

Sowohl auf Längs- als auf Querschnitten findet man nun häufig, daß auf der inneren Wand der mit den in Rede stehenden Bildungen ausgekleideten Gefäße gewöhnliche Thyllen sich entwickeln, welche in die besprochene Auskleidung der diesbezüglichen Gefäße hineinragen. (Tab. 2, Fig. 5 und 9). Derartige Bildungen haben bisweilen die Form wie der von dem Ungenannten Fig. 15 abgebildete Fall. Der Ungenannte sagt hierüber l. c. pag. 245: „Es sieht dies aus als ob zwei Bläschen in einander geschachtelt wären und entsteht allem Ansehen nach dadurch, daß eine Schichte der Membran im Wachsthume hinter der anderen zurückgeblieben ist, d. h. während des Wachsthumes dem Drucke von Innen heraus weniger nachgegeben hat."

Ich kann nach meinen eben in Kürze referirten Beobachtungen dieser Auffassung nicht beipflichten und glaube vielmehr, daß sich die Erscheinung im Einklange mit dem beschriebenen Auftreten der eigenthümlichen Auskleidung der Holzröhren einfach und natürlich in folgender Weise erkläre:

Der im Frühjahre gestutzte Zweig sucht sich bald möglichst von Außen abzuschließen. Dies geschieht durch Ansammlung von Plasma zwischen den Lamellen der Gefäßwände, deren innerste Schichte nun durch Intussusception wachsend, sich in der Regel zur Membran der gewöhnlichen Thylle ausbildet. — Bisweilen jedoch erfolgt die Ansammlung von Plasma und die dadurch bedingte Abhebung der inneren Gefäßwand auf größere Strecken, womit, da erfahrungsgemäß sich nur eine bestimmte Menge Plasmas zum

selbstständigen Leben zu individualisiren vermag und dieses Plasma überhaupt zur Scheidewandbildung nicht befähigt scheint [1]), meist unter Bräunung das Absterben der entstandenen Blasenräume bedingt ist. — Um nun das Gefäß dennoch zu schließen bilden sich aus der Gefäßwand [2]) in der schon wiederholt besprochenen Weise Bläschen von der gewöhnlichen Form und Größe der Thyllen, wodurch die erwähnten Einschachtelungen von verschieden großen Bläschen etc. entstehen.

Aus den übereinstimmenden Resultaten der Untersuchung von *Platanus* und *Vitis* ist der Schluß erlaubt, daß die Zellbildung in den Gefäßen bei allen Pflanzen in der besprochenen Weise erfolgt.

Die Ergebnisse der vorliegenden Abhandlung lassen sich in folgenden zwei Punkten zusammenfassen.

1. Die Thyllen entstehen stets an den Stumpfen der gestutzten Zweige und an den oberen und unteren Enden der sich zu selbstständigen Pflanzen individualisirenden Stecklinge, d. h. überhaupt dort, wo abgestorbenes Holz an lebendiges grenzt und schliessen so die durchschnittenen oder durchrissenen Holzröhren nach Aussen ab. Das Beschneiden der Bäume etc. wird daher, um nämlich das Innere der Pflanze nicht unnöthiger Weise durch längere Zeit der schädlichen Einwirkung äusserer Einflüsse bloß zu legen, mit besserem Erfolge im Frühlinge als im Herbste vorgenommen.

Die Entstehung von Zellen in den Gefäßen und der dadurch bedingte Abschluß verletzter Holzröhren spielt wahrscheinlich auch bei der Verwachsung des Pfropfreifes etc. mit seiner neuen Unterlage eine wichtige Rolle.

2. Die sogenannten Thyllen entstehen nicht durch Aussackung der die Holzgefäße umgebenden Zellen, sondern durch Ansammlung von Plasma zwichen den Lamellen der Gefäßwandung, deren innerste Schichte zur Membran der Thyllenzelle auswächst.

---

1) Es wurde bisher noch niemals die Theilung einer Thyllenzelle durch Scheidewandbildung beobachtet.

2) Ich will hiermit durchaus nicht behaupten, daß die die Entstehung der Thyllen bedingende Plasmaansammlung nöthigenfalls nicht auch zwischen den Lamellen der das Gefäß begrenzenden Zelle entstehen könne.

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

Platanus orientalis.

Fig. 1. Längsschnitt durch einen seit längerer Zeit gestutzten Aststumpf. Das Gefäß, deren getüpfelte Wand fast vollständig resorbirt ist, ist mit einer Reihe über einander stehender, völlig ausgebildeter Thyllenzellen erfüllt.

„ 2. Ein durch Kochen eines vor längerer Zeit gestutzten Aststumpfes isolirtes Gefäß mit von der Wand zurückgezogenen Thyllenzellen.

„ 3. Gefäß mit in der Entwicklung begriffenen Thyllen. — Die Präparate zu dieser und zu den folgenden Figuren sind aus Aststumpfen angefertigt, welche am 20. April 1866 gestutzt, am 5. Mai desselben Jahres abgeschnitten und in Weingeist gelegt wurden.

„ 4. Querschnitt mit drei jungen Thyllen; *a)* ist an der Basis stielartig verschmälert; *b)* halbkugelig; *c)* linsenförmig. — Bei *b* und *c* sieht man deutlich, daß die gespaltene Gefäßwand theils unter der Basis der Thylle sich fortsetzt, theils dieselbe überkleidet. Die Thyllen erscheinen als Plasma, welches sich an bestimmten Stellen zwischen den Lamellen der Gefäßwand angesammelt.

„ 5. Eine junge Thylle mit allseitig abgelöstem Primordialschlauche.

„ 6. Zwei durch eine schmale Zelle getrennte Gefäße, mit einer der schmalen Zelle aufsitzenden Thylle.

„ 7 u. 8. Die Thyllen sitzen auf von anderen Holzröhren begrenzten Gefäßwänden.

„ 9. Die Innenhaut des thyllenführenden Gefäßes ist theilweise von der Wand losgelöst.

Tafel II.

Vitis vinifera.

Fig. 1. Die durchschnittenen Spiralbänder sind theilweise von der Zellwand losgelöst. Die Thylle des unteren Gefäßes ist von der Zelle, auf welcher sie aufsitzt, durch eine deutliche Querwand getrennt.

„ 2 u. 6. Thyllen auf von einem Nachbargefäße begrenzten Spiroidenwand. Fig. 2 Quer-, Fig. 6 Längsschnitt.

Fig. 3. Die Wand des Gefäßes *a* scheint ziemlich stark, die von *b* sehr bedeutend verdickt und die von *c* ist mit blasenartigen Erhebungen der Innenhaut besetzt. — Derartige Bildungen werden durch Ansammlung von Plasma zwischen die Lamellen der Gefäßwand bedingt.

„ 4. Zwei an einander stoßende Gefäße mit Wänden wie bei den Gefäßen Fig. 3.

„ 5. In den zwei Gefäßen mit von der Wand (in Folge der Ansammlung von Plasma) abgelösten Innenhaut erfolgt die Bildung gewöhnlicher Thyllen.

„ 7, 8 u. 9 stellen die in den Figuren 3, 4 u. 5 abgebildeten Zustände auf Längsschnitten dar.

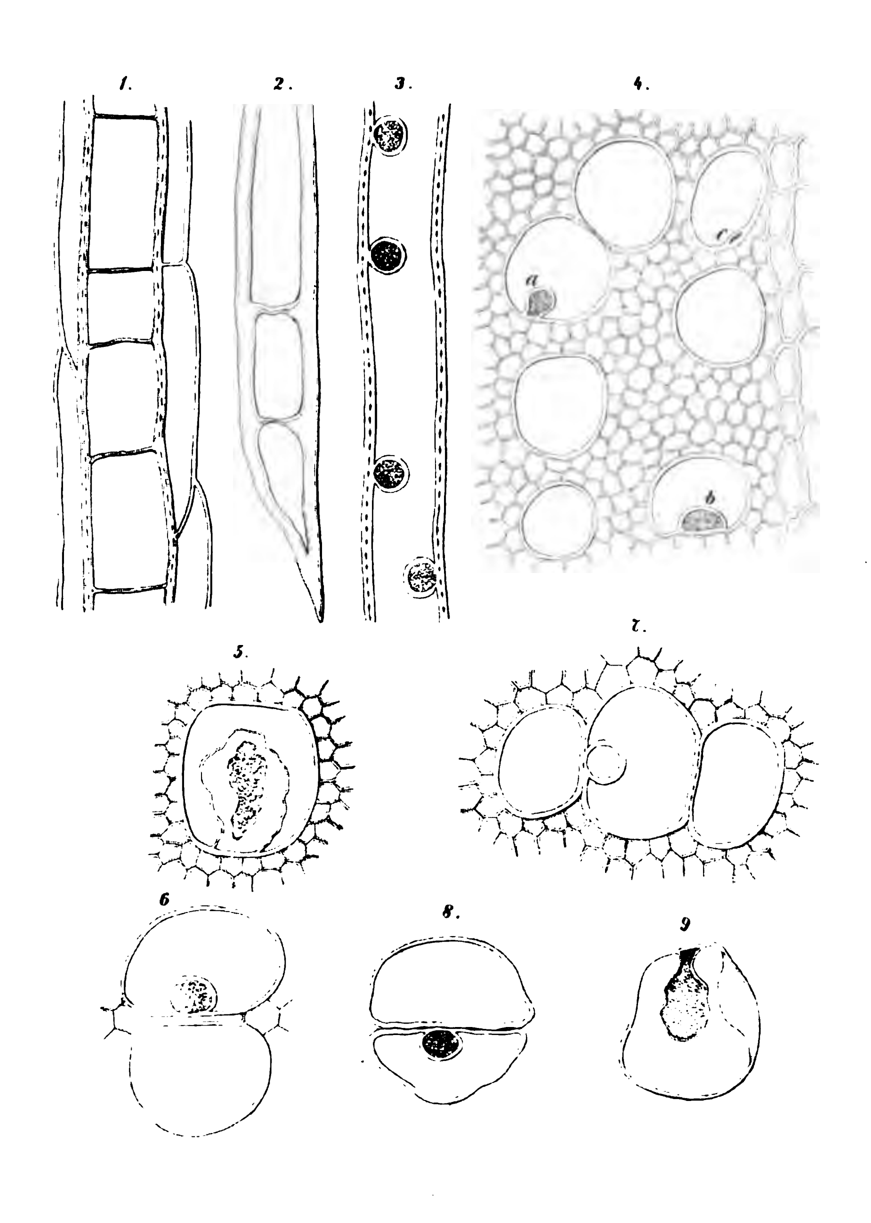
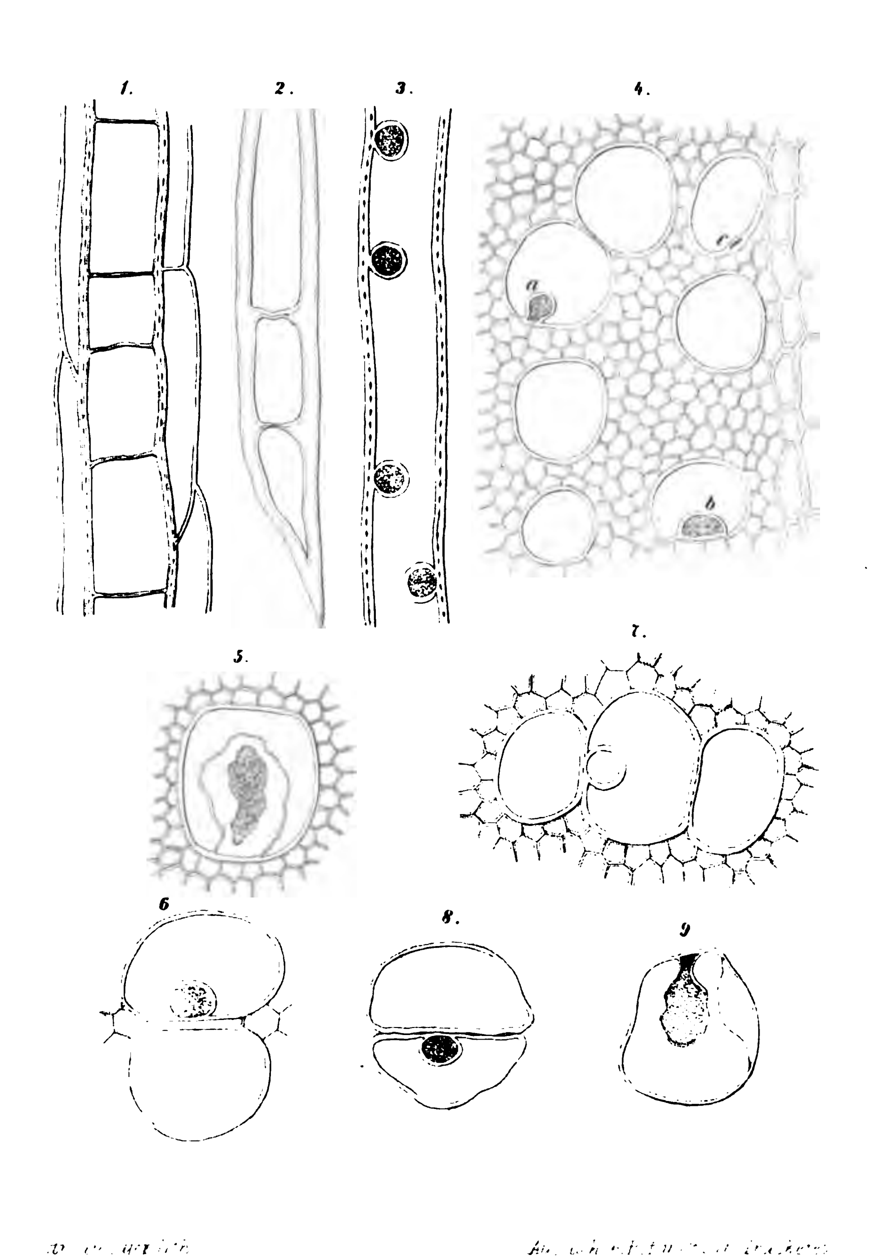

1.
2.
3.
4.
a
b
c
5.
7.
6
8.
9

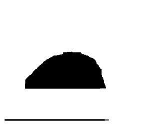
Fig. 3. Die Wand des Gefäßes *a* scheint ziemlich stark, die von *b* sehr bedeutend verdickt und die von *c* ist mit blasenartigen Erhebungen der Innenhaut besetzt. — Derartige Bildungen werden durch Ansammlung von Plasma zwischen die Lamellen der Gefäßwand bedingt.

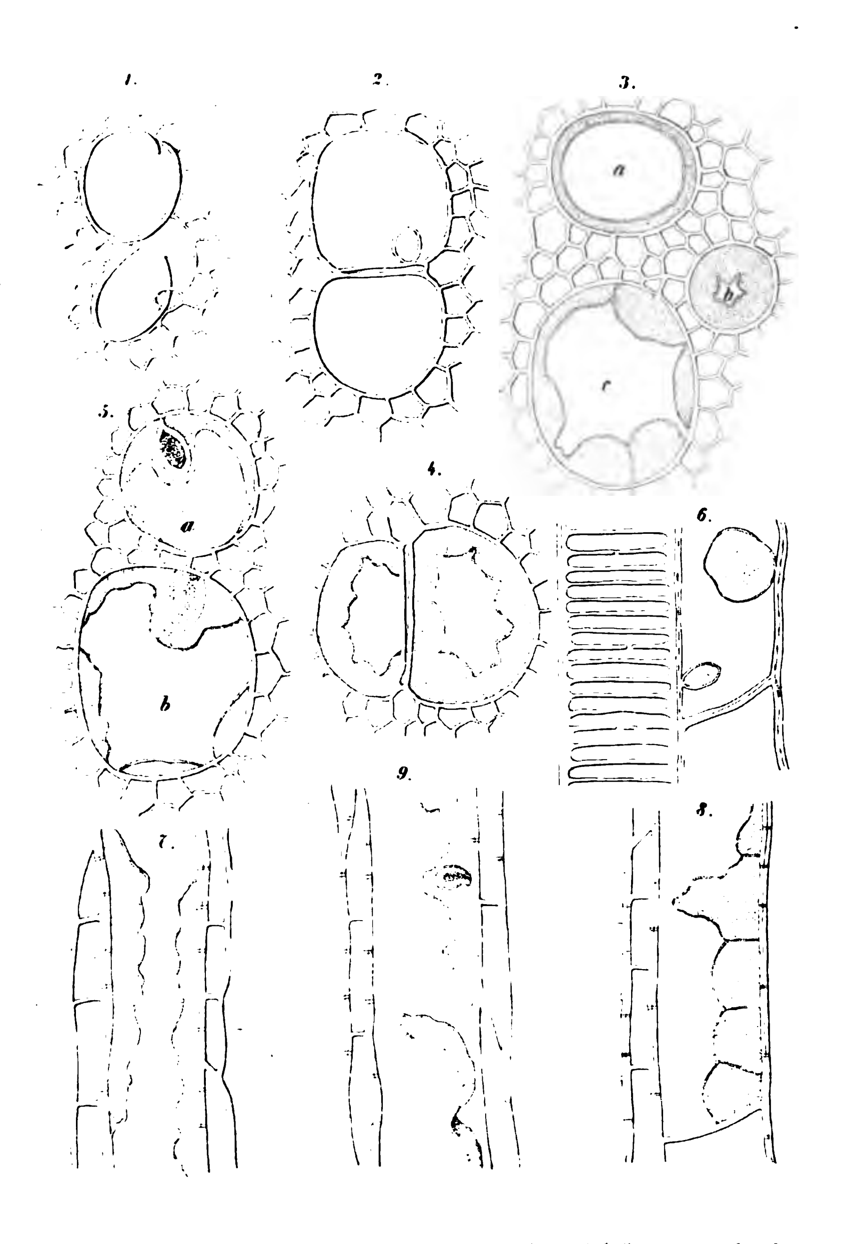
„ 4. Zwei an einander stoßende Gefäße mit Wänden wie bei den Gefäßen Fig. 3.

„ 5. In den zwei Gefäßen mit von der Wand (in Folge der Ansammlung von Plasma) abgelösten Innenhaut erfolgt die Bildung gewöhnlicher Thyllen.

„ 7, 8 u. 9 stellen die in den Figuren 3, 4 u. 5 abgebildeten Zustände auf Längsschnitten dar.


1.
2.
3.
4.
a
b
c
5.
6
7.
8.
9




1.
2.
3.
a
b
c
5.
a
b
4.
6.
9.
7.
8.

XV. SITZUNG VOM 23. MAI 1867.

Herr Prof. Dr. E. Brücke legt eine Abhandlung: „Über das Verhalten einiger Eiweißkörper gegen Borsäure" vor.

Herr Dr. H. Wankel überreicht eine Abhandlung, betitelt: „die Slouper Höhle und ihre Vorzeit."

Herr Dr. Edm. Weiß übergibt einen Bericht über die Beobachtungen in Dalmatien während der ringförmigen Sonnenfinsterniß am 6. März d. J.

Herr Dr. A. Brio legt seine im k. k. physikalischen Cabinete der Wiener Universität ausgeführten „krystallographischen Untersuchungen" vor.

Herr Dr. S. Stricker überreicht eine Abhandlung: „Über künstlich erzeugte Blutungen *per diapedesin*," von Herrn Dr. A. Prussak aus St. Petersburg.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Annales des mines. IIe Série. Tome X, 4e. Livraison de 1866. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 5. Jahrg. Nr. 10. Wien, 1867; 8°.

Beobachtungen, Schweizerische meteorologische, herausgegeben von der meteorologischen Centralanstalt der Schweizer naturf. Gesellschaft unter Direction von Prof. Dr. Rudolf Wolf. I.—II. Jahrgang. (1864—1865); III. Jahrg. December 1865—August 1866. Zürich; 4°.

Bischof, Gustav, die Gestalt der Erde und der Meeresfläche und die Erosion des Meeresbodens. Bonn, 1867; 8°.

Brandt, Joh. Friedr., Zoogeographische und paläontologische Beiträge. (Aus Bd. II. der 2. Série der Verhandlungen der Russ.-Kais. Mineralog. Ges. zu St. Petersb.) St. Petersburg, 1867; 8°. — Über den vermeintlichen Unterschied des Caucasischen Bison vom Lithauischen *(Bos Bison seu Bonasus)*. Moskau, 1866; 8°. — Einige Worte zur Ergänzung meiner Mittheilungen über die Naturgeschichte des Mammuth. 8°.

Clarke, A. R.. Comparisons of the Standards of Length of England, France, Belgium Prussia, Russia, India, Australia, made at the Ordnance Survey Office, Southhampton, under the Direction of Colonel Sir Henry James. London, 1866; 4°.

Commission géologique du Canada: Rapport de progrès depuis son commencement jusqu'à 1863. (Avec un Atlas.) Montréal, Londres, Paris & New-York, 1864; gr. 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIV. Nr. 18. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 2ᵉ Série. XVIᵉ Année, 5ᵉ Volume, 20ᵉ Livraison. Paris, 1867; 8°.

Fournet, Aperçus au sujet de la nécessité et de la composition d'un traité de minéralogie élémentaire. Lyon, 1867; gr. 8.

Gruber, Wenzel, Monographie der *Bursae mucosae cubitales*. — Über die männliche Brustdrüse und über die Gynaecomastie. (Mém. de l'Acad. imp. d. sc. de St. Pétersbourg. VIIᵉ Série. Tome X, Nr. 7 & 10.) St. Petersburg, Riga & Leipzig, 1866; 4°.

Hunyady, E. de, Sur une espèce particulière de surfaces et de courbes algébriques, et sur des propriétés générales des courbes du 4ᵉ ordre. 4°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. 17. Jahrg. Nr. 20. Wien, 1867; 4°.

Society, the Royal Geographical: Proceedings. Vol. X. Nr. 6; Vol. XI, Nr. 1. London, 1866 & 1867; 8°.

Tübingen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1866. 4°. & 8°.

Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Veterinärkunde. XXVII. Band, 2. Heft. Wien, 1867; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 40—41. Wien, 1867; 4°.

Winkler, T. C., Catalogue systématique de la collection paléontologique du Musée Teyler. 5e Livraison. Harlem, 1866; kl. 4°.

Zepharovich, V. Ritter v., Der Löllingit und seine Begleiter. (Aus Bd. III, der 2. Serie der „Verhdlgn. der Russ. Kais. Mineralog. Ges. zu St. Petersburg.) St. Petersburg, 1867; 8°. — Noch einige Worte über das krystall. Bessemer-Eisen aus der Heft. (Lotos. April 1867.) 8°.

Krystallographisch-optische Untersuchungen.

(Ausgeführt im physikalischen Cabinete der Wiener Universität.)

Von A. Brio.

Die optische Untersuchung der nachfolgenden Krystalle bezieht sich auf die Lage der optischen Elasticitätsaxen und auf die Werthe der drei Hauptbrechungsquotienten.

Untersucht wurden zwei rhombisehe und ein triklinisches Salz. Von den ersteren bot das saure weinsaure Natron wegen der Kleinheit seiner Krystalle große Schwierigkeiten dar, so daß nur der mittlere Hauptbrechungsquotient β und der Winkel der optischen Axen untersucht werden konnte.

Bei dem oxalsauren Ammoniak wurden die Hauptbrechungsquotienten α und γ mittelst eines einzigen Prismas bestimmt, eine Methode, die bei beschränktem Materiale mit großem Vortheile angewendet werden kann.

Was endlich das triklinische Salz (ameisensaurer Kupferoxyd-Strontian) betrifft, so glaube ich, daß die im Nachfolgenden gegebene Bestimmung seiner optischen Constanten auch darum nicht ohne alles Interesse sein dürfte, weil sie ein Bild gibt der Methode, nach welcher bei der Ermittlung der optischen Verhältnisse triklinischer Krystalle überhaupt vorzugehen ist.

Ich schließe meine Arbeit mit dem tiefsten Danke an Herrn Prof. Victor v. Lang, welchem ich für seine gütige, allseitige Unterstützung verpflichtet bin.

Oxalsaures Ammoniak.

(Krystalle von Herrn Prof. Gottlieb.)

Das Axenverhältniß dieser Krystalle, welche in das rhombische System gehören, ist nach Rammelsberg

$$a : b : c = 1 : 0{,}7799 : 0{,}7399.$$

Ich selbst beobachtete die Winkel

		Berechnet
110·010	= 37° 47′	37° 57′
110·100	= 52 7	52 3
110·$\bar{1}$10	= 75 58	75 54
101·100	= 53 4	53 30
101·001	= 36 21	36 30
110·101	= 68 26	68 33
112·001	= 30 49	31 2
112·110	= 59 6	58 58
112·101	= 28 42	28 52
1$\bar{1}$2·110	= 82 44	82 35.

Die Orientirung ist nach Grailich und v. Lang (Stzbr. XXVII) gegeben durch das Schema

𝔠𝔟𝔞,

was auch durch die nachfolgenden Bestimmungen bestätigt wurde.

Um zuerst die Größe des scheinbaren negativen Axenwinkels zu finden, wurden drei Platten senkrecht zur Elasticitätsaxe 𝔞 geschnitten. Dieselbe gaben folgende Mittel:

Beim Austritte in Öl

Rothes Glas	66° 57′
Natriumflamme	67 39
Grünes Glas	68 22.

Beim Austritte in Luft

R. Gl.	108° 48′
Natrfl.	110 8
Gr. Gl.	111 27.

Eine Platte, senkrecht znr zweiten Mittellinie, ergab dagegen für den positiven scheinbaren Axenwinkel beim Austritte in Öl:

R. Gl.	126° 27′
Natrfl.	126 5
Gr. Gl.	125 49.

Aus diesen Messungen berechnen sich der wirkliche negative Axenwinkel AB' und der mittlere Hauptbrechungsquotient β wie folgt

	AB'	β
R. Gl. . . .	63° 25′	1,5470
Natrfl. . . .	63 58 20′	1,5475
Gr. Gl. . .	64 30	1,5486.

Die Bestimmung des kleinsten Hauptbrechungsquotienten geschah mittelst eines Prismas, parallel der Elasticitätsaxe $\mathfrak{a}$ und gebildet durch die natürlichen Flächen 110, $1\bar{1}0$, die jedoch der besseren Reflexion wegen noch polirt wurden, ohne dabei ihre Lage zu ändern. Es wurde für die Minimum-Ablenkung gefunden

$$A = 77^\circ\ 59'.$$

Ordentliche Welle

R. Gl. . . .	51°	25′	1,4369
Natrfl. . . .	51	39	1,4383
Gr. Gl. . .	51	57	1,4400.

Die ausserordentliche Welle würde bei der Minimum-Ablenkung unmittelbar den Brechungsquotient γ gegeben haben, da bei dieser Stellung beide Wellen parallel zur Elasticitätsaxe $\mathfrak{b}$ durch das Prisma gehen. Allein für diese Welle war der brechende Winkel schon zu groß und konnte dieselbe nicht mehr durch das Prisma hindurch gehen. Es wurde daher der brechende Winkel kleiner gemacht, indem nur die Lage einer Prismenfläche geändert wurde, wodurch die Orientirung der Prismenflächen gegen die Elasticitätsaxe $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{c}$ immer bekannt blieb. Es wurde so zuerst gefunden

$$A = 65^\circ\ 2'.$$

Ordentliche Welle

	D	
R. Gl.	36°	6′
Natrfl.	36	15
Gr. Gl.	36	27.

Da für die ausserordentliche Welle A noch zu groß war, so wurde nach abermaligem Schleifen beobachtet

$$A = 59^\circ\ 8'.$$

Ordentliche Welle.

	D		α
R. Gl. . . .	31°	10′	1,4368
Natrfl. . . .	31	15	1,4378
Gr. Gl. . .	31	25	1,4399

Ausserordentliche Welle

	D'		
R. Gl.	44°	10′	30″
Natrfl.	44	25	0
Gr. Gl.	44	46	0.

Aus den letzten Winkeln und aus dem früher bestimmten Werthe von β kann man nun die Größe von γ finden mit Hilfe von Formeln, welche zu ähnlichen Zwecken auch schon von Prof. Victor v. Lang (Stzbr. Bd. XXXIII und XXXVII) benutzt wurden. Nur konnte die von demselben gegebene logarithmische Umgestaltung dieser Formeln in dem gegenwärtigen speciellen Falle nicht benutzt werden, da für einige Hilfswinkel die eingeführten Cosinus und Sinus größer als 1 werden. Ich habe daher nachstehende Formeln benutzt, in welchen bedeutet

A — den brechenden Winkel,

D — die Minimum-Ablenkung der ausserordentlichen Welle,

δ und ε die Hauptbrechungsquotienten, zwischen denen der Brechungsquotient der außerordentlichen Welle variirt,

θ endlich den Winkel, den die Halbirungslinie der brechenden Kante mit der δ entsprechenden Elasticitätsaxe einschließt; dann ist

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\varepsilon \cos\frac{A}{2}}{\cos\frac{A+D}{2}}; \quad \operatorname{tg}\psi = \frac{\varepsilon \sin\frac{A}{2}}{\sin\frac{A+D}{2}}$$

$$\operatorname{tg} M = -\left(\frac{\operatorname{tg}\theta \cos\varphi}{\cos\psi}\right)^2 \frac{\cos 2\psi}{\cos 2\varphi}; \quad \operatorname{tg} L = \frac{\operatorname{tg} M.\left(\frac{A+D}{2}\right)^2}{\left(\operatorname{tg}\frac{A}{2}\right)^2}$$

$$\delta = \frac{\sin\frac{A+D}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \sqrt{\frac{\sin(45^\circ - M)\cos L}{\sin(45^\circ - L)\cos M}}.$$

Da nun für unser Prisma

$$\delta = \gamma \qquad \varepsilon = \beta$$
$$\theta = 8^\circ\, 13'$$

ist, so geben die früheren Werthe von D, A, β

	γ
R. Gl.	1,5904
Natrfl.	1,5950
Gr. Gl.	1,5966.

Adoptirt man für α den Werth, der sich aus dem stumpfsten Prisma ($A = 77^\circ\, 59'$) ergab, so berechnet man aus den drei Hauptbrechungsquotienten für den negativen wirklichen Axenwinkel AB':

R. Gl.	60°	48′
Natrfl.	61	44
Gr. Gl.	63	14,

welche Werthe mit den auf die erste Methode erhaltenen genügend gut übereinstimmen.

Saures weinsaures Natron ($Na, H, C_8 H_4 O_{12} + 2HO$).

(Krystalle von Dr. A. Mathiessen.)

Das Krystallsystem ist nach meinen Messungen rhombisch mit folgendem Axenverhältnisse

$$a : b : c = 1 : 0{,}818 : 0{,}683.$$

Die von mir beobachteten Formen sind

(110), (010), (111), (101).

An den gut ausgebildeten Krystallen wurden folgende Winkel beobachtet:

	Berechnet	Gemessen
$110 \cdot \bar{1}10$ =		78° 34′
$110 \cdot 1\bar{1}0$ =	101° 26′	101 20
$110 \cdot 111$ =		42 50
$110 \cdot 010$ =	39 17	39 20
$111 \cdot \bar{1}11$ =	55 20	55 21
$111 \cdot 1\bar{1}1$ =	69 10	69 24
$111 \cdot \bar{1}\bar{1}1$ =	94 20	94 19
$111 \cdot 101$ =	34 35	34 56
$111 \cdot 1\bar{1}0$ =	98 16	98 24
$101 \cdot 110$ =	69 5	69 1

Die Krystalle sind in der Richtung der Axe c verlängert, Spaltbarkeit ziemlich gut parallel (010). Solche Spaltungsstücke zeigen im Polarisationsapparate mit Hilfe des compensirenden Quarzes, daß von den krystallographischen Axen a, c die letztere der kleineren Elasticitätsaxe entspricht; auch scheinen diese Platten, parallel der Ebene der optischen Axen zu sein.

Demzufolge hat man

$$a \parallel \mathfrak{a} \quad b \parallel \mathfrak{b} \quad c \parallel \mathfrak{c},$$

was auch durch das Nachfolgende bestätigt wurde.

Schwieriger war es eine Platte senkrecht zum Prisma (110), d. i. senkrecht zur vermutheten positiven Mittellinie zu schleifen. Doch gelang es nach längeren Versuchen eine ziemlich gute derartige Platte

herzustellen. Dieselbe zeigte beide Axenbilder im Polarisationsapparate und erwies sich in der That als positiv. Das vollständige Axenschema ist daher

abc.

Im Axenwinkel-Apparate untersucht, gab diese Platte für den scheinbaren positiven Axenwinkel:

In Luft

	(AB)
Rothes Glas	83° 34′
Blaues Glas	86 0.

In Öl

R. Gl.	53° 43′
Bl. Gl.	54 32.

Es wurde dann noch eine Platte, senkrecht zur zweiten Mittellinie hergestellt und für dieselbe gefunden:

In Öl

	(AB′)
R. Gl.	138° 58′
Bl. Gl.	137 56

Hieraus berechnen sich folgende Werthe für den wirklichen positiven Axenwinkel *AB* und für den mittleren Hauptbrechungsquotient β.

	AB	β
R. Gl.	51° 31	1,5332
Bl. Gl.	52 18	1,5374.

Diese Krystalle wurden von Prof. Mathiessen in London vor längerer Zeit zufällig erhalten. Die angegebene Formel wurde aus einem Glühversuche abgeleitet, den H. Ad. Mikó im Laboratorium des H. Bergrathes K. R. v. Hauer anstellte. Derselbe erhielt aus 1,1116 Grm. dieser Substanz 0,304, d. i. 27·23 Pct. kohlensaures Natron, während die Rechnung 27·97 Pct. ergibt.

Ameisensaurer Kupferoxyd-Strontian (2SrO, CuO . 3$\bar{F}$ + 8HO).

(Krystalle von Herrn Bergrath K. Ritter v. Hauer.)

Das Krystallsystem wurde von Herrn Ritter v. Zepharovich (Sitzb. XLIII.) als triklinisch mit folgenden Elementen bestimmt:

$$a:b:c = 0{,}7436 : 1 : 1{,}0103$$
$$bc = 104^\circ\ 43'\ 54''$$
$$ca = 95\ \ 52\ \ 11$$
$$ab = 88\ \ 18\ \ 7$$

Die von demselben beobachteten Formen sind folgende:

(100), (010), (001), (110), ($\bar{1}$10), (101), (102), (011), (0$\bar{1}$1), (1$\bar{1}$1), $\bar{1}\bar{1}$2).

Um zur Kenntniß der optischen Verhältnisse dieser Krystalle zu gelangen, wurde zuerst versucht, eine Platte zu schneiden, möglichst symmetrisch gegen beide optische Axen. Eine solche Platte mit dem compensirenden Quarze untersucht, ergab, daß die zu ihr senkrechte Elasticitätsaxe die kleinste ist. — Da die Voraussetzung, daß diese Platte senkrecht zur ersten Mittellinie geschnitten, wie später zu ersehen ist, bestätigt wurde, so ist somit der optische Character dieser Krystalle positiv.

Um nun die Lage der Ebene senkrecht zur ersten Mittellinie krystallographisch bestimmen zu können, wurde eine neue ähnliche Platte geschnitten, an der noch die ursprünglichen Krystallflächen (100), (110), (010) erhalten waren. Die Messung ergab nun, wenn wir mit *R* eine Ebene senkrecht zur ersten Mittellinie bezeichnen, folgende Normalenwinkel:

$$R.\ 100 = 77^\circ\ \ 0'$$
$$R.\ 010 = 62\ \ 30$$
$$R.\ 110 = 63\ \ 10.$$

Durch diese Winkel wird die Lage der Fläche *R* noch nicht vollkommen bestimmt, indem sie noch über oder unter der Zone [(100) (010)] liegen kann.

Im ersteren Falle muß sie mit der Fläche $\bar{1}\bar{1}$2 einen Winkel von 64° 28′, im zweiten Falle aber einen Winkel gleich 152° 49′ bilden. Eine dritte näherungsweise geschnittene Platte, in der noch die Ebene $\bar{1}\bar{1}$2 erhalten war, ergab nun für diesen Winkel beiläufig 60°, so daß unzweifelhaft die kleinste Elasticitätsaxe im Octanten (100) (010) (001) liegt.

Der scheinbare positive Axenwinkel wurde an der zuerst geschnittenen Platte in Luft und in Olivenöl gemessen. Die Resultate dieser Messungen sind:

In Luft

Rothes Glas	125° 45′
Natriumflamme	126 57.

In Öl

R. Gl.	74° 52′
Na Fl.	75 4.

Die Vertheilung der Farben in den beiden Axenbildern ist unsymmetrisch, entsprechend dem triklinischen Systeme dieser Krystalle.

Dieselbe Platte wurde hierauf zur Bestimmung der Lage ihrer optischen Hauptschnitte 𝔟𝔠 und 𝔞𝔠 (die ich beziehungsweise mit P und Q bezeichnen will) gegen die Kante R.(100) und R.(010) verwendet. Aus mehreren Messungen, welche ich mit einem polarisirenden Mikroskope nach der Methode des Umlegens der Krystallplatte ausgeführt habe, ergaben sich folgende Resultate:

$$Q[R.\ 100] = 75°$$
$$P[R.\ 100] = 14\ \ 30'$$

$$Q[R.\ 010] = 20$$
$$P[R.\ 010] = 70\ \ 20.$$

Um nun auch eine Platte senkrecht zur zweiten Mittellinie, also parallel P zu erhalten, habe ich an der vorhergehenden Platte eine Fläche angeschliffen, die senkrecht zur Ebene R war und mit der Fläche (010) ungefähr 72° bildete; dann wurde zu dieser Ebene noch eine parallele Ebene geschliffen. Die Untersuchung dieser Platte im Polarisationsapparate zeigte, daß sie wirklich annähernd senkrecht zur zweiten Mittellinie geschnitten war. Die Axenbilder liegen natürlich ausserhalb des Gesichtsfeldes. Um nun die beiden Hyperbeln etwas genauer in die Mitte des Gesichtsfeldes zu bringen, wurde der Schnitt der Platte noch durch nachträgliches Schleifen verbessert, so daß zuletzt gefunden wurde

$$P(010) = 74°\ 0'.$$

Der optische Character dieser Platte mit dem Quarze untersucht, ergab sich als negativ. In Öl untersucht, gab diese Platte für den scheinbaren negativen Axenwinkel

R. Gl.	114° 20′
Na Fl.	113 33.

Aus den Messungen der scheinbaren positiven und negativen Axenwinkel berechnen sich aber folgende Werthe für den wirklichen positiven Axenwinkel *AB* und für den mittleren Hauptbrechungsquotienten β

	AB	β
R. Gl.	71° 46′	1,5184
Natrfl.	72 4	1,5199.

Aus den Daten für die Lage der optischen Hauptschnitte *P* und *Q* auf der Fläche *R* gegen die Kante [*R*. 100] oder [*R*. 010] und aus den früher gemessenen Neigungen *R*.(100) und *R*.(010) kann man nun auch die Neigungen der optischen Hauptschnitte (*P*, *Q*, *R*) dieser Krystalle gegen ihre Flächen berechnen, indem die zuerst angeführten Winkel nichts anderes sind als die Neigungen der Zonen [*PR*] und [*QR*] zu den Zonen [*R*. 100] und [*R*. 010].

Indem ich bei der Rechnung den Fehler auf die beiden ersten Neigungen gleichmäßig vertheilte, fand ich:

		Gerechnet	Beobachtet
[*QR*] [*R*. 100]	=	76° 26′	75° 0′
[*QR*] [*R*. 010]	=	20 22	20 0.
P. 100	=	161 11	
010	=	72 1	74 0
001	=	75 30	
Q. 100	=	103 0	
010	=	120 28	
001	=	72 35	
R. 100	=		77 0
010	=		62 30
001	=	22 58	
110	=	62 42	63 10
$\bar{1}\bar{1}2$	=	64 28	60 0 appr.

Diesen Winkeln zufolge liegt somit von den drei Elasticitätsaxen
𝔞 im Octanten . . . ($\bar{1}00$) (010) (001)
𝔟 „ „ . . . ($\bar{1}00$) ($0\bar{1}0$) (001)
𝔠 „ „ . . . (100) (010) (001).

Die beiden Hauptbrechungsquotienten α, γ habe ich wenigstens näherungsweise mittelst Prismen zu bestimmen gesucht, welche be-

ziehungsweise parallel den Elasticitätsaxen $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{c}$ waren und au folgende Weise hergestellt wurden.

Um ein Prisma mit der Kante parallel der kleinsten Elasticitätsaxe $\mathfrak{c}$ zu erhalten, habe ich erst die Ebene *R* mit Hilfe der angeführten Neigungen, hierauf aber zwei zu ihr senkrechte Ebenen angeschliffen, deren Kante folglich der Elasticitätsaxe $\mathfrak{c}$ parallel sein mußte und als brechende Kante benutzt wurde.

Bei der Herstellung des zur Elasticitätsaxe $\mathfrak{a}$ parallelen Prismas ward bei demselben Verfahren zuerst die Fläche *P*, senkrecht zu $\mathfrak{a}$ angeschliffen. In diesem Falle wurde auch noch eine zu *P* parallele Fläche angeschliffen, um mit Hilfe des Polarisationsapparates den schwierigen Schnitt der Fläche *P* noch etwas verbessern zu können.

Diese Operationen, welche überhaupt nur an so schönen Krystallen, wie sie mir durch die Güte des Herrn Bergrathes K. R. v. Hauer zur Verfügung standen, versucht werden können, sind natürlich immer sehr schwierig auszuführen, so daß die nachfolgenden Werthe von α und γ nur als Näherungswerthe betrachtet werden können. Hindernd ist auch die geringe Durchsichtigkeit der Krystalle, der zufolge die Spalte sehr breit gemacht werden muß, sollen die durch die Prismen erzeugten Spectren überhaupt wahrgenommen werden können.

Es wurde gefunden:

Prisma, parallel $\mathfrak{c}$.

Brechende Kante = 26° 10′.

	Min. Abl.	γ
R. Gl.	15° 41′	1,5777
Naß.	15 45	1,5801
Grün	15 53	1,5849.

Prisma, parallel $\mathfrak{a}$.

Brechende Kante = 43° 18′ 30″.

	Min. Abl.	α
Roth	23° 50′	1,4985
Gelb	23 53	1,4995
Grün	23 58	1,5011

Aus den angegebenen Werthen von α, β γ würde sich für den wahren Axenwinkel für die Natriumflamme der Werth 62° 28′ ergeben, dessen Differenz von den auf die erste Art erhaltenen Werth

nicht größer ist, als daß sie nicht schon durch eine geringe Änderung in der vierten Decimalstelle der Brechungsquotienten anfgehoben würde.

Auf den Platten, senkrecht zur ersten und zur zweiten Mittellinie wurden auch die Absorptionsverhältnisse mittelst der dichroscopischen Lupe untersucht und folgende Resultate, unter der Annahme, daß die Lichtschwingungen senkrecht zur Polarisationsebene geschehen, erhalten.

Die Platte, senkrecht zur ersten Mittellinie, gab für die Schwingungen $\mathfrak{a}$ parallel der Ebene der optischen Axen eine grünliche, für die dazu senkrechten Schwingungen $\mathfrak{b}$ aber eine blaue Färbung, welche ins Grünliche zieht. Dabei sind die ersten Strahlen mehr absorbirt als die zweiten, folglich ist

$$\mathfrak{a} > \mathfrak{b}.$$

Weniger deutlich ist der Dichroismus auf einer Platte, senkrecht zur zweiten Mittellinie $\mathfrak{a}$. Die Schwingungen $\mathfrak{c}$ parallel der kleinsten Elasticitätsaxe sind lichtblau, die Schwingungen $\mathfrak{b}$ parallel der mittleren Elasticitätsaxe bei schwächerer Absorption dagegen licht grünlichblau gefärbt. Man hat somit

$\mathfrak{a}$ grünlich.
$\mathfrak{b}$ licht grünlichblau,
$\mathfrak{c}$ lichtblau,

$$\mathfrak{b} < \begin{matrix}\mathfrak{a}\\ \mathfrak{c}\end{matrix}.$$

Über das Verhalten einiger Eiweißkörper gegen Borsäure.

Von dem w. M. **Ernst Brücke.**

Die über Bor und Borsäure bekannten Thatsachen veranlaßten mich, das Verhalten der Eiweißkörper gegen letztere zu untersuchen. Die dazu verwendeten Präparate wurden theils aus Borax mittelst Salzsäure erhalten, theils durch Umkrystallisiren der käuflichen Borsäure. Nachdem sie keinerlei fremde Beimengung mehr zeigten, wurden sie im Platintiegel so lange geschmolzen, bis sie ruhig floßen, und dann nach dem Erkalten in Wasser aufgelöst.

Ehe ich zu meinen Resultaten übergehe, muß ich einige Bemerkungen vorausschicken, indem ich rücksichtlich der bekannten Reactionen der Eiweißkörper und rücksichtlich der Deutung derselben etwas von den gangbaren Ansichten abweiche.

Panum erhielt aus Blutserum, besonders wenn dasselbe zuvor mit Essigsäure neutralisirt war, beim Verdünnen mit Wasser einen Niederschlag, den er zum Gegenstande weiterer Untersuchungen machte [1]).

Ein solcher Niederschlag löst sich bei Zusatz von Säuren, von Alkalien, von Kochsalz, Salmiak etc. wieder auf. Panum nannte ihn Serumcasein. Später wurde dem Neutralisiren mittelst Essigsäure das Einleiten von Kohlensäure substituirt. Man entgeht dadurch dem Einwurfe, daß eine oder mehrere andere, nicht durch Kohlensäure,

---

[1]) Virchow's u. Reinhardt's Archiv. Bd. III. S. 251. Hühnereiweiß gibt einen ähnlichen Niederschlag; aber während beim Serum durch Wässern allein meist nur eine geringe oder keine Fällung erzielt wird, entsteht im frischen Hühnereiweiß durch reichlichen Wasserzusatz sofort ein starkes flockiges Präcipitat, und wenn man dann in die davon abfiltrirte Flüssigkeit Kohlensäure einleitet, so erhält man nur noch eine geringe Menge eines sich schlecht absetzenden Niederschlages, während bei gleichem Verfahren das Serum durch Kohlensäure meist noch reichlich gefällt wird.

wohl aber durch Essigsäure fällbare Substanzen mit niedergeschlagen worden seien.

Der Name Serumcasein konnte sich nicht erhalten, weil man sich bald überzeugte, daß der so gewonnene Körper sich in seinen Reactionen sehr wesentlich vom Casein unterscheide. In neuerer Zeit hat er die Namen Globulin und Paraglobulin (W. Kühne) erhalten.

Alexander Schmidt hatte bekanntlich die wichtige Entdeckung gemacht, daß manche Transsudate, welche nicht freiwillig gerinnen, durch einen geringen Zusatz von defibrinirtem Blut zum Gerinnen gebracht werden können, und daß dasselbe auch die Eigenschaft hat, die an sich langsame Gerinnung der Lymphe und des Chylus in hohem Grade zu beschleunigen. Er nahm deshalb in den Blutkörpern eine fibrinoplastische Substanz an, welche mit einer fibrinogenen Substanz im Plasma, beziehungsweise in den Exsudaten das Fibrin bilde. Er fand nun weiter, daß auch das vom Blutkuchen ausgestoßene Serum gerinnenmachende Eigenschaften habe, nur in geringerem Grade als das defibrinirte Blut. Er leitete dann in das mit Wasser verdünnte Serum Kohlensäure und fand, daß die gerinnenmachende Eigenschaft dem Niederschlage [1]), dem sogenannten Serumcasein anhaftete, daß dagegen die Flüssigkeit durch langsames Eindunsten auf ihr früheres Volum gebracht, keine gerinnenmachende Eigenschaft mehr zeigte. Er erhielt nun auch aus dem Inhalte der Blutkörperchen durch Einleiten von Kohlensäure einen Niederschlag mit analogen Eigenschaften, den er als Globulin bezeichnete. Für ihn war hiernach Globulin und fibrinoplastische Substanz identisch und das sogenannte Serumcasein war für ihn Globulin, das aus den Blutkörperchen in das Serum ausgetreten war.

Unter den hier als synonym erscheinenden Bezeichnungen: Serumcasein, Globulin, Paraglobulin und fibrinoplastische Substanz,

---

[1]) Schmidt fand, daß der Niederschlag sich beim Durchleiten von Sauerstoff oder atmosphärischer Luft wieder auflöste. Ist er indessen einmal auf dem Filtrum gesammelt, mit kohlensäurehaltigem Wasser ausgewaschen und dann in reinem Wasser vertheilt, so löst er sich auch beim Hindurchleiten von Sauerstoff nur wenig darin auf. Beim ersten Versuche dieser Art beobachtete ich, als ich das Wasser abfiltrirte und Kohlensäure einleitete, gar keine Trübung, beim zweiten stellte sie sich in ganz entschiedener Weise ein, sie war aber nicht eben reichlich. Vielleicht war sie beim ersten Versuche übersehen worden, denn sie löste sich auch beim zweiten auf weiteres Einleiten von Kohlensäure bald wieder auf.

will ich für den durch Kohlensäure im gewässerten Serum entstandenen Niederschlag den von W. Kühne gewählten Namen Paraglobulin beibehalten, weil er am wenigsten zu Verwechslungen Veranlassung geben kann.

Es ist zunächst zu untersuchen, in wie weit die Lösungen des Paraglobulins mit denen des gewöhnlichen löslichen Serumeiweißes übereinstimmen, und ob es nicht etwa mit demselben identisch ist, oder doch große Mengen davon enthält.

Die Ansicht, daß das gewöhnliche Eiweiß für sich in Wasser schwer löslich und nur mit Hilfe anderer Körper, namentlich der Alkalien und deren Salzen, in größerer Menge darin aufgelöst sei, hat, seit sie zuerst von Denis ausgesprochen wurde, stets ihre Vertheidiger gehabt. Ihr steht wesentlich das von Wurtz durch Fällen mit Bleiessig und Zersetzen mit Kohlensäure gereinigte Eiweiß entgegen, welches in reinem Wasser löslich ist und dabei die Eigenschaften des gewöhnlichen Eiweißes zeigt. In neuerer Zeit aber ist es mehrfach wieder dargestellt und man hat in ihm einen Gehalt an Essigsäure gefunden, dem seine Leichtlöslichkeit zugeschrieben werden kann. (Vergl. W. Kühne Lehrb. d. physiol. Chemie S. 178.) Ist aber das gewöhnliche Eiweiß nicht an sich, sondern nur in seinen Verbindungen mit den Alkalien und deren Salzen leicht löslich, so kann es auch geschehen, daß ein Theil dieser Verbindungen durch Kohlensäure und Wasser zerlegt wird, während andere der Einwirkung derselben widerstehen. Untersuchen wir also ohne irgend welche vorgefaßte Meinung die Reactionen des Paraglobulins. Ich habe dasselbe stets aus Pferdeserum dargestellt, als dem Material, mit welchem bisher die meisten Versuche angestellt worden sind. Wenn im Folgenden von Salzen der Alkalien gesprochen wird, so sind stets nur die Alkalien im engeren Sinne des Wortes mit Ausschluß der alkalischen Erden, also auch mit Ausschluß der Magnesia gemeint.

Alex. Schmidt gibt bereits an, daß die Lösungen des Paraglobulins in Mittelsalzen wie eine Eiweißlösung beim Erhitzen gerinnen und daß auch die schwach alkalischen Lösungen, d. h. solche, die in Wasser durch Zusatz von möglichst wenig Alkali erzielt sind, durch Zusatz von Salzen coagulirbar gemacht werden können[1]).

---

[1]) Reichert und du Bois-Reymond's Archiv 1862, p. 438.

in Rücksicht auf die rein alkalische Lösung gibt er an, daß sie sich beim Kochen gar nicht verändere. Dies würde also ein von den gewöhnlichen Eiweißlösungen abweichendes Verhalten sein, denn wenn diese so viel Alkali enthalten, daß sie beim Kochen nicht gerinnen, so wird das Eiweiß in fällbares umgewandelt, d. h. die Lösung ist nach dem Kochen durch verdünnte Pflanzensäuren und dreibasische Phosphorsäure fällbar und der Niederschlag löst sich in Kochsalz und anderen neutralen Salzlösungen nicht wieder auf. Auch wenn ein Theil des Eiweißes sich in der Hitze ausscheidet, wird der Rest in fällbares umgewandelt, und kann durch die erwähnten Säuren niedergeschlagen werden. Hierauf beruht bekanntlich die Vorschrift, das Eiweiß aus seinen Lösungen quantitativ zu bestimmen, indem man die Lösung bis 100° erhitzt, ihr hernach so viel Essigsäure hinzufügt, daß sie Lackmus röthet, dann absetzen läßt und filtrirt.

Ich habe aber diese Angabe von Alex. Schmidt ausnahmsweise nicht richtig befunden; es ist bei derselben ein unscheinbarer aber wichtiger Umstand übersehen worden. Kocht man eine solche schwach alkalische Lösung, so zeigt sie allerdings keinerlei Veränderung. Stellt man das Reagirglas, um es schneller abzukühlen, in kaltes Wasser und fügt dann einen Tropfen sehr verdünnter Essigsäure hinzu, so entsteht ein Niederschlag, der im Überschusse des Fällungsmittels wieder auflöslich ist. Ein solcher Niederschlag entsteht auch in der ungekochten Lösung; man könnte also denken, daß hier nur das unveränderte Paraglobulin durch Neutralisation wieder ausgeschieden werde. Das ist aber nicht der Fall. Der Niederschlag, den Essigsäure in der ungekochten Flüssigkeit bewirkt, wird durch Kochsalz wieder aufgelöst, nicht aber der, den Essigsäure in der gekochten hervorruft. Der letztere besteht aus gefälltem fällbarem Eiweiß, wie derjenige, den wir in einer verdünnten und mit einem Alkaliüberschusse erwärmten Eiweißlösung (wie sie Scherer zuerst darstellte und näher untersuchte) durch Säuren hervorrufen. Das Paraglobulin verhält sich also auch hier ganz wie gewöhnliches Eiweiß. Daß bei diesem ein Alkaliüberschuß nöthig ist, um es beim Kochen in Lösung zu erhalten, erklärt sich aus dem Salzgehalte der Flüssigkeiten, denn nach Alex. Schmidt's eigener Angabe gerinnen auch schwach alkalische Globulinlösungen, wenn ihnen Salze zugesetzt worden sind, in der Hitze.

Ich habe diese Versuche in zweierlei Weise angestellt, einmal indem ich Kali, das andere Mal indem ich Ammoniak als Lösungsmittel anwendete. Im ersteren Falle vertheilte ich das Paraglobulin in Wasser und fügte dann, indem ich einen Glasstab zu wiederholten Malen in eine sehr verdünnte Kalilösung tauchte, von dieser so lange hinzu, bis sich der Niederschlag zu einer noch etwas trüben, Lakmus schwach bläuenden Flüssigkeit aufgelöst hatte: im zweiten Falle trug ich von dem Niederschlage so lange in Wasser ein, dem eine kleine Menge von Ammoniak zugesetzt war, als er sich darin noch löste. Als ein trüber Rückstand blieb, hörte ich auf. Die Flüssigkeit bläute Lakmus etwas stärker als die mit Kali bereitete Lösung. In beiden Fällen war das Resultat dasselbe. Ich habe ausdrücklich erwähnt, daß in beiden Fällen noch ein kleiner trübender Rückstand vorhanden war, um dem Einwande zu begegnen; es sei Alkali im Überschusse verwendet worden; ich habe aber auch ohne an dem Resultate etwas zu verändern, Alkali bis zur völligen Klärung hinzugefügt. Auch die Einwirkung des Kalis in der Kälte geht ganz denselben Gang wie bei gewöhnlichem Eiweiß. Wenn man die feuchte breiige Masse vom Filtrum nimmt, und, nachdem man sie in ein Reagirglas gebracht hat, tropfenweise concentrirte Kalilösung hinzufügt, so bildet sich eine Gallerte, die sich in allen ihren Eigenschaften als das Lieberkühn'sche Kalialbuminat erweist.

Hoppe-Seyler, der Kalialbuminat aus Serumalbumin dargestellt hat, sagt, daß dasselbe weniger consistent sei, als das aus Hühnereiweiß erhaltene. Das, welches ich aus Paraglobulin gewann, war ebenso consistent. Offenbar hängt die Consistenz wesentlich ab von der Masse von Eiweiß, welche in einem bestimmten Volum enthalten ist. Legt man die Gallerte in viel Wasser, das mit wenig Essigsäure angesäuert ist, so bildet sich Pseudofibrin, ganz mit denselben Eigenschaften, wie ich es früher aus Kalialbuminat erhielt [1]), das ich aus Hühnereiweiß dargestellt hatte.

Verrührt man eine hinreichende Menge des Paraglobulins noch feucht mit etwas verdünnter Phosphorsäure, so bildet sie damit eine Gallerte. Läßt man diese bis zum andern Tage stehen und erwärmt sie dann im Wasserbade oder vorsichtig über der Flamme, so schmilzt sie und beim Erkalten erstarrt sie wieder. Man hat hier die schmel-

[1]) Virchow's Archiv. Bd. XII, S. 193.

zenden Eiweißgallerte erhalten, die von Magendie entdeckt und von Lieberkühn näher untersucht wurde, und die sich sowohl aus Hühnereiweiß als auch aus Blutserum darstellen läßt.

Trägt man das noch feuchte Paraglobulin in Eisessig ein, so bildet es damit eine weiße, milchig trübe Gallerte, die mit Wasser eine trübe Flüssigkeit bildet, welche sich beim Kochen nicht klärt. Mit etwas schwächerer Essigsäure bildet es eine durchsichtige Gallerte.

Von den Metallsalzen sagt Alex. Schmidt selbst, daß sie sich gegen das Globulin ganz wie gegen Eiweiß verhalten. Er macht nur eine Ausnahme, und zwar in Rücksicht auf das schwefelsaure Kupferoxyd. Er sagt (l. c. p. 440): „Wenn ich Blutserum seines Gehaltes an fibrinoplastischer Substanz beraubt hatte, so löste sich der durch das Kupfersalz in demselben erzeugte Niederschlag im Überschusse des Fällungsmittels stets wieder auf. Dieses fand bei einer Lösung der fibrinoplastischen Substanz niemals statt.“ Alex. Schmidt muß diese Versuche immer mit einer alkalischen Lösung der fibrinoplastischen Substanz (Paraglobulin) angestellt haben. Bewirke ich die Lösung durch Kochsalz, so löst sich der durch Kupfervitriol erzeugte Niederschlag stets im Überschusse des Fällungsmittels wieder auf. Ich habe dies auch bei rein alkalischer Lösung erzielt, aber nur wenn jeder Überschuß von Kali aufs Sorgfältigste vermieden war. Bei Gegenwart eines solchen bleibt stets eine Trübung zurück, die aber verschwindet, wenn man etwas Glycerin und noch mehr Kali hinzufügt. Diese zurückbleibende Trübung hängt offenbar zusammen mit der Bildung von Kupferoxydhydrat. Wenn man dem vom Paraglobulin befreiten Serum ein wenig Kali zusetzt, so verhält es sich ganz ebenso: es bleibt dann auch bei Zusatz von viel Kupfervitriollösung trüb, aber die Trübung verschwindet, wenn man Glycerin und mehr Kali hinzufügt. Der Unterschied zwischen Paraglobulin und gewöhnlichem Eiweiß war also wieder nur ein scheinbarer.

Vom Blutlaugensalz führt Alex. Schmidt selbst schon an, daß es das (Para)Globulin aus seiner essigsauren Lösung fällt, ganz wie dies am Eiweiß bekannt ist. Es muß hinzugefügt werden, daß das Paraglobulin auch durch concentrirte Lösungen von Kochsalz, schwefelsaurem Natron, Chlorkalium etc. wie das Eiweiß aus seinen sauren Lösungen gefällt wird, dann durch Zusatz von Säure bis zu einem gewissen Grade wieder gelöst wird, dann von Neuem durch Salzlösung gefällt werden kann etc.

Ebenso erwähnt Alex. Schmidt bereits, daß es durch Mineralsäuren aus seinen Lösungen gefällt wird. Salpeter-, Schwefel- und Chlorwasserstoffsäure fällen es wie das Eiweiß. Das Verhalten gegen dreibasische Phosphorsäure, so wie gegen verdünnte Essigsäure, Weinsäure etc. verdient etwas näher besprochen zu werden, da es anscheinend etwas von dem des gewöhnlichen Eiweißes abweicht.

Wenn man diese Säuren auch im noch so verdünnten Zustande und tropfenweise zu dem vom Paraglobulin befreiten Serum hinzusetzt, so erhält man keinen Niederschlag: fügt man sie dagegen zu einer rein alkalischen Lösung des Paraglobulins, so erhält man einen Niederschlag, der sich im Überschuß des Fällungsmittels wieder auflöst. Dieser Unterschied beruht auf dem Reichthum des Serums an Salzen; denn da jener Niederschlag durch Zusatz von Alkalisalzen schwindet, so kann er auch im Serum nicht erscheinen, in dem diese von vorne herein vorhanden sind. Eine künstliche Eiweißlösung bereitet man sich aus Paraglobulin folgendermaßen: Man fügt zu Kochsalzlösung so viel Kali, Natron oder Ammoniak, daß die Flüssigkeit entschieden alkalisch reagirt, dann setzt man davon tropfenweise zu dem in Wasser aufgeschwemmten Paraglobulin. Eine solche schwach alkalisch reagirende Flüssigkeit wird durch Ansäuern mit Essigsäure nicht gefällt, durch vorsichtige Neutralisation auch bei hoher Concentration kaum merklich getrübt. Diese geringe Trübung rührt wahrscheinlich her von einer Veränderung, welche ein kleiner Theil des Paraglobulins bei der Darstellung erlitten hat.

Hat man in der alkalischen Salzlösung relativ zum Kochsalze zu viel Alkali, so fällt die Trübung stärker aus, weil dann die Lösung des Paraglobulins schon bei geringerem Zusatze erfolgt und später beim Neutralisiren die vorhandene Salzmenge plus der gebildeten nicht ausreicht, das Eiweiß in Lösung zu erhalten. Ist bei Zusatz von richtig gestellter alkalischer Salzlösung die vollständige Auflösung einmal erfolgt, so ist jeder weitere Zusatz von Kali oder von Kochsalz schädlich; denn wenn man mehr Kali zusetzt, so wirkt dieses nach und nach auf das Paraglobulin ein und bildet Albuminat und somit fällbares Eiweiß [1]), und wenn man zu viel Kochsalz zusetzt, so

---

[1]) Die bei gewöhnlicher Temperatur erfolgende Einwirkung verdünnter Alkalien auf Eiweiß ist in W. Kühne's Laboratorium von J. Chr. Lehmann näher untersucht worden. Vergl. Centralblatt der medic. Wissenschaften 13. Aug. 1864.

wird zwar die Lösung beim Neutralisiren nicht gefällt, aber sie trübt sich dann bei weiterem Säurezusatz, wie ja jede Eiweißlösung, die größere Mengen von Salzen enthält, durch Säuren gefällt wird.

Vom Weingeist gibt Alex. Schmidt an, daß er das Globulin aus rein sauren und rein alkalischen Lösungen nicht fällt, sondern nur, wenn noch Salze zugegen sind. In der That habe ich solche salzfreie Lösungen selbst auf reichlichen Zusatz von Weingeist nur opalescirend werden sehen, aber dann bewirkte ein Tropfen Kochsalzlösung in ihnen sogleich eine Fällung. Dies erklärt zugleich, weßhalb das Serum, es mag neutral, sauer oder schwach alkalisch sein, durch Weingeist gefällt wird, indem die weitere Bedingung für die Alkoholfällung, die, daß zugleich Salze vorhanden sein, stets erfüllt ist. Auch hier ist keine Verschiedenheit zwischen Paraglobulin und Eiweiß, nur muß man, wenn sich beide als identisch erweisen, aus den Angaben über die Reactionen des letzteren die, daß es durch Weingeist aus seinen Lösungen niedergeschlagen werde, dahin modificiren, daß man statt „Lösungen“ „salzhaltigen Lösungen“ setzt.

Wenn man das feucht vom Filtrum genommene Paraglobulin in absolutem Alkohol vertheilt, so erweist es sich darin ganz unlöslich und löst sich auch nicht, wenn man etwas concentrirte Essigsäure oder alkoholische Kalilösung hinzufügt, wenn man aber dann Wasser zugießt, so klärt sich sowohl die alkalische Flüssigkeit, als auch die saure.

Ich vertheilte feucht von Filtrum genommenes Paraglobulin in Alkohol von 94 Volumprocent. Nach zwei Tagen filtrirte ich denselben ab. Der Filterrückstand war in verdünnter Kochsalzlösung schwer löslich und bildete damit eine trübe Flüssigkeit, unlöslich aber war er darin nicht; denn nachdem ich filtrirt hatte, trübte sich das klare Filtrat stark beim Kochen.

Als ich das durch Kohlensäure und Wasser vom Paraglobulin befreite Serum mit Alkohol gefällt und den so gewonnenen Niederschlag zwei Tage lang mit Weingeist von 94 Volumprocent aufbewahrt hatte, war er schwerer löslich geworden, als unter gleicher Behandlung das Paraglobulin. Wenn ich ihn in Kochsalzlösung vertheilte und dann filtrirte, so trübte sich das Filtrat weniger stark. Noch schwerer löslich ward unter gleicher Behandlung das Hühnereiweiß. Das erste Filtrat von dem in Kochsalzlösung vertheilten Niederschlage trübte sich zwar noch etwas beim Erhitzen, als

ich aber dann neue Kochsalzlösung aufgoß, so löste diese nichts mehr auf.

Ich weiß noch nicht in wie weit dies verschiedene Verhalten in Verschiedenheit der Eiweißkörper als solcher, oder in der Gegenwart von Salzen oder anderen Körpern seinen Grund hat. Paraglobulin, das ich aus seiner kochsalzhaltigen Lösung durch Weingeist fällte, und dann mit 94percentigem Alkohol behandelte, wurde zwar schwerer löslich, aber doch wie mir schien, nicht ganz so schwerlöslich wie Serum- oder gar Hühnereiweiß. Indessen blieb ein Rückstand, der sich auch in einer großen Menge von Kochsalzlösung nicht auflöste. Einen analogen Versuch mit demselben Resultate machte ich so, daß ich statt der verdünnten Kochsalzlösung Gypslösung anwendete, der ich etwas schwefelsaure Magnesia zugesetzt hatte.

Ich glaube nicht, daß man aus den Differenzen, welche sich hier wenigstens scheinbar gezeigt haben, bei dem offenkundigen Einflusse, den die Salze auf die Coagulation des Paraglobulins durch Alkohol ausüben, auf eine wesentliche Verschiedenheit desselben vom Eiweiß schließen kann, ehe nicht die darauf bezüglichen Versuche noch vielfältig wiederholt und variirt worden sind.

Wenn nun die chemischen Eigenschaften, so weit sie bekannt sind, nicht benutzt werden können, um das Paraglobulin mit Sicherheit als eine besondere, vom gewöhnlichen Eiweiß verschiedene Substanz zu charakterisiren, so bleibt hierfür noch eines übrig, die fibrinoplastische Eigenschaft. Ein Transsudat, das für sich nicht gerinnt, aber durch Zusatz von defibrinirtem Blute zum Gerinnen gebracht werden kann, gerinnt auch, wenn man Serum oder den durch Kohlensäure und Wasser darin bewirkten Niederschlag hinzufügt. Andererseits soll die Gerinnung nicht hervorgebracht werden können, durch Serum, das mit dem zehnfachen Volum Wasser verdünnt, nach dem Einleiten von Kohlensäure filtrirt, somit vom Paraglobulin befreit, und dann wieder langsam und bei niederer Temperatur auf sein früheres Volum eingedunstet ist.

Ich kann diese letztere Angabe nach der Richtung, welche meine Versuche genommen haben, weder in Frage stellen noch bestätigen: aber darauf glaube ich aufmerksam machen zu müssen, daß die Thatsachen noch eine andere Deutung zulassen, als diejenige, welche ihnen Alex. Schmidt gegeben hat. Er stellt die Alternative

auf: Entweder wirkt die fibrinoplastische Substanz (Paraglobulin), indem sie der im Exsudate enthaltenen fibrinogenen Alkali entzieht und sie dadurch fällt, oder sie verbindet sich mit ihr zu einer neuen, unlöslichen Substanz, dem Faserstoff.

Alex. Schmidt gibt der letzteren Anschauung den Vorzug. Es bewog ihn hierzu der Umstand, daß er vor dem Gerinnen genau neutrale Gemische nach dem Gerinnen deutlich alkalisch fand. Es wurde also beim Gerinnen Alkali für die Lakmusreaction frei, nach seiner Ansicht dasjenige, welches früher an die fibrinogene und an die fibrinoplastische Substanz gebunden war und dieselben in Lösung erhielt.

Ich habe mich in der That überzeugt, daß die Menge des gebildeten Fibrins bis zu einer gewissen Grenze abhängt von der Menge von Blut oder der Menge von fibrinoplastischer Substanz, welche man zusetzt. Ich erhielt aus der pathologisch anatomischen Anstalt unter anderen ein Transsudat aus dem Herzbeutel eines an *Morbus Brightii* Verstorbenen, das für sich allein nicht die allergeringste Neigung zur Fibrinausscheidung zeigte. Selbst eine Probe, die etwa eine halbe Stunde lang bei der Temperatur von 40 Grad erhalten und dann in dem langsam erkaltenden Wasserbade geblieben war, hatte kein Gerinnsel gegeben. Mit der hinreichenden Menge von defibrinirtem Blut oder Paraglobulin (das feucht vom Filtrum genommen und ohne weiteren Zusatz in dem Transsudat aufgelöst wurde) aber versetzt, gestand es in seiner ganzen Masse.

Eine Probe dieses Transsudats nun versetzte ich mit einer sehr kleinen Menge Paraglobulin und ließ es bis zum andern Tage stehen. Dann schwang ich es so lange herum, bis das zarte spinngewebartige Gerinnsel in dünne compacte Fäden zusammengedrängt war, goß die Hälfte der Flüssigkeit in ein anderes Glas und löste darin eine neue größere Portion Paraglobulin. Nach einigen Stunden hatte sich darin ein neues Coagulum gebildet; in der rückständigen Hälfte aber bildete sich keines. Ein analoger Versuch, bei dem ich defibrinirtes Blut statt des Paraglobulins anwendete, hatte das gleiche Resultat.

Ähnliche Versuche habe ich später mit einer Flüssigkeit aus dem Herzbeutel eines Pferdes angestellt, welche sich durch ihren Reichthum an Fibrinogen besonders dafür eignete. Das Resultat war dasselbe.

Ähnliche Versuche führt auch Alex. Schmidt an. Er hat freilich eine größere Anzahl von gegentheiligen, d. h. von solchen, bei denen selbst ein nur geringer Zusatz alles Fibrin, wenn auch langsam, zur Ausscheidung brachte. (Reichert und du Bois Archiv 1861, p. 560 ff.). Auch ich habe dergleichen gegentheilige Versuche aufzuweisen. Da ich mir aber selbst einwende, daß in denselben doch vielleicht der Zusatz für die gegebenen Umstände zu groß war, und daß man vielleicht nur mit an Fibrinogen sehr reichen Transsudaten zu positiven Resultaten gelangt; so kann ich es auch nicht ungerechtfertigt finden, daß Alex. Schmidt die Idee eines fermentartigen Erregens, welche ihm offenbar anfangs vorschwebte, verlassen hat und die Alternative aufstellt: Entweder verbindet sich die fibrinoplastische Substanz mit der fibrinogenen zu Fibrin, oder sie entzieht ihr einen Bestandtheil, wahrscheinlich ein Alkali, und veranlaßt dadurch die Ausscheidung des Faserstoffes. Ich würde mich nach den vorliegenden Thatsachen nur weniger bestimmt für das erstere ausgesprochen haben, da ja doch die Reaction gegen rothes Lakmuspapier nichts anderes aussagt, als daß in demselben die Phosphorsäure oder Schwefelsäure, mit der es bereitet war, gesättigt wurde und bei der Umsetzung kein Körper auftrat, der wieder im Stande gewesen wäre den Farbstoff zu röthen.

Entschiedener muß ich in einem andern Punkte von Alexander Schmidt abweichen. Er sieht das Paraglobulin, den Eiweiskörper, dessen Reactionen wir im Vorhergehenden betrachtet haben, als solchen als die fibrinoplastische Substanz an. Die Gründe dafür sind, daß man ihn auch aus dem Blutkörpercheninhalte erhalten kann, und daß sich das Serum als fibrinoplastisch unwirksam erweist, nachdem man das Paraglobulin ausgefällt hat. Ich kann die Richtigkeit dieser Angabe, wie gesagt, weder in Abrede stellen noch sie bestätigen; aber sie erklärt sich auch unter der Voraussetzung, daß der Niederschlag ein Gemenge sei aus Paraglobulin und fibrinoplastischer Substanz. Letztere kann von der Kohlensäure selbstständig gefällt oder vom Paraglobulin mitgerissen sein. Es sind verschiedene Thatsachen, welche zu einer solchen Annahme hindrängen. Zunächst ist es die auffallende Wirkung des defibrinirten Blutes gegenüber der des Paraglobulins. Müßte nicht letzteres, wenn es die reine fibrinoplastische Substanz wäre, viel stärker wirken als das Blut von dem sie nur einen Bruchtheil ausmacht? Dem ist aber

nicht so: ich kann, nachdem, was ich bei meinen Versuchen gesehen habe, gleichen Mengen nur etwa gleiche Wirksamkeit zuschreiben.

Alex. Schmidt, dem dies auch nicht entgangen ist, erklärt es daraus, daß das Paroglobulin bei seiner Darstellung an Wirksamkeit verliere, und sicher mag es durch dieselbe gewisse Veränderungen erleiden; aber er selbt erwähnt noch einer anderen Thatsache, die noch viel bestimmter darauf hinweist, daß der Kohlensäureniederschlag ein Gemenge sei. Er sagt (l. c. S. 459): „daß man es hierbei immer mit einer und derselben Substanz zu thun hat, beweist, abgesehen vom Mikroskop, der Umstand, daß sie, bei welchem Concentrationsgrade sie auch dargestellt sein mag, stets fibrinoplastisch wirkt. Dabei ist es auffallend, daß sie diese ihre Wirkung um so kräftiger äußert, je weniger man das Serum zum Behufe ihrer Darstellung verdünnt hat. Aus frischem Rinderblutserum bei einmaliger, höchstens bei doppelter Verdünnung ausgeschiedene fibrinoplastische Substanz wirkt gewöhnlich so schnell, daß es, wenn man den auf einem Filtrum gesammelten Niederschlag mit einer fibrinösen Flüssigkeit auswäscht, meist gar nicht oder nur theilweise zum Filtriren kommt, die Flüssigkeit gesteht in wenig Augenblicken auf dem Filtrum; unter starker Verdünnung des Serums dargestellte fibrinoplastische Substanz wirkt nie so kräftig, obgleich ihre Menge eine viel größere ist und obgleich sie sich viel leichter auflöst. Man muß annehmen, daß je günstiger sich die Bedingungen gestalten zur Ausscheidung dieser Substanz durch Kohlensäure oder verdünnte Säuren aus ihren natürlichen Lösungen, desto mehr werden (werde? B.) sie durch diese selbst verändert.“ — Worin ist diese letztere Annahme begründet? Ist es nicht viel natürlicher anzunehmen, es seien im Niederschlage zwei Substanzen vorhanden, *A* das Paraglobulin und *B* die fibrinoplastische Substanz; letztere werde entweder wie das Paraglobulin selbstständig durch Kohlensäure ausgefällt oder von diesem mitgerissen? Ist es nicht eine häufige Erscheinung, daß bei fractionirten Fällungen die Niederschläge ungleich zusammengesetzt sind und daß z. B. für das Auge durch ihre ungleichmäßige Lichtabsorption auffällige Stoffe, die wir deßhalb Farbstoffe nennen, in den ersten Portionen in viel größerer Menge enthalten sind, als in den späteren? Hier werden wir durch die verschiedene Färbung des Niederschlages darauf hingewiesen; aber der Vorgang selbst hat mit

der ungleichmäßigen Lichtabsorption nichts zu schaffen und kann bei farblosen Körpern eben so gut vorkommen.

Vielleicht gelingt es noch durch fractionirte Fällung ein fibrinoplastisch völlig unwirksames Paraglobulin darzustellen. Ich bin durch die Frühlingswärme in meinen hierauf gerichteten Versuchen unterbrochen worden und kann deshalb noch nichts Gewisses darüber aussagen.

Hierher gehört noch eine andere Angabe von Alex. Schmidt. Er fand, daß wenn er, statt mit Serum, mit verdünntem Blute oder mit einer Blutkrystallösung arbeitete, die vom ausgeschiedenen Globulin abfiltrirte Flüssigkeit noch fibrinoplastisch wirkte. Er erklärt dies daraus, daß das an und für sich leicht zersetzbare Hämoglobulin durch den Contact mit der fibrinogenen Substanz zerlegt werde und das dadurch nun erzeugte Globulin fibrinoplastisch in Wirkung trete. Es ist dies eine Hypothese die entbehrlich wird, sobald man die fibrinoplastische Substanz als einen Bestandtheil der Blutkörperchen ansieht, sie dagegen nicht für identisch hält mit dem Globulin (Paraglobulin); dann ist es ganz natürlich, daß die großen Mengen, welche davon im gewässerten Blute enthalten sind, von dem sich beim Einleiten der Kohlensäure ausscheidenden Globulin (Paraglobulin) nicht vollständig mitgerissen werden, wenn dies auch mit den relativ geringen Mengen geschieht, welche davon im Serum enthalten sind.

Ähnliche Gründe mögen es gewesen sein, welche W. Kühne bestimmten, an einer Stelle seines Lehrbuches zu sagen, es sei nicht erwiesen, daß der ganze Kohlensäureniederschlag aus fibrinoplastischer Substanz bestehe, ein Theil desselben möge unwirksames Globulin sein.

Meine Zweifel gehen aber noch weiter. Für mich ist aus Gründen, die ich oben ausführlich mitgetheilt habe, die Selbstständigkeit der von Alex. Schmidt Globulin genannten Substanz (Paraglobulin) als eines eigenen Eiweißkörpers durch die bis jetzt vorliegenden Daten nicht gesichert.

Leider habe ich in der kalten Jahreszeit versäumt, die Drehungsconstante des Paraglobulins zu bestimmen, und jetzt gelingt es mir nicht mehr, vorwurfsfreie Lösungen zu erhalten.

Da sich Alex. Schmidt auch an einzelnen Stellen seiner Abhandlungen auf den Eiweisskörper der Krystallinse bezieht, den er, wie es mehrere andere auch thun, als Globulin bezeichnet, so erlaube

ich mir, den Leser auf die Abhandlung von Maximilian v. Vintschgau: Osservazioni chimiche sulle reazione per le quali la cristallina si dovrebbe distinguere dall'albumina. (Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe der Wiener Akademie der Wissenschaften, Bd. XXIV, S. 493) aufmerksam zu machen, in welchen nachgewiesen ist, das alle Reactionen, welche man als charakteristisch für das sogenannte Krystallin aufgestellt hat, sich auch von gewöhnlichem Eiweiß erhalten lassen.

Für das Folgende scheint es mir nothwendig zu sein, zunächst zu unterscheiden zwischen nativem und modificirtem Eiweiß. Als natives Eiweiß bezeichne ich dasjenige, dessen neutrale oder blaues Lakmuspapier violett färbende Lösungen auch bei geringem Salzgehalte ohne Zusatz von Lab gerinnen, wenn man ihre Temperatur auf 100 Grad erhöht. Das Kasein ist hiernach kein natives Eiweiß, da die Milch nur in der Wärme zusammenläuft, wenn sie bereits stärker saure Reaction angenommen, oder wenn man ihr Lab zugesetzt hat.

Sehen wir von dem nativen Eiweiß ab, welches sich an der Fibrinbildung betheiligt, so erkennen wir als solches zunächst die eigentlichen Albumine, das Serumalbumin und das Eieralbumin, kurz das, was man gewöhnlich lösliches Eiweiß zu nennen pflegt. Nach dem Obigen müssen wir aber auch das Paraglobulin in diese Abtheilung verweisen.

Man sagt, das lösliche Eiweiß werde durch verdünnte Pflanzensäuren und dreibasische Phosphorsäure nicht gefällt. Dieser Charakter läßt sich für das native Eiweiß nicht aufrecht erhalten [1]; aber der entstandene Niederschlag löst sich wieder in Salzen, vorausgesetzt, daß nicht Säuren und Salze in solchen Quantitäten zugesetzt sind, daß die Salze dem durch die Säure veränderten Eiweißmolecül Wasser entziehen (Acidalbumin, Syntonin). Dieser Niederschlag von nativem Eiweiß entsteht deshalb in den natürlichen Eiweißlösungen eben wegen ihres Salzgehaltes im Allgemeinen

---

[1] Es bleibt hierbei vorläufig die Frage offen, ob ein wahres lösliches Eiweiß, d. h. ein solches, das sich für sich in destillirtem Wasser leicht löst, und das deshalb auch aus seinen rein alkalischen Lösungen durch Phosphorsäure und verdünnte Pflanzensäuren nicht gefällt werden kann, als Modification des nativen Eiweißes existirt. Es ist dies eine Frage, deren Entscheidung meiner Ansicht nach durch weitere Untersuchungen über das Wurtzische Einweiß in Angriff genommen werden muß.

nicht, und wo sich etwas davon zeigt, kann man durch einen geringen Salzzusatz mit Leichtigkeit wieder klären. Der Niederschlag dagegen, den die Säuren in einer Kalialbuminat- oder Kaseinlösung hervorbringen, ist in (nicht alkalisch reagirenden) Salzen unlöslich, und deshalb werden auch die natürlichen Kaseinlösungen stets durch Säuren gefällt.

Zum nativem Eiweiß sind ferner zu rechnen, Kühne's Myosin und die Stoffe, welche man als Globulin und als Vitellin bezeichnet hat, endlich was man an in der Hitze coagulirbarer Substanz bei der Verdauung von Fibrin oder bei dessen Fäulniß oder Maceration in Salzlösungen erhält [1]. Über das aus Ovarialcysten dargestellte Paralbumin habe ich keine Erfahrungen.

Das native Eiweiß erträgt im trockenen Zustande eine Temperatur von mehr als 100 Grad, aber im gelösten büßt es durch die Siedhitze seinen Charakter ein; gleichviel ob es in derselben gerinnt oder ob es wegen Anwesenheit von zu viel Säure oder Alkali flüssig bleibt.

Im letzteren Falle zeigt sich die Veränderung dadurch, daß beim Neutralisiren der sauren oder beim schwachen Ansäuern der alkalischen Flüssigkeit ein Niederschlag entsteht, der sich durch Zusatz von neutralen Salzen nicht auflösen läßt.

---

[1] In einer Abhandlung von W. Kühne über Verdauung der Eiweißstoffe durch den Pankreassaft (Sonderabdruck aus dem 39. Bande von Virchow's Archiv), die mir so eben zugeht, heißt es: „Gekochtes Fibrin quillt bekanntlich ohne Erwärmung äußerst langsam in sehr verdünnten Säuren oder Alkalien und ist besonders in ersteren so wie in 10percentiger Kochsalzlösung so gut wie unlöslich. Nach begonnener Einwirkung des Pankreas löst es sich dagegen theilweise fast momentan in HCl von 1 pro mille auf zu einer wahren Syntoninlösung und nach kurzem Zerreiben mit NaCl von 10 Pct. C. erhält man sogleich ein Filtrat, das in der Hitze und mit Salpetersäure gerinnt. Aus dem in der Siedehitze geschrumpften Fibrin entsteht demnach durch die Pankreaswirkung zuerst ein Stoff, der dem ungekochten rohen Fibrin ähnlich ist, der sich jedoch noch weit leichter in Salzlösungen und in verdünnten Säuren auflöst als dieses." — Es scheint hier der Schlüssel gefunden worden zu sein zu dem Räthsel, wie sich denn der Mensch aus den Eiweißkörpern, die er fast ausschließlich im gekochten Zustande zu sich nimmt, das native Eiweiß verschaffe, welches der Organismus braucht. Die Angaben früherer Beobachter, daß der Pankreassaft die sogenannten Peptone wieder in Eiweißkörper verwandele, waren, wie auch Kühne bemerkt, ohne Werth; da man den mit Pankreassaft gemischten Chymus auf seine Gerinnbarkeit geprüft hatte, während ja der Pankreassaft selbst coagulables Eiweiß enthält.

Die Alkalien und alkalischen Erden (Kali, Natron, Ammoniak, Kalk, Baryt) verwandeln das native Eiweiß je nach ihrer specifischen Natur und je nach ihrem Concentrationsgrade und der Temperatur rascher oder langsamer in Fällbares um, was sich darin zeigt, daß ein durch Säuren hervorgebrachter Niederschlag sich, wenn auch jeder überflüssige Säurezusatz vermieden ist, doch nicht durch Zusatz von (nicht alkalisch reagirenden) Salzlösungen auflösen läßt.

Dieser in Salpeterwasser unlösliche Niederschlag löst sich in überschüssiger Säure auf und zwar um so leichter, je freier die Flüssigkeit von Salzen ist. Denn sind viel Salze zugegen, so entziehen sie dem unter dem Einflusse der überschüssigen Säure stehenden Eiweißmolecül Wasser und bringen dadurch eine Trübung hervor, die nur durch grösseren Säureüberschuß und oft selbst durch diesen nur unvollkommen aufgeklärt werden kann. Das, was hier im Kleinen an jedem einzelnen Molecül vor sich geht, kann man im Grossen an einem Stücke Pseudofibrin beobachten. In verdünnten Säuren quillt es auf und wird glashell durchsichtig, auf Zusatz von Salzlösung schrumpft es und wird weiß und undurchsichtig, kann aber, wenn nicht zu viel Salz vorhanden ist, durch weiteren Säurezusatz noch wiederum zum Aufquellen gebracht werden.

Es braucht kaum daran erinnert zu werden, daß auch das Protein, oder nach Hoppe-Seyler's Untersuchungen, richtiger die Proteine, nur aus bereits durch Alkalien verändertem Eiweiß bestehen, daß sie sich aber wegen der Art ihrer Bereitung namentlich in Rücksicht auf ihren Schwefelgehalt von den aus frisch dargestellten Kalialbuminaten abgeschiedenen Eiweißkörpern unterscheiden [1]). Beachtenswerth ist es, daß man auch aus dem festen Kalialbuminate keinen Eiweißkörper mit dem Schwefelgehalte des nativen Eiweißes, das zu seiner Bereitung diente, abscheiden kann. Wenn man es darstellt, so wird man stets bemerken, daß es eine schwach gelbliche Farbe annimmt, die beim Auswaschen schwindet; wenn man es aber unausgewaschen und frisch bereitet durch eine Säure zersetzt, so verbreitet es einen schwachen aber deutlichen Geruch nach Schwefelwasserstoff.

---

[1]) Vergl. hierüber die Controverse zwischen Mulder einerseits und Liebig, Laskowsky und Fleitman andererseits, deren Literatur in Moleschott's Physiologie des Stoffwechsels gesammelt ist.

Vom Casein haben Scherer, Schrzeczka und Rollett durch ihre Arbeiten nachgewiesen, daß es in seinen Reactionen mit dem durch Alkalien veränderten Eiweiß übereinstimmt. Indessen macht Hoppe-Seyler (Handbuch der physiologisch- und pathalogisch-chemischen Analyse S. 188) darauf aufmerksam, daß hieraus die Identität beider nicht hervorgeht, indem in Ätzkali gelöstes Casein mit Essigsäure gefällt, einen Niederschlag gibt, der noch alle Reactionen des Caseins zeigt, obgleich sich bei der Procedur regelmässig Schwefelwasserstoff entwickelt hat.

Die Säuren verändern das native Eiweiß ebenfalls, bald rascher bald langsamer, je nach ihrer specifischen Natur, ihrer Concentration und der Temperatur, unter welcher sie einwirken. Das erste Zeichen der Säurewirkung ist, daß bei Gegenwart einer größeren Menge von Salzen eine Fällung eintritt. Dieselbe erfolgt allmälig nicht auf einmal. Wenn man eine mit concentrirter Kochsalzlösung versetzte Eiweisslösung mit Essigsäure versetzt, so entsteht zwar sofort ein Niederschlag; aber wenn man dann schnell filtrirt, so trübt sich das vollkommen klare Filtrat von Neuem und scheidet einen immer reichlicher und reichlicher werdenden Niederschlag aus. Anfangs ist die Modification nicht tief eingreifend, und kann, wie es scheint, durch Neutralisation noch vollständig wieder aufgehoben werden. Der auf dem Filtrum gesammelte Niederschlag gibt mit Wasser behandelt eine klare, bisweilen eine opalisirende Flüssigkeit, die man ohne eine weitere Trübung zu erzeugen, neutralisiren kann, und aus der sich das Eiweiß unlöslich ausscheidet, wenn sie nach vorsichtiger Neutralisation erhitzt wird. Hat aber die Säure andauernder oder energischer auf gelöstes Eiweiß eingewirkt, so entsteht bei der Neutralisation der Lösung ein reichlicher Niederschlag, der aus sogenanntem Syntonin besteht.

Die weiteren Zersetzungsproducte, welche durch noch stärkere Einwirkung der Säuren entstehen, kommen hier nicht weiter in Betracht, da ihnen die allgemeinen Eigenschaften der Eiweißkörper nicht mehr zukommen.

Nach diesen Vorbemerkungen gehe ich auf das Verhalten einiger Eiweißkörper gegen die Borsäure über.

Das native Eiweiß wird durch dieselbe weniger als durch irgend eine andere der bis jetzt untersuchten Säuren mit Ausnahme der Kohlensäure verändert, und von ihr nur unter denjenigen Bedingungen

aus seinen Lösungen ausgeschieden, unter denen es auch von der Kohlensäure ausgefällt wird. Diese kann es bei der Bereitung von Paraglobulin vollständig ersetzen.

Der Niederschlag zeigt dieselbe fibrinoplastische Eigenschaft wie der durch Kohlensäure hervorgebrachte und löst sich auch bei Zusatz eines Überschusses von Borsäure nicht wieder auf.

Wenn man indessen durch Bor- oder Kohlensäure ausgeschiedenes Paraglobulin auf dem Filtrum sammelt und in concentrirte Borsäure bringt, so ist es darin einigermassen aber unvollständig löslich. Die trübe Flüssigkeit wird geklärt, wenn man Kochsalzlösung in einiger Menge hinzufügt. Eine geringe Menge Blutlaugensalz bringt in ihr einen reichlichen Niederschlag hervor, der sich im Überschusse des Fällungsmittels so wie bei Zusatz von Kochsalz wieder auflöst.

Auch andere Alkalisalze, wie schwefelsaures Natron oder Kochsalz bringen, in geringerer Menge hinzugefügt, einen Niederschlag hervor, der sich im Überschusse des Fällungsmittels leicht wieder auflöst.

Auch eine kleine Menge von Kali bringt eine reichliche Fällung hervor, die sich bei einem weiteren Zusatz von Alkali wieder auflöst, und zwar bereits, wenn noch ein reichlicher Überschuß von Säure vorhanden ist und die Flüssigkeit Lakmus entschieden röthet [1]). Der durch wenig Alkali hervorgebrachte Niederschlag ist auch löslich in Salzen. Er wird sowohl durch Kochsalz als durch Blutlaugensalz aufgelöst.

Mit diesen Erscheinungen stimmt es überein, daß vollkommen flüssiges aber unverdünntes Hühnereiweiß in concentrirter Borsäure vertheilt weiße Flocken bildet, die bei Zusatz von Kochsalzlösung verschwinden.

Die concentrirte Lösung des Paraglobulins in concentrirter Borsäure trübt sich beim Kochen bis zur Undurchsichkeit ohne zu einer zusammenhängenden Masse zu gerinnen. Der gebildete Niederschlag

---

[1]) Borsäure färbt bekanntlich Lakmus nicht so feurig, wie die meisten anderen Säuren, aber doch sehr entschieden roth. Bekannt ist es ferner, daß Borsäure Curcumapapier roth färbt; aber ich finde nicht angeführt, daß das Roth nicht wie bei der Berührung mit Alkalien sofort, sondern erst allmälig und besonders während des Eintrocknens der Flüssigkeit hervortritt.

ist in Kochsalz unlöslich. Wenn die Lösung vorher mittelst Kochsalz geklärt ist, so gerinnt sie beim Erhitzen in Flocken.

Wenn man mit Borsäure angesäuertes Serum mit äußerst wenig Blutlaugensalz versetzt, so bringt dies darin keine Fällung hervor, und fügt man etwas mehr Blutlaugensalz hinzu, so löst sich auch die leichte Trübung wieder auf, welche in der Mehrzahl der Fälle durch das Ansäuern mit Borsäure (in Folge theilweiser Ausscheidung des Paraglobulins) entstanden ist. Auch eine Flüssigkeit, welche dadurch erhalten wurde, daß ich einige Tropfen Serum in eine concentrirte Borsäurelösung fallen ließ, verhielt sich nicht anders. Ich erkläre mir dies so, daß der in Salzen lösliche Niederschlag wie ihn sehr wenig Blutlaugensalz in einer Lösung von reinem Paraglobulin in Borsäure hervorbringt, in dem salzhaltigen Serum nicht entsteht, und daß deshalb nur die lösende Wirkung eines Überschusses von Blutlaugensalz hervortritt.

Weder in mit Borsäure angesäuertem Serum noch in concentrirter Borsäure, dem man etwas Serum zugesetzt hat, bringen concentrirte Lösungen neutraler Alkalisalze einen Niederschlag hervor. Die Borsäure verändert eben das Eiweiß nicht in der Weise, wie es die meisten anderen Säuren thun, und deswegen wird es aus borsauren Lösungen von Salzen nur unter Umständen gefällt, unter denen es auch aus neutralen gefällt werden würde.

Die Borsäure schützt aber auch das Eiweiß nicht in der Weise, wie es die meisten anderen Säuren thun vor der Einwirkung der Alkalien. Wenn man Eiweißlösung mit Borax versetzt und erwärmt, so gerinnt sie nicht, weil das Eiweiß durch das an Borsäure gebundene Natron schon während des Erwärmens modificirt wird. Setzt man nach dem Kochen Essigsäure zu, so erhält man einen in Salzen unlöslichen Niederschlag. Diese Erscheinungen sind denen analog, welche man beim Erhitzen von Eiweißlösungen mit kohlensaurem Natron beobachtet.

Wenn man das Paraglobulin mit Kohlensäure aus dem Pferdeblutserum ausgefällt hat, so gibt eine geringe Menge Essigsäure noch einen zweiten Niederschlag, den W. Kühne zuerst beobachtet hat. (Siehe sein Lehrbuch der physiologischen Chemie S. 175.) Auch wenn man zehnfach gewässertes Serum mit Borsäure ausgefällt hat, so daß bei weiterem Zusatze derselben kein neuer Niederschlag entsteht, gibt wenig Essigsäure noch einen solchen. Ich habe denselben

auf dem Filtrum gesammelt, auf dem er sich mit einigem Verluste auswaschen läßt. Ich habe nicht gefunden, daß ihm die Eigenschaften des Caseins zukamen. Er charakterisirte sich vielmehr als natives Eiweiß. Er löste sich in Kochsalzlösung leicht und vollständig und die Flüssigkeit gerann beim Kochen wie eine Lösung von gewöhnlichem Eiweiß.

Wenn man festes Kalialbuminat, gleich viel ob dasselbe aus Hühnereiweiß oder aus Paraglobulin bereitet ist, in Borsäurelösung legt, so wird es von derselben zersetzt und Pseudofibrin gebildet. Das Pseudofibrin unterscheidet sich, wie ich in meinen Beiträgen zur Lehre von der Verdauung bereits erwähnt habe, darin vom echten Fibrin, daß es nicht wie dieses unter seinen Verdauungsproducten neben fällbarem auch natives Eiweiß gibt.

Das Pseudofibrin ist eben fällbares Eiweiß, gefällt in so compactem Zustande, daß es sich in Essigsäure oder sehr verdünnter Chlorwasserstoffsäure nicht löst, sondern zu einer glashellen Gallerte anquillt.

Bei der Art, wie ich damals das Pseudofibrin bereitete, waren zwei Factoren vorhanden, welche das Eiweiß modificiren konnten, erstens das Kali, mit dem ich das Albuminat bereitete und die Essigsäure, mit der ich es zersetzte. Letztere wurde jetzt durch Borsäure, die das Eiweiß nicht modificirt, ersetzt. Wenn es mir also gelang, die Wirkung des Kalis so einzuschränken, daß sie sich nicht auf die ganze Masse des Eiweißkörpers erstreckte, so konnte ich hoffen, ein dem Fibrin auch in seinen Verdauungsproducten ähnliches Pseudofibrin zu erzeugen. Ich machte den Versuch zuerst mit Paraglobulin, das ich durch wenig Tropfen einer concentrirten Kalilauge in Albuminat überführte und in der That erhielt ich daraus mittelst Borsäure ein Pseudofibrin, das mit künstlicher Verdauungsflüssigkeit verdaut eine Lösung gab, die mit Ammoniak bis zur vollständigen Ausfällung des Neutralisationspräcipitats gesättigt und filtrirt, ein Filtrat lieferte, das sich in der Siedhitze ziemlich stark trübte, wenn auch nicht so stark, wie eine Flüssigkeit, die aus der Verdauung einer etwa gleichen Menge von Fibrin gewonnen war. Auch die Flüssigkeit, welche ich dadurch erhielt, daß ich das Pseudofibrin in Wasser durch beginnende Fäulniß zerfallen ließ, trübte sich, nachdem sie mit etwas Kochsalz versetzt und filtrirt war, beim Kochen. Später habe ich ähnliche Versuche gemacht, bei denen ich statt des Paraglobulins Hühnereiweiß anwen-

dete; ich erhielt dasselbe Resultat, auch hier konnte ich aus dem Pseudofibrin noch lösliches Eiweiß gewinnen, aber nicht in solcher Menge, wie aus Fibrin. Offenbar ist ein solches Pseudofibrin ein mechanisches Gemenge von nativem und von durch Kali modificirtem Eiweiß, und bei Anwendung eines andern, minder heftig einwirkenden Alkalis und der hinreichenden Vorsicht mußte es auch gelingen, die Menge des erstern in ihm noch zu vermehren.

Ich setzte deshalb Natronlösung in kleinen Mengen zu Hühnereiweiß und als es eben erstarrte, zerrührte ich es, um die weitere Einwirkung des Natrons zu verhindern, in verdünnter Borsäurelösung. Am zweiten Tage darauf, nachdem die Zersetzung vollendet und das Pseudofibrin weiß und undurchsichtig geworden war, wurde es in einen leinenen Beutel unter Wasser ausgewaschen, ganz wie man Fibrin auszuwaschen pflegt. Eine Probe davon wurde mit künstlicher Verdauungsflüssigkeit theilweise verdaut, sofort vom Reste abfiltrirt, das Filtrat bis zur vollständigen Fällung des Neutralisationspräcipitats mit Kali versetzt und abermals filtrirt. Das zum Sieden erhitzte Filtrat schied eine reichliche Menge Eiweiß in kleinen Flocken ab, ganz wie es eine auf analoge Weise aus Fibrin erhaltene Flüssigkeit gethan haben würde.

Auch an concentrirte Kochsalzlösung hatte dieses Pseudofibrin, nachdem es 24 Stunden darin macerirt war, eine ziemliche Menge von nativem Eiweiß abgegeben; dasselbe gerann aber beim Erhitzen nicht in Flocken, sondern als milchige Trübung. Letzteres führe ich keineswegs an, um darauf eine Unterscheidung zu gründen; denn ich weiß aus vielfältiger Erfahrung, wie die Art der Ausscheidung so sehr von äußeren Umständen abhängt, daß sie von allen schlechten Charakteren zur Unterscheidung der Eiweißkörper sicher einer der schlechtesten, wenn nicht der schlechteste ist.

Eine reine Lösung von Kalialbuminat, mag dasselbe aus Hühnereiweiß oder aus Paraglobulin bereitet sein, wird durch Borsäure gefällt.

Der Niederschlag tritt zuerst als eine opalisirende Trübung auf, die beim Versuche zu filtriren ins Filtrat übergeht. Erst bei reichlichem Zusatze einer concentrirten Borsäurelösung wird der Niederschlag compacter. Deshalb kann man weder aus einer sehr verdünnten Albuminatlösung noch mit sehr verdünnter Borsäure das durch Alkalien modificirte und durch sie in Lösung erhaltene Eiweiß nieder-

schlagen. Hat es sich aber einmal so weit ausgeschieden, daß beim Filtriren eine klare Flüssigkeit abläuft, so weist Essigsäure in ihr keinen Eiweißkörper mehr nach. Man darf sich nicht dadurch täuschen lassen, daß vor dem Filtriren eine kleine Menge Essigsäure zu einer Probe der Flüssigkeit gebracht, dieselbe stärker trübte. Das beruht nicht auf dem Entstehen eines neuen Niederschlages, sondern nur auf der Verdichtung des schon vorhandenen.

Der entstandene Niederschlag löst sich in Kochsalz nicht wieder auf, gleichviel ob die Kalialbuminatlösung vorher bis zum Sieden erhitzt worden war oder nicht.

Setzt man zu der Albuminatlösung gewöhnliches phosphorsaures Natron, so hindert dies die Fällung, aber nicht absolut. Wenn man einen großen Überschuß von concentrirter Borsäurelösung hinzufügt, so trübt sich die Flüssigkeit.

Wenn man diese Reactionen mit denen vergleicht, welche Kohlensäure hervorbringt, so zeigt es sich, daß letztere sich auch hier ganz wie verdünnte Borsäure verhält.

Leitet man in eine nicht zu verdünnte Lösung von Kalialbuminat Kohlensäure, so trübt sie sich, und die Trübung schwindet auf Zusatz von Kochsalzlösung nicht. Befinden sich in der Lösung Stücke von festem Kalialbuminat, so werden sie durch das Einleiten von Kohlensäure weiß und undurchsichtig und in Pseudofibrin umgewandelt. Hierauf beruht es auch, daß man, wie Kühne (Lehrbuch der physiologischen Chemie S. 165) beobachtet hat, durch blosses langes Auswaschen von Kalialbuminat Pseudofibrin gewinnen kann. Wenn man das Albuminat im verschlossenen Gefäße mit kohlensäurefreiem Wasser auswäscht, so schmelzen die Stücke von außen fortwährend ab, bleiben durchsichtig und erweichen sich mehr und mehr, um sich endlich ganz aufzulösen. Je mehr aber das Wasser Kohlensäure enthält, um so früher und reichlicher bleibt ein weißer, unlöslicher Rest, der nichts anders ist als Pseudofibrin.

Milch wird durch verdünnte Borsäurelösung nicht gefällt, auch wenn man ihr dieselbe bis zur stark sauren Reaction zusetzt. Wenn man aber Milch in kleinen Quantitäten in concentrirte Borsäurelösung einträgt, so bilden sich in Salzen unlösliche, weiße Flocken, die aus Casein und den von demselben eingeschlossenen Fettkügelchen bestehen. Man kann dies benützen, um das Casein aus der Milch darzustellen, indem man die Flocken auf dem Filtrum sammelt, erst mit

Borsäure, dann mit Wasser auswäscht, abpreßt, mit Äther auszieht und von neuem abpreßt. Man erhält das Casein dann als eine zähe, resistente Masse, die sich in verdünnten Alkalien und in Borax auflöst und durch Essigsäure in Flocken daraus gefällt wird.

Ehe man dieses Verfahren einschlägt wird es gut sein, der Milch noch Kochsalzlösung zuzusetzen, um jeden Verdacht, daß irgend welches native Eiweiß mitgefällt werde, auszuschließen.

Dann scheint es mir den Vorzug zu verdienen vor der Fällung mit Essigsäure oder Chlorwasserstoffsäure, weil von der Borsäure eine verändernde Einwirkung sicher weniger zu fürchten ist als von beiden.

Wenn man verdünnte Borsäure zu frisch gelassenem Blute setzt, so verhindert sie die Coagulation desselben nicht, wie dies die meisten anderen verdünnten Säuren thun. In eine Lösung, welche 1 bis 2 Percent Borsäure enthält, kann man das Blut eintragen und damit verrühren und doch findet nach einiger Zeit Gerinnung statt. Selbst ein beträchtlicher Zusatz von concentrirter Borsäurelösung zu frisch gelassenem Blute hindert die Gerinnung nicht gänzlich, sondern verzögert sie nur. Wenn man aber frisches Blut von Fröschen oder Kaninchen in eine bei 18 bis 20° Cels. concentrirte Borsäurelösung einträgt, so daß die letztere an Volumen mehr beträgt als das Blut, dann tritt entweder gar keine Gerinnung ein oder man findet erst am andern Tage spinngewebeartige oder flockige Gerinsel in der Flüssigkeit. Letztere hat sich dabei, wo man Kaninchenblut anwendete, stark lackroth gefärbt. Es hängt dies zusammen mit einer auffälligen, aber bei verschiedenen Thieren und bei Anwendung verschieden concentrirter Lösungen in ungleicher Weise auftretenden Einwirkung auf die rothen Blutkörper, die ich in einer spätern Mittheilung näher beschreiben werde.

Beim Froschblut setzen sich die Blutkörper gut ab und man kann die darüberstehende trübe Flüssigkeit mit Lakmuspapier leicht und sicher prüfen. Es ist hier nicht uninteressant zu sehen, wie z. B. bei Anwendung der 2percentigen Borsäurelösung der Gerinnungsproceß trotz der stark sauren Reaction noch ganz in der gewöhnlichen Weise, nur später erfolgt.

Blicken wir auf alles bisher Gesagte zurück, so ist es klar, daß die Borsäure in ihren Wirkungen auf Eiweißkörper mit keiner der Säuren Ähnlichkeit hat, die man früher in dieser Richtung unter-

suchte, mit einziger Ausnahme der Kohlensäure. Mit dieser aber ist die Ähnlichkeit so vollkommen, daß die Kohlensäure, abgesehen von dem, was der Aggregatzustand nothwendig mit sich bringt, ganz wie verdünnte Borsäure wirkt. Es wäre nun zunächst für mich von Interesse gewesen, hiermit die Wirkungen zu vergleichen, welche die unter höherem Druck zu einer concentrirten Lösung comprimirte Kohlensäure ausübt, da aber die warme Jahreszeit für Arbeiten dieser Art ungünstig ist, so habe ich die meine hier vorläufig abgeschlossen.

Bericht über die Beobachtungen während der ringförmigen Sonnenfinsterniß am 6. März 1867 in Dalmatien.

Von Dr. Ed. Weiß.

(Mit 2 Tafeln.)

Die Zone der Ringförmigkeit der Sonnenfinsterniß vom 6. März dieses Jahres durchschnitt bekanntlich zwei Länder der österreichischen Monarchie, die Südspitze Dalmatiens und die südöstliche Hälfte Siebenbürgens. Im letzteren Lande ist das Wetter um jene Zeit im Allgemeinen noch sehr unsicher und unbeständig, im ersteren hingegen meistentheils klar, so daß man dort eher auf ein Gelingen von Beobachtungen rechnen durfte. Dieser Umstand bewog den Director der Küstenvermessung, Fregattencapitän Österreicher, einen warmen Freund und Beförderer naturwissenschaftlicher Bestrebungen den Antrag zu stellen, es möge das hohe Marine-Ober-Commando den Kriegsdampfer Fiume ausrüsten und nach Dalmatien senden, um die Beobachtung der Finsterniß einem größeren Kreise von Naturforschern zu erleichtern.

Diesen Antrag befürwortete der Vorstand der Marine-Central-Kanzlei Linienschiffs-Capitän Ritter v. Wipplinger, beseelt von dem rühmlichen Streben, jedes wissenschaftliche Unternehmen so kräftig als möglich zu unterstützen, auf wärmste, und es kam dadurch eine Expedition zu Stande, der sich außer mir unser bekannter Privatastronom Dr. Th. Oppolzer, der Professor der Chemie an der nautischen Akademie in Triest Dr. Osnaghi, ferner Major Skuppa und Oberlieutenant Robert v. Sterneck anschlossen.

Die Abfahrt von Triest war auf den 28. Februar festgesetzt worden, damit wir hinlänglich Zeit hätten, innerhalb der Zone der Ringförmigkeit die nöthigen Vorbereitungen zur Beobachtung der Finsterniß zu treffen. Das stürmische Wetter erlaubte uns jedoch erst am ersten März die Anker zu lichten, und als wir in der Nacht desselben Tages den Quarnero durchschifften, artete der Wind zu

einer orkanartigen Bora aus, in welcher das Schiff wohl nur durch die seltene Umsicht und Besonnenheit der Officiere vor schwerem Unglück behütet wurde, als gegen Mitternacht, beim heftigsten Toben des Sturmes die Maschine den Dienst versagte, und Woge nach Woge über dasselbe zusammenschlug. Ein geringes Nachlassen der Bora, ermöglichte es uns nach vielen Anstrengungen endlich am Mittage des 2. März in den kleinen Hafen von Premuda einzulaufen, welchen erreicht zu haben wir uns glücklich schätzen konnten, da kurze Zeit nachher, der Sturm mit erneuerter Heftigkeit losbrach und in gleicher Stärke bis zum Abende fortwüthete. Am folgenden Morgen — den 3. März — setzten wir die Fahrt fort, berührten Nachmittags Zara, um unseren Kohlenvorrath zu ergänzen, und langten am 5. Mittags in Castelnuovo an, wo meinen Rechnungen zufolge die Centrallinie hindurch gehen sollte, nachdem Linienschiffs-Fähnrich Řiha in Ragusa ans Land gesetzt worden war, um sich an der Nordgrenze der Zone der Ringförmigkeit aufzustellen. Während nun der Fiume im Hafen von Porte Rosa Anker warf, schiffte Oberlieutenant v. Sterneck auf das Kanonenboot Gemse unter dem Commando des Linienschiffs-Lieutenants Stejskal über, welches ihn nach Antivari an die Südgrenze der Zone der Ringförmigkeit brachte. Am Morgen des 7. kehrte er von dort zurück, worauf wir alsbald die Rückreise antraten, und von gutem Wetter begünstigt, am 9. März Abends wieder in Triest einliefen. Die freundliche Zuvorkommenheit und mannigfachen Aufmerksamkeiten, deren sich die Theilnehmer an dieser Expedition in jeder Beziehung, nicht nur von Seite des Commandanten des Fiume Fregattencapitäns Österreicher, und des Schiffslieutenants O. Kern, sondern des gesammten Officierskorps überhaupt zu erfreuen hatten, machte die ganze Fahrt zu einer so angenehmen, daß die Erinnerung an dieselbe wohl keinem von uns je aus dem Gedächtnisse entschwinden wird.

Die Mitglieder der Expedition hatten sich bereits einige Tage vor der festgesetzten Abreise in Triest eingefunden, um gegenseitig ihre Ansichten über die anzustellenden Beobachtungen und deren Vertheilung auszutauschen, und nachdem dies geschehen, wurde mir die Zusammenstellung eines detaillirten Beobachtungsprogrammes übertragen. Wir hielten dabei vor Allem andern den Grundsatz fest, daß bei Erscheinungen dieser Art, das Princip der Theilung der Arbeit, besonders während der wichtigsten Phase, der der Ringför-

migkeit streng eingehalten werden müsse, und theilten demnach die während der Finsterniß anzustellenden Beobachtungen in folgende Hauptgruppen ab:

I. Beobachtungen mit dem Fernrohre.

II. Beobachtungen mit freiem Auge, sowie an der Thier- und Pflanzenwelt.

III. Meteorologische und magnetische Beobachtungen.

IV. Physikalische Beobachtungen.

Für jede dieser Classen von Beobachtungen arbeitete ich eigene Instructionen aus, die ich hier folgen lasse, weil sie, wie ich hoffe, Beobachtern künftiger Sonnenfinsternisse in manchen Beziehungen nützlich werden können.

I. Instruction für die Beobachtungen mit dem Fernrohre.

1. Zeit und Ort des Anfanges der Finsterniß; dabei notiren das Aussehen des Sonnenrandes; Acht geben auf das etwaige Vorkommen von Wallungen und Einzähnungen desselben.

2. Beim Fortschreiten der Finsterniß die Eigenthümlichkeiten der Sonnenhörner beachten; sind sie gespitzt oder stumpfeckig? beide gleich geformt oder nicht?

3. Ist die Mondscheibe gleichförmig beleuchtet oder verschieden schattirt? sind vielleicht noch sonstige Lichterscheinungen sichtbar?

4. Sind Sonnenflecken vorhanden, so die Bedeckung der einzelnen Partien derselben zu beobachten, und insbesondere auf deren relative Färbung gegen den Mond zu achten.

5. Beim Herannahen der Ringförmigkeit sehen, wann der Mondrand beginnt, über die Sonnenscheibe hinaus sichtbar zu werden, und schätzen wie weit. Von nun an werden die Partien zwischen den Sonnenhörnern besonders interessant, und es ist vorzüglich auf folgendes das Augenmerk zu richten:

a) Zeigen sich farbige Säume um den Mondrand und deren Farbe?

b) Ist zwischen den Hörnern, wenn ihr Abstand schon sehr rasch abzunehmen beginnt ein Dämmerlicht vorhanden, oder umgibt den Sonnen- oder Mondrand irgendwo ein matter Lichtring?

c) An den Hörnerspitzen nach Protuberanzen aussehen; mit dem Mikrometer deren Grösse und Position abnehmen, und mit der beigegebenen Farbenscala ihre Farbe vergleichen.

Selbstverständlich sind zu allen beobachteten Erscheinungen die Zeitangaben hinzuzufügen. Beim Fortschreiten der Finsterniß wird es gut sein die Blendgläser zu wechseln, und nach und nach immer schwächere in Anwendung zu bringen; zum Theile auch die Sonnensichel ganz wegzustellen, und ohne Blendglas zu beobachten.

6. Beim Eintritte der Ringbildung den Moment beobachten, wenn dies stattfindet, und vorzüglich Folgendes im Auge behalten.

a) Geht die Ringbildung glattweg vor sich, oder durch Perlenbildung, und im letzteren Falle die Eigenthümlichkeiten, die sich dabei zeigen.

b) Wie erscheint der Mond auf der Sonnenscheibe in Bezug auf Farbe und Schattirung; umsäumen ihn Farbenringe?

c) Treten vielleicht während der Ringbildung an der Berührungsstelle von Sonnen- und Mondrand neue Protuberanzen auf; was hat der Sonnenring für eine Farbe, und welches Aussehen; zeigen sich Spuren der Corona?

7. Beim Herannahen des Endes der Ringförmigkeit, darauf achten, ob dabei vielleicht wieder Protuberanzen, an der, der früheren entgegengesetzten Seite der Sonne sichtbar werden, ob beim Brechen des Ringes sich Perlen bilden etc. etc., d. h. auf alle früher genannten Erscheinungen Acht geben, deren Auftreten nun aber zum Theile in umgekehrter Ordnung zu erwarten steht.

Von den bei der Ringförmigkeit bemerkten Phänomenen wird es gut sein, während der Dauer des Ringes so wenig als möglich, außer der Zeit ihres Auftretens und ihrer Lage bezüglich Sonne oder Mond zu notiren, und in Betreff alles Anderen auf die Treue des Gedächtnisses sich zu verlassen. So wie jedoch die Sonnensichel wieder anfängt größer zu werden, sind wenigstens mit Schlagwörtern alle bemerkten Phänomene aufzuschreiben, damit später nichts wichtiges vergessen werde. Ferner wird es für jeden einzelnen Beobachter schwer sein, alle hier genannten Erscheinungen während der Ringdauer mit gleicher Aufmerksamkeit zu verfolgen. Dies wird auch nicht verlangt. Die obige Instruction soll vielmehr als eine Zusammenstellung der Erscheinungen betrachtet werden, die bisher bei Sonnenfinsternissen bemerkt wurden, und dem Beobachter nur als Leitfaden dienen, auf welche Punkte er besonders sein Augenmerk zu richten

habe. So wie er jedoch eine oder die andere der oben genannten Erscheinungen erblickt, oder eine hier nicht angeführte sieht, die ihm auffällig und interessant vorkommt, so soll er von da an hauptsächlich mit dieser sich beschäftigen, und sie in allen Stücken so vollkommen als möglich zu beobachten trachten. Erst wenn dies geschehen, und ihm dann noch Zeit übrig bleibt, soll er nach andern Phänomenen sich umsehen.

Ehe ich zur Mittheilung der Instructionen für die übrigen Kategorien von Beobachtungen schreite, will ich einige Worte hinzufügen, über die Anordnungen die getroffen worden waren, um die Ausführung der gewünschten astronomischen Beobachtungen zu erleichtern.

Zur Messung der Positionswinkel der etwa auftretenden Protuberanzen und deren Größe, standen uns vier Fernrohre zur Disposition, versehen mit Ocularmikrometern von einer Construction, die Director v. Littrow in seinen „Andeutungen über astronomische Beobachtungen bei totalen Sonnenfinsternissen“ (Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften, Bd. XXXIX) angegeben hat. Über die Vertheilung dieser Fernrohre bei den einzelnen Partien von Beobachtern wird später das Nöthige mitgetheilt werden. Um jedoch auch jenen, welche mit Fernrohren ohne Mikrometer beobachten sollten, eine Darstellung der gesehenen Lichtphänomene nach dem Augenmaße thunlichst zu erleichtern, wurden auf Octavblätter Sonnenbilder gemalt, und dazu in dem entsprechenden Verhältnisse der Halbmesser von Sonne und Mond Mondscheiben aus, auf einer Seite geleimten Papiere ausgeschnitten, um die letzteren in jeder beliebigen Lage auf die ersteren aufkleben, dadurch ein dem gesehenen möglichst ähnliches Bild reproduciren, und sodann auf dieses die bemerkten Phänomene einzeichnen zu können. Nach unseren Erfahrungen halte ich einen derartigen Vorgang für den geeignetsten, um auch von Personen, denen keine Meßapparate zu Gebote stehen, oder die wenig Übung in der Handhabung solcher besitzen sehr schätzenswerthe Beiträge in Betreff der Lage der gesehenen Lichterscheinungen zu erlangen. Treten dieselben schon auf, so lange noch eine Sonnensichel vorhanden ist, so kann man überdies später durch eine Berechnung der Lage und Größe dieser Sichel, und Vergleichung des Resultates mit der Zeichnung den Grad der Übereinstimmung, d. h.

die Vertrauenswürdigkeit der Beobachtung wenigstens theilweise prüfen und controliren.

Um eine Gleichförmigkeit in der Schätzung der Farben zu erzielen, wurden mehrere Farbenscalen verfertigt (wie Taf. I, Fig. 2) bei denen die Farbenabstufungen de la Rue's Abhandlung über die totale Sonnenfinsterniß am 18. Juli 1860 entnommen sind. Von diesen erhielt jeder Beobachter eine, damit er sie während der Finsterniß vor sich hin lege, und darnach die Farben schätze.

Endlich waren, um das Wechseln der Blendgläser so bequem als möglich ausführen zu können, auf dem Oculardeckel 3—4 Blendgläser von verschiedener Intensität, und eine Öffnung ganz frei von jedem Blendglase in Schieberform angebracht. Außerdem hatte jeder Beobachter noch mehrere ganz schwache, mit Kobalt blau gefärbte Dämpfgläser zur Verfügung.

II. Instruction für die Beobachtungen mit freiem Auge und an Thier- und Pflanzenwelt.

1. Beim Fortschreiten der Finsterniß trachten sich eine Vorstellung zu verschaffen über die Abnahme der Helligkeit durch Versuchen, in welchen Entfernungen noch das Chronometer und Schriftsorten gelesen werden können.

2. Den Charakter der Verdunkelung angeben, ob dieselbe der Dämmerung ähnelt, nämlich die Umrisse verschwimmen, oder ob die letzteren wie beim Mondlichte scharf hervortreten. Am besten dürfte dies an den Contouren ferner Berge zu ersehen sein.

3. Der Farbenton des Meeres und der Landschaft ist zu beachten; und die Änderungen die darin während der Zunahme und Abnahme der Finsterniß hervortreten.

4. Auf die Färbung des Himmels, besonders die Unterschiede im Zenith und Horizont achten; ferner beim Herannahen der größten Phase den Charakter des Lichtes angeben; ob es unstet und vibrirend erscheint oder nicht, und ob sogenannte Schattenflüge vorkommen.

5. Während der Ringförmigkeit ist das Augenmerk vorzüglich auf das Aussehen der Sonne und deren nächste Umgebung zu richten. Hierbei ist hauptsächlich nachzusehen, ob die Sonne sich wirklich als Ring zeigt, welche Farbe und welchen Glanz sie besitzt; ob den hel-

len Ring noch ein matterer Lichtkranz umgibt, und die Eigenthümlichkeiten desselben.

6. Nachsehen ob Venus oder Jupiter sichtbar sind; erstere im Südwesten in mäßiger Höhe, letzterer unterhalb der Sonne, und die Farbe angeben die sie besitzen.

7. Es ist der Schatten verschiedener Gegenstände unter andern eines Stabes, einer Kugel und eines dichtbelaubten Zweiges zu betrachten. Sind die Schatten scharf begrenzt, oder zeigen sie an den Rändern Wallungen? sind Farbensäume vorhanden?

8. Auch auf das Verhalten der Thiere in der Umgebung beim Fortschreiten der Finsterniß ist Acht zu geben. Ebenso ist die Pflanzenwelt zu beachten, besonders, wenn Sinnpflanzen (Mimosen, Acazien, Hieracien) in der Nähe vorkommen.

III. Instruction für die meteorologischen Beobachtungen.

1. Hier sind Thermometerbeobachtungen besonders wichtig und zwar:

a) An einem Thermometer mit geschwärzter Kugel, der directen Bestrahlung der Sonne ausgesetzt.

b) An einem gewöhnlichen Thermometer ohne geschwärzte Kugel, ebenfalls der Sonne ausgesetzt.

c) An einem gewöhnlichen Thermometer (ohne geschwärzte Kugel) im Schatten.

d) An einem Psychrometer ebenfalls im Schatten.

Diese Thermometer sind vor der Finsterniß von 20^m zu 20^m, während der kleineren Phasen von 10^m zu 10^m und um die Mitte herum, etwa von $10^h\ 30^m$ bis $11^h\ 30^m$ Ortszeit von 5^m zu 5^m abzulesen. Unerläßlich ist es ferner zu jeder abgelesenen Zahl zu schreiben, ob die Sonne in heiterem Himmel stand, oder durch Wolkenzüge verdunkelt oder verdeckt wurde; ebenso ist die Angabe der Höhe der Instrumente über dem Boden erforderlich, und eine kleine Notiz über die Beschaffenheit der Umgebung wünschenswerth.

2. Außer Thermometer sind auch Barometermessungen vorzunehmen, jedoch nur in Intervallen von 15^m zu 15^m.

3. Endlich sind auch magnetische Beobachtungen in Intervallen von höchstens $1/4$ Stunde auszuführen.

4. Es ist der Charakter der vorhandenen Wolken anzugeben, und ein besonderes Augenmerk auf die etwa sich neu bildenden zu richten; es ist die Färbung derselben zu beachten, und ob ein Unterschied darin in der Nähe und Ferne von der Sonne bemerkbar und was für einer.

5. Auch auf die Beschaffenheit des Windes ist zu achten, besonders ob der sogenannte Finsternißwind eintritt. Es ist zu notiren die Zeit wann dies geschieht; die Richtung und Stärke der einzelnen Stöße, ob er während der Mitte der Finsterniß verschwindet oder schwächer wird und ob er nachher nochmals auftritt.

IV. Instruction für die physikalischen Beobachtungen.

1. Spectroskopische Untersuchungen, besonders während der Ringbildung.

2. Untersuchung der Polarisation der Atmosphäre zu verschiedenen Zeiten und Distanzen von der Sonne, hauptsächlich der Sonnenränder während der Zeit der Ringbildung.

3. Photometrische Untersuchungen angestellt an photographischem Papier, dadurch daß es zu verschiedenen Phasen der Finsterniß durch je zwei Minuten der Sonne ausgesetzt wird. Der Farbenton der einzelnen Blätter gestattet dann Rückschlüsse auf die Intensität des Lichtes die damals herrschte.

Wir wünschten auch während der Finsterniß photographische Aufnahmen ausführen zu lassen. Indeß gelang es trotz vielfacher Bemühungen weder Fregattencapitain Österreicher in Triest noch mir in Wien, einen für derartige Arbeiten geschulten Photographen zu gewinnen, und so mußte dieser Plan aufgegeben werden.

Durch das Zusammenwirken der oben genannten Herren mit dem Commandanten der Expedition, Fregattencapitain Österreicher und dem gesammten Officierscorps des Kriegsdampfers Fiume, welches mit größtem Vergnügen seine Betheiligung an den Beobachtungen zusicherte, und die Unterstützung, welche uns der Commandant des Kanonenbootes Gemse, Linienschiffslieutenant Stejskal, zugesagt hatte, war es möglich jede Classe von Beobachtungen mit mehreren Beobachtern zu besetzen. Dieser Umstand bewog mich eine Vertheilung derselben in drei Partien vorzunehmen, und davon die eine

an die Nordgrenze, die andere an die Südgrenze der Zone der Ringförmigkeit zu senden, und die dritte in der Centrallinie selbst aufzustellen, weil ich dadurch die Breite und Lage der Zone der Ringförmigkeit mit Genauigkeit ermitteln zu können hoffte. Die Bedeutung, welche die Lösung dieser Fragen, insbesondere der ersteren hätte, liegt zu klar am Tage, als daß der Versuch sie anzubahnen erst einer Rechtfertigung bedürfte, um so mehr als eine solche Aufstellung noch aus andern Gründen sehr zweckmäßig ist. Es treten nämlich fürs Erste bekanntlich bei Sonnenfinsternissen öfter partielle Bewölkungen ein, welche wohl an einem gewissen Orte, aber schon in dessen Nachbarschaft nicht mehr die Beobachtung der wichtigsten Momente hindern. Stellen sich nun alle Beobachter an einem Orte auf, so wird das Gelingen oder Mißlingen der gesammten Expedition so zu sagen auf einen Wurf gesetzt, während bei einer Vertheilung wenigstens theilweise Erfolge viel wahrscheinlicher werden. Wie sich später zeigen wird, trat dieser Fall gerade auch hier wieder ein. Fürs zweite sind, wie eine leichte Überlegung zeigt, vorzüglich bei ringförmigen Sonnenfinsternissen die Phänomene an der Sonne, wie Protuberanzen u. s. w. nur durch eine Vertheilung von Beobachtern über den ganzen Querschnitt des Vollschattenkegels in ihrer Gesammtheit und in ihrem Zusammenhange zu erforschen.

Da es jedoch an Kräften und Instrumenten mangelte alle drei Stationen in gleicher Vollständigkeit auszurüsten, wurde beschlossen die Station in der Centrallinie als Hauptstation zu betrachten, d. h. als solche, in welcher alle oben angeführten Beobachtungen so vollständig als möglich ausgeführt werden sollten, und in den beiden Grenzstationen blos die Lösung specieller Aufgaben anzustreben. Dadurch ergaben sich für die einzelnen Partien von Beobachtern folgende Instructionen.

A. Instruction für die Beobachter an den Grenzstationen (sowohl an der nördlichen als südlichen).

Der Leiter der Beobachtungen jeder dieser Stationen hat sich in die durch die Rechnung angegebene Grenzlinie der Ringförmigkeit aufzustellen, und dort selbst die Beobachtungen durchzuführen, welche in der Instruction für Beobachtungen mit dem Fernrohre (Nr. I.) enthalten sind. Durch die ihm zugewiesenen Gehilfen hat er unter seiner Leitung die meteorologischen Beobachtungen (Nr. III mit



Ausnahme der magnetischen) und die mit freiem Auge (Nr. II) ausführen zu lassen; ferner, falls es die Umstände gestatten, eine Zeitbestimmung vorzunehmen.

Die Natur der Dinge bringt es indeß mit sich, daß die Rechnung die Lage der Grenzlinie nicht mit absoluter Genauigkeit angeben kann, und die Beobachtungen sollen unter andern eben diese Lage kennen lernen. Um das letztere zu erreichen, sind nördlich und südlich von jeder der Grenzstationen je zwei Beobachter aufzustellen, der eine in zwei, der andere in vier Seemeilen Entfernung. Diese Beobachter haben vorzüglich darauf zu achten, ob es auf ihren Stationen noch zu einer Ringbildung kommt, oder nicht, und die nähern Umstände bei der größten Phase sorgfältig zu notiren. Alle andern Notizen die sie sammeln können, sind sehr erwünscht, treten jedoch gegen die obige Hauptaufgabe in den Hintergrund.

Für die Berechnung der zuletzt genannten Beobachtungen wird eine genaue Kenntniß des Ortes, an welchem sie angestellt wurden, erfordert, und es werden daher die Beobachter angewiesen, sich in die Nähe gut markirter Objecte aufzustellen, (etwa einer Kapelle, eines größeren Hauses, auffälligen Baumes etc.), und den Beobachtungsort überdieß durch Peilung bekannter Punkte so genau anzugeben, daß er später mit leichter Mühe wieder aufgefunden, und falls es wünschenswerth erscheint, mit beliebiger Schärfe bestimmt werden kann. Endlich sind die benützten Uhren kurz vor dem Abgange auf den Beobachtungsposten und gleich nach der Rückkehr von demselben mit dem Chronometer des Leiters der Station sorgfältig zu vergleichen.

Die gerechnete Nordgrenze der Zone der Ringförmigkeit ging durch Barsečinne eine kleine, 9 Seemeilen ($2^1/_4$ geographische) nordwestlich von Ragusa, an der Straße, welche letztere Stadt mit Spalatro verbindet, gelegene Ortschaft; die Südgrenze durch Antivari.

Zum Leiter der nördlichen Station wurde Linienschiffs-Fähnrich Řiha bestimmt. Die Leitung der südlichen übernahm Oberlieutenant v. Sternek. Die Berichte dieser beiden Herren folgen später ausführlich.

B. Instruction für die Beobachter in der Centrallinie.

Es wurde bereits erwähnt, daß die Station in der Centrallinie als Hauptstation angesehen wurde; es hatten sich daher auf derselben die meisten Beobachter gesammelt, und unter einander folgende Vertheilung vorgenommen:

I. Beobachtungen mit dem Fernrohre: Fregattencapitän Österreicher, Dr. Th. Oppolzer und Dr. Ed. Weiss.

II. Meteorologische und magnetische Beobachtungen. Linienschiffs-Fähnrich Schellander.

III. Physikalische Beobachtungen: Professor Osnaghi und Linienschiffs-Fähnrich Lorber.

IV. Beobachtungen mit freiem Auge und an Thier- und Pflanzenwelt: Major Skuppa und Corvettenarzt Dr. Loebisch.

Wir wollten auf dieser Station überdieß eine möglichst genaue geographische Ortsbestimmung vornehmen, nicht nur damit die Beobachtungen aller übrigen Stationen auf diesen Punkt, gleichsam als Normalpunkt reducirt werden könnten, sondern auch, damit die Expedition zur Orientirung des geographischen Netzes Dalmatiens einen Beitrag liefere. Den einen Theil der Arbeit, die genaue Bestimmung der geographischen Breite und Ortszeit, behielt Dr. Th. Oppolzer sich vor, dem der Director der nautischen Akademie Dr. F. Schaub zu diesem Zwecke freundlichst ein treffliches Universale geliehen hatte. Den andern Theil, die Längenbestimmung, wollten wir nicht allein von den beobachteten Momenten des Ein- und Austrittes der Finsterniß abhängig machen, sondern durch Messung von Hörnerabständen die Sicherheit des Resultates zu verstärken suchen.

Da Messungen von Hörnerabständen bekanntlich nur in kleineren Phasen mit Vortheil angestellt werden können, während derselben jedoch die Beobachtung der übrigen Phänomene noch weniger Interesse darbietet, sollte Linien-Schiffsfähnrich Lorber solche Messungen mit dem Sextanten vornehmen, und auch Fregattenkapitän Österreicher wollte an denselben nach Thunlichkeit sich betheiligen. Außerdem war auch Prof. Osnaghi Willens mit dem Schaub'schen Distanzmesser [1]) einem für solche Zwecke vorzüglich

---

[1]) Die Einrichtung dieses zur Beobachtung kleiner Winkel sehr geeigneten Instrumentes, welches der Hauptsache nach ein kleines Heliometer vorstellt, ist von Director F. Schaub im Almanach der österr. Kriegsmarine für 1863 beschrieben.

brauchbaren Instrumente Hörnerabstände zu messen, und Direktor Schaub hatte zugesagt, in Triest ebenfalls derartige Messungen auszuführen, damit den Berechnungen gleichwerthige correspondirende Beobachtungen zu Grunde gelegt werden könnten. Das Zählen der Sekunden hatte Linien-Schiffsfähnrich Schellander die Freundlichkeit zu übernehmen.

Ferner hatte Major Skuppa sich die dankenswerthe Aufgabe gestellt, die umliegende Landschaft in verschiedenen Momenten, ihrer Färbung und Beleuchtung gemäß darzustellen, und eine Beschreibung des vom Beobachtungspunkte sichtbaren Panoramas zu liefern.

Endlich wollte Schiffslieutenant O. Kern, von der Mannschaft des Dampfers Beobachtungen verschiedenerlei Art mit freiem Auge anstellen lassen, besonders über Sichtbarkeit von Venus, Jupiter und vielleicht anderer Sterne, und die Erscheinungen am Sonnenringe; Beobachtungen, zu denen Seeleute sich sehr gut eignen, da sie häufig sehr scharfe Augen besitzen.

Wie man aus dieser Zusammenstellung sieht, war es durch allseitiges freundliches Zusammenwirken möglich geworden, ein so einheitlich in einander greifendes Programm für die Beobachtungen zu entwerfen, wie es bisher, außer bei der Sonnenfinsterniß des Jahres 1860 noch bei keiner andern, gelungen war, und so durften wir uns auch der Hoffnung hingeben, schöne Erfolge zu erringen. Leider jedoch wurde der größte Theil der Bestrebungen und der darauf verwendeten Mühe durch die Ungunst des Wetters vereitelt. Wie die beifolgenden Berichte der einzelnen Stationen zeigen, war es an keiner möglich, das gegebene Programm vollständig einzuhalten. Auf der südlichen Grenzzone und in der Centrallinie konnte eintretenden Regens wegen wenig Nennenswerthes aufgezeichnet werden. Glücklicher indeß war die nördliche Station. Wohl hatte auch sie keines heiteren Himmels sich zu erfreuen, doch gelang es zeitweise und zum Glücke gerade in der Nähe des Maximums der Finsterniß die Sonne durch Wolkenlücken zu beobachten. Verbunden mit dem nicht minder glücklichen Umstande, daß der Leiter dieser Station Linien-Schiffsfähnrich Řiha es verstand, mit seltener Umsicht die wenigen Sonnenblicke die das Wetter ihm gestattete aufs trefflichste auszunützen, und seine Aufmerksamkeit gerade auf die wichtigsten Phänomene zu concentriren, geben seine Beobachtungen sehr

schätzenswerthe Resultate, wie die Discussion derselben zeigen wird. Ehe ich jedoch zu derselben schreiten kann, werde ich die Originalberichte, welche von den einzelnen Stationen geliefert wurden, mittheilen.

A. Berichte über die Beobachtungen an der Nordgrenze der Ringförmigkeit der Finsterniss.

1. Bericht des Leiters der Station Linienschiffsfähnrich Jos. Říha.

Ich wurde am Morgen des 5. März mit den beiden Seekadeten des Fiume, den Herren Sinkovsky und Ritter v. Goertz in Ragusa ausgeschifft, um mich von dort nach Barsečinne zu verfügen. Da ich indeß noch mehrere Begleiter benöthigte, um die im Programme gewünschte Aufstellung und die geforderten Beobachtungen vollständig ausführen zu können, wendete ich mich mit einem Schreiben des Herrn Fregattencapitäns Österreicher an den Herrn Corvettencapitän Ritter v. Herzfeld den Commandanten des in Gravosa vor Anker liegenden Kanonenbootes Wellebich, welches die Bitte enthielt, derselbe möge die Güte haben, mich bei den Beobachtungen noch durch einen oder mehrere seiner Schiffsofficiere unterstützen zu lassen. Diesem Ansuchen kam Corvettencapitän R. v. Herzfeld auf das Bereitwilligste nach und gab mir die Herren: Linien-Schiffsfähnrich Babich, Corvettenarzt Dr. Em. Weiß und Seekadet Kunwald mit. Inzwischen hatte sich sowohl in Ragusa als auch der daranliegenden Hafenstadt Gravosa die Kunde von diesem Unternehmen verbreitet, und allseitig so rege Theilnahme hervorgerufen, daß trotz der wenigen Stunden die ich nur dort verweilte, mir doch die Herren: Hauptmann Artholf und Lieutenant Graf Crennville, beide vom 4. Linien-Infanterie-Regimente Deutschmeister ihre Bereitwilligkeit zu erkennen gaben, sich der Expedition anzuschließen. Diesen Antrag nahm ich mit um so größerem Vergnügen an, da erst die Mitwirkung dieser Herren mir ermöglichte, alle vorgeschriebenen Beobachtungen auszuführen.

Ich hatte anfänglich die Absicht mich und meine Begleiter auf einer Barke nach den bestimmten Standorten führen zu lassen; allein das Meer war von den Stürmen der letzten Tage noch so bewegt, daß ich die Ausführung dieses Planes nicht für räthlich hielt, und

lieber den allerdings beschwerlicheren Landweg einzuschlagen beschloß. Wir brachen deshalb am 6. März beim ersten Grauen des Morgens auf mehreren Wägen von Ragusa auf, um noch rechtzeitig an unseren Bestimmungsorten einzutreffen, freilich mit sehr wenig Hoffnung auf einen günstigen Erfolg unserer Expedition, da während der Nacht der Himmel sich fast vollständig bedeckt hatte. In Malfi, dem südlichsten Punkte an dem noch beobachtet werden sollte — 4 Seemeilen südlich von Barsečinne — ließ ich Linien-Schiffsfähnrich Babich zurück, und in Tersteno — 2 Seemeilen südlich von Barsečinne — als zweiten Beobachter auf der Südseite der gerechneten Grenzlinie der Ringförmigkeit Seekadet Sinkovsky. Die übrige Partie kam um 7 Uhr Morgens in Barsečinne an, wo ich sammt den Herren Hauptmann Artholf, Lieutenant Graf Crenneville und Corvettenarzt Dr. Em. Weiß zurückblieb. Die beiden Seekadeten Kunwald und Ritter v. Goertz schickte ich noch weiter nördlich, den ersteren nach Slano, die nördlichste Station, den zweiten in die Nähe der Kapelle-St. Luca, einen, nach der mir zu Gebote stehenden Karte in der Mitte zwischen Slano und Barsečinne gelegenen Punkt.

Von den bei mir gebliebenen Begleitern übernahm Corvettenarzt Dr. Em. Weiß die Ausführung der meteorologischen Beobachtungen, während Hauptmann Artholf und Lieutenant Graf Crenneville ihr Augenmerk vorzüglich den mit freiem Auge sichtbaren Phänomenen zuwenden, daneben aber auch mit ihren Fernrohren zeitweilig die Sonne betrachten wollten. Überdies hatte der erstere aus Gefälligkeit das Zählen der Sekunden zugesagt, und der letztere sich erboten die wichtigsten Notizen niederzuschreiben.

Die Instrumente, welche uns zur Verfügung standen, waren folgende: Zur Beobachtung der Erscheinungen an der Sonne diente mir selbst ein vortreffliches, der k. k. Sternwarte in Wien gehöriges zweizölliges Zugfernrohr, von Plößl mit einem astronomischen Oculare von etwa 40facher Vergrößerung, aber ohne Mikrometervorrichtung. Zur Befestigung desselben diente eine starke Baumschraube. An Fernrohren hatten sonst noch: Med. Dr. Em. Weiß eines der größeren Bootsfernrohre des Wellebich, Hauptmann Artholf ein zweizölliges, Plößl'sches Zugfernrohr mit terestrischen Oculare, und Graf Crenneville ein Theaterperspectiv größter Art. Zu einer eventuellen Zeitbestimmung hatte ich mir vom Kanonenboote Wellebich einen

Sextanten mitgenommen; als Beobachtungsuhr diente das Dr. Th. Oppolzer gehörige Taschenchronometer, Vorauer Nr. 70, welches derselbe mir freundlichst zur Disposition gestellt hatte. Die meteorologischen Instrumente, einschließlich das Aneroidbarometer waren vom Dampfer Fiume.

Wir stellten uns in die Nähe einer an der Straße nach Slano gelegenen Kapelle auf, welche ringsherum mit Gräbern umgeben ist, und durch nachstehende Peilung näher bestimmt wird. Wenn man die nördlichste Spitze der Insel Calamotta mit der Südwestspitze der Bucht von Barsečinne verbindet, und diese Linie landeinwärts verlängert, so trifft sie gerade die obenerwähnte Kapelle, in deren Fensterrahmen ich mein Fernrohr einschraubte.

Gleich Anfangs regnete es ziemlich heftig; die Brise war OSO. deren Stärke 4 und dichte Nebel lagerten über dem Gebirge. Den Anfang der Sonnenfinsterniß konnte ich daher nicht beobachten; erst um $9^h\ 26^m$ [1]) zeigte sich ein Sonnenblick. Die Sonne war vom Monde schon etwas verdeckt, die Ränder und Hornecken völlig scharf. Den dunklen Mondrand konnte ich schon jetzt beiderseits beiläufig Einen Grad außerhalb der Sonne verfolgen, ohne jedoch irgend eine andere auffallende Lichterscheinung wahrzunehmen.

Abwechselnde Strichregen verhinderten mich nun durch etwa 30 Minuten den Verlauf der Verfinsterung weiter zu verfolgen; als indeß die Sonne wieder heraustrat, bemerkte ich um $9^h\ 59^m\ 53^s$ ganz deutlich, daß das obere Horn der Sonne nicht so scharf sei als das untere und um $10^h\ 1^m$ trat auch beim unteren Sonnenhorne eine Abstumpfung ein, die mir durch die Unebenheiten des Mondes verursacht schien.

Etwa $^1/_4$ Stunde später lagerte sich eine kleine Cirruswolke vor der Sonne, und erschien dabei schön rosenroth, etwa wie Nr. 1 (Taf. I, Fig. 2) der Farbenscala, und zwar war die Färbung am Sonnenrande intensiver. Als das Wölkchen von der Sonne sich entfernte, blaßte es ab. Dies Phänomen dauerte indeß nicht lange; denn es kam eine dichte Regenwolke mit einer Boë aus Ost und

---

1) Der Rechnung zufolge traten die wichtigsten Phasen der Finsterniß, reducirt auf die Zeitangaben des benützten Chronometers zu folgenden Momenten ein:

Beginn der Finsterniß	9^h	24^m	38^s
Mitte „ „	10	52	16
Ende „ „	0	23	38.

Ed. Weiß.



deckte die ganze Landschaft in Nebel und Finsterniß, wobei aber fast plötzlich alle Bewölkung im Nord verschwand und schöner heiterer Himmel sichtbar war.

Glücklicherweise kam die Sonne bald wieder zum Vorscheine. Ich hatte bisher mit dem röthlich gelben Blendglase des Fernrohres beobachtet, entfernte es aber um $10^h\ 36^m$ und versuchte die Sonnensichel ohne dasselbe zu betrachten. Sie blendete mich noch zu stark, ich nahm deshalb das ganz schwache blaue Glas, welches ich bei mir hatte vor, und erblickte nun um $10^h\ 37^m\ 50^s$, beim oberen Horne an der Peripherie der Sonnenscheibe ein Flämmchen, von röthlicher Farbe mit einem feinen Stich ins Bläuliche, dessen Lage, Form und Schattirung ich auf Taf. I, Fig. 1 und in etwas vergrößertem Maßstabe Taf. II, Fig. 2 so genau es mir möglich war, aufgezeichnet habe. Ich erkannte sogleich, daß dies eine Protuberanz sein müsse, und machte meine Umgebung, die mit freiem Auge nichts von dieser Erscheinung sah, darauf aufmerksam; sie richteten ihre Fernrohre nach der Sonne und sahen alle, ebenfalls mit solchen blauen Blendgläsern, wie ich mich eines bediente, dasselbe und bestätigten dadurch meine Vermuthung. Die Sonnenhörner hatten dabei eine ziemlich scharfe Spitze; etwa nach 3 Minuten wurde aber das obere merklich abgestumpft. Leider kam nun schon wieder ein dichter Nebel, bei dem ich während einiger Secunden noch ohne Blendglas die Protuberanz bemerkte. Der Nebel wurde aber sehr schnell dichter, zugleich traten Regenschauer ein, und das Gewölk wurde so mächtig, daß man nicht einmal den Ort, wo die Sonne sich aufhielt, erkennen konnte.

Um $10^h\ 50^m$ bemerkte ich, daß die Landschaft beträchtlich verdunkelt sei; es war ein falbes nichts sagendes Licht über die Gegend verbreitet; die Gegenstände fast schattenlos ziemlich scharf markirt; die See war auf etwa 15 Meilen im Umkreise tintenblau, während sie früher mehr ins Bleigraue spielte; weiter gegen den Horizont war sie silberglänzend. Eine Boë aus Ost brachte starken Gußregen und die Wärme nahm merklich ab.

Um $10^h\ 59^m$ zeigte sich abermals ein Sonnenblick, aber der Mond war schon auf die andere Seite getreten, die Hörnerspitzen scharf markirt. Gleich darauf wurde die Sonne jedoch wieder von einer vorbeiziehenden Wolke verdeckt; um $11^h\ 5^m$ trat sie indeß auf kurze Zeit in vollkommen klaren Himmel. Die Sonnensichel war wohl hell, indeß nicht so glänzend, daß sie das Auge zu sehr geblendet

hätte, und ich sah jetzt ohne Blendglas abermals eine Protuberanz. Sie hatte ganz die Größe und Form der Flamme die ich früher gesehen, aber ihre Farbe erschien mir gelbbraun, wie Nr. 6 der Farbenscala. Das obere Horn der Sonne war röthlichgelb intensiver an der Spitze, und allmälig schwächer werdend gegen den breiteren Theil der Sonnensichel zu. Der Mondrand war weit über die Sonnenscheibe hinaus zu bemerken und von einem schwachen gelben Lichtschein umsäumt, der unmittelbar am Sonnenhorne am breitesten und unmittelbar längs des Mondrandes am hellsten war und sich von da weg allmälig im hellen Hintergrunde verlor. Endlich zeigte sich innerhalb des Mondrandes ein gelblicher Schimmer der in der Gegend der Protuberanz am deutlichsten auftrat. Das untere Sonnenhorn betrachtete ich nur flüchtig, um mich über die Lage und Breite der Sonnensichel zum Behufe der Orientirung der Zeichnung, die ich von den gesehenen Phänomenen entwerfen wollte, zu unterrichten. Dabei fiel mir sogleich wieder die röthliche Färbung des Hornes auf, die der des oberen sehr ähnelte. Taf. II, Fig. 1 und 3 soll die gesehenen Erscheinungen versinnlichen.

Ich wendete mein Augenmerk gleich wieder auf die Erscheinungen am oberen Horne, und nun erschien mir um $11^h\ 6^m\ 58^s$ der oben erwähnte Saum um den außerhalb der Sonnenscheibe sichtbaren Mondrand viel heller als früher und ich bemerkte auch, daß in der Nähe des Sonnenhornes der Mondrand bedeutende Unebenheiten zeige. Leider verdunkelte ein von SO. fliegendes Gewölk die Sonne in diesem Augenblicke neuerdings, und ich war nicht im Stande diese so interessanten Erscheinungen weiter zu verfolgen.

Um $11^h\ 15^m$ zeigte sich die Sonnenscheibe wieder, allein durch das Gewölk nur so matt wie etwa die Mondsichel. Als aber das Gewölk sich verzogen hatte, erblickte ich durch das blaue Blendglas bei ganz klarem Himmel wieder einen feinen gelblichen Schimmer an der oberen Seite, des über die Sonne herausragenden Mondrandes. Es erschien mir auch als ob ich ihn jetzt eine weitere Strecke längs des Mondrandes verfolgen könnte als früher. Dies fand statt um $11^h\ 20^m\ 15^s$. Dieser Schein verlor sich später nach und nach, und etwa 15^m nachher, fing der Mondrand der früher scharfe Umrisse hatte, zu vibriren an, etwa so wie im Hochsommer die wärmeren Luftschichten zu zittern pflegen, nur nicht in derselben Stärke.

Ein abermals vorbeiziehendes Gewölk benahm mir die Aussicht. bis kurz vor dem Ende der Finsterniß der Himmel frei wurde und ich den Austritt des Mondes mit $0^h 23^m 22^s 5$ notirte, ohne dabei von irgend einer Erscheinung berichten zu können; denn sowie der Mondrand aufhörte die Sonne zu tangiren, verlor ich denselben aus dem Fernrohre.

Dies ist das kurze Ergebniß meiner astronomischen Beobachtungen. Die vom Corvettenarzte Dr. Em. Weiß ausgeführten meteorologischen Beobachtungen sind die auf der nächsten Seite folgenden.

Zum Aufhängen der Thermometer war kein besserer Platz zu finden als ein Maulbeerbaum; dadurch kamen aber, besonders die der Sonne ausgesetzten in Berührung mit Regenwasser, und variiren auf diese Art, je nachdem sie trocken oder naß waren. Sie hingen in einer Höhe von 3 Fuß über einem mit Steingeröll gemischten Humusboden; gegen die Seeseite war ein steiler Abhang mit Oliven bepflanzt; gegen das Land kahler Felsen. Das Barometer ist nicht sehr verläßlich, weil es von der Reise zu Wagen stark angegriffen zu sein schien. Die Stärke des Windes wurde nach den üblichen Abstufungen geschätzt, nach denen Windstille mit 0 heftiger Orkan mit 10 bezeichnet wird.

Von anderen interessanten Phänomenen mit freiem Auge war, außer den oben gelegentlich bemerkten, wegen der Ungunst der Witterung weiter nichts wahrzunehmen. Auch eine Zeitbestimmung konnte ich nicht ausführen, da Nachmittags der Himmel umwölkt war, und ich, als die beiden Seekadeten Kunwald und Ritter v. Görtz von ihren nördlicheren Stationen wieder in Barsečinne eingetroffen waren, noch an demselben Tage den Rückweg nach Ragusa antrat, um den Fiume, bei seiner Rückkehr dorthin nicht zu versäumen. In Tersteno und Malfi vereinigten wir uns mit den beiden dort zurückgelassenen Herren Linienschiffs-Fähnrich Babich und Seekadet Sinkovsky von denen ich zu meinem Leidwesen erfuhr, daß sie nur einmal und zwar um $9^1/_2$ Uhr beiläufig die Sonne auf wenige Augenblicke gesehen, aber durch nachfolgenden anhaltenden Regen verhindert gewesen seien, irgend welche Beobachtungen anzustellen. Glücklicher waren die beiden Herren Ritter v. Görtz und Kunwald, deren Berichte beifolgen; ich erwähne schließlich nur noch, daß der Stand ihrer beiden Uhren, gegen mein Chronometer Vorauer war:

Stand der Secundenuhr von Ritter v. Görtz $+ 6^m 40^s$

„ „ „ „ Kunwald $+ 6^m 30^s$

Uhrzeit		Thermometer R.				Wind		Formation der Wolken	Zug der Wolken	Aneroid-Barometer
		Schatten		Sonne		Richtung	Stärke			Pariser Mass
		trocken	nass	geschwärzt	ungeschwärzt					
9ʰ	0ᵐ	+ 7°4	+ 5°6	+ 7°2	+ 7°2	OSO	4	Strat. Nimb.	SO	27″ 0‴5
	20	7·1	5·3	6·0	6·2	″	″	″	″	″
	40	7·3	5·7	8·2	7·8	″	″	″	″	″
	50	6·9	6·0	8·6	8·4	″	″	″	″	27 0·2
10	0	7·8	5·7	8·3	8·4	″	″	Nimb. Strat.	″	″
	10	7·8	5·6	7·5	7·5	″	″	Nimb. Cum.	″	″
	20	7·2	5·4	6·6	6·4	″	″	″	″	27 0·1
	30	6·2	5·2	5·2	5·1	″	5	Nimb.	″	27 0·0
	35	6·1	5·2	5·1	5·1	″	4	″	″	″
	40	6·1	5·2	5·2	5·3	O	5	″	″	″
	45	6·3	5·2	5·5	5·5	″	4	″	″	″
	50	6·4	5·1	5·6	5·8	″	5	″	″	″
	55	6·4	5·1	5·6	6·1	″	5	″	″	″
11	0	6·6	5·1	6·1	6·7	″	4	″	″	″
	5	6·7	5·1	6·1	6·5	″	″	″	″	″
	10	6·8	5·2	6·5	6·7	″	″	Nimb. Cum.	″	″
	15	6·8	5·2	6·6	6·7	ONO	″	″	″	″
	20	7·0	5·3	7·1	6·8	″	″	″	″	″
	25	7·2	5·4	7·4	7·2	″	″	Nimb. Strat.	″	″
	30	7·2	5·4	7·6	7·5	″	3	″	″	″
	40	7·4	5·5	7·7	7·5	″	″	″	″	″
	50	7·4	5·5	7·7	7·3	″	″	″	″	″
12	0	8·0	5·5	8·7	8.5	″	″	″	″	″
	10	8·0	5·6	8·0	8·6	″	″	″	″	27 0·1
	20	8·0	6·1	7·6	7·4	″	″	″	″	″
	40	8.1	6·1	7·8	7·9	″	″	″	″	27 0·2
1	0	+ 8·1	+ 6·2	+ 7·9	+ 8·3	″	″	″	SO	27 0·2

Anmerkungen.

Bis 9h 3m Regen in Strömen; um 9h 6m hört er auf.
9h 13m Der Nebel hebt sich etwas.
9h 16m Sprühregen; 9h 20m starker Regen; 9h 26m ein Sonnenblick bei fortdauerndem Regen.
9h 53m Regen hört auf: Beginn von Haufenwolkenbildung.
10h 0m Die Sonne tritt wieder heraus; Bildung von Haufenwolken schreitet fort.
10h 13m Dichter Nebel im SW. Zenith blau; Farbe der Landschaft dunstig.
10h 15m Wind frischt auf.
10h 19m Ein Schäfchen vor der Sonne erscheint röthlich.
10h 40m Eine Boë aus Ost.
10h 47m See tintenblau, weiter silberhell.
11h 43m Sprühregen.

2. Bericht über die Beobachtungen in Majkovi vom Seecadet C. Ritter v. Goertz.

Dem Auftrage gemäß, suchte ich die Kapelle St. Luca, von wo ich die Beobachtungen machen sollte. Da ich aber trotz aller Nachfragen die benannte Kirche nicht finden konnte, sondern stets zur Antwort erhielt, daß eine solche weder existire, noch überhaupt jemals existirt habe, ging ich auf der Straße entlang noch etwas weiter nach Norden in das Dorf Majkovi, in dessen Mitte ich mich aufstellte. Das Haus von dem ich beobachtete war das einzige dicht an der Straße, und sein Ort ist durch folgende Peilungen näher bestimmt. Die Kirche St. Stefan liegt magnetisch im Süden, und der südliche Triangulirungspunkt der Insel Giupana (ebenfalls magnetisch) SW$^1/_2$W.

Das Fernrohr und die Secundenuhr, ein sogenanntes Halbchronometer gehörten beide Herrn Prof. Osnaghi, welcher die Güte hatte mir dieselben zu leihen. Das Fernrohr war ein Plössl von 18''' Öffnung auf einem Stative, mit einem astronomischen und einem terrestrischen Oculare versehen. Ich beobachtete mit dem letzteren.

Ich stellte mein Fernrohr auf der Terrasse des erwähnten Hauses auf; allein erst um 9h 45m klärte es sich etwas auf, und ich konnte nun erkennen, daß der Eintritt des Mondes in die Sonne schon geschehen sei. Die Sonnenhörner erschienen mir vollkommen spitz, der Mondrand scharf begrenzt, und nur zuweilen etwas wallend. Der

Rand des Mondes war dunkelblau gefärbt, in der ganzen Ausdehnung seiner Peripherie, die durch die Sonne begrenzt wurde. Im innern Theile desselben glaubte ich eine gelbe Färbung parallel zum Mondrande wahrzunehmen. Sonnenflecken und Protuberanzen bemerkte ich keine.

Bald aber traten wieder Wolken vor die Sonne, welche mit sekundenlangen Unterbrechungen bis 9ʰ 53ᵐ dauerten[1]), wo der Himmel sich etwas aufklärte. Das Bild hatte keine wesentliche Änderung gegen früher erlitten. Es wehte während dieser Zeit ein schwacher Ostwind Stärke 2, unterbrochen von Boën aus derselben Richtung, welche wohl die Stärke 5 erreichten. An der Beleuchtung der Landschaft bemerkte ich noch keine besondere Veränderung; doch wurde ich durch dunkle Wolken, die sich vor die Sonne legten, mehrmals getäuscht.

Wenige Augenblicke nach 9ʰ 53ᵐ verdunkelte sich die Sonne wieder durch vorbeiziehende Wolken, es fing sogar ziemlich stark zu regnen an, so daß ich gezwungen war meine Beobachtungen eine Zeit lang einzustellen, und das Fernrohr zu bedecken, um das Naßwerden des Objectives zu verhüten. Als sich dann um 10ʰ 17ᵐ der Himmel wieder aufklärte, befand sich der östliche Mondrand beiläufig im Centrum der Sonne, und ich erkannte an der Peripherie des Mondes deutlich zwei hervorragende Bergspitzen.

Nun fing auf der Landschaft eine Art Dämmerung an, sich langsam bemerkbar zu machen. Temperatur und Windrichtung blieben beiläufig dieselben; der Wind selbst aber schien an Stärke zuzunehmen. Die Landschaft verfinsterte sich immer mehr; die Schatten wurden immer unbestimmter, und das herrschende Licht falber. Auf die Thiere schien die zunehmende Finsterniß keinen Einfluß auszuüben.

Um 10ʰ 40ᵐ erschien die Sonne nur mehr als sehr kleine Sichel, und die Ränder schienen zu flammen. Nun näherten sich die Sonnen-

---

[1]) Zur Abschätzung der Größe der Phase in den einzelnen angegebenen Zeiten, setze ich hier die Hauptmomente der Finsterniß in Uhrzeit des obigen Halbchronometers her, wie die Rechnung sie ergibt:

Anfang der Finsterniß	9ʰ	17ᵐ	58ˢ
Mitte „ „	10	45	36
Ende „ „	0	16	58

Ed. Weiß.

hörner sehr schnell und vereinigten sich um 10^h 51^m 46^s [1]) am NW. Rande des Mondes, bildeten jedoch keinen scharf abgegrenzten continuirlichen Lichtstreifen, sondern waren von dunklen Striemen unterbrochen, welche den Lichtreif in langgestreckte Perlen zertheilten und, wie ich glaube, durch die Unebenheiten des Mondrandes hervorgerufen wurden. Vier Sekunden später trennten sich die Sonnenhörner wieder vollkommen, und bildeten eine Sichel, so daß der Mond um 10^h 51^m 50^s [1]) schon aus der Sonne herauszutreten begann. Im Zimmer war es so dunkel, daß ich mit Bleistift geschriebenes kaum lesen konnte. Die Schatten, welche einzelne Gegenstände warfen, waren ganz verschwommen; der Himmel verfinsterte sich im Westen sehr stark, und der Wind sprang nach SW. um. Da sich auch die Nebel lösten, konnte ich die Farbe des Meeres genau erkennen: sie war graublau, was vollkommen natürlich scheint, da die darüberschwebenden Wolken eine dunkelgraue Färbung hatten.

Während der Mond sich gegen die andere Seite bewegte, umwölkte sich der Himmel immer mehr und mehr, und es fing zu regnen an. Um 11^h 35^m glaubte ich bei einem kurzen Sonnenblicke die Mondperipherie beiläufig im Centrum der Sonne zu erblicken, allein gleich darauf ging die Sonne abermals in dichte Wolken. Die Temperatur, welche während der größten Verfinsterung stark gefallen war, fing wieder an zu steigen; die Brise dauerte fort; endlich bemerkte ich auch die langsame Zunahme des Lichtes sehr gut.

Gegen das Ende der Finsterniß zertheilten sich die Wolken an der Stelle wo die Sonne stand ein wenig, und ich konnte den Austritt des Mondes aus der Sonnenscheibe um 0^h 16^m 40^s zwischen Wolkenlücken beobachten.

3. Bericht über die Beobachtungen in Slano von Seecadet Th. Kunwald.

Ich wurde nach Slano beordert, mit der Bestimmung die am 6. März vor sich gehende Sonnenfinsterniß zu beobachten.

Ich stellte mich anfänglich bei der Kirche in Slano auf, ging aber hierauf in genau südlicher Richtung bis an's Meeresufer, theils

[1]) In beiden Angaben scheinen den Ergebnissen der Rechnung zufolge (siehe Note auf pag. 925) die Minuten 45 statt 51 heißen zu sollen. Das Versehen der Minuten erklärt sich wohl leicht aus der herrschenden Dunkelheit, und den zur Eile drängenden raschen Wechsel der Phänomene. Ed Weiß.

um die Beobachtungen ungestörter anstellen zu können, hauptsächlich aber, um die Veränderungen denen das Meer unterworfen werden würde, zu sehen.

Bis $9^h 35^m$ [1]) war die Sonne beständig ganz von Wolken verdeckt; auch regnete es zeitweise ziemlich heftig. Wind Borin. Um $9^h 40^m$ trat die Sonne zwar aus dem Gewölke, allein es war nicht möglich etwas zu unterscheiden, da der andauernde Regen das Glas des Fernrohres sogleich näßte. Der Wind springt um und bläst ziemlich leicht aus SSO.

Um $9^h 45^m$ trat die Sonne neuerdings auf einen Augenblick aus dem Gewölke, und da es im selben Momente zu regnen aufhörte, sah ich mit dem terrestrischen Fernrohre eines Pistor'schen Kreises den Mond schon ein Stück in die Sonne eingetreten. Sonnenflecken waren keine sichtbar; der Mond selbst ganz dunkel, die Peripherie desselben jedoch keine ganz regelmäßige Linie.

Um $9^h 55^m$ klärte sich der Himmel im SO. auf; es trat Windstille ein, der indeß gleich darauf, um 10^h eine Boë aus Ost folgte. Die Finsterniß nimmt langsam zu, doch scheint dieß die Thiere in meiner Umgebung auf keine Weise zu beunruhigen. Der Himmel umwölkt sich bei Wind aus SO. neuerdings gänzlich; die See beginnt rasch und sehr stark zurückzutreten.

Von nun an blieb es trüb, bis gegen die Mitte der Sonnenfinsterniß.

Um $10^h 50^m 40^s$ [2]) wendete sich die Sonnensichel nach rechts; und lief bis auf ein ganz kleines Stückchen am untern Rande mit dem Sonnenhorne auf der linken Seite zusammen, so daß ich im nächsten Momente ein Zusammenfließen beider Hörnerspitzen erwartete. Dies geschah indeß nicht, denn das untere linke Sonnenhorn verschwand plötzlich, während das rechte verblieb und sich stets vergrößerte. Von Perlenbildung bemerkte ich nichts, aber der Mond schien mir um diese Zeit an seinen Rändern viel lichter schattirt. Während

---

[1]) Nach obiger Uhrzeit fallen der Rechnung zufolge die wichtigsten Phasen der Finsterniß:

Anfang	auf	9^h	18^m	8^s
Mitte	„	10	45	46
Ende	„	0	17	8

[2]) Auch hier scheint 50^m aus Versehen statt 45^m notirt worden zu sein.

Ed. Weiß.

dieser Phase der Verfinsterung hatte das Meer eine dunkle graublaue Färbung.

Von 11^h bis 11^h 50^m starker, anhaltender Regen bei einer Boë aus Ost. Gegen 12^h hörte der Regen auf; um die Sonne herum wurde der Himmel rein, sonst blieb er stark bewölkt. Der Wind blies aus SO. Um 0^h 16^m etwa trat das Ende der Finsterniß zwischen Wolken ein: der Wind nahm an Stärke zu, und es fing wieder zu regnen an.

B. Bericht über die Beobachtungen in der Centrallinie.

Zusammengestellt von Dr. Ed. Weiß.

Am Mittage des 5. März langte der Dampfer Fiume in der Bucht von Castelnuovo an, und warf im Hafen von Porte Rosa Anker. Gleich darauf stiegen wir ans Land, und führten eine gemeinschaftliche Rekognoscirung der umliegenden Höhen aus, um den geeignetsten Punkt für die Beobachtungen ausfindig zu machen. Als solchen erkannten wir das Plateau vor dem Fort Caballo, welches am Nordabhange des Berges Lustizza vis-à-vis der Punta d'Ostro gelegen, zur Deckung der Einfahrt in die Bucht von Castelnuovo dient. Man genießt von dort aus nicht blos eine freie Aussicht auf das Meer und die reizende Bucht von Castelnuovo, mit Einschluß des letztgenannten, malerisch an dem Abhange eines steilen Berges erbauten Städtchens, sondern übersieht auch eine Landschaft, die durch Abwechslung von Schneefeldern mit schroffen, kahlen Felsabstürzen und vegetationsbedeckten Gefilden, für die Beobachtungen mit freiem Auge, eine reiche Ausbeute von prachtvollen Beleuchtungseffekten versprach.

Nachdem wir uns über die Vertheilung der Beobachter auf dem Plateau geeinigt, kehrten wir auf's Schiff zurück, um noch an diesem Tage den Transport der Instrumente dorthin zu besorgen. Diese Instrumente bestanden: aus einem dreizölligen Fernrohre von Fraunhofer und einem ebensogroßen Dollond, beide parallaktisch montirt, mit Okularmikrometern versehen, und der k. k. Sternwarte in Wien gehörig. An dem ersteren wollte ich, an dem letzteren Fregattencapitän Österreicher beobachten. Dr. Th. Oppolzer besaß ein astronomisches Fernrohr von Plössl von 30''' Öffnung, ebenfalls mit einem Mikrometer versehen. Das zu den physikalischen Beobachtungen dienende Spectroskop und Polariskop waren Eigenthum von Prof. Osnaghi, die meteorologischen Instrumente und der magnetische Theodolit vom Bord des Fiume. Überdieß hatten wir ein Uni-

versale zur Breitenbestimmung mitgenommen, und auch mehrere Sextanten und ein Schiffschronometer von Vorauer wurden auf die Anhöhe geschafft. Auf letzteres sollten alle Zeitangaben bezogen werden: zur Bestimmung der Momente des Beginnes und Endes der Ringförmigkeit hatte ich selbst außerdem noch eine montre pointeur von Krille bei mir. Über die Beobachtungen, welche hier ausgeführt werden sollten, die Beobachter welche an diesem Orte beisammen waren, und die gegenseitige Vertheilung der Arbeiten, ist das nöthige bereits in der Instruction für die Beobachter in der Centrallinie gesagt.

Am Abende des 5. März gingen wir nochmals auf den Berg, richteten auf dem ausgewählten Beobachtungsorte alles was nöthig schien vor, und machten mit dem Auspacken und Aufstellen der Instrumente den Anfang. Insbesondere hatte Dr. Th. Oppolzer alle Vorkehrungen getroffen, mittelst des Universale eine Zeitbestimmung vorzunehmen, und die Breitenbestimmung zu beginnen: allein das den ganzen Tag vollkommen wolkenfreie Firmament bedeckte sich so rasch, daß der Versuch aufgegeben werden mußte.

In der Nacht vom 5. auf 6. März verdrängte der Scirocco die nördliche Luftströmung vollständig; am Morgen des 6., dem der Finsterniß war es daher vollkommen umwölkt, und die Gipfel der benachbarten Gebirgszüge von schweren Regenwolken eingehüllt. Unter diesen Umständen war wohl vorauszusehen, daß heftige Regengüsse nicht ausbleiben würden; allein trotzdem wurde noch früh am Morgen die Aufstellung der Instrumente vollendet, und jeder wartete mit Spannung auf seinem Posten, in der Hoffnung, daß doch vielleicht ein oder das andere Mal ein Riß in der Wolkendecke entstehen, und den Anblick der Sonne gestatten könnte. Statt dessen verdüsterte es sich immer mehr und mehr, und es trat kurz vor dem Eintritte der Finsterniß der schon lange gefürchtete Regen ein, der nach und nach heftiger wurde, und bald eine solche Intensität erlangte, daß sämmtliche Instrumente in das Zimmer des wachhabenden Officiers auf Fort Caballo gebracht werden mußten, um sie vor zwecklosem Verderben zu schützen. Als dieß geschehen, gingen wir wieder auf das bereits mehrfach erwähnte Plateau, und harrten trotz des in Strömen niederfließenden Regens bis zum Schlusse der Finsterniß im Freien aus, um wenigstens den Charakter der Färbung der Landschaft, das einzige was wir thun konnten, uns anzusehen.

Beim Fortschreiten der Finsterniß nahm die Dunkelheit zwar langsam aber stetig zu, und erreichte um die Zeit der Ringförmigkeit nach und nach einen so hohen Grad, daß man sie unmöglich den vorhandenen Wolken allein zuschreiben konnte. Dabei war während der Zeit der größten Phase, die Schattirung der Landschaft farb- und tonlos: über dem Meere lagerten dichte Nebel, die es mit einer stahlgrauen Decke überzogen: die Regenwolken hatten eine ungewöhnlich düstere bleigraue Färbung, der nur im Osten, gegen den Horizont zu ein Stich ins röthliche beigemischt war. Andere interessante Phänomene bemerkten wir sonst keine: nur dem geübten Auge des Herrn Fregattencapitäns Oesterreicher gelang es einigemale Erscheinungen wahrzunehmen, die man gewöhnlich als Schattenflüge bezeichnet, während sie uns übrigen ihrer Schwäche wegen entgingen.

Zur Beurtheilung der Dunkelheit, die bei der größten Phase eintrat, diene die Notiz, daß man im Fort Caballo, im Zimmer des wachhabenden Officiers Lichter anzünden mußte, um schreiben zu können, und daß in Castelnuovo dasselbe nöthig war.

Hatte beim Fortschreiten der Finsterniß die Helligkeit nur allmählich abgenommen, so war dieß mit deren Zunahme nicht ebenso: im Gegentheile, als die Ringförmigkeit vorüber war, und die beiden Himmelskörper wieder aus einander zu weichen begannen, wurde es rasch, so zu sagen, sichtlich heller, und als die Finsterniß beiläufig auf die Hälfte abgenommen hatte, bot der Himmel keine andern Erscheinungen mehr dar, als sie gewöhnlich bei düstereren Regentagen sich einstellen.

Außer diesen wurden auch noch meteorologische Beobachtungen angestellt. Da sie indeß unter den obwaltenden Umständen keine wissenschaftliche Bedeutung beanspruchen können, unterlasse ich es, sie ausführlich mitzutheilen, und erwähne nur, daß das Barometer im langsamen Fallen begriffen war, und die Depression der Temperatur bei der Mitte der Finsterniß $2^1/_2{}^\circ$ R. betrug. Der Wind blies aus SSO. bis SO.; um die Zeit der größten Finsterniß kamen einige Windstöße aus O. Später legte er sich vollständig.

Der Regen dauerte fort, bis die Finsterniß bereits $^1/_2$ Stunde vorüber war: dann hörte er auf und es trat eine partielle Aufheiterung ein. Deßhalb versuchte des Abends Dr. Th. Oppolzer nochmals eine Zeit- und Breitenbestimmung auszuführen, indeß mit

keinem besseren Erfolge als am Abende des 5. März, da der Scirocco wieder die Oberhand gewonnen hatte, und es neuerdings zu regnen anfing. Es wurde nun von der geographischen Ortsbestimmung um so eher Abstand genommen, als sie ohnedieß hätte unvollständig bleiben müssen, da eine Längenbestimmung, beim Mißlingen jeder astronomischen Beobachtung während der Finsterniß, nicht mehr ausführbar schien. Als daher am Morgen des 7. die Gemse, Herrn Oberlieutenant v. Sterneck von der südlichen Station wieder nach Porte Rosa zurückbrachte, lichtete auch der Fiume die Anker, und wir traten den Heimweg an.

C. Bericht über die Beobachtungen an der Südgrenze der Ringförmigkeit.

Vom Leiter der Station Oberlieutenant R. v. Sternek.

Als der Fiume am 5. März gegen 11^h Vormittags vor Porte Rosa Anker warf, schiffte ich sogleich auf das Kanonenboot Gemse über, weil der Commandant desselben, Linien-Schiffslieutenant Stejskal, der mit Bewilligung der Marinebehörde freundlichst zugesagt hatte, mich nach Antivari zu bringen, bereits hatte heizen lassen, um bei unserer Ankunft ohne Verzug fortfahren zu können. Unterwegs weihte ich die Herren Schiffsfähnriche Graf Hoyos und Mazal, so wie den Seekadeten Junge, welche mit Genehmigung des Commandanten der Gemse an den Beobachtungen theilzunehmen versprachen, in das Wesen derselben ein, bestimmte die Aufstellungsorte und traf alle sonstigen Vorbereitungen.

Um 4^h Nachmittags lief das Schiff in die Baja di Antivari ein, worauf wir sobald als möglich die Instrumente an das Land brachten, auf Pferde packten und den Weg nach Antivari in Begleitung des österreichischen Consuls antraten. Das Hauptinstrument bestand aus einem dreizölligen Fraunhofer des k. k. militär-geographischen Institutes mit Mikrometerocular, welches ich mir für die Beobachtung der Finsterniß mitgenommen hatte. Die meteorologischen Instrumente, so wie ein Taschenchronometer von Vorauer waren mein Eigenthum. Überdieß hatte ich vom Bord des Fiume einen astronomischen Theodoliten bei mir, mittelst dessen ich eine Zeit- und Breitenbestimmung ausführen wollte, und einen Sextanten vom Bord

der Gemse. Meine Begleiter, die Herren Schiffsfähnriche Graf Hoyos und Mazal, so wie der Bruder des ersteren hatten Zugfernröhre größerer Art. Der Herr Commandant der Gemse, Linien-Schiffslieutenant Stejskal hatte die Güte uns nach Antivari zu begleiten, und alle nothwendigen Verhandlungen mit den türkischen Behörden wegen unserer Unterkunft etc. zu besorgen, eine Aufgabe, die bei der Kürze der uns zu Gebote stehenden Zeit mit nicht geringen Schwierigkeiten verknüpft war.

Da es bei dem Charakter der Bewohner jener Gegenden, welche unser ganzes Gebahren sehr mißtrauisch betrachteten, nicht räthlich schien, einzelne Personen in weiteren Strecken von einander aufzustellen, es mir jedoch an Leuten mangelte mehrere Personen an je zwei Stationen nördlich und südlich von Antivari zu senden, beschloß ich beiderseits nur je eine Station, indeß statt in zwei in drei Seemeilen Entfernung, einzurichten. Den südlichen Punkt, Dobrovoda, ein kleines Dorf im SO. von Antivari bezog Schiffsfähnrich Mazal, und brach am 6. in Begleitung eines Maschinisten um 5 Uhr Morgens dahin auf, und kam um $8^1/_2{}^h$ dort an. Zum nördlichen Beobachtungspunkte war der drei Seemeilen nordwestlich von Antivari befindliche Felsenvorsprung, südlich von der Punta tramontana ausgewählt worden, auf den am 6. Morgens Schiffsfähnrich Graf Hoyos sammt seinem Bruder sich zu Schiffe begab. Ich selbst richtete mir so gut es ging im Hause des österreichischen Consuls ein Observatorium ein und ließ um $9^h\ 20^m$ die meteorologischen Beobachtungen beginnen, welche Seekadet Junge die Güte hatte zu besorgen.

Um diese Zeit war der Himmel ganz umwölkt, und nur stellenweise kleine Risse in der Wolkendecke. Um $9^h\ 30^m\ 50^s$ beobachtete ich den Eintritt des Mondes in einem Positionswinkel von 278° von N. über O. gezählt, und auf den Horizont bezogen; es hat jedoch diese Beobachtung keinen Anspruch auf Genauigkeit, da die Sonne erst wenige Augenblicke vorher durch Wolken sichtbar wurde.

Einige Minuten später wurde die Sonne durch dichte Wolken verdeckt, und es fing zu regnen an. Erst um $11^h\ 10^m$ war die Sonne wieder auf einen Moment zu sehen, die größte Phase indeß schon vorüber. Später sah ich die Sonne noch dreimal, aber immer nur auf einige Augenblicke, und vor dem Ende der Finsterniß das letzte Mal um $12^h\ 10^m$. Von eigentlichen Beobachtungen kann ich daher

wenig sagen. Die größte Dunkelheit trat gegen $10^h\ 55^m$ [1]) ein; sie glich der, wie sie vor einem schweren Gewitter zu sein pflegt. Der Himmel war im Zenith röthlich, im Horizont bläulich gefärbt; der Wolkensaum farblos um $11^h\ 25^m$ jedoch bläulich. Kurz vor und nach der größten Verfinsterung nahm die Helligkeit ziemlich rasch ab und zu.

Die meteorologischen Beobachtungen theile ich nicht ausführlich mit, da sie mir bei dem Zustande des Himmels ziemlich werthlos scheinen. Als Ergebniß derselben will ich nur kurz anführen, daß das Barometer langsam stieg, das Thermometer im Schatten vom Anfange bis zur Mitte der Finsterniß von 7°3 R. auf 5°6 R. fiel, und sich bis zum Ende wieder auf 6°9 R. hob. Der Wind wehte mäßig aus NO., während des Maximums der Verfinsterung trat aber Windstille ein.

Von den beiden Stationen nördlich und südlich von mir erhielt ich nur die Angaben, daß wohl die Sonne einige Male verfinstert gesehen wurde, aber auf so kurze Zeit, daß keinerlei Beobachtungen angestellt werden konnten.

Außerdem erfolgten auf der südlichen Station gegen 11^h zwei heftige Windstöße aus S. und auch auf der nördlichen war zur Zeit der größten Verfinsterung ein Umspringen des Windes bemerkbar. Um indeß in diesem Berichte alles zu erwähnen, füge ich noch hinzu, daß sowohl auf meiner Station in Antivari, als auch in Dobrovoda zur Zeit der größten Verfinsterung die Hühner und Hähne heftig schrieen.

Bereits am 5. März Abends gegen 8 Uhr machte ich den Versuch mittelst des astronomischen Theodolithen eine Zeit- und Breitenbestimmung vorzunehmen. Ehe ich jedoch das Instrument rectificirt hatte, überzog sich der Himmel mit Wolken. Am 6. Nachmittags gelang es mir zwischen 2^h und 3^h mit dem Sextanten acht Sonnenhöhen zu messen, die (unter der Annahme für die Lage meines Beobachtungsortes 19° 5′ östlich von Greenwich und 42° 4′ nördl. Breite) mit einer sehr guten Übereinstimmung die Correction meines Chronometers zu $+5^m\ 35^s9$ gegen mittlere Ortszeit ergeben. Die

---

[1]) Oder mit der unten gegebenen Chronometercorrection um $11^h\ 0^m6$ mittlere Zeit zu Antivari, in naher Übereinstimmung mit der Rechnung, die unter Annahme einer östlichen Längendifferenz des Beobachtungsortes von $1^h\ 16^m\ 20^s$ gegen Greenwich für die Zeit der größten Phase $11^h\ 3^m8$ ergibt.

Ed. Weiß.

Zeit, zu der ich den Eintritt des Mondes beobachtete ist also 9^h 36^m 25^s9 mittlere Zeit Antivari, indeß aus den oben angegebenen Gründen nicht sehr sicher.

Am Abende desselben Tages versuchte ich noch eine Polhöhenbestimmung mittelst des Theodoliten, doch wurde auch dieser Versuch durch schlechtes Wetter vereitelt. Inzwischen waren auch die Beobachter an der nördlichen und südlichen Station wieder zu mir gestoßen; ich begab mich mit diesen an Bord der „Gemse“ zurück, mit welcher wir am 7. um $3^1/_2{}^h$ Morgens Antivari verließen und um 8^h in Porte Rosa einliefen.

Den Berichten über die Beobachtungen an der südlichen Station und in der Centrallinie ist sehr wenig hinzuzufügen, da eigentliche astronomische Beobachtungen während der Finsterniß gar keine gelangen. Die einzige astronomische Date, die Zeit des Eintrittes der Finsterniß in Antivari, ist vom Beobachter, Oberlieutenant R. v. Sterneck selbst als unsicher angegeben worden, und scheint in der That, etwas zu spät notirt zu sein, wie auch den Umständen zufolge, unter denen die Beobachtung gelang, nicht anders erwartet werden kann. Die Rechnung ergibt nämlich für den Beginn der Finsterniß 9^h 36^m 9^s mittlere Zeit Antivari, während die Beobachtung hierfür 9^h 36^m 25^s9 ansetzt. Nicht so ist es jedoch mit den Beobachtungen auf der nördlichen Station, die im Gegentheile mehrere sehr wichtige Wahrnehmungen enthalten.

Die drei Orte der nördlichen Station, an denen Beobachtungen gelangen, wurden vor Allem andern nach den Angaben der einzelnen Berichte auf einer Generalstabskarte Dalmatiens eingezeichnet, und dadurch für dieselben folgende geographische Positionen gefunden:

	östl. Länge v. Greenwich	nördl. Breite
Barsečinne	1^h 11^m 49^s	$42°$ $43'7$
Majkovi	1 11 41	42 46·0
Slano	1 11 35	42 46·8

Ich will nun zunächst die Resultate der Beobachtungen mit denen der Berechnung vergleichen, und zwar nicht nur jene, welche sich auf das Eintreten der Hauptmomente der Finsterniß, sondern auch jene, welche sich auf die Lage der Zone der Ringförmigkeit beziehen. Ich werde daher zuerst die Correction der einzelnen bei

den Beobachtungen gebrauchten Uhren, besonders die des Taschenchronometers von Dr. Th. Oppolzer, auf das die übrigen bezogen sind, mittheilen, was aber leider nur genähert geschehen kann, da während der ganzen Expedition Zeitbestimmungen sich nicht ausführen liessen.

Vergleichungen mit dem Schiffchronometer Vorauer dessen Gang aus seinem Stande gegen Triester Zeit am 24. Februar und 10. März auf der Marinesternwarte jener Stadt abgeleitet, und mit den früheren Gängen fast identisch gefunden wurde, ergaben als Stand von Oppolzer's Taschenchronometer gegen mittlere Greenwicher Zeit:

März 7, 8^h Abends . . . . —1^h 5^m 48·4.

Die Genauigkeit dieser Angabe können wir noch durch direkte Zeitbestimmungen, die Dr. Th. Oppolzer auf seiner Sternwarte ausgeführt, prüfen. Nach denselben war der Stand seines Chronometers gegen mittlere Zeit Wien (Josephstadt):

			tägl. Gang
1867 Februar 20 . . .	1^h 38^m :	+ 0^m 7·6	
März 23	1 28 :	— 0 36·1	—1·41

darnach ist der Stand:

März 7 8^h gegen mittl. W. Zeit . . . —0^m 15·3

oder gegen mittl. Greenw. Zeit . . —1^h 5^m 40·8

so nahe mit der früheren Bestimmung harmonirend, als man nur immer erwarten darf. Ich habe das Mittel beider als Correction des Chronometers angenommen [1]), also:

[1]) Um die Berechtigung für dies Verfahren nachzuweisen, lasse ich hier eine Zusammenstellung der Zeitbestimmungen folgen, die Dr. Th. Oppolzer zwischen 1866 December 6 und 1867 Februar 10 ausgeführt hat, aus welchen sich auf den ersten Blick ergibt, daß sein Chronometer ein vortreffliches ist. Es sei nur die Bemerkung noch hinzugefügt, daß das Chronometer stets getragen, und sein Gang am 12. Februar retardirt wurde.

		Datum		Stand		tägl. Gang
1866 December	6	5^h	8^m	-0^m	30·6	
„	14	4	35	—0	44·7	—1·76
„	22	1	6	—1	3·2	—2·36
„	30	23	35	—1	17·1	—1·54
Jänner	9	1	28	—1	39·3	—2·45
„	20	0	10	—2	8·7	—2·84
„	26	1	4	—2	24·2	—2·57
Februar	10	22	4	—3	11·6	—2·99

1867 März 7. 8ʰ Stand: —1ʰ 5ᵐ 44ˢ6 geg. mittl. Zeit Greenw.

Gebraucht wird der Stand für März 5 23ʰ oder 1·4 Tage früher; mit dem oben angeführten Gange wird nun:

Stand. März 6·0:	— 1ʰ	5ᵐ	42ˢ 6	geg. mittl. Greenw. Zeit
Längendifferenz (Barsečinne Greenwich)	+ 1	11	49·0	
Chron. Stand. März 6·0:	+ 0	6	6·6	geg. mittl. Barseč. Zeit.

Mit Berücksichtigung der Längendifferenz der drei Orte Barsečinne, Majkovi und Slano und der im Berichte des Leiters der Station, Linienschiffsfähnrich Řiha, mitgetheilten Correctionen der Uhren der beiden Seekadeten Ritter v. Goertz und Kunwald gegen Oppolzers Chronometer haben wir nun:

Stand d. Uhr von Ritt. v. Goertz: +12ᵐ 38ˢ geg. mittl. Zeit Majkovi
„ „ „ „ Kunwald : +12 22 „ „ „ Slano.

Die Berechnung von Anfang, Mitte und Ende der Finsterniß für Barsečinne ergab mir:

Anfang der Finsterniß:	9ʰ	30ᵐ	44ˢ	mittlere Zeit Barsečinne
Mitte „ „ :	10	58	22	„ „ „
Ende „ „ :	0	29	44	„ „ „

Für die beiden andern Orte habe ich die Berechnung nicht von Neuem durchgeführt, sondern die für Barsečinne gefundenen Zeiten nur durch Anbringen der Längendifferenz auf die Ortszeit jener beiden Orte reducirt, also angenommen, daß die Hauptmomente der Finsterniß an allen drei Plätzen gleichzeitig eingetreten seien, was bei der geringen Entfernung derselben von Barsečinne nur um Bruchtheile einer Sekunde falsch sein kann.

Bringt man der Bequemlichkeit halber die berechneten Zeiten durch Hinzufügen der Uhrcorrectionen auf Uhrzeiten der betreffenden Orte, so hat man schließlich:

Barsečinne	Anfang:	9ʰ	24ᵐ	38ˢ	Barseč.	Chron.	Zeit
	Mitte:	10	52	16	„	„	„
	Ende:	0	23	38	„	„	„
Majkovi	Anfang:	9	17	58	Majk.	Uhr	Zeit
	Mitte:	10	45	36	„	„	„
	Ende:	0	16	58	„	„	„
Slano	Anfang:	9	18	8	Slano	Uhr	Zeit
	Mitte:	10	45	46	„	„	„
	Ende:	0	17	8	„	„	„

Von diesen Zeiten sind beobachtet in Barsečinne und Majkovi das Ende der Finsterniß, wenn man die ganz beiläufige Angabe in Slano außer Acht läßt; sie lauten:

	Ende		Differenz
	Beobachtet	Berechnet	Beob. — Rech.
Barsečinne (Řiha)	$0^h 23^m 22^s 5$	$0^h 23^m 38^s$	$-15^s 5$
Majkovi (R. v. Goertz)	0 16 40	0 16 58	-18

Außerdem ist in Majkovi und Slano die Mitte der Finsterniß beobachtet, und man hat, nach Verbesserung des bereits bei den Berichten beider Beobachter angezeigten Versehens in der Angabe der Minuten:

	Mitte		Differenz
	Beobachtet	Berechnet	Beob. — Rech.
Majkovi (R. v. Goertz)	$10^h 45^m 48^s$	$10^h 45^m 36^s$	$+12^s$
Slano (Kunwald)	10 45 40	10 45 46	-6

Die Übereinstimmung der Beobachtungen mit der Rechnung ist recht befriedigend, wenn man bedenkt, daß sowohl die Uhrcorrectionen als auch die angenommenen Längendifferenzen auf mehrere Sekunden unsicher sind. Übrigens verdient bemerkt zu werden, daß die Übereinstimmung im Allgemeinen noch etwas besser geworden wäre, hätte man die Uhrcorrection so angenommen, wie sie aus Oppolzers Zeitbestimmungen allein folgt. Es mag dies vielleicht darin seinen Grund haben, daß der Gang seines Taschenchronometers, das er beständig trug, durch den heftigen Sturm im Quarnero weniger alterirt wurde, als der des Schiffschronometers.

Aus den Berichten der beiden Seekadeten R. v. Goertz und Kunwald folgt unzweifelhaft, daß der erstere eben noch innerhalb der Zone der Ringförmigkeit, der letztere aber knapp außerhalb derselben stand. Man wird daher sehr wenig irren, wenn man annimmt, die wirkliche Grenzlinie der Ringförmigkeit sei in der Mitte zwischen beiden Beobachtern hindurchgegangen. Das Gradnetz der Generalstabskarte als richtig vorausgesetzt, hat der Standort von R. v. Goertz einen senkrechten Abstand von 2'3 der von Kunwald von 3'8 von der gerechneten Grenzlinie: es gab also die Rechnung die Lage der nördlichen Grenzlinie der Ringförmigkeit nur um 3'0 d. h. $^3/_4$ geographische Meilen zu südlich an. Für die Präcision unserer jetzigen Mond- und Sonnentafeln kann es wohl keinen sprechenderen Beweis geben, als diese treffliche Überein-

stimmung zwischen Beobachtung und Rechnung, die ich nun bereits zum zweitenmale [1]) Gelegenheit habe zu konstatiren.

Es ist sehr zu bedauern, daß auf der südlichen Grenzstation keine ähnliche Bestimmung gelang, weil erst dadurch der Zug der Zone der Ringförmigkeit auf der Erdoberfläche vollständig bekannt geworden wäre. Nach dem Mißlingen der Beobachtungen im Süden können die im Norden wohl kaum mehr darbieten als einen guten Anhaltspunkt zur Beurtheilung des Grades der Genauigkeit, den man unter normalen Verhältnissen bei einer sorgfältigen Rechnung zu erwarten berechtiget ist. Dies ist auch der Grund, warum ich auf eine genauere Bestimmung der nördlichen Standorte, als die Generalstabskarte sie geben kann, verzichtete, weil zu diesem Zwecke deren Genauigkeit vollkommen hinreicht. Ein solcher Anhaltspunkt hat übrigens für jede Finsterniß bei der Auswahl der Beobachtungsorte eine gewisse Wichtigkeit, wird aber besonders dann gute Dienste leisten, wenn wieder einmal der Versuch gemacht werden sollte, den Querschnitt des Kernschattenkegels zu bestimmen.

Zur Besprechung der andern beobachteten Phänomene übergehend, will ich zuerst mit wenigen Worten des Lichtschimmers innerhalb des Mondes gedenken, der auch bei dieser Finsterniß wieder gesehen wurde. Es erwähnen alle drei Beobachter denselben: Seekadet Kunwald, der um die Zeit der größten Phase den Mondrand viel lichter schattirt erblickte, und in noch bestimmteren Ausdrücken, Seekadet R. v. Goertz und Linienschiffs-Fähnrich Řiha. Der Letztere bemerkte überdieß diesen inneren Schein in der Gegend der Protuberanz (oder da dieselbe sehr nahe bei dem Sonnenhorne sich befand, in der Gegend des Sonnenhornes) am deutlichsten. (Man vergleiche dazu auch Taf. II, Fig. 1). Diese Erscheinung ist rein subjectiver Natur, wie die Untersuchungen von Airy [2]) und Challis [3]) an Prof. Stephen Alexander's Photographien der Finsterniß vom 18. Juli 1860, welche ganz das Gleiche, mit Einschluß der scheinbar größeren Helle des lichten Scheines, an den Hörnerspitzen zeigten, nachgewiesen haben.

---

[1]) Das erste Mal bei der totalen Sonnenfinsterniß am 31. December 1861 in Griechenland. (Die totale Sonnenfinsterniß vom 31. December 1861 in Griechenland. Sitzb. der k. Akad. d. Wissensch. Bd. XLV, p. 387 ff.)

[2]) Monthl. Not. of the R. astr. Soc. XXIV, p. 13 & 188.

[3]) Monthl. Not. of the R. astr. Soc. XXV, p. 18.

Die Perlenbildung beim Eintritte der Ringförmigkeit, von der Seekadet R. v. Goertz spricht, bietet deshalb ein etwas größeres Interesse als gewöhnlich dar, weil sich in diesem Falle mit ziemlicher Sicherheit behaupten läßt, daß sie von den Unebenheiten des Mondrandes herrühre. Die Liberation muß nämlich gerade so gewirkt haben, daß während der Finsterniß ungewöhnlich bedeutende Berge am Rande sich befanden, da sie nicht nur vom Linienschiffsfähnrich Řiha, und selbst vom Seekadeten Kunwald mit seinem schwachen Fernrohre als auffällig hervorgehoben werden, sondern auch die Berichte mehrerer Astronomen, die ich seither über die Beobachtung dieser Finsterniß zu Gesichte bekommen, ausdrücklich von ihnen sprechen. Da nun R. v. Goertz knapp an der Grenze der Ringförmigkeit sich befand — die Dauer des Ringes betrug blos vier Sekunden — der Sonnenring also an der schmälsten Stelle kaum 1″ Breite hatte, ist gar nicht zu zweifeln, daß einzelne Mondberge über den Sonnenrand hervorgeragt und dadurch den Lichtreif in eine Kette langgestreckter Perlen zertheilt haben müssen, wie denn auch dem Beobachter selbst dies die Ursache des Phänomens zu sein schien.

Bemerkenswerth ist ferner, daß Linienschiffs-Fähnrich Řiha bereits gleich nach dem Eintritte der Finsterniß Spuren der Corona in dem Übergreifen des dunklen Mondrandes über die Sonnenscheibe hinaus wahrnahm. Deutliche Anzeichen derselben gelang es ihm, freilich nur mit bewaffnetem Auge, später, 15^m und dann nochmals 28^m nach der Mitte der Finsterniß in dem gelblichen Scheine zu entdecken, der noch bis weit jenseits der Sonnensichel den Mondrand umsäumte. Eine so lange Sichtbarkeit des Saumes wurde, wenn ich nicht irre, bisher noch nicht beobachtet, und ist wohl nur einer sehr großen Reinheit und Durchsichtigkeit der Luft zuzuschreiben, wie sie an Regentagen bei partiellen Aufheiterungen zuweilen einzutreten pflegt.

Bei weitem die interessanteste und wichtigste Wahrnehmung während der Finsterniß sind jedoch die Protuberanzenbeobachtungen von Linienschiffs-Fähnrich Řiha. Bereits um 10^h 37^m 50^s Chronometerzeit, also $14^m.4$ vor dem Eintritte der Ringbildung, bemerkte er in der Nähe des oberen Sonnenhornes eine solche und nach einer nahe halbstündigen Unterbrechung durch Wolken von 11^h 5^m bis 11^h 6^m 58^s also $12^m.8$ bis $14^m.7$ nach der Mitte der Finsterniß wieder eine am oberen Sonnenhorne, die er für verschieden von der

früheren hielt, die aber, wie wir sogleich zeigen werden, mit der ersteren identisch ist.

Diese ungewöhnlich lange Sichtbarkeit einer Protuberanz weicht so sehr von allen unseren bisherigen Erfahrungen bei andern Finsternissen ab, und ist gleichzeitig eine Thatsache von so großer Wichtigkeit, daß es wohl der Mühe lohnt, diese Beobachtung einer genauen Diskusion zu unterwerfen.

Zuerst habe ich für die Zeiten an welchen Linien-Schiffsfähnrich Řiha seine Zeichnungen entwarf, die Erscheinung der Finsterniß berechnet, um den Grad der Genauigkeit derselben prüfen zu können. Dabei habe ich die Polhöhe von Barsečinne um 3'0 südlicher angenommen als sie oben angegeben ist, d. h. ich habe die Berechnungen mit der Polhöhe 42° 40'7 statt mit der 42° 43'7 durchgeführt, weil mir dies Verfahren auf die einfachste Weise mit genügender Genauigkeit den durch die Beobachtungen constatirten Umstand zu berücksichtigen schien, daß die Grenzlinie der Ringförmigkeit 3'0 nördlicher lag, als die Berechnung ergeben hatte.

Zählt man die Positionswinkel wie gewöhnlich vom Nordpunkte über O. nach S., so findet man:

	um $10^h37^m50^s$ Chronometerzeit	um $11^h5^m0^s$ Chronometerzeit
Distanz der Mittelp. v. Sonne u. Mond . . .	294"2	282"6
Positionswinkel des Mondmittelpunktes gegen d. Sonnenmittelp. bez. a. d. Horizont . . .	262°9	84°0
Winkel zwischen Höhen- u. Declinationskreis .	—21°0	—14°9

Mit diesen Daten, und den zu 969"0 und 948"3 angenommenen Halbmessern von Sonne und Mond, habe ich mir nun für beide Zeiten die Lage und Breite der Sonnensichel construirt, um sie mit Řiha's Zeichnungen zu vergleichen, und dabei eine überraschend gute Übereinstimmung beider bemerkt.

Da vermöge der getroffenen Einrichtungen (die bei den Instructionen für Beobachtungen mit dem Fernrohre näher aus einandergesetzt sind) Linien-Schiffsfähnrich Řiha die Lage und Größe der Sonnensichel durch Aufkleben einer Mondscheibe auf eine Sonnenscheibe, deren Halbmesser im richtigen Verhältnisse standen, erhalten hatte, war es möglich noch einen Schritt weiterzugehen, und von seiner Zeichnung die Positionswinkel der Protuberanzen gegen den Sonnen- und Mondmittelpunkt abzunehmen. Bezeichnet man der

Unterscheidung wegen die zuerst gesehene mit P_1 die andere mit P_2, so ergibt die Messung:

Positionswinkel a. d. Horiz. bez.	für P_1	für P_2
gegen Sonnen-Mittelpunkt	171°	170°
„ Mond- „	161	182

Bezieht man die Positionswinkel durch Anbringen des früher mitgetheilten parallaktischen Winkels auf den Äquator statt den Horizont, so erhält man:

Positionsw. geg. Sonnen-Mittelp. auf den Äq. bez. für $P_1 = 150°$
„ $P_2 = 155$
im Mittel: $P = 152 \cdot 5$

Positionsw. geg. Mond-Mittelp. auf den Äq. bez. für $P_1 = 140°$
„ $P_2 = 166$

Die Übereinstimmung der Positionswinkel der beiden Protuberanzen in Bezug auf den Sonnenmittelpunkt ist für Eintragungen nach dem Augenmaße eine so vortreffliche, daß an der Identität beider, und der Zusammengehörigkeit dieser einen Protuberanz mit dem Sonnenkörper kein Zweifel obwalten kann. In Bezug auf den Mondmittelpunkt weichen hingegen die Positionswinkel so bedeutend von einander ab, daß dies einem Fehler der Zeichnung[1]) um so weniger zugeschrieben werden darf, als die Protuberanz, stände sie in Beziehung zu irgend einem Punkte der Mondoberfläche, nicht zugleich mit der Sonnensichel ihre Lage von rechts nach links, verändert haben könnte, wie es der Zeichnung zu Folge in der That der Fall war. Das Letztere, verbunden mit dem hierbei ebenfalls zum ersten Male gelungenen Erblicken einer Protuberanz unmittelbar auf der Sonnensichel selbst, scheint mir zugleich einen schlagenden Beweis gegen die optische Natur des Phänomens abzugeben.

Der einzige Umstand, der gegen die Identität der beiden Protuberanzen zu sprechen scheint, ist die Verschiedenheit ihrer Farbe.

---

1) Als letzte Controle habe ich noch unter der Annahme eines Positionswinkels der Protuberanz von 152°5 gegen den Sonnenmittelpunct, die entsprechenden Positionswinkel gegen den Mondmittelpunkt berechnet, und als solche gefunden.

für P_1 . . . . 136°
„ P_2 169

in sehr gutem Einklange mit den directen Messungen.

Die erste wurde nämlich durch ein schwaches blaues Blendglas blaß-rosa, die zweite mit freiem Auge bräunlichgelb gesehen. Dieser Widerspruch ist jedoch nur scheinbar, denn wenn man das Bild der letzteren Protuberanz mit dem von Řiha benützten Blendglase betrachtet, so nimmt es unverkennbar eine blaßröthliche Färbung an, und diese Angabe ist daher kein Beweis gegen die Identität beider Protuberanzen, sondern nur ein neuer Beleg für die Treue und Sorgfalt, mit der die Beobachtungen aufgezeichnet wurden.

Ehe ich weitere Bemerkungen daran knüpfe, will ich noch einige Worte über eine andere Wahrnehmung Řiha's sprechen, weil dieselbe leicht für optisch gehalten werden könnte, was sie meiner Meinung nach nicht ist. Er erwähnt nämlich, daß die Hörnerspitzen ihm um $11^h 5^m$ röthlich erschienen seien, und daß diese Färbung gegen die breiteren Theile der Sichel hin sich allmählich verlor. Die Ursache dieser Erscheinung suche ich in jenen Lichtverhältnissen der Sonnenoberfläche, die uns durch eine Projection des Sonnenbildes sichtbar werden. Ein projicirtes Sonnenbild erscheint bekanntlich in der Mitte viel heller als an den Rändern, und es nimmt in der Nähe der letzteren die Farbe überdies eine rothbraune Tinte an. So lange nun die Sichel noch sehr schmal ist, wird diese rothbraune Färbung an den scharfen Hörnerspitzen deutlich hervortreten müssen, an den breiteren Theilen der Sichel hingegen aus demselben Grunde sich verlieren, aus dem man beim directen Beschauen der Sonne von der Abnahme der Helligkeit und der Änderung des Farbentones gegen die Ränder hin nichts bemerkt.

Es wurde so eben gezeigt, daß Linien-Schiffsfähnrich Řiha ein und dieselbe Protuberanz, allerdings mit Unterbrechungen durch vorbeiziehende Wolken von $10^h 37^m 50^s$ bis $11^h 6^m 58^s$, also durch mehr als 29 Minuten wahrnahm. Außerdem verdient noch hervorgehoben zu werden, daß er sie auf dem unverdeckten Theile der Sonnenscheibe erblickte. Diese beiden Beobachtungen stehen einzig in ihrer Art da, und sind insofern von unverkennbarer Tragweite, als sie über die Sichtbarkeit dieser Gebilde ein ganz neues Licht verbreiten. Die Finsterniß hatte nämlich nach der gewöhnlichen Zählweise erst eine Größe von 10·1 Zoll als Linien-Schiffsfähnrich Řiha die Protuberanz das erste Mal erblickte, und war bereits wieder zu einer zehnzölligen herabgesunken, als er sie das letzte Mal sah. Dabei muß noch bemerkt werden, daß die Protuberanz den Augen Řiha's noch nicht

wegen Lichtschwäche, sondern wegen eintretender Bewölkung entschwand, und daß sie gleich bei ihrem Auftreten ein ziemlich auffälliges Object gewesen sein muß, da sie auch von seinen Begleitern bemerkt wurde, von denen der eine nur durch ein gutes Theaterperspectiv beobachtete. Wir erfahren daher durch diese Beobachtung, daß die Sichtbarkeit der Protuberanzen nicht auf die Zone der Totalität und Ringförmigkeit, oder deren unmittelbare Nachbarschaft beschränkt ist, sondern zuweilen unter günstigen Umständen auf große partielle Finsternisse sich ausdehnt, indem beispielsweise, die in Barsečinne bemerkte Protuberanz auf dem ganzen Erdgürtel zwischen Prag und Athen hätte gesehen werden können.

Beim Suchen nach Protuberanzen während der größten Phase von bedeutenden partiellen Sonnenfinsternissen sind natürlich die Gegenden in der Nähe der Hörnerspitzen die einzigen, an welchen man auf einen Erfolg rechnen kann; es wird daher sehr vortheilhaft sein von dem andern Theile der Sonnensichel thunlichst viel aus dem Gesichtsfelde des Fernrohres hinauszustellen, um mit möglichst schwachen Blendgläsern arbeiten zu können. Es ist ferner anzurathen Blendgläser von verschiedener Farbe nach einander in Anwendung zu bringen, weil die Protuberanzen in Farbe sehr variiren, und daher bald durch das eine, bald durch das andere betrachtet, sich besser vom Hintergrunde abheben werden. Im Allgemeinen dürften übrigens blaue Blendgläser die besten Dienste leisten.

Die Beobachtung vom Linien-Schiffsfähnrich Řiha verdient indeß noch in einer andern Richtung eine besondere Beachtung. Es ist längst als erwiesen anzusehen, und die Beobachtungen bei dieser Finsterniß haben eine neue Bestätigung dafür beigebracht, daß die Protuberanzen, dem Sonnenkörper angehörige Gebilde seien. Näheres über ihre Natur und ihren Zusammenhang mit den verschiedenen Vorgängen auf der Sonnenoberfläche [1]) wissen wir aber so gut wie

[1]) Es ist schon mehrfach die Ansicht ausgesprochen worden, daß die Protuberanzen mit den Fackeln und Flecken der Sonne in einem gewissen Zusammenhange stehen. Dagegen scheint jedoch zu sprechen, daß größere Protuberanzen bereits mehrfach in Gegenden der Sonne gesehen wurden, in denen Fackeln und Flecken nur ausnahmsweise auftreten. Dies lehrt schon ein Blick auf die Abbildungen der Finsterniß vom Jahre 1860 von de la Rue und andern Beobachtern: da auf ihnen Protuberanzen längs der ganzen Sonnenperipherie vorkommen, und auch bei dieser Finsterniß liegt Řiha's Protuberanz nahe beim Südpole der Sonne.

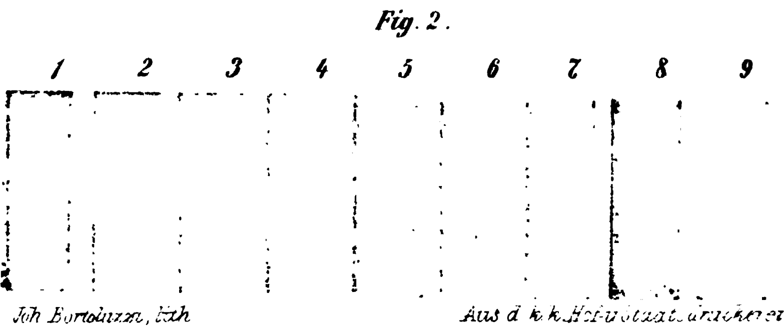
gar nichts, und wir werden darüber wohl noch lange im Unklaren bleiben, wenn es nicht gelingt, außer bei Sonnenfinsternissen auch bei andern sich häufiger wiederholenden Anlässen Protuberanzen zu sehen. Als solche hat schon vor Jahren Director v. Littrow auf Sonnen-Auf- und Untergänge in südlicheren Meeren, (z. B. dem Adriatischen) hingewiesen, allein der Vorschlag scheint bisher nur gelegentlich berücksichtigt worden zu sein, wahrscheinlich, weil man die Sichtbarkeit von Protuberanzen bei solchen Gelegenheiten bezweifelte. Die Beobachtung Řiha's zeigt indeß, daß größere Protuberanzen bei Sonnen-Auf- und Untergängen sichtbar werden können, und auch eine Wahrnehmung Tacchini's in Livorno beim Sonnen-Untergange am 8. August 1865 [1]) spricht dafür. Es wäre daher sehr zu wünschen, daß diese Beobachtungen Küstenbewohner veranlassen möchten, den Vorschlag zu beherzigen, und bei klaren Auf- und Untergängen der Sonne im Meere systematisch nach Protuberanzen zu suchen.

---

[1]) Bulletino meteorologico dell' osservatorio del Collegio Romano Vol. IV, p. 92.

Fig. 1.

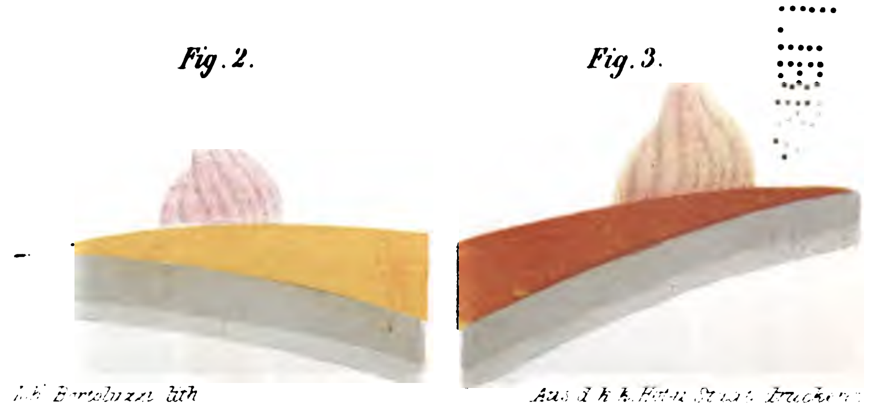
Fig. 2.



Joh. Bortolozzi, lith. Aus d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei

Fig. 1.

Fig. 2. *Fig. 3.*



J. K. Bartoluzzi lith. Aus d. k. k. Hof- u. Staats-Druckerei

Bericht

über die Concurrenzschrift für den am 28. December 1865 ausgeschriebenen Preis aus dem Gebiete der Mineralogie.

Veranlaßt durch die großherzige Entschließung, mit welcher Se. kaiserl. Hoheit der durchlauchtigste Erzherzog Stephan der kaiserl. Akademie der Wissenschaften den Betrag von 1000 fl. ö. W. zur Ausschreibung eines Preises zur Verfügung stellte, hat dieselbe nachstehende Preisfrage mineralogischen Inhaltes ausgeschrieben:

„Es ist eine geordnete und vollständige übersichtliche Darstellung der Ergebnisse mineralogischer Forschungen während der Jahre 1862 bis inclusive 1865 zu liefern, welche sich der leichteren Benützung wegen vollkommen an die früheren derartigen Arbeiten von Herrn Professor **Kenngott** anschließt".

Als Termin der Einsendung ist der 31. December 1866 festgestellt worden. Der Preis beträgt 1000 fl. ö. W.

Am 26. December 1866 ist eine Abhandlung eingelangt, welche das Motto: *„Nunquam otiosus"* trägt. Sie wurde den Gefertigten zur Begutachtung übergeben.

Diese können ihre Ansicht nur dahin aussprechen, daß die vorliegende Arbeit den in der ausgeschriebenen Preisfrage gestellten Anforderungen vollkommen entspricht. In derselben wird vor Allem verlangt, daß die Beantwortung der Frage eine geordnete und vollständige Darstellung der in den Jahren 1862—65 incl. gewonnenen Ergebnisse mineralogischer Forschungen enthalte. In der zu beurtheilenden Arbeit findet man Alles zusammengefaßt, was während des angegebenen Zeitraumes im mineralogischen Gebiete gearbeitet und veröffentlicht worden ist und die Gefertigten vermögen nirgend eine Lücke darin wahrzunehmen. Was in selbstständigen und periodischen Schriften der verschiedensten Länder weit zerstreut ist, erscheint hier auf möglichst engem Raume vereint und in systematischer Ordnung an einander gereiht, so daß das Auffinden des Zusammengehörigen nicht den geringsten Schwierigkeiten unterliegt. Jede einzelne Arbeit ist in kurzgefaßtem, aber vollkommen klarem

Auszuge treu wiedergegeben und wer zur ausführlicheren Belehrung die Originalarbeit selbst einzusehen genöthigt ist, findet den Ort, wo sie aufzusuchen ist, gewissenhaft angeführt. Endlich fehlt es auch stellenweise nicht an kritischen Bemerkungen, wo eine ausgesprochene Ansicht nicht vollkommen begründet erscheint.

Der zweite Punkt, welchen die Preisausschreibung hervorhebt, ist die Forderung, daß die zu liefernde Arbeit sich der leichteren Benützung wegen vollkommen an die früheren derartigen Arbeiten von Herrn Prof. Kenngott anschließen möge. Die Gefertigten haben sich überzeugt, daß in der vorliegenden Preisschrift auch dieser Anforderung in vollem Maße Rechnung getragen worden ist. Nicht nur ist das Ganze nach demselben mineralogischen Systeme an einander gereiht, welches in den früheren von Prof. Kenngott verfaßten Übersichten zu Grunde gelegt wurde, sondern auch in dem Ausmaß des Einzelnen, der Darstellungsweise, der Nomenclatur und den übrigen Details gibt sich die vollkommenste Übereinstimmung kund, mit Ausnahme einiger vereinzelter Änderungen, welche durch die seitherigen Fortschritte der Wissenschaft unerläßlich geworden sind.

Die Gefertigten sprechen daher ihre Ansicht dahin aus, daß die vorliegende Preisschrift sämmtliche in der Preisausschreibung gestellte Anforderungen erfüllt, daß sie als ein Fortschritt auf der Bahn der mineralogischen Wissenschaft und als eine werthvolle, ja unentbehrliche Beihilfe betrachtet werden muß für Alle, welche zur Förderung der Mineralogie selbstthätig mitwirken, und daß daher ihre baldmöglichste Drucklegung höchst wünschenswerth ist.

Da nun die Preisschrift auch zu rechter Zeit, vor Ablauf des festgesetzten Termines eingelangt ist, so erklären die Gefertigten dieselbe des ausgesetzten Preises für vollkommen würdig und beantragen, die mathem.-naturw. Classe der kaiserl. Akademie der Wissenschaften wolle der mit dem Motto: „*Nunquam otiosus*" bezeichneten Preisschrift den festgesetzten Preis von 1000 fl. ö. W. zuerkennen.

Wien, den 10. Februar 1867.

W. Haidinger m/p.
Dr. **Reuss** m/p.
Dr. **Moriz Hörnes** m/p.

Bericht

über die Concurrenzschrift für den am 30. Mai 1864 ausgeschriebenen Preis aus dem Gebiete der Geologie.

Am 30. Mai 1864 wurde von der kaiserl. Akademie der Wissenschaften nachstehende Preisfrage aus dem geologischen Gebiete ausgeschrieben: „Eine genaue mineralogische und so weit erforderlich chemische Untersuchung möglichst vieler in Österreich vorkommender Eruptivgesteine mittleren Alters, von der Dyasformation angefangen bis hinauf zur Eocänformation, und ihre Vergleichung mit den genauer bekannten älteren und jüngeren Eruptivgesteinen Österreichs und anderer Länder wird gewünscht." Der Einsendungstermin wurde auf den 31. December 1865, die Zuerkennung des Preises von 200 Stück österreichischer Münzducaten auf die feierliche Sitzung der Akademie am 30. Mai 1867 festgesetzt.

Zur Lösung dieser Frage ist nun eine Arbeit eingelaufen mit dem beigefügten Motto:

> Nie war Natur und ihr lebendiges Fließen
> Auf Tag und Nacht und Stunden angewiesen;
> Sie bildet regelnd jegliche Gestalt
> Und selbst im Großen ist es nicht Gewalt.

Der speciellen Arbeit ist eine kurze Einleitung vorausgeschickt, welche die Eintheilung mesozoischen Eruptivgesteine, so wie ihre mineralogischen Elemente und ihre chemische Zusammensetzung in den allgemeinsten Umrissen bespricht. Der specielle Theil selbst zerfällt in fünf Abschnitte. Der erste bespricht die Gesteine des Riesengebirges und zwar am Südrande des Gebirges, in der Mulde von Waldenburg und am nördlichen Fuße des Riesengebirges. Der zweite Abschnitt behandelt die Eruptivgesteine der Ostalpen, und zwar jene Südtirols, der Umgegend von Raibl in Kärnthen, von Südsteiermark, so wie jene der nördlichen Kalkalpen. Der dritte Abschnitt verbreitet sich über die Melaphyre des Waaggebietes in den Westkarpathen. Der vierte, wieder in drei Abtheilungen zerfallend, hat die betreffenden Gesteine der Ostkarpathen und zwar Siebenbürgens zum Gegenstande. Der fünfte endlich beschäftigt sich

mit den Eruptivgesteinen der Umgegend von Teschen und Neutitschein in den schlesischen Karpathen.

Den Schluß der Arbeit bildet eine kurzgefaßte Übersicht, in welchen die gewonnenen Resultate zusammengestellt und mit den Daten verglichen werden, welche andere gut untersuchte Gebiete über die gleichnamigen Gesteine geliefert haben.

Von allen diesen Abtheilungen der vorliegenden Arbeit sind die beiden ersten, die die Gesteine des Riesengebirges und der Ostalpen behandeln, bei Weitem die umfaßendsten. Besonders den Melaphyren am Südfuße des Riesengebirges und den Eruptivgesteinen Südtirols ist die Aufmerksamkeit vorwiegend zugewendet worden.

Zunächst schließen sich an Reichhaltigkeit die Untersuchungen über die mesozoischen Massengesteine Siebenbürgens an, welche durch ihre Mannigfaltigkeit und die bisherige beschränkte Kenntniß ihrer näheren Beschaffenheit freilich vielfache Anregung zur Untersuchung boten.

Andere Gebiete haben eine weniger eingehende Berücksichtigung gefunden. Von den Gesteinen der schlesischen Karpathen sind nur die Teschenite und die vom Verfasser mit dem Namen der Pikrite belegten Felsarten Gegenstand der Betrachtung geworden. Endlich ist Manches, dessen nähere Prüfung sehr erwünscht gewesen wäre, gar nicht in den Kreis der Betrachtung gezogen worden. Doch kann daraus der Arbeit kein Vorwurf erwachsen, da bei dem großen Umfange und der Mannigfaltigkeit des untersuchten Gebietes weder alles einer gleichmäßigen Würdigung unterzogen werden konnte, noch auch eine Untersuchung sämmtlicher, sondern nur möglichst vieler mesozoischer Eruptivgesteine Österreichs in der ausgeschriebenen Preisfrage zur Bedingung gemacht wird. Und dieser Anforderung ist in dem vorliegenden Manuscripte entsprochen worden.

Was die einzelnen Abschnitte betrifft, so ist bei jedem der besonderen Gesteine eine Skizze seiner Verbreitung und seiner geologischen Verhältnisse vorausgeschickt worden, so wie es auch an einer Angabe der bisherigen Literatur darüber nicht fehlt. Dann folgt die mineralogische, meistens aus mikroskopischer Untersuchung geschöpfte Prüfung, und in vielen Fällen die chemische Analyse nebst den daraus gezogenen Schlüssen.

Im Ganzen enthält die Arbeit 28 neue Analysen von Eruptivgesteinen, die meistens nicht von dem Verfasser der Preisschrift

selbst, sondern von andern Analytikern, meist in den Laboratorien der Professoren Redtenbacher und Schrötter durchgeführt worden sind. Überdieß wurde eine nicht unbeträchtliche Anzahl schon vorhandener Analysen oft aus demselben Gebiete stammender Gesteine zur Vergleichung benützt. In manchen Fällen vermißt man mit Bedauern die chemische Untersuchung der isolirten besonders feldspathigen Gemengtheile, welche der vorgenommenen Interpretation der Bauschanalysen eine festere Stütze verliehen hätte.

Nebst der physikalischen und chemischen Beschaffenheit der Gesteine wurde in den meisten Fällen auch ihren Zersetzungs- und Verwandlungsprozessen, den sie etwa begleitenden Tuffbildungen, ihren accessorischen Einschlüssen, so wie den an ihren Grenzen hervorgerufenen Contactbildungen die gebührende Aufmerksamkeit zugewendet.

Schon aus dieser gedrängten Darstellung des Inhaltes ergibt sich die Zahl und Mannigfaltigkeit der Beobachtungen, welche in dem vorliegenden Manuscripte enthalten sind. Doch läßt sich nicht völlig in Abrede stellen, daß in einzelnen Partien ein noch tieferes Eingehen erwünscht gewesen wäre, um die gezogenen Schlüsse auf eine größere Zahl von Thatsachen basiren zu können. Dagegen dürften die topographischen und geologischen Verhältnisse mancher Gesteine mit etwas zu großer Ausführlichkeit behandelt sein. Besonders ist dieses der Fall bei Südtirol, wo die schon vorliegenden gediegenen Arbeiten in dieser Richtung reichlich benützt wurden, und bei Siebenbürgen, wo der Verfasser zum Theile die Resultate eigener Anschauung einzelner Gegenden ausführlich mittheilt und selbst durch Profilzeichnungen erläutert. So interessant diese Erörterungen sein mögen, so liegen sie doch zunächst außerhalb des Kreises der in der Preisfrage gestellten Anforderungen. Dagegen scheint die an letzterem Orte besonders betonte Vergleichung mit den genauer bekannten älteren und jüngeren Eruptivgesteinen Österreichs und anderer Länder nicht überall eine so eingehende Berücksichtigung gefunden zu haben, als es bisweilen wünschenswerth gewesen wäre.

Durch diese Bemerkungen wird jedoch der wissenschaftliche Werth der vorliegenden Arbeit keineswegs in Abrede gestellt. Sie liefert unter zweckmäßiger Benützung des früher schon Bekannten eine bedeutende Anzahl neuer Thatsachen, die bei jeder künftigen Arbeit über diesen Gegenstand als werthvolles Materiale gelten

werden. Im Gebiete österreichischer Petrographie ist sie immerhin als die umfassendste bisher durchgeführte Arbeit anzusehen. Eine erschöpfende Behandlung des Gegenstandes, die den schwierigsten wissenschaftlichen Aufgaben beizuzählen ist, wird erst die Zukunft zu liefern im Stande sein.

Aus den vorstehenden Erörterungen ergibt sich, daß die Preisschrift, zahlreiche neue Beobachtungen und Schlüsse enthaltend, als ein schätzbarer Beitrag zur Lösung der in der Preisfrage gestellten Aufgabe und zur Förderung besonders vaterländischer Wissenschaft zu betrachten ist. Da sie den in der Preisfrage ausgesprochenen Anforderungen überall möglichst zu entsprechen sich bestrebt, so trägt die gefertigte Commission darauf an, die mathem.-naturw. Classe der kaiserl. Akademie der Wissenschaft wolle das vorliegende Manuscript — die einzige eingegangene Preisschrift — des Preises würdig erklären, und bei der Gesammt-Akademie beantragen, daß dem Verfasser desselben der festgesetzte Preis von 200 Dukaten in der feierlichen Sitzung der kaiserl. Akademie am 30. Mai 1867 zuerkannt werde.

Wien, den 8. April 1867.

Dr. **Reuss.**
Fr. v. Hauer.
W. R. v. Haidinger.
Ami Boué.
Dr. **Moriz Hörnes.**

